

## 1-1 تمهيد

تعتبر الأمطار من العوامل المناخية المهمة وخاصة في السودان حيث تعتمد معظم المشاريع الزراعية على الري المطري بصوره مباشرة أو غير مباشرة، لا يخفى على أحد إن نجاح الموسم الزراعي له أثره الإيجابي على المزارع بزيادة دخلة وعلى الناتج الإجمالي الذي يؤثر إيجابى على ميزانية الدولة. ويكون الاستثمار في القطاع الزراعي أصبح يتطلب تكلفة عالية لذلك يتطلب وضع الخطط التي من شأنها تقليل المخاطر فإذا كانت هنالك خلفية عن كمية الأمطار التي سوف تسقط يمكن للجهات المختصة أن تتخذ القرار المناسب بزراعة المحصول الذي يتناسب مع كمية الأمطار ، وبالتالي تقلل المخاطرة التي تواجه الإستثمار في قطاع الزراعة والتنبؤ بكمية الأمطار في ولاية القضايف لة أهمية خاصة وان الزراعة المطرية في فصل الخريف عادة يصاحبه تدمير العديد من المنازل والمزارع وايضا إنتشار العديد من الامراض وذلك يؤثر سلباً على اقتصاد الولاية بصفه خاصة وإقتصاد السودان بصفة عامة ولو تمكنت الجهات المختصة من التنبؤ بكميات الأمطار التي تسقط لتفادي هذه الاضرار والاستفادة من مياه الامطار بصورة مثلى. وناول في بحثنا هذا موضوع تحليل السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات (Multivariate time series analysis) بالتطبيق على كميات الامطار والرطوبة ودرجات الحرارة في ولاية القضايف.

## 2-1 مشكلة البحث

تمثل مشكلة البحث في ندرة النماذج الرياضية التي تستخدم للتنبؤ باحوال الطقس في قطاعي الزراعة والصحة.

## 3-1 أهداف البحث

يهدف البحث إلي تطبيق السلاسل الزمنية لأنه يقوم بوصف وشرح سلوك الظواهر عبر فترات زمنية محددة ولتحقيق ذلك لابد من دراسة لنماذج السلاسل الزمنية حيث تعتبر نماذج بوكس- جنكيز من اهم النماذج المستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية ، لأنها توفر إستراتيجيات للتحليل السلاسل الزمنية عبر مراحل ، ولإيجاد نموذج لمعرفة سلوك الامطار في الولاية مما يساعد علي وضع خطط للزراعة المطرية، وصحة البيئة ومكافحة الامراض التي تصاحب فترة الامطار.

## 4-1 أهمية البحث

تعتبر السلاسل الزمنية من المواضيع المهمة، ولها استخدامات كثيرة في مجالات مختلفة من العلوم، وتتبع أهمية البحث في تطبيق تلك النماذج علي الامطار لمعرفة احتمالات تعاقب الشهور الممطرة والشهور الجافة ، وعليه فإن التنبؤ بكمية الأمطار ودرجات الحرارة والرطوبة قبل وقت كاف يمكن القائمين علي الامر من اتخاذ القرار المناسب المبني علي أساس علمي.

## 5-1 فروض البحث

يقوم البحث علي الفرضيات الاتية:-

1. السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات غير مستقره .

2. نماذج المتوسطات المتحركة المتعدد الخطى لاتمثل النموذج المناسب للسلسلة الزمنية المدروسة.

## 6-1 عينة البحث

نجد ان عينة البحث هي عبارة كمية الامطار ودرجات الحرارة والرطوبة في ولاية القضارف للفترة (من 2008الي 2012م).

**7-1 منهج البحث**تم استخدام المنهج الوصفى المنهج التحليلي (النموذج المستخدم هو تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات) ،وباستخدام البرامج الاحصائية الاتية SPSS, STATA, MINITAB.

## 8-1 الدراسات السابقة

توجد دراسات عن التنبؤ بالأمطار في ولاية القضارف لكنها قليلة، لذلك ذكرت دراسات عن تحليل السلاسل الزمنية، ومن هذه الدراسات مايلي:

1. في عام 2005 م قام الباحث خالد رحمة الله باعداد بحث بعنوان استخدام سلاسل ماركوف عن الأمطار في مدينتي الخرطوم والقضارف وقد هدفت الدراسة للتطبيق علي متوسط كميات الأمطار الشهرية لمدينة الخرطوم والقضارف. وخرجت الدراسة بأن بيانات الخرطوم والقضارف تمثل سلاسل ماركوف وذلك من خلال النتائج التي تم التوصل اليها. أوصت الدراسة بالاهتمام بسلاسل ماركوف واجراء المزيد من الدراسات عليها وتطبيقها في مجالات أوسع وذلك للحصول علي نتائج أكثر دقة وشمولية.

2. في عام 2006 م قام الباحثAblert Kuany Jok باعداد بحث بعنوان التنبؤعناأمطار في ولاية القضارف، وقد هدفت الدراسة إلي ايجاد نموذج مناسب لتقدير كمية الأمطار الشهرية في ولاية القضارف.أوصت الدراسة إلي إن النموذج المناسب لتقدير كمية الأمطار الشهرية في ولاية القضارف هو النموذج الموسمي المضاعف  $ARIMA(5,1,0)*(6,11,1)$ .

3. في عام 2007م قام الباحث فتيةر ماوت مينج باعداد بحث بعنوان ( التحليل الاكاديمي وتقدير دالة القبول بجامعة السودان للفترة من (1982-2006) واهم ما توصل اليه ان افضل نموذج لتقدير قبول الطالب بجامعة السودان هو  $(MA(1)$  كما استنتج أن هناك فروق ذات دلالة إحصائية في التحليل الاكاديمي بين كلية العلوم وكليات الهندسة والتربية الرياضية والاشعة والطب البيطرى والموسيقى والدراما وهناك استقرار في سياسات القبول بجامعة السودان.

4. في عام 2009م قام الباحثمنتصر احمد باعداد بحث بعنوان إستخدام تحليل السلاسل الزمنية للتنبؤ بكميات الأمطار السنوية في ولاية كسلا للفترة من (1960-2007).وقد توصل الباحث إلي ان النموذج المناسب لتقدير كمية الأمطار السنوية في ولاية كسلا هو نموذج  $ARMA(1,1)$  وقد أوصي الباحث بأن تقوم الجهات المختصة بإستخدام النموذج الذى تم تقديره في التنبؤ بكمية الامطار لما له من فائدة .

## 9-1 هيكلية البحث

أشتمل البحث علي أربع فصول تناول الفصل الاول خطة البحث موضعاً مشكلة البحث وأهميته وأهدافه وفروض البحث هيكلية البحث. أما الفصل الثاني تناول السلاسل الزمنية ثنائية المتغيرات، السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات، تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات، نماذج بوكس جيكنز للسلسلة متعددة المتغيرات، مراحل تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات مرحلة التشخيص، التنبؤ. الفصل الثالث تناول موقع مدينة القضارف وتأثر الولاية بالامطار والتحليل الاحصائي الذي تناول لوصف وتحليل البيانات، المقاييس الوصفية، مصفوفة الارتباط بين السلاسل الزمنية  $y, x, z$ ، مصفوفة التغاير المشترك بين السلاسل الزمنية  $y, z, x$ ، وذلك باستخدام البرمجيات الجاهزة SPSS, Minitab, STATA واخيراً الفصل الرابع وهو يتناول النتائج والتوصيات.

## 1-2 تمهيد:

يتضمن هذا الفصل أساسيات السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات، وعرف خواصها، كما يتضمن عرض لنماذج وظيفة السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات إضافة الى عرض أمثلة للسلسلة الزمنية متعددة المتغيرات إضافة الى مراحل تحليل السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات.

## 2-2 السلسلة الزمنية ثنائية المتغيرات *Bivariate time series* :

السلسلة الزمنية ثنائية المتغيرات هي عبارة عن سلسلة زمنية مكونة من متجهات ذات بعدين (*two-dimensional vectors*) ، هي  $\{Z_{1t}\}, \{Z_{2t}\}$  مسجلة عند الزمن  $t$  ، حيث  $t$  عادة  $(t = 1, 2, 3, \dots)$  وهاتين المكونتين  $\{Z_{1t}\}$  و  $\{Z_{2t}\}$  يمكن دراستها مستقلة كل على حدا كما في السلسلة الزمنية تأتي من متوسطها ، ودالة التباين المشترك لهما، وذلك لإيجاد علاقة تقاطعية (مستعرضة) بين المكونين (*cross-dependence*) وذلك لأهميتها في القيم التنبؤية المستقبلية عليه تؤخذ السلسلة الزمنية كمتجهات عشوائية (*Random Vectors*) وكالاتي

$$\underline{Z}_t = (Z_{1t}, Z_{2t})$$

وتأتي أهمية دراسة السلسلة الزمنية ثنائية المتغيرات من كونها تقوم بدراسة تأثير السلسلتين معاً في آن واحد كما تقوم بتحسين الدقة في التنبؤ (*accuracy of forecasts*).

## 2-2-1 خواص السلسلة الزمنية ثنائية المتغيرات

المتوسط:

$$\underline{\mu}_t = E\{\underline{Z}_t\} = \begin{bmatrix} \mu_{t,1} \\ \mu_{t,2} \end{bmatrix}$$

1- مصفوفة التباينات المشتركة *covariance's matrix* ويعبر عنها بالصيغة التالية

$$\begin{bmatrix} \text{cov}(\underline{Z}_{t+l,1}, \underline{Z}_{t+l,1}) & \text{cov}(\underline{Z}_{t+l,1}, \underline{Z}_{t+l,2}) \\ \text{cov}(\underline{Z}_{t+l,2}, \underline{Z}_{t+l,1}) & \text{cov}(\underline{Z}_{t+l,2}, \underline{Z}_{t+l,2}) \end{bmatrix}$$

ومن الملاحظ في هذه الحالة أن العناصر القطرية (*Diagonal elements*)، تمثل دوال التباينات الذاتية (*auto covariance's function*) لكل من السلسلتين  $\{Z_{1t}\}$  و  $\{Z_{2t}\}$

$\{Z_{2t}\}$  بينما العناصر الغير قطرية (off – diagonal elements) تمثل التغيرات المشتركة بين  $Z_{tj}$  و  $Z_{t+l,j}$  عندما  $i \neq j$  مع ملاحظة أن

$$Y_{12(1)} = Y_{21(-1)}$$

1. مصفوفة الارتباط correlation matrix يرمز لها بالرمز  $R(L)$  والتي تعرف كالآتي

$$\rho_{(1)} = \begin{bmatrix} \rho_{11(l)} \\ \rho_{21(l)} \end{bmatrix}$$

علماً أن

$$\rho_{ij(l)} = \frac{Y_{ij(l)}}{[Y_{ij(0)}Y_{ji}]}$$

مما سبق تكون السلسلة الزمنية ثنائية المتغيرات  $\{Z_t\}$  ساكنة اذا كانت العزوم  $\mu$  والمتغيرات المشتركة  $\Gamma(t + l, t)$  ، جميعها مستقلة عن الزمن  $t$  ، أي تأخذ قيماً ثابتة بمرور الزمن.

**2-2-2 متجه عملية التشويش الابيض للسلسلة ثنائية المتغيرات:**

يرمز لهذا المتجه بالرمز

علماً بأن :

1. المتوسط يساوي الصفر

$$E(\underline{a}_t) = 0$$

2. التباين

3. التغيرات المشترك عند الفرق الزمني  $L$

$$E(\underline{a}_t, \underline{a}_{t+l}) = \Gamma(l)$$

## 3-2 تحليل السلسلة متعددة المتغيرات Analysis of multivariate time series

تحليل السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات ( هو دراسة النماذج الاحصائية وطرق تحليلها لوصف العلاقة خلال تسلسله أو متطابقة السلسلة الزمنية)

فالعديد من السلاسل الزمنية التي تنشأ في التطبيق تحليلاً فعّالاً، وأخذين في الاعتبار السلسلة الزمنية المقررة لمكونات متجه السلسلة الزمنية وتحليلها حقاً وبافتراض K متغير السلسلة الزمنية (K – time series variable) ويدل عليها كالتالي:

$$Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_t$$

يدل على قيمة السلسلة الزمنية في الزمن t ، لكل  $t = 0, \pm 1, \dots$

تنشأ العملية المتعددة عند ملاحظة سلسلة زمنية مع آخر في وقت واحد، بدلاً من ملاحظة سلسلة زمنية مقررة (single time series) كما أنها تلقى إهتماماً كبيراً في مختلف المجالات كالهندسة وعلوم الفيزياء والعلوم التطبيقية كعلوم الأرض وعلم الأرصاد الجوي والجغرافيا التطبيقية، فمثلاً الهندسة قد يكون بدراسة سلوك بعض المتغيرات عبر الزمن كدراسة الجهد الكهربائي الضغط الجوي ودرجات الحرارة في علم الاقتصاد فمثلاً يكون الاهتمام بدراسة الاختلاف في الدخول، كميات المبيعات ، الاسعار .

تهدف عملية تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات الى فن العلاقات الفعالة خلال السلسلة عبر الزمن ولتحسين دقة التنبؤ للسلسلة الزمنية المفودة.

## 3-2-1 خواص السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات

### Properties of multivariate time series

تكون السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات فعّالة في التحليل اذا كانت ساكنة ويتحقق ذلك اذا توفرت الخواص التالية:

1. المتوسط ثابت.

