Sudan University of Science & Technology
College of Postgraduate Studies

A Simulation of Some Parameters for Linear Paul Trap to Optimize Quantum Computer Operation

A thesis submitted to the college of postgraduate studies as a fulfillment requirement of the Philosophy Degree in Physics

By
KASIM MOHAMMED AL-HITY
Feb. 2005

DIDICATION

To My Family and My Friends

Acknowledgment

I would like to thank my supervisors, Professor Khaleel Ibraheem and Professor Ezilldeen Mohammed Osman, for their guidance and their encouragement during the development of this work.

My special thanks are sent to the examination committee, Professor Nafie Abd al-Lattief and Dr. Karlo Ewiel for their considerable efforts and valuable advices. Also I would like to thank all the members of department of Physics and Institute of Laser in Sudan University of Science & Technology.

I would like to extend my thanks and special appreciation to all of the ILOG and SLOG members.

KASIM MOHMMED AL-HITY
Feb. 2005

ABSTRACT

Quantum computation is a new technology with the potential for providing exponential parallelism. The feasibility of a quantum computer is limited by different sources of errors. One of the most promising proposals in this field is the Trapped Ion Quantum Computer (TIQC) that suggested by Cirac in 1995. This thesis uses simulation to investigate the feasibility of implementing this proposed model. The linear Paul trap that suggested by Paul was used in this work. $S_{1/2}$ and $D_{5/2}$ levels of the $^{40}Ca^{+}$ are chose as a quantum bits in this work. The effect of the errors in different physical and geometrical parameters was studied.

In the TIQC each laser pulse can be represented as a mathematical transformation. These transformations can rotate the quantum register state in the Hilbert space with a desired angle. For the ideal case, to get a certain rotation, a certain arguments of the transformation can be imposed. In fact these arguments depend on many physical and geometrical parameters like angle of incident of laser, laser wavelength, trap frequency and others. In this work the effect of the variation of these parameters on the quantum register state is taken in account. The fidelity criterion is adopted in all of the results in this thesis to detect the matching between the two forms of a certain transformation.

The results of this work are classified into three main classes. First the dependency of the fidelity on the laser wavelength, second the dependency of the fidelity on the laser pulse time and finally the fidelity dependency on the Rabi oscillations. From these results, the unity value of the fidelity can be achieved in different cases which can be the

optimum set values of both the geometrical and physical parameters. Each set of these parameters can be considered as the best values for both the design and operation of the linear Paul trap.

□□□□□□□□

تعتبر الحسابات الكمية تقنية حديثة ذات امكانية هائلة في توفير العمل المتوازي. ان امكانية تنفيذ الحاسوب الكمي عادة تكون محددة بعدة انواع من مصادر الخطأ. ومن اهم النماذج الواعدة في هذا الجانب هو حاسوب المصيدة الايونية المقترح في عام 1995 من قبل Cirac. في هذه الاطروحة تم بناء برنامج محاكاة بالحاسوب التقليدي لدراسة مدى امكانية تنفيذ النموذج المقترح. وقد اعتمدت الدراسة على نموذج المصيدة الايونية المقترح من قبل Paul. ونظرا للعديد من المواصفات التي يملكها ايون الكالسيوم فان الدراسة تبنت مستويي الطاقة $S_{1/2}$ و $D_{5/2}$ في ايون الكالسيوم Ca^{+40} كثنائيين كميين وتمت كذلك دراسة اعتمادية حالة السجل الكمي على العديد من المعلمات الهندسية والفيزيائية. ان نبضة الليزر المستخدمة في حاسوب المصيدة الايونية يمكن تمثيلها بتحويل رياضي يعمل على تدوير حالة السجل الكمي في فضاء Hilbert. ومن الناحية النظرية يمكن اجراء الدوران باي زاوية باعطاء قيمة مناسبة لخلاصة التحويل(argument) ولكن من الناحية العملية فان هذه التحويلات تعتمد على العديد من العوامل الهندسية والفيزيائية مثل زاوية سقوط الليزر وطوله الموجي وتردد المصيدة الايونية وغيرها. لقد درس تاثير هذه العوامل على حالة السجل الكمي وتم اعتماد مقياس الدقة (Fidelity) لبيان مدى التاثر لحالة السجل الكمي.

