بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا

كلية الهندسة

مدرسة هندسة المساحة

بحث تكميلي لنيل درجة البكلاريوس في هندسة المساحة

بعنوان:

دقة تحويل الإحداثيات الرقمية الي تصويرية

إعداد :

الطالب / زاهر آدم جمعة مطر

الطالب/ مريود علي آدم محمد

الطالب / مسعد قريب الله سعيد القرشي

إشراف :

الدكتور / أحمد محمد إبراهيم

سبتمبر ٢٠١٥ م

بسم الله الرحمن الرحيم

تجريده

يتناول هذا البحث دقة تحويل الإحداثيات الرقمية (*Pixel Coordinates*) الي تصويرية *(Photo)*. بالتطبيق على نظام الإحداثيات ثنائية الأبعاد بهدف الوصول الي الدقة اللازمة لضبط الصورالجوية المأخوذة من نقط ضبط معلومة الإحداثيات الأفقية لإستخلاص المعلومات المطلوبة .

نجد أن التحويل يتم بعدة طرق، من ضمنها طريقة التحويل الثنائي التشابهي (*Similarity*) أو التشاكلي *(Conformal)* ذو الأربعة عناصر، وطريقة التحويل الثنائي غير التشاكلي *(affine transformation)* ذو الستة عناصر .

وتاتي المقارنة بين الطريقتين في التحويل لإختيار أيهما أفضل في دقة التحويل لإحداثيات ثنائية الأبعاد .

بعد إجراء عملية التحويل توصلنا إلى أن التحويل غير التشاكلي هو الأدق في تحويل الإحداثيات الثنائية، لأنه يعطي دقة خطأ أقل بالنسبة للموقع من التحويل التشاكلي .

الآيـــــــة

ٹ ڈ

چ ډ ڈ ڈ ڈ ڈ ڈ ڑ ڑ ک
ک ک ک گ گ چ

صدق الله العظيم

سورة السجدة الآية (١٥)

الإهداء

الى: القلب الكبير ... الى من أرضعتني الحب والحنان ...
إلى رمـز الحب وبلسـم الشفاء ... الى القلب الناصـع بالبياض ...
الى ينبـوع الصبر والتفاؤل والأمل الى كل من في الوجود بعـد الله ورسوله ....

أمهاتنا الأعـزاء ...

الى : من تجرّع الكأس فارغاً ليسقيني قطـره حب ...
إلى من كلت أناملـه ليقدم لنا لحظـة سعادة ...
إلى من حصـد الأشواك عن دروبنا ليمهـد لنا طريق العلـم...

آباءنا الأعـزاء ....

إلى : من كانوا ملاذي ملجئ ... إلى سنـدنا وقوتنا بعـد الله ...
إلى من أثرونا على أنفسهـم ... الى من علمونـا علم الحياة ..
الى من أظهـروا لنا ما هـو أجمل مـن الحياة ...

إخـــوتنا ... وأخواتنا .... الأعـزاء ...

إلى القلوب الطاهـرة الرقيقة والنفوس البريئة ...
وإلى كل من ساعـدنا في إنجاز هذا البحث ...
إلى أصدقائنـا الذين نحبهـم في الله .... (أصدقائنـا ورفقاء دربنا)
إلى من بلغ الرسالـة وأدى الأمانـة ونصح الأُمـة ...
إلى نبيٌ الرحمـة ونـور العالميـن ... سيدنـا محمد (عليه أفضل السلام)

إليكم جميعاً ... أُهدي ثمرة جهـدي هذا ...

(وللأوطان في دم كل حر يد سلفت ودين مستحق)

الي كل إنسان قلبه علي الوطن

شكر وعرفان

ولو أنني أوتيت كُل بلاغــة ** وأفنيت بحر النطق في النظم والنثر

لما كُنت بعد القول ألا مقصراً ** ومعترفاً بلاعجز عن واجب الشكر

الشكر أولاً لله رب العالمين .

ثم الي كل من ساهم في إخراج هذا البحث بصورة عامة .

ونخص بالشكر الاستاذ / الدكتور أحمد محمد ابراهيم

(بجامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا) الذي سكب لنا قطرات من رحيق

علمه فاح شذاها معطراً كل صفحات هذا البحث .

وكذلك نخص بالشكر الأستاذ / أبوبكر حسن عمر

(بجامعة الخرطوم) على ما قدمه لنا من معلومات بكل سخاء .