أى

$$E[Z_t] = \underline{\mu} \quad (2-7)$$

لجميع قيم t:

علماً بأن  $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k)'$  والذي يشير الى قيمة الوسط الحسابي:

2- متجهات  $Z_t$  لها مصفوفة تباينات (Variances) ثابتة لجميع قيم  $t$  والتي يعبر عنها بالصيغة التالية

$$\Sigma_Z = \Gamma(0) = E$$

(3) التغيرات بين  $Z_{j1}$  و  $Z_{j1+t}$  يعتمد فقط الابطاء  $L$  وليس على الزمن  $t$  لجميع قيم

$$i, j = 1, 2, \dots, k$$

$$i = 0, \pm 1, 2, \dots$$

والذي يعرف كالآتي

$$\gamma_{ij(L)} = \text{cov}[Z_{jt}, Z_{jt+L}]$$

$$= E[(Z_{jt} - \mu)(Z_{jt+L} - \mu)]$$

والذي يشير الى مصفوفة التقارير المشترك التقاطعي (cross \_ covariance) عند الابطاء ، ويعبر عنه كالآتي:

$$\Gamma_{(L)} = E[(Z_t - \mu)(Z_{t+L} - \mu)']$$

$$= \begin{bmatrix} \gamma_{11(L)} & \gamma_{12(L)} & \dots & \gamma_{1k(L)} \\ \gamma_{21(L)} & \gamma_{22(L)} & \dots & \gamma_{2k(L)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{k1(L)} & \gamma_{k2(L)} & \dots & \gamma_{kk(L)} \end{bmatrix}$$

For lag ,  $L =$

الارتباط التقاطعي cross – correlation

يرمز لدالة الارتباط التقاطعي بين السلسلتين  $Z_{jt}$  و  $Z_{jt+L}$  عند الابطاء  $L$  بالرمز  $\rho_{ij}$  وال يعبر عنه بالعينة الثابتة:

$$\rho_{ij} = \text{corr}[Z_{jt}, Z_{jt+L}]$$

حيث أنه :

$$\gamma_{ij(L)} = \text{var}[Z_{jt}]$$

وعند  $i = j$  نجد أن

$$\begin{aligned} &= V^{-\frac{1}{2}} \Gamma(L) V^{-\frac{1}{2}} \\ \rho_{ii}(1) &= \rho_{ij}(-l) \\ \rho_{(l)_{k \times k}} &= \rho_{ij(l)} \Gamma \\ \text{for } l &= 0, \pm 1 \end{aligned}$$

where

والتي تشير الى جذور عناصر النصف القطري في مصفوفة التباين  $\Gamma(0)$  ، مع ملاحظة أن :

$$\begin{aligned} \Gamma(l)' &= \\ \Rightarrow \rho(l)' &= \\ \gamma_{ij}(1) &= \end{aligned}$$

### (2-3-2) متجه عملية التشويش الابيض Vector OF white noise process

المثال الاساسي لعملية المتجه المتعدد الساكن هو قيمة عملية التشويش الابيض والذي يعرف على أنه : (متسلسلة من المتجهات العشوائية المستقلة  $(a_1, \dots, a_t)$  ووالتي يرمز لها بالرمز:

$$a_t = (a_{1t}, \dots, a_{lt})$$

علماً بأن :

$$2. E(\underline{a}_t) = 0 \quad (2-11)$$

$$3. E[\underline{a}_t \underline{a}_t'] = \Sigma \quad (2-12)$$

حيث أن :  $|\Sigma| > 0$  . مما يعني أنها مصفوفة موجبة التعريف.

$$\begin{aligned} \Gamma(l) &= E[a_t a_{t+l}'] \\ &= \begin{cases} \Sigma & ; l \\ 0 & ; l \end{cases} \end{aligned}$$



## 4-2 نماذج بوكس جنكيز للسلسلة الزمنية متعددة المتغيرات

: (Box – Jenkins models for multivariate time series)

وتنقسم النماذج الى ثلاثة أنواع كالاتي

### 1-4-2 نماذج الانحدار الذاتي المتعدد (المتجه) Vector Auto regressive models

الصيغة العامة

1. الصيغة العامة:

يمكن التعبير عن نماذج الانحدار الذاتي المتجهة أو المتعددة وذلك اذا افترضنا  $k$  سلسلة زمنية  $\underline{Z}_{it}$  حيث  $i = 1, 2, \dots, T$  و  $t = 1, 2, \dots, T$  تتمثل الفترة الشائعة للسلسلة الزمنية (common length of the time series)، كالاتي:

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{1t} \\ \underline{Z}_{2t} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{kt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11}^{(1)} & \phi_{12}^{(1)} & \dots & \phi_{1k}^{(1)} \\ \phi_{21}^{(1)} & \phi_{22}^{(1)} & \dots & \phi_{2k}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{k1}^{(1)} & \phi_{k2}^{(1)} & \dots & \phi_{kk}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_1; & t-1 \\ \underline{Z}_2; & t-2 \\ \vdots & \vdots \\ \underline{Z}_k; & t-1 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \phi_{11}^{(p)} & \phi_{12}^{(p)} & \dots & \phi_{1k}^{(p)} \\ \phi_{21}^{(p)} & \phi_{22}^{(p)} & \dots & \phi_{2k}^{(p)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{k1}^{(p)} & \phi_{k2}^{(p)} & \dots & \phi_{kk}^{(p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_1; & t-p \\ \underline{Z}_2; & t-p \\ \vdots & \vdots \\ \underline{Z}_k; & t-p \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} a_1 t \\ a_2 t \\ \vdots \\ a_k t \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

وبصيغة المصفوفات

$$\underline{Z}_1 = \underline{\mu} + \phi_1 \underline{Z}_{1-}$$

كما يمكن التعبير عنه كالاتي:

$$(\underline{Z}_t - \underline{\mu}) - \sum_{j=1}^p \phi_j \underline{Z}_{t-j}$$

$$\phi(B) (\underline{Z}_t - \underline{\mu}) = \underline{a}_t \text{ أو } \phi(B) (\underline{Z}_t - \underline{\mu}) = \underline{a}_t$$

where  $\phi(B) =$

كما يمكن صياغته كالاتي:

$$\underline{Z}_t - \sum_{j=1}^p \phi_j \underline{Z}_{t-j}$$

أو

where  $\phi(B)Z_t$

$$\delta = 1 - (\phi - \phi)$$

كما يمكن التعبير عنه بصيغة المصفوفات آخذين في الاعتبار توليفة الابطاء (lag polynomial) كالآتي

$$\phi_{(l)} = 1 - \phi_{1l} -$$

$$\phi_{(l)} a_t$$

كما يمكن التعبير عن عملية VAR بصيغة المتوسطات المتحركة اللانهائية (infinite VMA(q) form كالآتي:

$$Z_{t-\mu} = \sum_{j=0}^{\infty} \Psi_j a$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} \|\Psi_j\| < \infty$$

2. السكون لنماذج الانحدار الذاتي المتعددة (stationary of the vector autoregressive models)

نموذج VAR (P)

$$Z_t = \mu + \Psi_{(B)} a$$

where

$$\sum_{j=0}^{\infty}$$

يكون ساكناً اذا تحقق الشرط التالي:

أن القيمة المطلقة لجميع الجذور المميزة لمحدد  $\phi_p$  اصغر من الواحد

$$\Rightarrow |\det\{\phi_{(B)}\}| =$$

3. التغيرات المشتركة لعملية الانحدار الذاتي المتعدد  
(Auto covariance's of vector autoregressive process)  
باستخدام علاقة (Yule – walker) لعملية (VAR(P)) الساكنة

$$\underline{Z}_t = \sum_{j=1}^P \phi_j \underline{Z}_{t-j}$$

فان قيمة الابطاء  $\underline{Z}_{t-1}$  بمعلومية القيم السابقة  $a_{t-l}$  و  $\underline{a}_{t-l-1}$  يعبر عنها كالاتي  
وذلك بصيغة  $MA$  اللانهائية

$$\underline{Z}_{t-j} = \Psi_{(B)} \underline{a}_{t-j}$$

وهذا يتبع :

1.  $E(\underline{Z}_{t-l} \underline{a}_t) = 0$  , for  $L > 0$
2.  $E(\underline{Z}_t \underline{a}_t) = \Sigma$  نجد ان

$$\begin{aligned} \Gamma(L) &= E(\underline{Z}_{t-L} \underline{Z}_t) \\ &= E \left[ \underline{Z}_{t-L} \sum_{j=1}^P \phi_j \underline{Z}_{t-j} \right] \\ &\text{with} \end{aligned}$$

$$\Gamma(0) = \sum_{j=1}^P \Gamma(-j)$$

هذه العلاقة تستخدم كل  $\Gamma(l)$  بمعلومية مصفوفات المعلمات  $\phi_j$  و  $\Sigma$  وعموماً لأي رتبة  
 $P\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_P)$  و  $\Sigma$  يمكن تحديد حسابها من  $\Gamma(0), \Gamma(1), \dots, \Gamma(P)$  وذلك  
بحل نظام مصفوفة معادلات (Yule – walke)

$$\sum_{j=1}^P \Gamma(L - P) \phi_j^1$$

وهذه المعلومات يمكن كتابتها في صيغة المصفوفة كالآتي

$$\begin{aligned}\Gamma(P)\Phi &= \Gamma(P) \\ \Rightarrow \Gamma(P)^{-1}\Gamma(P) \\ \text{where } \Phi &= \begin{pmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma(P) \end{pmatrix} \\ \Gamma(P) &= (\Gamma(1), \Gamma(2), \dots, \Gamma(P))\end{aligned}$$

حيث :  $\Gamma(P)$  هي مصفوفة  $k_p \times k_p$  ، بـ  $th(l,j)$  وتحسب  $\Phi_j$  من المعادلة:

$$\sum_{j=1}^P \Gamma(l-j) \Phi_j^1 :$$

و  $\Sigma$  تحسب كالآتي

$$\begin{aligned}\Sigma &= \Gamma(0) - \Sigma_{j=1}^P \\ &= \Gamma(0) - \Gamma(P)' \\ &= \Gamma(0) - \Gamma(P)^1 \\ \Rightarrow \Sigma &= \Gamma(0) - \Gamma(P)^1\end{aligned}$$

4. مصفوفة الارتباط الذاتي لنماذج الانحدار الذاتي المتعدد

*Auto correlation matrices for vector auto regressive models*

$$\begin{aligned}P(l) &= V^{\frac{1}{2}}\Gamma(l)V \\ &= P(o) \left[ V^{\frac{1}{2}}\Phi^l \right]\end{aligned}$$

ومن الأمثلة على نماذج الانحدار الذاتي المتعدد من المرتبة الاولى

(*Vector Auto regressive model of order one*) يشار اليه بالرمز  $VAR(1)$  وله

الخواص التالية:

1. الصيغة العامة لنموذج  $VAR(1)$  لقيمة المصفوفات

$$\underline{Z}_t = \Phi \underline{Z}_t + a_t \quad (2-23)$$

2. شرط السكون

من الشرط

$$\det\{1 - \Phi_{(B)}\} = 0$$

إذا كان فقط

$$\det\{\lambda I - \Phi\} = 0$$

$$\lambda = \frac{1}{B}$$

عليه فان شرط السكون لنموذج  $VAR(1)$  هو أن جميع القيم المميزة لـ  $\Phi$  والتي هي عبارة عن محدد  $\{\lambda I - \Phi\}$  يجب أن قيمتها المطلقة أصغر من الواحد

$$i - e$$

$$|\det\{\lambda I - \Phi\}| =$$

ولأي عدد عشوائي  $n > 0$  باستخدام الاتي  $t \geq n$  في الطرف الايمن من المعادلة

$$Z_t = \Phi Z_{t-1} + a_t$$

$$Z_t = \sum_{j=0}^{t-1} \Phi^j a_{t-j}$$

عليه نجد أن القيمة المطلقة لجميع القيم المميزة لـ  $\Phi$  أصغر من الواحد عندما  $n \rightarrow \infty$  ، الذي يتقارب من نموذج المتوسطات المتحركة اللانهائي أي أن

$$Z_t = \sum_{j=0}^{\infty} \Phi^j Z_{t-j}$$

$$\text{with } \sum_{j=0}^{\infty} \|\Phi^j\| < \infty$$

والذي هو ساكن في العادة عليه فان نموذج  $VAR(1)$  يوجد من:

$$\Psi_{(B)} = (I - \Phi)$$

$$\Psi_j = \Phi^j ; j \geq 0$$

بالاضافة الى ذلك فان هيكلية عملية  $t \geq -n$  ، تنتج أو تستخلص من العلاقة:

$$Z_t = \sum_{j=0}^{t-1} \Phi^j a_{t-j}$$

حيث أن التوزيع للقيمة المبدئية  $Z_{-n-1}$  بافتراض أن  $Z_{-n-1}$  مستقلة عن  $\{a_t\}$  لكل  $t > -n$  يتم استنباطه من (a  $k - dimensional vector$ )

$$\underline{Z}_t = (\underline{Z}_{t'}, \dots, \dots)$$

$$as \underline{Z}_t = \Phi \underline{Z}_{t-1}$$

with

$$\underline{a}_t = (\underline{a}_t, 0_1, \dots, 0_1) \text{ حيث } \Phi_{(B)} : \text{يمثل مستغل المعاملات ،}$$

$\Phi = \text{equal } kp \text{ companion matrix } (k \times p)$  مصفوفة حركية في

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

علية فان شرط السكون (*stationary condition*) هو أن جميع القيم المميزة المركبة  $k_p \times kp$  المصفوفة تحت القيمة المطلقة أقل من الواحد.

3. التغاير المشترك لنموذج الانحدار الذاتي المتعدد من الرتبة الأولى:

إذا أخذنا على سبيل المثال نموذج  $VAR(1)$  عندما  $P = 1$

نجد أن لدينا

$$\begin{aligned} 1. \Gamma(0) &= \Gamma(-1)\Phi' + \Sigma = \Gamma(1)'\Phi' + \Sigma \\ 2. \Gamma(1) &= \Gamma(0)\Phi' \end{aligned} \quad (2-26)$$

with

$$\Gamma(l) = \Gamma(1)\Phi'^l$$

$$\Gamma(0) = \Phi\Gamma(0)\Phi'$$

$$\Gamma(1) = \Gamma(0)\Phi'$$

and

$$\Gamma(l) = \Gamma(0)\Phi'^l$$

4. مصفوفة الارتباط الذاتي لنموذج الانحدار الذاتي المتعدد من الرتبة الأولى  $VAR(1)$  :

مصفوفة المعاملات لهذا النموذج يمكن التعبير عنها حيث (*Jordan conical*) كالآتي:

$$\Phi' = \rho_j \rho^{-1}$$

حيث  $\rho$  : مصفوفة غير أحادية (anon singular matrix).

حيث  $j$  : تمثل مصفوفة مثلثية عليا (upper triangular matrix)

لها القيم المميزة  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  في العنصر القطري (diagonal element) فإذا كان :

$$\rho' = \rho_j' \rho^{-1}$$

$$\rho_{(l)} = \rho_{(0)} \left\{ V^{\frac{1}{2}} \rho \right\}$$

حيث تعرف الارتباط في هذا النموذج كخليط من النمط الاسي والجيبى والذي يسلك سلوك دالة الابطاء لا اعتماداً على طبيعة القيم المميزة لـ  $\rho$  تكون القيم المطلقة لها أصغر من الواحد.