صنفت نتائج البحث الى ثلاثة مجاميع رئيسية في كل مجموعة اربعة مجموعات فرعية. تبين المجموعة الرئيسية الاولى اعتمادية مقياس الدقة على طول موجة الليزر المستخدم. فيما تبين الثانية الرئيسية اعتمادية مقياس

الد قة على ز من ت شغيل او طول نب ضة الا يزر ام اعتماد ية م ق ياس الد قة على تذبذبات Rabi ف قد بينت في المجموعة الرئيسية الثالثة.

و من خلال هذه الن تائج ي تبين ان ال ق يم ال ق صوى لم ق ياس الد قة يمكن الوصول اليها في اكثر من حالة. والتي تعتبر بدورها الحالة المثلى ل هذه العوامل للاغراض التصميمية والت شغيلية ع لى حد سواء لم صيدة الايو نات الخطية.

CONTENTS

Dedication ……ii

Acknowledgement……...iii

Abstract……iv

Contents……viii

1 Introduction 1

1.1 The Aim of the Work …….…….....5

1.2 Related Works ……..…….5

1.3 Importance of simulation……...12

1.4 Contributions …….……13

1.5 Thesis Layout..……. 14

2 Basic Concepts of Quantum Computer ……16

2.1 Qubits and Quantum Superposition ……17

2.2 Quantum Entanglement … ……21

2.3 Quantum Transformations…….23

2.4 Quantum Logical Gates… …… 25

2.4.1 Controlled-not Gate…….25

2.4.2 Multi-bit Controlled-not Gates……27

2.4.3 Rotation Gates…….27

2.5 Quantum circuits……28

2.6 Quantum Factoring…… 31

2.6.1 Factoring Circuits……33

2.6.1.1 Calculating f(A) Using Table Lookup…….34

2.6.1.2 Calculating f(A) Using O(L^3) Steps ……35
2.6.1.3 Quantum FFT……..35
2.7 Quantum Database Search…….37
2.7.1 Transformations Needed for the Grover Algorithm……38
2.8 Physical Realizations of a Quantum Computer…….41
2.8.1 Cold Trapped Ion Quantum Computer……...42
2.8.1.1 Qubits in the Ion Trap Quantum Computer…….43
2.8.1.2 Transformations in the Ion Trap……..44
2.8.1.3 Implementing the Controlled-not Gate...…….46
2.8.1.4 The Grover Algorithm in the Ion Trapped ……..48
2.8.1.5 Operational Errors in the Trapped Ion Quantum Computer…....49
2.8.1.6 Decoherence of Superposition State…….. 50
2.8.1.7 Effect of Errors…….50

3 Modeling and Simulation

52
3.1 Linear Paul trap …..……. .53
3.1.1 Trap function…….……. 54
3.1.2 Trap modes and ion positions…..……...……57
3.2 Theoretical model……..58
3.2.1 Laser-Ion Interaction….....59
3.2.2 Simulation of Laser operations…….……..…62
3.3 Energy levels of $^{40}Ca^{+}$……66
3.3.1 Energy levels Splitting……...…68
3.3.2 Dipole Transition…...… ……69
3.3.3 Quadruple Transition $S_{1/2}$-$D_{5/2}$: ……69

3.4 Qubits candidates ……..……71
3.5 Dark resonance…… 73
3.6 Laser cooling…….…… 74
3.7 Simulation procedure…….77
4 Computer Simulation Results and Discussions 79
4.1 Generation the reference DATABASE…….……80
4.2 Fidelity dependence on laser wavelength……..81
4.2.1 The effect of angle of incidence……..82
4.2.2 The effect of the Trap Frequency……84
4.2.3 The Effect of Rabi Frequency…….85
4.2.4 The Effect of Laser Pulse Time……..87
4.3 Fidelity dependence on laser pulse time……....88
4.3.1 The Effect of Angle of Incidence……88
4.3.2 The Effect of Laser Wavelength…….90
4.3.3 The Effect of Rabi Frequency…….93
4.3.4 The Effect of Trap Frequency…….95
4.4 Fidelity dependence on Rabi frequency…….97
4.4.1 The Effect of Angle of Incidence……97
4.4.2 The Effect of Laser Wavelength……...102
4.4.3 The Effect of Laser Pulse Time……106
4.4.4 The Effect of Trap Frequency……..108
4.5 Conclusions and Future Work……..110
4.5.1 Conclusions ……..110
4.5.2 Future Works…….111
References……112