فهـــرس المحتويات

	الموضوع	رقم الصفحة
–	أية قرآنية	
–	إهداء	
–	شكر وعرفان	
–	التجريدة	I
–	قائمة المحتويات	II
–	جدول الأشكال	IV
–	جدول الجداول	V
	الباب الأول (المقدمـة)	
١.١	**رؤية عامة لتعريف التحويل وأنواعه**	١–٢
	الباب الثاني (الإحداثيات ثنائية الأبعاد)	
٢.١	**تمهيد**	٣
٢.١.١	**التحويل الثنائي التشابهي أوالتشاكلي**	٣
٢.١.٢	**التحويل الثنائي غيرالتشابهي أوغير التشاكلي**	٣
	الباب الثالث (البرامج والوسائل المستخدمة في تحويل الاحداثيات)	
٣.١	تمهيد	١١
٣.٢	البرامج المستخدمة في تحويل الإحداثيات	١٤
٣.٣	الوسائل المستخدمة في تحويل الاحداثيات	١٤

٣.٤	الكمبيراتورات	١٥
الباب الرابع (القياسات والحسابات والنتائج)		
٤.١	تمهيد	١٧
٤.٢	التحويل الثنائي غير التشاكلي	١٩
٤.٣	التحويل الثنائي التشاكلي	٢٣
الباب الخامس (الخلاصة والتوصيات)		
٥.١	الخلاصة	٢٩
٥.٢	التوصيات	٢٩
–	قائمة المراجع	٣٠
–	الملاحق	

جدول الأشكـــــال

الرقم	موضـــــوع الشكـــل	رقم الصفحة
١.٢	محاور الإسناد الموازية لمحاور الكمبراتور	٤
٢.٢	منظومة الاحداثيات الاسنادية ومنظومة الاحداثيات الموازية الكمبراتور	٥
١.٣	توضح منطقة التقاط المعالم (بالخرطوم بحري – الصناعات)	١٢
٢.٣	محاور الكمبراتور	١٥
٣.٣	علامات الاسناد في الصورة	١٧
١.٤	شكل رقم (٤ . ١) منطقة التقاط المعالم"بالخرطوم بحري – الصناعات"	٣٠

جـدول الجداول

الرقم	موضـــــوع الجدول	رقم الصفحة
١.٣	يوضح الاحداثيات الرقمية والتصويرية في الصورة	١٣
١.٤	احداثيات الإسناد المعايرة	١٧
٢.٤	الإحداثيار الرقمية المعايرة لعلامات الإسناد	١٧
٣.٤	الاحداثيات الزوجية والفردية التصويرية	١٩
٤.٤	الإحداثيات الرقمية للنقاط الفردية	٢٠
٥.٤	الاحداثيات التصويرية المعطاة والمناظرة للرقمية	٢٢
٦.٤	الاحداثيات الزوجية التصويرية المحسوبة والمناظرة لها المعطاه	٢٣
٧.٤	الاحداثيات الزوجية الرقمية المعطاة والمناظرة للإحداثيات التصويرية الزوجية	٢٣
٨.٤	الإحداثيات الرقمية للنقاط الفردية	٢٤
٩.٤	الاحداثيات الفردية التصويرية والمناظرة لها الرقمية	٢٥
١٠.٤	حساب الاحداثيات التصويرية باستخدام التحويل التشاكلي	٢٦
١١.٤	المقارنة بين التحويل التشاكلي والإحدثيات المعطى	٢٧
١٢.٤	المقارنة بين التحويل غير التشاكلي والإحدثيات المعطى	٢٨

الباب الأول

المقدمة

١.١ رؤية عامة لتعريف التحويل وأنواعه:

نجد أن جميع العمليات التحليلية(*Analysis*) في المساحة التصويرية عبارة عن تحويل للإحداثيات (*Coordinates of Transformation*).

وتحويل الإحداثيات بصورة عامة يعني الإنتقال من نظام إلى آخر . وذلك بإستيفاء كل شروط الدقة اللازمة والمتمثلة في طرق إيجاد عناصر التحويل .

ودقة تحويل الإحداثيات تتوقف على دقة عناصر التحويل المتحصل عليها بالطرق المختلفة والمرتبطة بعدد النقاط معلومة الإحداثيات .

وعناصر التحويل هي المجاهيل المراد الحصول عليها والمتمثلة في:(معامل المقياس، الإزاحة، زوايا الدوران وعدم التعامد). ومن الطرق المستخدمة لإيجاد هذه العناصر طريقة أقل التربيعات عند توفر ثلاثة نقاط أوأكثر معلومة الإحداثيات.

وعدد المجاهيل يتوقف على نوع النقاط التي تظهر علي الصور الجوية بمعلومية إحداثياتها. حيث أن هناك تسعة مجاهيل يجب معرفتها كحد أقصى وهي (عناصر التوجيه الخارجي بالإضافة الى إحداثيات النقاط).

اذا كانت النقطة نقطة ضبط جديدة (نجد أن عدد المجاهيل تسعة)

اذا كانت النقطة نقطة ضبط رأسية (نجد أن عدد المجاهيل ثمانية)

اذا كانت النقطة نقطة ضبط أفقية (نجد أن عدد المجاهيل سبعة)

اذا كانت النقطة نقطة ضبط كاملة (نجد أن عدد المجاهيل ستة)

ويضح من ذلك أن من المجاهيل في كل نقطة عناصر التوجيه الخارجي وعددها ستة (ثلاثة عناصر خطية x، y ، z وثلاثة عناصر دائرية w ، Ø، k) .