## 2-4-2 نماذج المتوسطات المتحركة المتعددة (Vector Moving Average models)

خواص النموذج :

1. الصيغة العامة:

يشار اليه بالرمز  $VAR(q)$  ويعبر عنه بالصيغة التالية :

$$\begin{aligned} Z_t &= -\theta a_{t-1} + \\ Z_t &= \underline{\mu} + \theta(B) \underline{a}_t \\ \theta(B) &= 1 - \theta_1(B) \end{aligned}$$

وعملية المتوسطات المتحركة ذات الرتبة المنتهية  $VMA(q)$  تعرف بواسطة الصيغة

$$\underline{Z}_t = \underline{\mu} +$$

والذي هو دائماً ساكناً ويحقق السببية وذلك لأنه عبارة عن النموذج  $MA$  والذي يعبر عنه كالاتي

:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_t &= \underline{\mu} + \sum_{j=0}^{\infty} \Psi_j \\ &= \underline{\mu} + \Psi(B) \underline{a}_t \\ \Psi_0 &= 1 \\ \Psi(B) &= \theta(B) = \end{aligned}$$

والذي يتجمع تلقائياً (convergent)

2. شرط الانعكاس :

عملية المتوسطات المتحركة المتعددة ، لها القابلية عن الانعكاس ، اذا كان من الممكن التعبير عنها بالصيغة التالية:

$$\underline{Z}_t = \underline{\mu} + \sum_{j=1}^{\infty} \Pi_j$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} |\Pi_j| < \infty$$

$$d(B^*) = \det\{\theta\}$$

$$= \det\{1 - \theta_1 B\}$$

$$\theta^*(B) = \text{Adj}\{\theta\}$$

والذي هو عبارة عن منقول المصفوفة ، عليه وباستخدام العلاقة :

$$\theta(B)^{-1} = 1/de$$

فان نموذج  $VMA(q)$  ينتج :

$$\underline{Z}_t = \underline{\mu} + (1 - \theta_1 B)$$

$$= \underline{\mu} + \underline{a}_t - \sum_{j=1}^q \theta_j B^j$$

والذي يمكن كتابته بصيغة الانعكاس كالاتي :

$$(I/d(B)\theta^*(B))$$

كما تحقق  $\underline{Z}_t$  شرط الانعكاس اذا كانت السلسلة الزمنية الغير منتهية  $(\underline{Z}_t)$  تتجمع أو تلتقي في نقطة واحدة وهي نموذج  $VAR$  اللانهائي.

$$\Pi(B)(\underline{Z}_t - \mu)$$

$$\text{with } \Pi(B) =$$

$$\Pi(B) = \theta(B)^{-1} = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \Pi_j B^j$$



ثابتاً ومستقراً

ولكي يكون نموذج (VMA(q)) قابلاً على الانعكاس يجب أن تكون القيمة المطلقة لجميع الجذور المتميزة لـ  $\theta(B)$  أكبر من الواحد ، أي أن :

$$|\det\{\theta(B)\}| = 0$$

والذي يسمى شرط الانعكاس.

والذي يمكن أن يكتب بالصيغة التالية

$$\Pi(B) (\underline{Z}_t - \underline{\mu}) = (\underline{Z}_t - \underline{\mu}) - \sum_{j=1}^{\infty} \Pi_j (\underline{Z}_{t-j} - \underline{\mu}) \quad (2-36)$$

$$\Pi(B) = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \Pi_j B^j = \theta(B)^{-1} \quad \text{بأن علماً}$$

with

$$\sum_{j=1}^{\infty} \|\Pi_j\| < \infty$$

مصفوفة المعاملات.  $\Gamma_1$  ، يتحصل عليها بمساواة المعاملات في العلاقة:

$$\theta(B)\Pi(B) = 1$$

$$\begin{aligned} \theta(B)\Pi(B) &= (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)(1 - \Pi_1 B - \dots - \Pi_q B^q) \\ &= 1 - (\Pi_1 + \theta_1)B - \Pi_2 - \theta_1 \Pi + \theta_2) \dots \end{aligned} \quad \text{عندما}$$

$$-(\Pi_j - \theta_1 \Pi_j -$$

وبمساواة معاملات المصفوفات بالقوى المختلفة لـ  $B^j$  في العلاقة

$$\theta(B)\Pi(B) = 1$$

لكل  $j = 1, 2, \dots$  نتحصل على :

$$\Pi_j - \theta_1 \Pi_j - 1$$

$$\text{wher } \Pi_0 = -1$$

### 3. مصفوفة التغيرات المشتركة :

مصفوفة التغيرات المشتركة المستعرضاً النقطي (cross-covariance matrix) لنموذج VMA

(q) نتحصل عليه بمعلومة  $\theta_1$  و  $\Sigma$  وكالاتي:

$$\begin{aligned}
\Gamma(l) &= cov(Z_t, Z_{t-l}) \\
&= E[(a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_{q-1} a_{t-(q-1)}) (a_{t-l} - \theta_1 a_{t-l-1} - \dots - \theta_{q-1} a_{t-l-(q-1)})] \\
&= - \sum_{k=0}^{q-1} \theta_k' \sum_{j=0}^{q-1-k} \theta_j \\
&= \sum_{k=0}^{q-1} \theta_k \sum_{j=0}^{q-1-k} \theta_j'
\end{aligned}$$

with

$$\begin{aligned}
\Gamma(0) &= -l \\
\Gamma(-l) &= \Gamma(l)'
\end{aligned}$$

حيث

$$\Gamma(l) = 0$$

مصفوفة الارتباط

لعملية VMA (q) نجد أن جميع مصفوفات الارتباط المستعرضة تساوي الصفر عند إبطاءات أكبر في q.

## 2-4-3 نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المتعددة

**(Vector Auto regressive moving Average models)**

يشار إليها بالرمز VARMA (P,q)

1- الصيغة العامة:

يمكن التعبير عنه بالصيغة التالية

$$(Z_t - \mu) - \sum_{j=1}^p \theta_j (Z_{t-j} - \mu)$$

$$\phi(B) (Z_t - \mu) = a_t$$

where  $\phi(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_p B^p$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_p B^p$$

at: عبارة عن قيمة تشويش أبيض بمتجه متوسطات صفر ومصفوفة تباين  $\Sigma$ . كما يمكن كتابته وفقاً للصيغة التالية.

$$\phi(B)z_t = \delta + (1 - \delta)z_{t-1}$$

2- السكون والانعكاس لنماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة المتعددة.

شرط السكون والانعكاس لعملية  $VARMA(p, q)$  يشبه حالة نموذج  $VAR(p)$  و  $VMA(q)$  بالتوالي تحت شرط السكون نجد أن القيمة المطلقة لجميع الجذور لمحدد  $\phi(B)$  أكبر من الواحد

$$|\det\{\phi(B)\}| = 0$$

حيث يتقارب نموذج  $VARMA(p, q)$  من نموذج  $VMA(q)$  اللانهائي كالآتي :

$$z_t = \mu + \psi(B)z_t$$

$$\text{where } \psi(B) = 1 - \theta(B)$$

وكما هو الحال في نموذج  $AR(p)$  نجد أن المعاملات  $\psi_j$  يمكن تحديدها وإيجادها من العلاقة

$$\phi(B)\psi_j = \theta(B)$$

وذلك بمساوات معامل المصفوفات في هذه العلاقة حيث أن

$$\psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} + \dots + \phi_j$$

$$\text{where } \psi_0 = 1$$

$$\text{and } \theta_j = 0$$

تحت شرط الانعكاس نجد أن القيم المطلقة لجميع الجذور المميزة أكبر من الواحد.

$$|\det \theta(B)| = 1$$

كما أن  $\{z_t\}$  تتقارب من نموذج  $VAR(p)$  اللانهائي كالآتي :

$$\Pi(B) = \theta(B)^{-1}$$

$$= 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \Pi_j B_j$$

ويمكن تحديد الاوزان  $\Pi_j$  بمساواة معاملات المصفوفات في العلاقة :

$$\theta(B)\Pi(B) = \emptyset$$

والتي تحقق:  $\Pi_j = \theta_1 \Pi_{j-1} + \theta_2 \Pi_{j-2} + \dots + \theta_q \Pi_{j-q} + \emptyset_j$   $j = 1, 2, \dots$

$$\text{where } \Pi_0 = -1$$

3. مصفوفة التغيرات :

$$\Gamma(l) = \sum_{j=0}^{\infty} \Psi_j \sum$$

ويتبع ذلك أن الدالة المولودة لمصفوفة التغيرات والتي تعطى بالصيغة التالية

$$g(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \Gamma(l)$$

ولتوضيح العلاقة بين مصفوفة التغيرات لنموذج  $VARMA(p,q)$  المتعددة ومن نموذج  $MA$  اللانهائي.

نجد أن

$$E[(Z_{t-1} - \mu)a_t]$$

وباستعمال العلاقة :

$$(Z_t - \mu) - \sum_{j=1}^P$$

نجد أن مصفوفة التغيرات :

$$\Gamma(l) = E[Z_{t-1}]$$

والتي تحقق العلاقات :

$$\begin{aligned} cov(Z_{t-1}, Z_t) \\ = \\ - \end{aligned}$$

andhence :

$$\Gamma(l) = \sum_{j=1}^p \Gamma(l - j)$$

وبالتجميع نجد أن :  $\theta_o = -1$

$$\Gamma(l) = \sum_{j=1}^p \Gamma(l - j)$$

ومن الملاحظ أن آخر المعادلات لـ :  $l = q + 1, \dots, q + p$

تمثل مجموعة من المعادلات الخطية في  $\emptyset_1, \dots, \emptyset_p$  التي يمكن استخدامها في تحديد  $\emptyset_j$  من  $\Gamma(l)$  وهو نظام المعادلات الخطية (system of linear equations)

$$\Gamma(l) = \sum_{j=1}^p \Gamma(l - j)$$

والتي لها حلاً وحيداً لمعامل المصفوفات  $\emptyset_j$  وفَعَّال لـ  $\Gamma(l)$  على شرط استخدام مصفوفة ملائمة  $kp \times kp$ .

$$\Gamma(l - j) ;$$

وهنا الحل الوحيد لـ  $\emptyset_j$  يتطلب :

$$rank[\emptyset_p, \theta_q] =$$

2-5 مراحل تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات :<sup>(9)</sup>

تحليل السلاسل الزمنية يمر بأربعة مراحل هي :

2-5-1 مرحلة التشخيص:

1. تحديد نوع النموذج وذلك باستخدام دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي

جدول رقم (1-2). سلوك دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي.

النموذج	دالة الارتباط الذاتي (ACV)	دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF)
VAP (P)	تقترب من لعنصر تدريجياً	تساوي الصفر بعد الفجوة الزمنية P
VMA (q)	تساوي الصفر بعد الفجوة الزمنية q	تقترب من الصفر تدريجياً
VARMA (p,q)	تقترب من الفجوة تدريجياً	تقترب من الصفر تدريجياً

2. إختيارية النموذج :

وهناك معايير لاختيار هذه الرتبة يمكن ذكرها كما يلي :

**1- مقياس التقدير الاعظم : likely hood Ratio criterion**

ويعبر عنه بالصيغة التالية

$$m_m = - \left( N - l \right)$$

$$N = T - M$$

where  $SM$ : عبارة عن مصفوفة مجموع المربعات للاخطاء

**2- مقياس اكاكي للمعلومات : (Akaike's information criterion)**

ويرمز له اختصاراً بالرمز AK والذي له الصيغة التالية

$$Aic_{\gamma} = [-2 \log$$

$$\simeq \log(|\hat{\Sigma}|) + 2\gamma$$

علماً بأن

$\gamma$  = تمثل عدد المعلمات

$\Sigma$  = تمثل مصفوفة التغاير للبواقي

**3. قياس شوارتز (Schwartz Bayesian criterion)**

يرمز له بالرمز اختصار ب BIC وله الصيغة التالية

$$(2-50) \text{Bi cr} = \log \left| \sum_r \right| + r \log(T)/T$$

#### 4. مقياس خطأ التنبؤ النهائي final prediction Error criterion

يرمز له اختصاراً بالرمز (FPE) وله الصيغة التالية

$$\text{FBEm} = \det \left[ [1 + (mk/T) \sum_r \right] \quad (2-51)$$

علما بان

$$\sum_r = (T)(T-mk) \sum_r$$

تشير ان مصفوفة التغير للبواقي المقدرة يتم اختيار النموذج اعتماداً علي هذه المنقاييس باختيار النموذج صاحب اقل قيمة للمقياس المستخدم

#### 2-5-2 مرحلة التقدير

هنالك طرق كثيرة لتقدير نماذج السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات ، تاخذ منها علي سبيل المثال طريقة المربعات ((least squares method)) لتقدير VAR(P) كالاتي :  
ومن الامثلة عن ذلك تقدير نموذج الانحدار الذاتي المتعدد من الرتبة الاولى الساكن VAR كالاتي :

$$Z_t = \mu + \phi(z_{t-1} - \mu)$$

$$Z_t = \delta + \phi_1 z_{t-1} + a_t \quad \text{for } t = 1, 2, \dots, T$$

Letting

$$Z = [z_2, z_3, \dots, z_t]$$

$$\phi_1' Z = XB + a$$

$$B = (\delta, \phi_1)'$$

والتي تمثل صيغة النموذج الخطي المتعدد ، بمتجه مشاهدات يساوي N=T-1

اذن فان مقدار المربعات الصغري لكل من  $B = \phi_1'$  تعطي بالصيغة التالية

$$\hat{\phi}_s' = (\hat{x}'\hat{x})^{-1} \hat{x}\hat{y} = \left[ \left( \sum_{t=2}^T z_{t-1} - z_1 \right) (z_{t-1} - z_n) \right] \left[ \sum_{t=2}^T z_{t-1} - z_0 \right]$$

علماء بان :

ومقدرات  $\sum$  هي :

$$\sum = \left[ \left( \frac{1}{N} - (K + 1) \right) \right] S_1$$

علماء ان :

$$S_1 = \sum_{t=2}^T \hat{a}_t \hat{a}_t'$$

والذي هو عبارة عن مصفوفة مجموع مربعات الخطاء :

$$\hat{a}_t = (z_t - \bar{z}_0) - \hat{\phi}_1 (z_{t-1} - \bar{z}_1)$$

والذي يمثل متجهات الاخطاء عليية يمكن اثبات اذا عرفنا :

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_1 &= \text{vec} \left( \hat{\phi}_1 \right)' \\ \phi &= \text{vec} \left( \phi_1 \right)' \end{aligned}$$

ان التوزيع للقيمة

$$N = T - 1 \rightarrow \infty$$

$$N (\hat{\phi} - \phi)$$

هو التوزيع الطبيعي المتعدد أي  $N(\emptyset, N^{-1} \Sigma \Gamma(0))$

يتبع ذلك عندما  $N$  كبيرة فان توزيع  $\hat{\phi}$  هو تقريبي

$$\Rightarrow N \left( \emptyset, N^{-1} \sum \epsilon \right)$$

هذا التوزيع التقريبي ، يمكن أن يمثل مقدر متنسق



$$N(\hat{x}\hat{x})^{-1} = (N^{-1}$$

$$as N \rightarrow \infty =$$

$$(\hat{x}'\hat{x})^{-1} = N^{-1}]$$

وعندها  $N$  كبيرة ، فاننا نرى أن تقدير المربعات الصغرى لـ  $\phi_1$  نموذج (1) VAR الساكنة تشبه خصائص المربعات الصغرى في النماذج الخطية المتعددة القياسية، كما نلاحظ أن:

$$corr(\hat{\phi}) = P(\Sigma$$

$$p(\Sigma) = p\Sigma p \text{ وعلى سبيل المثال}$$

$$with \quad p = Diagonal$$

الذي يشير الى مصفوفة الارتباط بدلالته  $\Sigma$ :

ونلاحظ اذا تمت كتابة  $\phi_1$  بالصيغة :

$$\phi'_1 = (\phi_1, \phi_2, \dots$$

$$Z_{it} - \mu = (Z_{t-1}$$

حيث أن  $\phi_i$  : تمثل معاملات الانحدار الذاتي لعدد  $i$ th متغير  $Z_{it}$

عليه فإن :

$$cov(\hat{\phi}_j) = \hat{\delta}_{ii}(\hat{x}$$

$$cov(\hat{\phi}_i' \hat{\phi}) \hat{\delta}_{ii}(\hat{x}$$

$$corr(\phi_i, \phi_j) =$$

تقدير نموذج الانحدار الذاتي المتعدد من رتبة أعلى، تستخدم طريقة المربعات الصغرى وكالاتي :

نموذج الانحدار الذاتي المتعدد الساكن من الرتبة  $M$  يمكن التعبير عنه كالاتي :

$$Z_t - \mu = \sum_{j=1}^M \phi_j$$

$$= \phi_{(m)} \bar{x}_t + a_t \epsilon$$

$$\bar{x}_t = [(Z_{t-1} - \mu$$

$$\text{and } \phi'_{(m)} = (\phi$$

كما يمكن التعبير عن النموذج كالاتي

$$\underline{Z}_t = \delta + \sum_{j=1}^m \phi_j$$

$$x_t = [1, Z'_t, \dots, Z'_$$

$$\text{and } B^1 = (\delta, \phi$$

يمكن تعريف مصفوفة  $N \times k$  بـ  $N = T - M$  وكالاتي :

$$Z = [Z_{m=1}, Z_{m=}$$

$$at = [a_{m+1}, \dots,$$

والمصفوفة  $N \times (mk + 1)$  تماماً تمثل صف من

$$\gamma'_{t,m} = [1, Z'_{t-1},$$

$$t = m + 1, \dots, T$$

$$\underline{Z} = \underline{x}B + a_t \epsilon$$

والتي تمثل الصيغة العامة للنموذج الخطي المتعدد بمتجه مشاهدات يساوي

$$N = T - M$$

عليه يمكن توضيح طريقة LSE في التقدير لنموذج AR(M) كالاتي

$$B^* = \phi_{(m)}$$

$$\Rightarrow \hat{\phi}_{(m)} = (\hat{x}' \hat{x})$$

where

$$\hat{x}' \hat{x} = \sum_{t=m+1}^T \bar{Z}_t,$$

$$\bar{x}' \hat{Z} = \sum_{t=m+1}^T \bar{Z}_t,$$

$$Z = [(Z_{m+1} - \bar{z}$$

والمصفوفة  $N \times mk$  لها نفس الصف

$$t = m + t, \dots, T$$

$$\gamma'_{t,m} = [(Z_{t-1}, \bar{z}$$

$$with \quad \bar{Z}_{(i}$$

ومقدر  $\Sigma$  هو

$$\hat{\Sigma} = (N - (km \cdot$$

$$sm = \sum_{t=m+1}^T \hat{a}_t,$$

with

$$\hat{a}_t = (Z_t - \bar{Z}_{(0)}$$

$$\hat{\delta} = \bar{Z}_{(0)} -$$

واذا عرفنا

$$\hat{\varnothing} = Vec(\varnothing_{(m)})$$

$$\varnothing = Vec(\varnothing_{(m)})$$

ويمكننا تحت شرط السكون اثبات أن

$$N^{\frac{1}{2}} = (\hat{\varnothing} - \varnothing)$$

تقترب من التوزيع الطبيعي

$$N(0, \Sigma \otimes \Gamma(m))$$

$$\Gamma(m) = E(\hat{x}_t \hat{x}_t^{\top})$$

لها  $(l, j)$  مصفوفة قطاع تتساوى  $\Gamma(i - j)$

$$\hat{\varnothing} = (1_k \oplus (\hat{x} \hat{x}^{\top})$$

so that  $i$

$$\hat{N}^{\frac{1}{2}} \text{vec}(\hat{x}'a_t)$$

$$\xrightarrow{D} N(0, \Sigma \otimes \Gamma(r$$

وفي التطبيق نجد أنه من السهل

$$N^{-1}\hat{x}\hat{x} = N^{-1}t$$

والتي تتقارب احتمالياً إلى  $\Gamma(m)$  شرط  $N \rightarrow \infty$

## 3-5-2 الفحص والتدقيق

من اهم الطرق المستخدمة لفحص وتدقيق ملائمة النموذج استخدام احصائية q والتي تستخدم لاختيار ان مقدرات البواقي معنوية ام غير معنوية وذلك اعتماداً علي مصفوفات التباير الذاتي للمقدرات البواقي حيث يتم اختيار الفرضية

$$H_0 = \gamma_1 = \dots = \gamma_k = 0$$

اي انها تمثل تشويش ابيض أم لا

$$\gamma_k = (\gamma_{ij}, (k))$$
 علما بان

تمثل مصفوفة k+h تباير ذاتي مشترك تقاطعي للبواقي  $\hat{a}_j, \hat{a}_i$  ويعبر عنه بالعينة التالية

$$\gamma_{ij}(k) = E(\hat{a}_{ij}, i-k, a_i, t)$$

علما بان العناصر النظرية تتيح التباير الذاتي العادي  $\gamma_k$  حيث يتم استخدامة في حساب احصائية Q وكالاتي :

$$Qh = t \sum_{k=1}^n t \gamma(\hat{\gamma}_k, \hat{\gamma}_k^{-1} 0, \hat{\gamma}_k, \hat{\gamma}_k^{-1} 0)$$

$$\hat{\gamma}_{ij} k = (\hat{\gamma}_{ij}, (k))$$
 علماً بان :

$$\gamma_{ji}k = \frac{1}{t-k} \sum_{i=k}^t \hat{a}_{t-k}, \hat{a}_{t,i}$$

وهذه الاحصائية تقارن بقيمة  $p^2(h-k)$  فاذا كانت البواقي غير معنوية , فان النموذج ملائم لوصف البيانات

## 4-5-2 forecasting: التنبؤ

اذا اخذت علي سبيل المثال نماذج ARMA المتجهه عند الزمن T اي العملية  $[Z_S, S \leq T]$

واذا اخذنا في الاعتبار مشكلة التنبؤ بالقيم المستقبلية  $Z_{T+1}$  علماً بان  $T=1,2,\dots$  في هذه الحالة والغرض التنبؤ نفترض ان النموذج للعملية  $(X_T)$  معلوم ومحدد والذي يحتوي علي معلومات النموذج, بالرغم من ذلك وفي التطبيق فان النموذج فيجب ان يجزاء علي معلومات المقدرة من العينة والاحطار وفقاً للنموذج المقدر والتي لديها الفاعلية القصوي في خواص التنبؤ للعينات كبيرة الحجم.

علية فان المشكلة العملية او التطبيقية للتنبؤ بالقيم المستقبلية اعتماداً علي قيم سابقة  $Z_1, \dots, Z_T$  يعتمد علي الاتي:

1/ التنبؤ بقيم متوسط مربع الخطاء الاصغر minimum mean square prediction جعل اجراء عملية التنبؤ , يجب التعرض لبعض الاساسيات .

اذا اخذنا  $Z, X$  ذواتا البعد k والبعد h لمتجهات عشوائية علي التوالي ويفترض التنبؤ او التقدير قيمة غير معروفة لـ Z اعتماداً علي الدالة المتجهه لـ X

$$\hat{z} = g(x)$$

فان مصفوفة مجموع مربعات الخطاء المقدرة لـ Z هي :

$$E(z - \hat{z})(z - \hat{z})'$$

وبتصغير مجموع مربعات الخطا (MSE) للمقدر لـ Z :

$$\Rightarrow \hat{Z} = g^*(x)$$

من خلال تصغير قيم X و Z الممكنة  $b \Rightarrow E(b'z - b'\hat{z})^2 = b'E(z - \hat{z})b$

بمتجهه الثوابت  $kX1$  الغير صفري، علىه فان مجموع مربعات الخطاء الاصغر يعطي بالصيغة التالية :

$$\hat{z} = E(z/x)$$

علىه فان التوقع الشرطي لـ  $z$  بمعلومية  $x$  للخطا يعطي بالصيغة التالية :

$$a = z' - \hat{z} = z - E(x/y)$$

كما يمكن التعبير عنه كدلالة خطية

$$\hat{z}' = a + Bx$$

$$\text{MSE } \hat{z} = uz + \sum_{zx} \sum_{xx}^{-1} (\bar{x} - \mu x) \text{ علىه فان}$$

بخطاء مقدر هو :

$$\hat{a} = z - \hat{z}'$$

ومتوسط صفري ، ومصفوفة متوسط مربع الخطأ المقدر

$$\text{cov}(a_t) = \text{cov}(z - \hat{z}) = \sum_{zz} - \sum_{zx} \sum_{xx} \sum_{xz}$$

$$\mu_z = E(z)$$

$$\mu_x = E(X)$$

$$\sum_{zz} = \text{COV}(Z)$$

$$\sum_{zx} = \text{COV}(Z, X)$$

$$\sum_{xx} = \text{COV}(X)$$

وفق ذلك فان ذلك الخطاء المقدر لاتقل المقدرات الخطية مستقلاً عن  $X$  اي

$$E(a^*/y) = 0$$

فان  $\hat{z}'$  لديها اصغر متوسط مربع خطاء مقدر اي :

$$\hat{z}' = \hat{z} - E(z/x)$$

والذي يعبر عنه بالعينة بالصيغة التالية

$$a = \bar{a} = z - \hat{z}$$

والذي له مصفوفة تغيرات يعبر عنها كالآتي :

$$\text{cov}(a') = \sum_{zz} - \sum_{zx} \sum_{xy} \sum_{xz}$$

2/ التنبؤ لعملية p,qVARMA ومصفوفة التغيرات للاخطاء المقدرة التنبؤات في نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المتجهه

$$\phi(B)z_t = \theta(B)U +$$

تعرف ان سلسلة التشويش الأبيض و a هي عبارة عن متجهات عشوائية مستقلة وطبيعية في حالة السكون فان نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المتجهه لديها صيغة MA اللانهائي .

$$z_t = \psi(B)^{-1} A_T$$

$$\psi(B) = \psi(B)^{-1} \theta(B) = \sum_{j=0}^{\omega} \psi_j a_{t+i-j} : \text{ علما بان}$$

والقيم المستقبلية لهذه العملية عند الزمن t+L يمكن توضيحها كالآتي

$$z_{t+l} = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t+l-j}$$

وعليه فان :  $a_{t-L+h}, h < 0$

مستقلة عن القيم المستقبلية و الماضية  $z_t, z_{t-1}$  عليه

$$E(a_{t+L} | x_t, z_{t-1}, \dots) = 0$$

اذن ومن النتيجة نجد ان مصفوفة مجموع مربعات الخطاء المقدرة ل  $z_{t+1}$  تعتمد علي  $z_t$  و  $z_{t-L}$  والتي يعبر عنها كالآتي :

$$\hat{z}_t(l) = E(z_{t+1} | z_t, z_{t-l}) = \sum_{j=0}^{\omega} \psi_j a_{t,l,j}$$

والصيغة المقدرة  $Z_t(l)$  يمكن توضيحها أو شرحها كدالة خطية من القيم السابقة والمقدرة  $z_t, s$  وتحت شرط الانعكاس نجد ان كلا من  $at+l-j$  يمكن كتابتها كدالة خطية من  $Z_{t,s}$  باستخدام صيغة نماذج الانحدار الذاتي اللانهائي لهذه العملية اذن فان:

$$a_t(l) = z_{t+l} - \hat{z}_t(l) = \sum_{j=0}^{l-1} \Psi a_{t+j}$$

بمتوسط صفري ومصفوفة تغاير

$$\sum_i \text{cov}(a_t(l), a_t(l)) = E[(a_t(l) a_t(l))']$$

$$\sum_{j=0}^{l-1} \Psi_j \sum_{i=0}^{l-1} \Psi_i = 1$$

وفي التطبيق عند  $l=1$  نجد ان

$$a_t(l) = z_{t+1} - z_t(l) = a_{t+1}$$

ومصفوفة التقاير للخطأ عليه فان سلسلة التشويش الابيض  $a_t$  يمكن التعبير عنها (sequence of one-step ahead forecast errors) كمفردات للتنبؤ بخطوة واحدة .

والتي تتبع الصيغة التالية :

$$a_t(l) = \sum_{j=0}^{\infty} \Psi_j a_{t+l-j}$$

والاخطاء المقدرة  $a_t(l+i), a_t(l)$

عبر فترات زمنية تختلف تعتمد علي تنبؤات مشابهه وكالاتي :

$$\text{cov}(a_{t+1}(l), a_t(l+i))$$

$$= E[a_{t+1}(l) a_t(l+i)]'$$

$$\sum_{j=0}^{i-1} \Psi_j \sum_{i=0}^{l-1} \Psi_i = 1, \text{ for } i \geq 1$$

مع ملاحظة انه في نماذج  $(p,q)$ VARMA واذا افترضنا ان الاخطاء غير مستقلة (uncorrelated) عليه فان :



$$z_t(l) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \sum \psi_i - a_t + l - j$$

يعطي افضل مجموع مربعات خطأ MSE للمقدر  $z_{t+L}$  ولكنه ليس الافضل عموماً ما لم يحقق الشرط التالي  $E(a_{t+L}/z_t, z_{t-1}, \dots)$

وفي حالة عدم الاستقرار فان نتيجة التنبؤ تشبه :

$$\Sigma_t(l) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \sum \psi'_i, \psi_0 = 1$$

والتي يمكن حسابها اعتماداً علي استخدام عمليات المتوسطات المتحركة المنتهية والتي تكون في حالة السكون كالاتي

$$\Sigma(l) = \text{cov}(a_t(l))$$

والتي تتقارب من

$$\Gamma(0) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \sum \psi_i - a_s \rightarrow \omega$$

ايضا  $\Sigma(l)$  عند فترة زمنية كبيرة  $L$  تتقارب الي مصفوفة التغاير وفي الحالة السلسلة غير الساكنة فان :

$$\Sigma(l) = \text{cov}(a_t(l))$$

تتوزع ايضاً توزيع طبيعي متعدد اي :

$$N \sim [0, \Sigma(l)]$$

$$\Sigma(l) \text{ حيث } \Sigma(l) \text{ تعطي كالاتي } \sum_{j=0}^{l-1} \psi_j \sum \psi'_j$$

ويتبع هذا ان العناصر القطرية (تباينات الخطاء المقدر)  $\delta_{ij}(l), \Sigma(l)$  تستخدم معاً عند نقطة التنبؤات وهذه الصيغة يتم حسابها اي  $\Sigma(l)$  لكتابة نماذج المتوسطات المتحركة اللانهائية بمعلومية التشويش الابيض للاخطاء القياسية وعندما

$$\Sigma = \text{cov}(a_t)$$

والتي هي موجبة التعريف, فان مصفوفة مثلثية دنيا (lowertriangular matrix) عناصر قطرية موجبة اي ان :

$$\sum = \psi_0, \psi_0'$$

Where  $\psi_0, \psi_0'$   
where

$$\psi_i = \psi_0, \psi_0'$$

$$with, cov(a_t) = 1$$

$$and, z_t = \sum_{j=0}^{t-1} (i) = \sum_{j=0}^{t-1} \psi_i \psi_i'$$

وفي هذه الصيغة فان عناصر المصفوفات  $\psi_j$  في بعض الاحيان تتبع مصفوفات الحد الثابت والتي تشير الي تاثير مكونات عملية الاخطاء القياسية علي مكونات العملية  $z_t$  عند ابطاءات مختلفة بالاضافة الي ذلك فان اختبار العناصر القطرية في العلاقة :

$$\Sigma(l) = \sum = \psi_i, \psi_j'$$

يمكن التعبير عنة كجزء تتبؤ الخطاء عند خطوة L .

$s_{ij}(l)$  (l.steps ahead forecast error) كمصفوفة حركية من تباينات الاخطاء المركبة ولكن حركية سلسلة زمنية  $Z_T$  بعدد  $i^{th}$  ولكن حركية سلسلة زمنية  $i^{th}$  عنصر قطري

ولـ  $\psi_0, \psi_0'$  والتي هي عبارة عن مجموع المربعات للعناصر في الصف رقم  $i^{th}$  ومن الامثلة علي دالة التنبؤ VARMA والتي يمكن توضيحها كالآتي :

$$(1 - \theta r)(z_t - \mu) = (1 - \theta R)a_t \text{ الصيغة لهذا النموذج}$$

$$\hat{z}_t(l) = \mu + \phi(z_t(l-1) - \mu)$$

$$= \mu + \phi(\hat{y}_t(l-1) - \mu)$$

$$\mu + \phi(z_t(l-1) - \mu)$$

$$\psi_i = \phi^{j-1}(\phi - \theta)$$

$$\sum = cov(a_t(l))$$

$$\sum (j) = \sum + \sum_{j=1}^l \phi^{j-1} (\phi - \theta) \sum_{j=1}^l (\phi - \theta)' \phi'^{j-1} \text{ : ولدینا}$$

### 3-1 تمهید

فی هذا الفصل سوف نقوم بتطبيق الفصل السابق من نظريات وتعريفات على البيانات، والبيانات هي عبارة عن كمية الامطار ودرجات الحرارة والرطوبة خلال (2008-2012) في مدينة القضارف بغرض الحصول على تقدير نموذج مناسب يمكن من خلاله التنبؤ به وقد تم الحصول على بيانات البحث من الهيئة العامة للإرصاد الجوية، وقبل التحليل يجب أن نذكر بعض المعلومات عن مدينة القضارف الهيئة العامة للإرصاد الجوية.

### 3-2 نبذه تعريفیه عن ولاية القضارف وهيئة الارصاد الجوية

تقع الولاية في شرق السودان بين خطى عرض 12-17 درجة شمالاً وجنوباً وبين خطى طول 34-36 درجة شرقاً وغرباً وتحدها من الناحية الشرقية ولاية كسلا والحدود الاثيوبية ومن الناحية الغربية ولاية الجزيرة وفي الجنوب الغربى ولاية سنار ومن الناحية الشمالية ولاية نهر النيل ومن الشمال الغربى ولاية الخرطوم من الناحية الجنوبية ولاية النيل الازرق، تبلغ مساحة ولاية القضارف حوالى 71, 621, 33 كلم مربع، و يبلغ عدد سكان ولاية القضارف حوالى 1,724,620 نسمة حسب التعداد السكاني سنة 2005، تقطن ولاية القضارف مجموعات أثنية من داخل السودان تمثل مختلف قبائله، وأخرى ذات أصول من خارج السودان،

كالاثيوبيين والاريتريين، والصوماليين، والاقباط المصريين وغيرهم، وقد تكونت هذه التركيبة الاجتماعية المتنوعة بسبب الهجرات التي حدثت إبان الحكم التركي وفترة الثورة المهدية ونتيجة للتطور الذي أحدثته الزراعة الآلية في الولاية. وقد اندمجت هذه المجموعات وتعايشت في مجتمع متعدد الثقافات، ويدين السكان بالاسلام والمسيحية. تمر عبر أراضي الولاية عدة أنهار ووديان وهي في طريقها نحو النيل وتشكل موردا مهماً من الموارد والأنهار هي: نهر عطبرة وباسلام وستيت والرهـد . ولهذا الأخير له عدة فروع في منطقة الفاو. ورغم غزارة الأمطار الموسمية بالولاية التي يصل متوسطها في بعض المناطق 900 ملمتر في السنة. وتوفر الأنهار ووديان بالولاية ، إلا أن أجزاء كبيرة من الولاية تعاني من شح المياه في مواسم الجفاف. تتأثر ولاية القضارف بالأمطار إيجاباً وسلباً فإيجاباً تعتمد معظم المشاريع الزراعية في ولاية القضارف على الأمطار. أما سلباً فكثر الأمطار التي تحدث أحيانا غالباً ما يترتب عليها خسائر فادحة من تدمير للمنازل والمزارع وغير ذلك من الأضرار. ويهتم علم الأرصاد الجوية بدراسة ما يدور في الغلاف الجوي المحيط بالأرض وتقلبات الطقس والمناخ وتأثيرها على حياة الإنسان وتقوم هيئة الأرصاد الجوية برصد العناصر الجوية وتحليلها بهدف تقديم الخدمات المطلوبة لسلامة الملاحة الجوية والبحرية بالإضافة إلى الخدمات في مجال الزراعة والرعي وغيرها من مجالات التنمية والبحوث العلمية. وتشمل تلك الخدمات التنبؤات والتنبيهات الجوية والبيانات المناخية والإحصائيات والتحليلات. يرجع تاريخ بداية الرصد الجوي في السودان إلى أواخر القرن الماضي حيث أنشئت أول محطة للرصد عام 1880 م بمدينة سواكن على ساحل البحر الأحمر، وفي عام 1891 م افتتحت محطة وادي حلفا وكان ذلك تحت إشراف الجيش المصري. بحلول عام 1905 م كانت هناك سبع محطات عاملة، أرتفع عددها إلى ست عشر محطة ، منذ أوائل القرن الحالي تولت مصلحة المساحة الإشراف على محطات الرصد الجوي وكنت القراءات ترسل مصلحة الطبيعيات بوزارة الأشغال المصرية نظراً لأهمية تلك القراءات في ضبط مياه النيل ومن المؤسف أن تلك المحطات التي بدأت مبكرة لم تنظر عملية الرصد إلا في بداية الثلاثينات . ولم تتبلور فكرة إنشاء إدارة لتتولى الإشراف على تلك المحطات إلا في أواسط الثلاثينات حينما أدركت الإدارة البريطانية انذاك أهمية خدمات الأرصاد الجوية لسلاح الطيران الملكي الذي كانت طائراته تعبر الأجواء السودانية متجهة إلى شرق وجنوب افريقيا والشرقيين الأدنى والاقصى، واستقر الرأي على إنشاء إدارة للأرصاد الجوية واتبعت الى مصلحة البريد والبرق في عام 1937م باعتبارها المصلحة التي تمتلك وسائل الاتصالات السلكية واللاسلكية اللازمة لنقل تقارير الأرصاد من المحطات الخارجية هذا بالإضافة الى عدداً من وكلاء مكاتب البريد والبرق كانوا يقومون بمجال الرصد الجوي في المحطات الفرعية بعد ان ينالوا تويباً خاصاً لفترة قصيرة . والجدير بالذكر أن عدداً من المحطات الحالية لازالت تحت إشراف وكلاء البريد والبرق. وفي المقابل الخدمات التي كانت تقدمها إدارة الأرصاد الجوية فقد التزم سلاح الطيران الملكي بدفع جزء من ميزانيتها. نتيجة لهذه المساهمة المالية عمد المسؤولون البريطانيون إلي الحد من الصرف علي هذا المرفق حتى يتقلون كاهل الخزينة البريطانية وأدى الى الركاد الذي لازم المصلحة لعدة سنوات. بدأ الاهتمام بتطوير مصلحة الأرصاد الجوية في السودان بعد المؤتمر العالمي للأرصاد الجوية الذي عقد في واشنطن بالولايات المتحدة في عام 1947 م بعد نهاية الحرب العالمية الثانية للبحث في وسائل وطرق النهوض بخدمات الأرصاد الجوية وتطويرها في جميع انحاء العالم . وفي عام 1951 م أنشئت المنظمة العالمية للأرصاد الجوية كإحدى الوكالات المتخصصة لهيئة الأمم المتحدة ، وصنفت المنظمة الاسس والمستويات الخاصة بعمليات الرصد الجوي وكثافة شبكات المحطات

ومستويات الخدمات الجوية والمناخية التي تقوم لمختلف المنتفعين بها، وحينذاك قام المسؤولون بمجهودات للوفاء بالالتزامات الاقليمية والدولية وخاصة في مجال الملاحة الجوية، وفي عام 1955 م أصبح السودان يتمتع بالعضوية الكاملة في المنظمة العالمية للأرصاد الجوية بعد الحصول على الاستقلال وتولى أحد السودانيين من ذوى الخبرة الطويلة إدارة المصلحة. وظلت الارصاد الجوية تابعة لمصلحة البريد والبرق حتى عام 1966 م حيث صدر قرار من مجلس الوزراء بإنشاء مصلحة مستقلة تابعة لوزارة المواصلات واستمرت حتى عام 1971 م حيث اتبعت لوزارة الدفاع ومنذ عام 1976 م أصبحت المصلحة لرئاسة مجلس الوزراء باعتبارها مصلحة تقدم خدمات لعدد من مرافق الدولة وشهدت المصلحة تطويراً كبيراً خلال السنوات الماضية إذ اتسعت شبكة المحطات ودعمت المحطات بأحداث الاجهزة مثل الاجهزة الالكترونية لرصد طبقات الجو العليا وإنشاء شبكة الزوابع الرعدية بالرادار ومحطة الالتقاط صور أقمار الرصد الجوي الصناعية وإنشاء شبكة الاتصالات اللاسلكية لربط المحطات الخارجية بالخرطوم وربط الخرطوم بالعالم الخارجى.<sup>(10)</sup>

### 3-3 بيانات البحث

تم الحصول علي البيانات البحث من الهيئة العامة للإرصاد الجوية وهي عبارة عن كميات الأمطار مقاسة بالملم المكعب والرطوبة ودرجات الحرارة في الملحق رقم(1). وفقاً لما تم سرده في الفصلين الثاني والثالث تمت معالجة البيانات باستخدام بعض البرمجيات الجاهزة مثل SPSS Minitab و stata وذلك للتوصل إلى نموذج السلسلة الزمنية متعدد المتغيرات المناسب.

### 4-3 وصف البيانات

بالرجوع للبيانات الملحق رقم(1) التي تمثل كميات الأمطار مقاسة بالملم المكعب (x) والرطوبة (y) ودرجات الحرارة (z) ثم استخدام البرامج Minitab و stata وفقاً لمنهجية بوكس- جيكنز كالآتي:

#### الجدول (1-3): المقاييس الوصفية

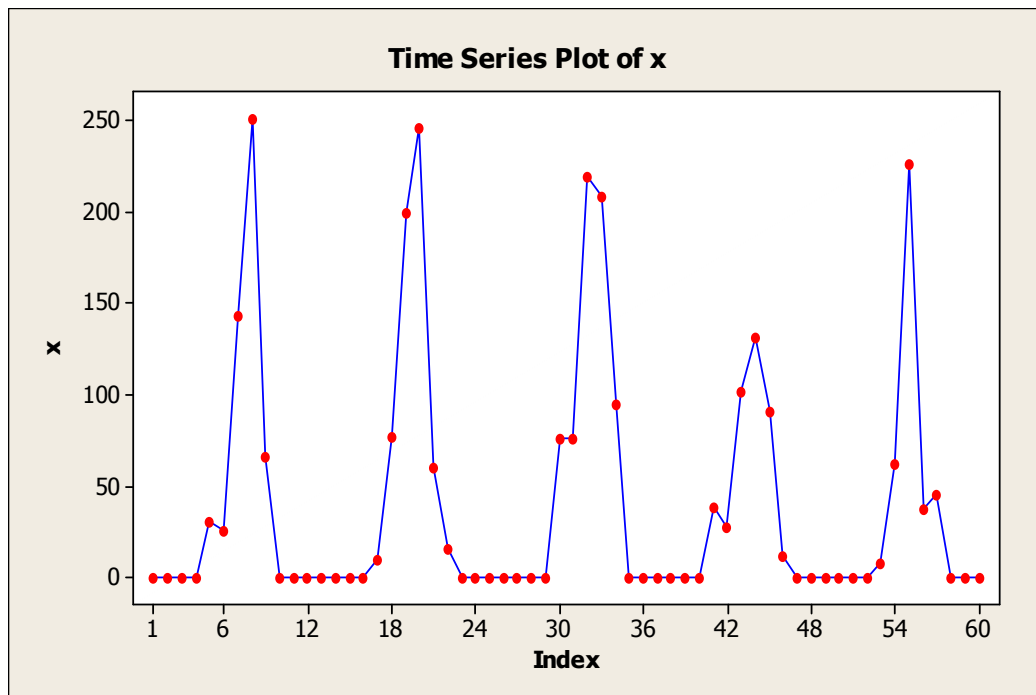
السلسلة	المتوسط	الانحراف المعياري	القيمة الدنيا	القيمة العليا
X	42.98	71.01	0	250.70
Y	41.53	17.56	15.00	76.00
Z	30.14	2.42	25.95	35.40

المصدر من اعداد الباحث باستخدام برنامج SPSS

من الجدول (1-3) أعلاه نلاحظ أن متوسط كمية الأمطار (x) (42.98) ملم مكعب في الشهر بانحراف معياري (71.01) كما ان أقل قيمة بلغت (0) ، وأكبر قيمة بلغت (250.70) ملم المكعب . بينما بلغ متوسط الرطوبة (y) (41.53) بانحراف معياري (17.56) كما ان أقل قيمة

بلغت (15.00)، وأكبر قيمة بلغت (76.00)، بينما بلغ متوسط درجات الحرارة (z) (30.14) بانحراف معياري (2.42) كما ان أقل قيمة بلغت (25.95)، وأكبر قيمة بلغت (35.40).

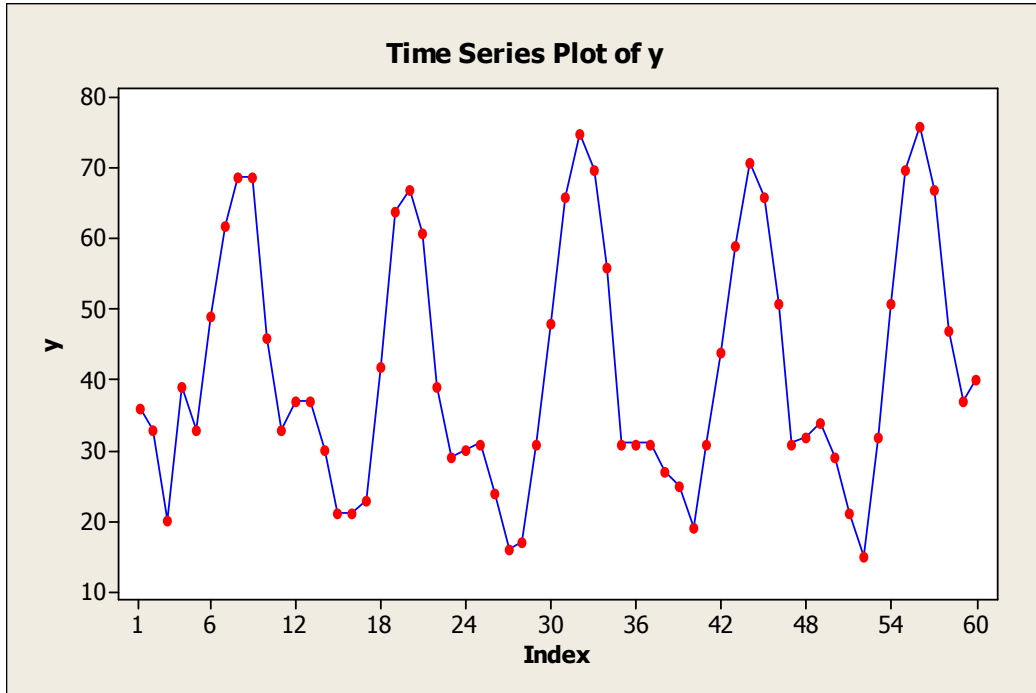
الشكل (1-3): للسلسلة الزمنية (الشهرية) لكمية الامطار (x) خلال الفترة (2008-2012)



المصدر من اعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab

من الشكل (1-3) أعلاه والذي يوضح السلسلة الزمنية الشهرية كمية الامطار، نلاحظ أن كمية الأمطار خلال الفتره في تذبذب (تتناقص وتترايد) مع الزمن.

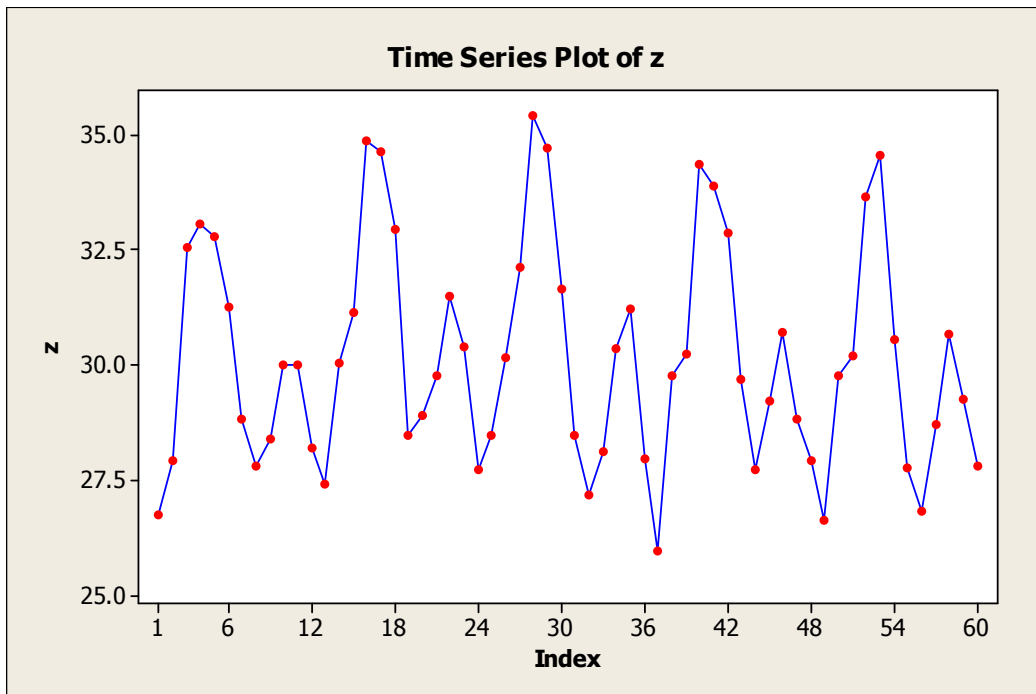
شكل (2-3): للسلسلة الزمنية (الشهرية) الرطوبه (y) خلال الفترة (2008-2012)



المصدر من اعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab

من الشكل (2-3) أعلاه والذي يوضح السلسلة الزمنية الشهرية للرطوبة ، نلاحظ أن الرطوبة خلال الفتره في تذبذب (تتناقص وتزايد) مع الزمن.

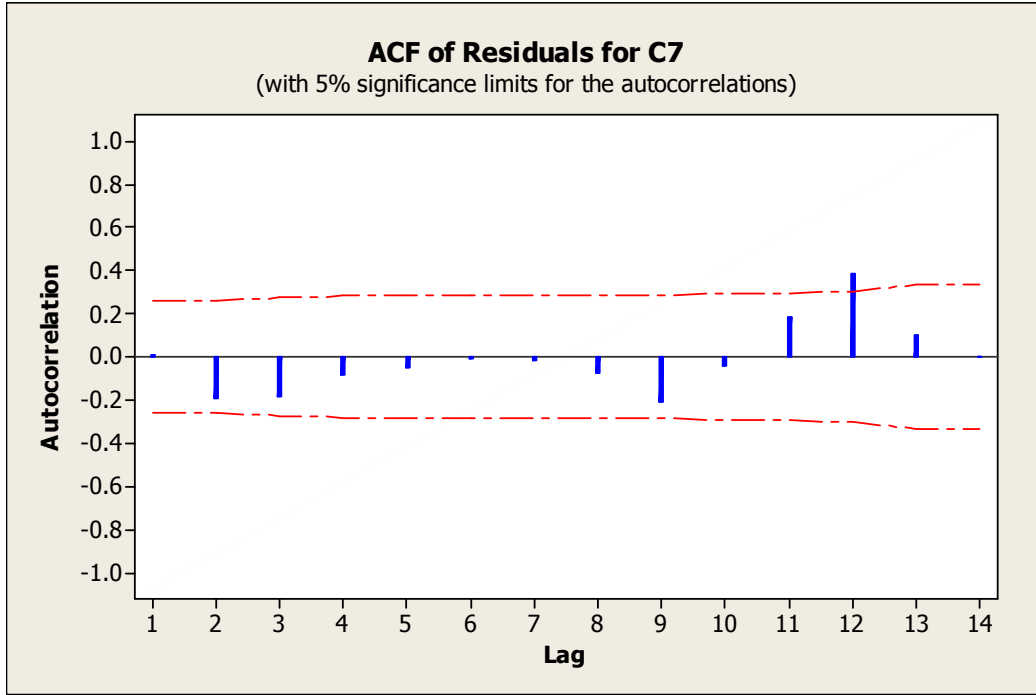
شكل (3-3): للسلسلة الزمنية (الشهرية) درجة الحرارة (z) خلال الفترة (2008-2012).



المصدر من اعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab

من الشكل (3-3) أعلاه والذي يوضح السلسلة الزمنية الشهرية لدرجة الحرارة المئوية ، نلاحظ أن درجة الحرارة المئوية خلال الفتره في تذبذب (تتناقص وتزيد) مع الزمن.

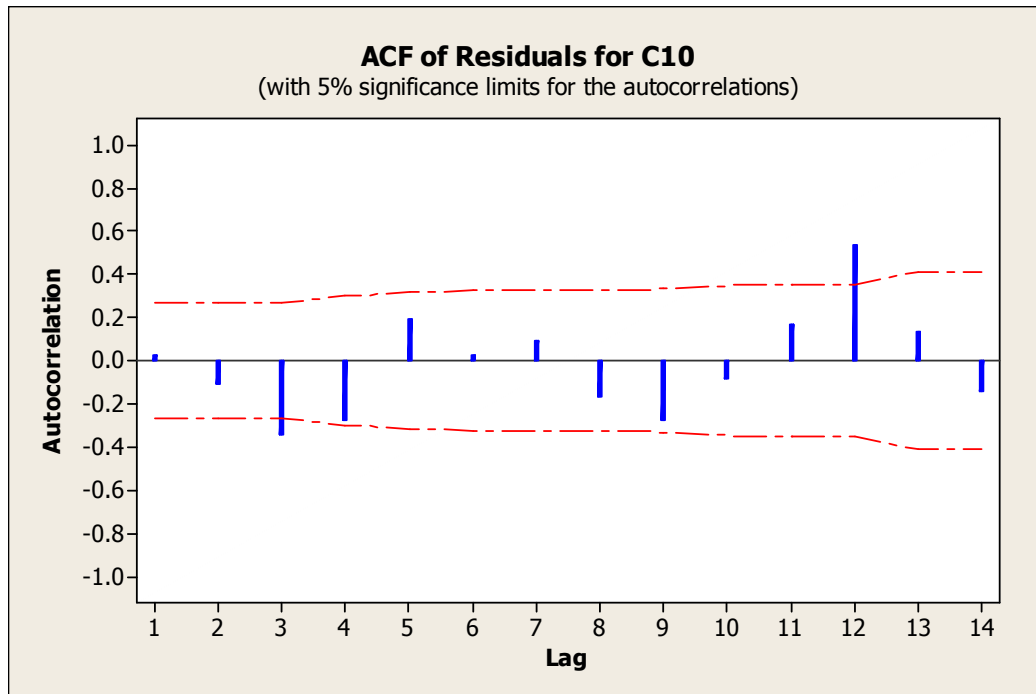
**اختبار السكون:** يتم استخدام اختبار السكون عن طريق الارتباط الذاتي



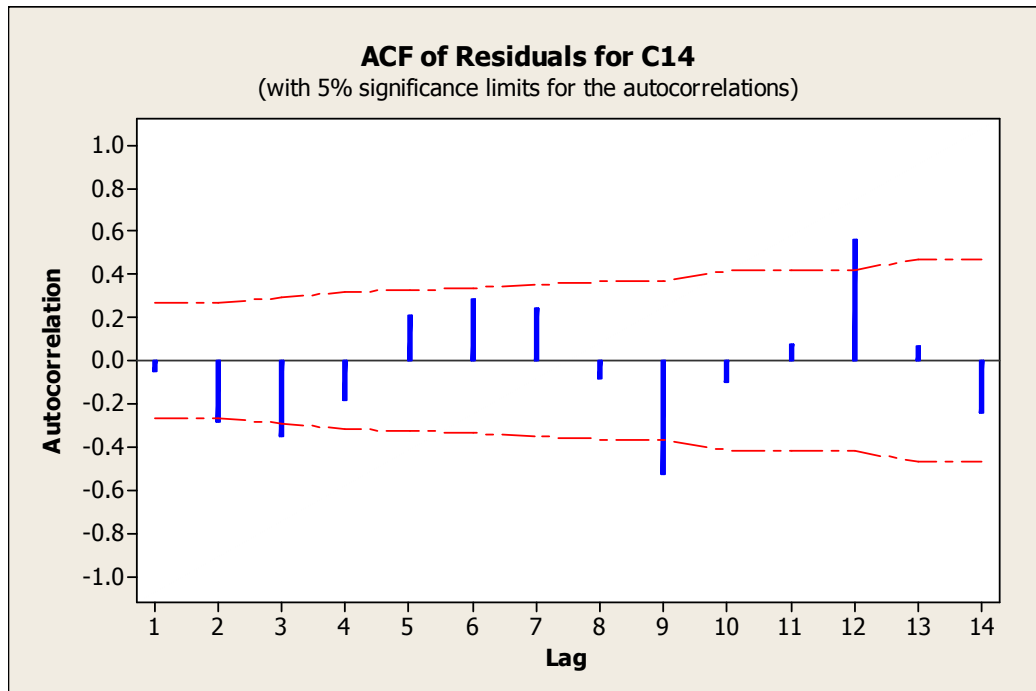
المصدر من اعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab

من الشكل أعلاه نجد ان السلسلة الزمنية التي تمثل الامطار غير ساكن بسبب وقوع عدة معاملات الارتباط خارج حدي الثقة.





من الشكل أعلاه نجد ان السلسلة الزمنية التي تمثل الرطوبة غير ساكن بسبب وقوع عدة معاملات الارتباط خارج حدي الثقة.



المصدر : من اعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab

من الشكل أعلاه نجد ان السلسلة الزمنية التي تمثل درجات الحرارة غير ساكن بسبب وقوع عدة معاملات الارتباط خارج حدي الثقة.

### 3-3-3 مصفوفة الارتباط للسلاسل الزمنية بين $z$ و $y$ و $x$

	X	Y	Z
X	1	0.779	0.309
Y	0.779	1	-0.496
Z	-0.309	-0.496	1

من المصفوفة أعلاه والتي تمثل الارتباط بين السلسلتين ، نلاحظ أن قيمة معامل الارتباط بين كمية الامطار والرطوبة خلال هذه الفترة بلغت (0.779) أى 78% مما يشير الى وجود علاقة قوية طردية بينهما وان معامل الارتباط بينكمية الامطار و درجة الحرارة خلال هذه الفترة بلغت (-0.309) أى -0.31 مما يشير الى وجودعلاقة ضعيفه عكسية بينهما.

### 4-3-3 مصفوفة التغيرات المشتركة للسلاسل الزمنيةبين $z$ و $y$ و $x$

	X	Y	Z
X	5043.02	971.43	-53.05
Y	971.43	308.49	-21.09
Z	-53.05	-21.09	5.85

المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج SPSS

من المصفوفة أعلاه والتي تمثل التغيرات المشتركة بين السلاسل الزمنية ، نلاحظ أن قيمة التغيرات الذاتى للسلسلة الزمنية كمية الامطار خلال هذه الفترة بلغت (5043.022)، بينما بلغت قيمة التغيرات الذاتى للرطوبة (308.490)، بينما بلغت قيمة التغيرات الذاتى درجة الحرارة المئوية(5.85)،بينما بلغت معامل التغيرات المشترك بين السلسلتين الزمنيتين أى كمية الامطار والرطوبة (971.433) وايضا بلغت معامل التغيرات المشترك بين السلسلتين الزمنيتين أى كمية الامطار ودرجة الحرارة (-53.05).

### 4-3 تحليل البيانات بتطبيق منهجية بوكس جيكنز

يتم إتباع مراحل بناء النموذج المستخدم في نماذج بوكس جيكنز كالاتى:

#### 1-4-3 مرحلة التشخيص أوالتعرف

لمعرفة نوع النموذج الملائم لبيانات السلسلة (الشهرية) لكل من لكمية الامطار (x) والرطوبة (y) ودرجات الحرارة (Z) وذلك من خلال سلوك دالتى الارتباط الذاتى والارتباط الذاتالجزئى

الجدول (2-3) دالة الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الزمنية (الشهرية) لكمية الامطار (للمتغير x) .

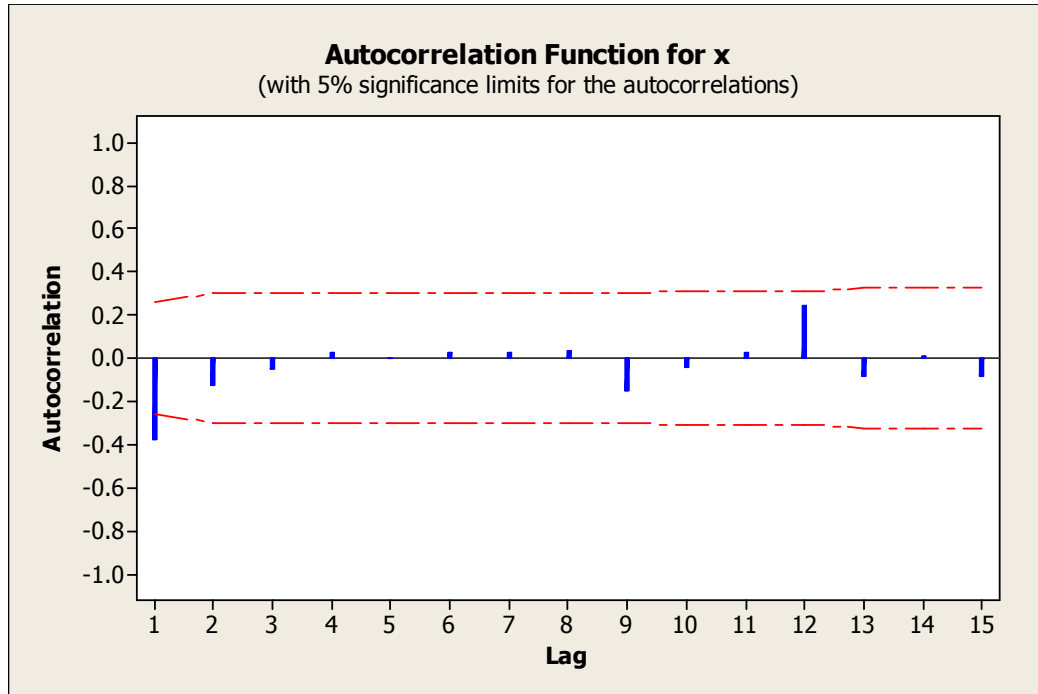
الفجوة	ACF	PACF
1	-0.378170	0.564419
2	-0.123020	-0.328521
3	-0.048496	-0.154321
4	0.027921	-0.146563
5	0.002135	-0.203945
6	0.023713	-0.179184
7	0.028635	-0.267773
8	0.032214	-0.272845
9	-0.152122	-0.291579
10	-0.041013	-0.011962
11	0.028086	0.133497
12	0.244979	0.171701
13	-0.082741	-0.038408
14	0.012227	0.053064
15	-0.085731	-0.037205

المصدر من اعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab

أن 95% فترة ثقة لكل من معاملات الارتباط الذاتي ومعاملات الارتباط الجزئي ستكون

تكون السلسلة الزمنية ساكنة إذا وقعت جميع قيم معاملات الارتباط داخل حدي الثقة أعلاه أي بين (0.253) و(-0.253) أي يجب أن لا تقل عن (-0.253) ولا تزيد عن (0.253).

الشكل (3-4): معاملات الارتباط الذاتي وحدي الثقة لها للسلسلة الزمنية (الشهرية ) لكمية الامطار.



المصدر من اعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab

نلاحظ من الشكل اعلاه ان السلسلة الزمنية التي تمثل (الامطار) حققت السكون بعد الفرق الثاني.

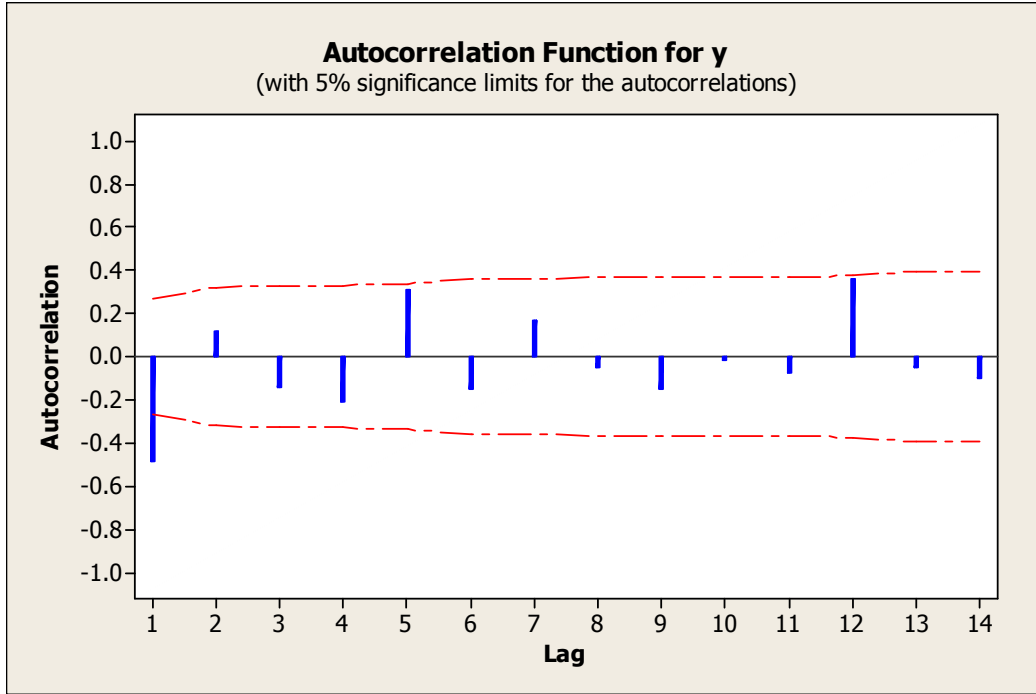
الجدول (3-3) دالة الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الزمنية (الشهرية) للرتوبة (المتغير y) .

الفجوة	ACF	PACF
1	0.768941	0.768941
2	0.315850	-0.673846
3	-0.149746	-0.170859
4	-0.441077	0.042357
5	-0.547328	-0.255439
6	-0.571918	-0.489388
7	-0.522786	-0.128222
8	-0.398570	-0.184559
9	-0.136452	0.027865
10	0.246370	0.256138
11	0.604376	0.143206
12	0.756503	-0.080695
13	0.588258	-0.232830
14	0.233304	0.107908
15	-0.123635	0.052233

أن 95% فترة ثقة لكل من معاملات الارتباط الذاتي ومعاملات الارتباط الجزئي ستكون

تكون السلسلة الزمنية ساكنة إذا وقعت جميع قيم معاملات الارتباط داخل حدي الثقة أعلاه أي بين (0.253) و(-0.253) أي يجب أن لا تقل عن (-0.253) ولا تزيد عن (0.253).

الشكل (3-5): معاملات الارتباط الذاتي وحدي الثقة لها للسلسلة الزمنية (الشهرية) للرطوبة.



المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab

نلاحظ من الشكل اعلاه ان السلسلة الزمنية التي تمثل (الرطوبة) حققت السكون بعد الفرق الثالث.

الجدول (3-4) دالة الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الزمنية (الشهرية) درجات الحرارة (للمتغير Z) .

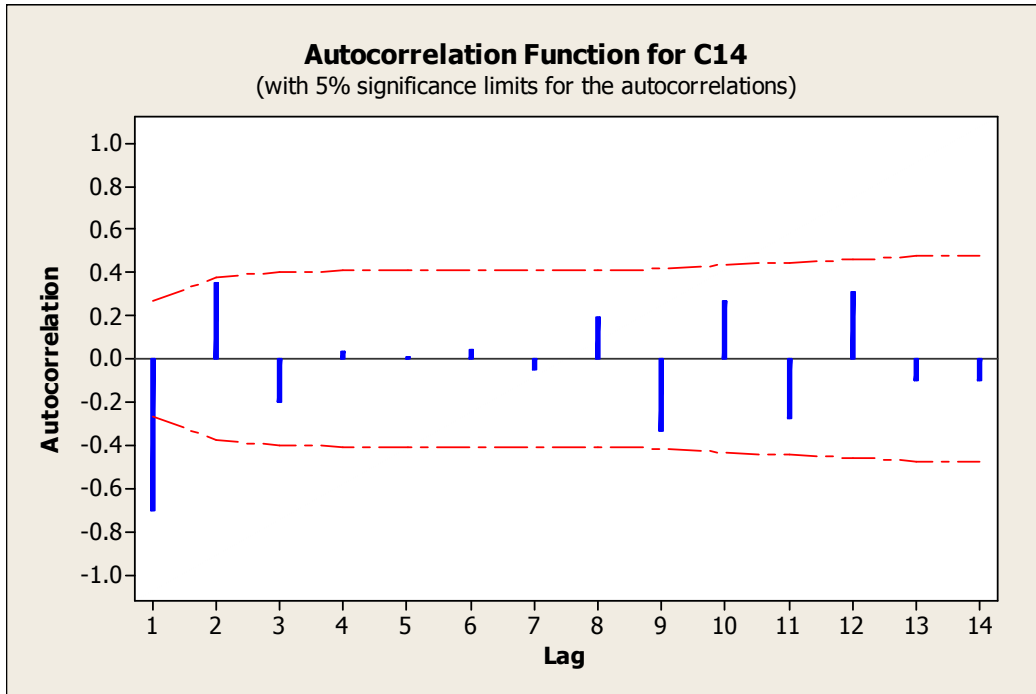
الفجوة	ACF	PACF
1	0.577676	-0.702855
2	-0.042581	-0.280011
3	-0.435691	-0.179821
4	-0.395839	-0.283322
5	-0.116266	-0.262190
6	0.047509	-0.081593
7	-0.080380	-0.076768
8	-0.323951	0.317464
9	-0.383668	0.052436
10	-0.011016	-0.007826
11	0.492041	-0.259454
12	0.723132	-0.085785
13	0.444040	0.237762
14	-0.050002	-0.091996

المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab

أن 95% فترة ثقة لكل من معاملات الارتباط الذاتي ومعاملات الارتباط الجزئي ستكون

تكون السلسلة الزمنية ساكنة إذا وقعت جميع قيم معاملات الارتباط داخل حدي الثقة أعلاه أي بين (0.253) و(-0.253) أي يجب أن لا تقل عن (-0.253) ولا تزيد عن (0.253).

الشكل (3-6): معاملات الارتباط الذاتي وحدي الثقة لها للسلسلة الزمنية (الشهرية) درجة الحرارة .



المصدر : من اعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab

نلاحظ من الشكل اعلاه ان السلسلة الزمنية التي تمثل (درجات الحرارة) حققت السكون بعد الفرق الرابع.

يتضح من الجداول (2-3) و (3-3) و (4-3) من الاشكال (3-4) و (3-5) (3-6) اقتراب معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي تدريجياً نحو الصفر ، وهذا يعني عدم وجود نمط معين يدل علي نموذج لبيانات السلسلة بعد اخذ الفرق الثاني لكمية الامطار والفرق الثالث للرطوبة والفرق الرابع لدرجات الحرارة. علىية فإن النموذج المقترح للسلاسل الزمنية هو نموذج

VMA (1)

### 3-4-1-1 اختبار رتبة النموذج

لاختبار رتبة النموذج نستخدم معايير اختبار الرتبة كما موضح في الجدول التالي:

جدول (3-5) معايير اختبار رتبة النموذج:

رتبة النموذج	P	FPE	AIC	HQIC	SBIC
1	0.000	3.25e+07	25.80889	25.97825	26.24685
2	0.03	8.28e+07	26.67446	26.91506	866227.1
3	0.324	6.23e+07	26.45997	26.63152	26.90607
4	0.023	8.78e+07	26.80279	26.97542	27.25307

المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج stata

من الجدول اعلاه، نلاحظ ان أفضل النماذج هو نموذج المتوسطات المتحركة من الرتبة الاولى والذي اعطي اقل قيمة لجميع المعايير المستخدمة مقارنة بباقي النماذج، كما نلاحظ ان النموذج معنوي لان القيمة الاحتمالية (0.000) اقل من (0.05) .

### 3-4-2 مرحلة التقدير

اعتماداً علي الجدول (3-5) وباستخدام معايير اختبار رتبة النموذج المختلفة تم التوصل الي ان افضل نموذج هو نموذج المتوسطات المتحركة المتعدد من الرتبة الاولى ونتائج تقدير النموذج كالآتي:

جدول (3-6) نتائج تقدير النموذج: (1)TRIMA

المعامل	المقدر	قيمة Z	القيمة الاحتمالية
	-0.3866591	-3.07	0.002
	0.2163543	0.32	0.751
	0.9426167	0.54	0.591
	-0.0376359	-1.86	0.063
	-0.4237659	-3.86	0.000
	-0.4662119	-1.66	0.098
	-0.0052659	-0.91	0.363
	0.1443452	4.59	0.000
	-0.810116	-10.04	0.000
Constant 1	-0.831791	-0.07	0.943
Constant 2	-0.0366547	-0.19	0.846
Constant 3	-0.0641243	0.12	0.905

المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج stata



من الجدول (6-3) يمكن كتابة النموذج المقدّر اعتماداً على صيغة المصفوفة كالآتي:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.0 \\ -0.0 \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.0 \\ -0.0 \end{pmatrix} +$$

+

جدول رقم (7-3) اختبار السكون لنموذج TRIMA(1) باستخدام القيم المميزة

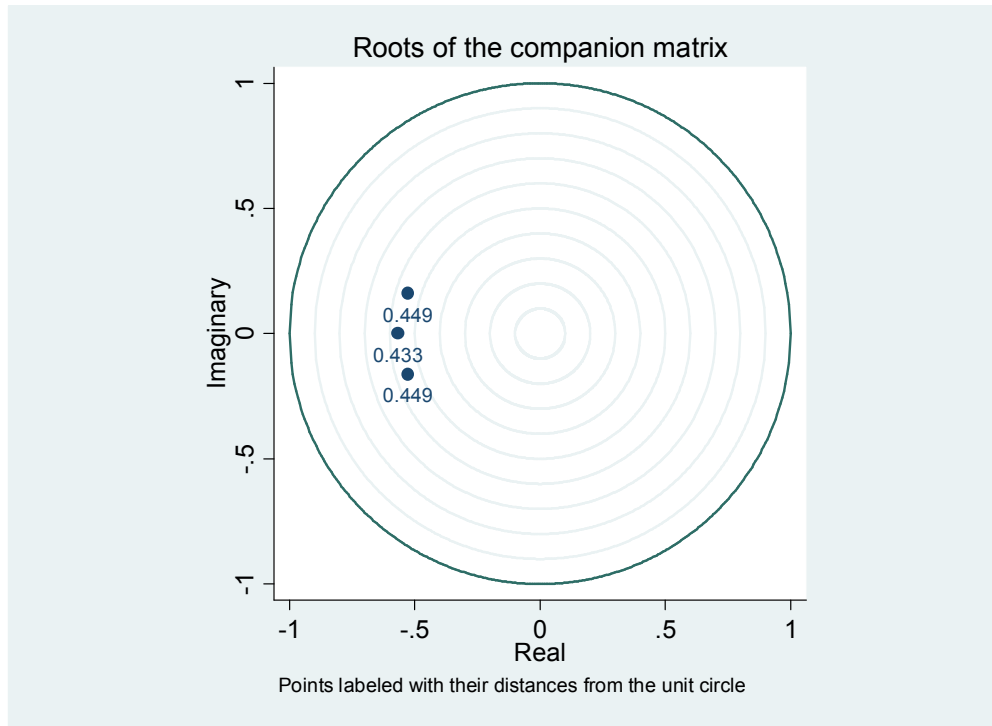
القيم المميزة
0.557072
0.55082
0.55082

المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج stata

نلاحظ ان القيم المميزة اصغر من الواحد ، مما يعني النموذج TRIMA(1)

حقق شرط السكون مما يشير الى امكانية استخدامه في التنبؤ بكمية الامطار والرطوبة ودرجات الحرارة

### الشكل (7-3) اختبار السكون لنموذج باستخدام دائرة الوحدة(1)TRIMA



المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج stata

من الشكل اعلاه نلاحظ انه يمكن التأكد من ان النموذج(1)TRIMA ساكن باستخدام دائرة الوحدة الذي يتضح من خلاله ان القيم المميزة تقع في دائرة الوحدة.

### 3-4-3 تدقيق التشخيص

يمكن اختبار ان البواقي تتوزع طبيعياً وذلك باستخدام الاختبارات الآتية:

### الجدول (8-3) اختبار البواقي بواسطةJargue-b-Bera

Equation		Df	
X	79.859	2	0.0000
Y	1.950	2	0.37720
Z	0.230	2	0.89124
All	82.040	6	0.0000

المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج STATA

من الجدول اعلاه وباستخدام اختبار Jargue -b- Bera الذي يحتوي علي كل المتغيرات معنوية وذلك لان القيمة الاحتمالية (0.000) اقل من (0.05)، والذي يشير الي ان البواقي توزع طبيعياً مما يدل ان نموذج(1)TRIMA هو النموذج الملائم لبيانات الدراسة.

**الجدول (9-3) اختبار البواقي بواسطة الالتواء**

Equation	Skewness		Df	
X	-1.9305	34.162	1	0.0000
Y	0.44973	1.854	1	0.17332
Z	-0.13013	0.155	1	0.69358
All		36.171	3	0.0000

المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج STATA

من الجدول اعلاه وباستخدام اختبار الالتواء الذي يحتوي علي كل المتغيرات معنوية وذلك لان القيمة الاحتمالية (0.000) اقل من (0.05)، والذي يشير الي ان البواقي تتوزع طبيعياً مما يدل ان نموذج (1) TRIMA هو النموذج الملائم لبيانات الدراسة.

**الجدول (10-3) اختبار البواقي بواسطة التفرطح**

Equation	Kurtosis		Df	
X	7.4655	45.698	1	0.0000
Y	2.7953	0.098	1	0.75671
Z	2.819	0.075	1	0.78412
All		45.869	3	0.0000

المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج STATA

من الجدول (9-3) اعلاه وباستخدام اختبار التفرطح الذي يحتوي علي كل المتغيرات معنوية وذلك لان القيمة الاحتمالية (0.000) اقل من (0.05)، والذي يشير الي ان البواقي تتوزع طبيعياً مما يدل ان نموذج (1) TRIMA هو النموذج الملائم لبيانات الدراسة.

### 3-4-4 التنبؤ باستخدام أفضل نموذج

يمكن استخدام نموذج (1)TRIMA للتنبؤ بقيم السلاسل مستقبلاً وذلك كالآتي

الجدول (3-11) كمية الامطار والرطوبة ودرجة الحرارة المتنبأ بها في الفترة من يناير 2013- ديسمبر 2013م.

الشهر	كمية الامطار	الرطوبة	درجات الحرارة
يناير	30.36106	10.4097	2.05542
فبراير	16.7652	3.860354	0.05542
مارس	6.54440	1.40261	0.655525
أبريل	3.05218	0.32408	0.70385
مايو	0.3896	0.213808	0.603617
يونيو	0.0703	0.7239	0.39196
يوليو	1.33509	0.125603	0.277538
أغسطس	0.03117	0.49892	0.13555
سبتمبر	1.05984	0.09075	0.102085
أكتوبر	0.34979	0.33579	0.0261
نوفمبر	0.79818	0.19892	0.038636
ديسمبر	0.53417	0.27022	0.008315

المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج STATA

من الشكل أعلاه نلاحظ أن الزيادة للمعدلات الشهرية لكمية الامطار والرطوبة ودرجة الحرارة المتنبأ بها في الفترة من يناير 2013- ديسمبر 2013م تزيد وتتناقص مع مرور الزمن.

الجدول (3-12) كمية الامطار والرطوبة ودرجة الحرارة المتنبأ بها في الفترة من يناير 2014- ديسمبر 2014م.

الشهر	كمية الامطار	الرطوبة	درجات الحرارة
يناير	0.68026	0.23581	0.021195
فبراير	0.60419	0.2509	0.016498
مارس	0.6413	0.2413	0.017752
أبريل	0.62455	0.24678	0.017752
مايو	0.63135	0.24674	0.017411
يونيو	0.62904	0.24634	0.017728
يوليو	0.62954	0.24675	0.017517
أغسطس	0.62963	0.24646	0.017632
سبتمبر	0.62943	0.24663	0.017581
أكتوبر	0.62959	0.24654	0.017596
نوفمبر	0.62949	0.24658	0.017598
ديسمبر	0.62954	0.24657	0.01759

من الشكل أعلاه نلاحظ أن الزيادة للمعدلات الشهرية لكمية الامطار والرطوبة ودرجة الحرارة المتنبأ بها في الفترة من يناير 2014- ديسمبر 2014م تزيد وتتناقص مع مرور الزمن مثلاً:

$$\text{القيمة المتنبأ بها لشهر يناير لكمية الامطار} = 0.680 + 0 = 0.680$$

$$\text{القيمة المتنبأ بها لشهر يناير للرطوبة} = 36 + 0.239 = 36.239$$

$$\text{القيمة المتنبأ بها لشهر يناير لدرجات الحرارة} = 26.75 + 0.22 = 26.97$$

**الجدول (3-13) كمية الامطار والرطوبة ودرجة الحرارة المتنبأ بها في الفترة من يناير 2015- ديسمبر 2015م.**

الشهر	كمية الامطار	الرطوبة	درجات الحرارة
يناير	0.62953	0.24657	0.017598
فبراير	0.62952	0.24657	0.017592
مارس	0.62953	0.24657	0.017596
أبريل	0.62952	0.24657	0.017593
مايو	0.62953	0.24657	0.017595
يونيو	0.62953	0.24657	0.017594
يوليو	0.62953	0.24657	0.017595
أغسطس	0.62953	0.24657	0.017594
سبتمبر	0.62953	0.24657	0.017595
أكتوبر	0.62953	0.24657	0.017595
نوفمبر	0.62953	0.24657	0.017595
ديسمبر	0.62953	0.24657	0.017595

المصدر: من اعداد الباحث باستخدام برنامج STATA

من الشكل أعلاه نلاحظ أن الزيادة للمعدلات الشهرية لكمية الامطار والرطوبة ودرجة الحرارة المتنبأ بها في الفترة من يناير 2015- ديسمبر 2015م ثابتة مع مرور الزمن.

$$\text{القيمة المتنبأ بها لشهر يناير لكمية الامطار} = 0.630 + 0 = 0.630$$

$$\text{القيمة المتنبأ بها لشهر يناير للرطوبة} = 36 + 0.247 = 36.247$$

$$\text{القيمة المتنبأ بها لشهر يناير لدرجات الحرارة} = 26.75 + 0.018 = 26.768$$

## النتائج والتوصيات

من خلال الدراسة التطبيقية لتحليل السلسلة الزمنية وباستخدام نموذج بوكس-جنكنز لغرض التنبؤ بكمية الامطار والرطوبة و درجات الحرارة الشهرية في ولاية القضايف، توصل الباحث إلى جملة من النتائج والتوصيات التالية.

### 4-1 النتائج

1. السلسلة الزمنية لكمية الامطار غير ساكنة، مما يشير الي تحقيق الفرضية الاولى.
2. السلسلة الزمنية للرطوبة غير ساكنة، مما يشير الي تحقيق الفرضية الاولى.
3. السلسلة الزمنية لدرجات الحرارة غير ساكنة، مما يشير الي تحقيق الفرضية الاولى.
4. تحقق السكون للسلسلة الزمنية بعد أخذ الفرق الثاني للامطار والفرق الثالث للرطوبة والفرق الرابع لدرجات الحرارة.
5. السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات ذات فترات إبطاء غير متساوية.
6. نموذج المتوسطات المتحركة المتعدد الخطي من الرتبة الاولى، هو النموذج الملائم للسلسلة.
7. نموذج المتوسطات المتحركة المتعدد الخطي من الرتبة الاولى للسلسلة الزمنية متعددة المتغيرات ساكن.
8. وجود السلاسل الزمنية معاً في النموذج جعل البواقي تتوزع طبيعياً ، أى ان وجود السلاسل معاً افضل من وجود أى منهما في نموذج منفصل عن الآخر.
9. إستخدام السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات يعطى دقة اكبر في التنبؤ.

### 4-2 التوصيات

1. يمكن استخدام تحليل المتوسطات المتحركة المتعدد في تحليل بيانات الدراسة.
2. إمكانية إستخدام تحليل المتوسطات المتحركة المتعدد الخطية في التنبؤ بقيم السلسلة الزمنية لسنوات قادمة .
3. إستخدام تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات في اجراء دراسات مماثلة .

## المراجع

1. إبراهيم، بسام يونس، (2004م)، تطبيق النموذج المضاعف (0,1,1) ARMA للمعدلات الشهرية لمتوسطات الحرارة في ولاية الخرطوم، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا.
2. إبراهيم، هادي، حسن، (2006م)، تطبيق نماذج ARMA علي بيانات التضخم في السودان، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا، بحث ماجستير.
3. الطاهر، شذى عبد الوهاب، (2008م)، تطبيق النموذج الموسمي المضاعف علي درجات الحرارة الشهرية في ولاية القضايف، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا، بحث ماجستير.
4. عثمان، منتصر احمد، (2009م)، باستخدام السلاسل الزمنية للتنبؤ كمية الأمطار في ولاية كسلا، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا، بحث ماجستير.
5. محمد، رشا شمس الدين (2009م)، تطبيق نماذج بوكس جنكيز للتنبؤ بتكلفة الحالات المحولة بالتأمين الصحي، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا، بحث ماجستير.
6. الخضر، أمل السر ، (2011م)، نماذج بوكس جنكيز السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات بالتطبيق علي انتاج الكهرباء ومنسوب النيل.
7. الزوبعي – بروفيسير عبيد محمود محسن الزوبعي (طريقة مقترحة لتشخيص نماذج السلاسل الزمنية).
8. د. عدنان ماجد عبدالرحمن برى (2002) (طرق التنبؤ الإحصائي (الجزء الاول)).
- 9 والتر فاندل، تعريب: د. أحمد حسين هارون، د. عبدالمرضى حامد عزام (1992) (السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقية ونماذج بوكس - جنكيز) ، دار المريخ للنشر.
10. كتيب الادارة العامة للارصاد الجوية لعام 1980 م.