أي نقطة تظهرفي صورتين متداخلتين تعطي معادلتين تحتوي على المجاهيل أو العناصر المنشودة والمراد الحصول عليها .

يمكن الحصول علي قيم العناصر الدائرية بالطريقة غير المباشرة لحل معادلتي التلازم الخطى . وكذلك يمكن الحصول على قيم العناصر الخطية بالطريقة المباشرة لحل معادلتي التلازم الخطي .

والتلازم الخطي يعني أن النقطة أوالمعلم الأرضي وصورته علي الصورة الجوية ومركز الإسقاط المنظوري تقع علي أستقامة واحدة (في الوضع المثالي دون التأثير بعدم التعامد والمؤثرات الأخري) .

ومعادلتي التلازم الخطي هي الأساس لكل عمليات التحليل في التصوير الجوي .والطريقة المباشرة لحل معادلتي التلازم الخطي هي طريقة أسهل وأسرع لإيجاد الإحداثيات الأرضية للنقاط الظاهرة في الصور الجوية المتداخلة . لأنها لا تحتاج الى قيم تقريبية للمجاهيل عند تحويل المعادلات الى خطية . ولكنها لا تمكن من إيجاد عناصر التوجيه الخارجي وبالتالي لايمكن استخدامها إذا كانت عناصر التوجيه الخارجي مطلوبة لإجراء التوجيه الداخلي للنماذج.

أما الطريقة غير المباشرة لحل معادلتي التلازم الخطي فهي تحتاج الى قيم تقريبيه للمجاهيل لتحويل المعادلات غير الخطية الي معادلات خطية .

الباب الثاني

تحويل الإحداثيات ثنائية الأبعاد

١.٢ تمهيد:

في استهلالية هذا الباب يجب علينا معرفة أسباب التحويل من نظام الي آخر. وهي ربط أنظمة الإحداثيات بالمرجع (*Datum*) المستخدم في الدول المختلفة. ولأن العديد من الدول والمنظمات العالمية تستخدم مراجع *Datum*)(مختلفة على أساس أنها أنظمة إحداثيات لتعريف مواقع في أنظمة المعلومات الجغرافية (*GIS*). وتباين الأسطح المرجعية (*Datum surfaces*) المستخدمة الآن والتحسيتات التكنولوجية جعلت من الممكن عمل قياسات لتحديد المواقع عالمياً بدقة عالية.

والتحويل ثنائي الأبعاد ينقسم الي نوعين هما:

١.٢.١ التحويل الثنائي التشابهي أوالتشاكلي (*Dimensions Conformal Transformation* -٢)

وهو التحويل الثنائي ذو الأربعة عناصر.

١.٢.٢ التحويل الثنائي غيرالتشابهي أوغير التشاكلي (*Dimensions Affine Transformation* -٢)

وهو التحويل الثنائي ذو الستة عناصر.

ومن المعلوم أن من أولى الخطوات في العمل المساحي في منطقة كبيرة أن نقوم بقياس إحداثيات المواقع في الطبيعة، وفي كثير من الأحيان نحتاج الى تحويل هذه الإحداثيات من منظومة الى أخرى وذلك لتحقيق أهداف معينة.

إحدى طرق تحويل الإحداثيات من منظومة الى أخرى هو ما يُعرف بالتحويل الثنائي، والذي سنتناوله في هذا الباب بإذن الله بنوعيه التشاكلي وغير التشاكلي.

(Conformal Transformation and Affine Transformation)

خطوات التحويل:

لكي تتم عملية التحويل من منظومة إحداثيات الى أخرتى (x , y) (X , Y) ⟸ نحتاج الى الخطوات التالية:

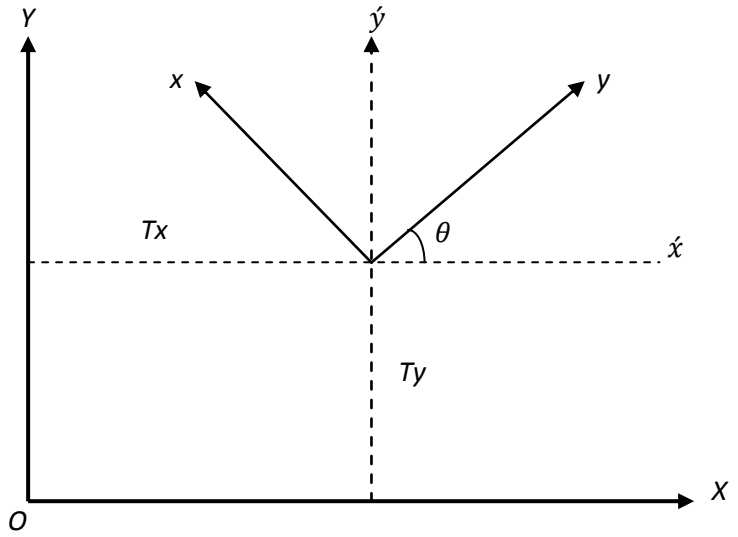
تدوير *Rotation*

ويكون هناك مجهول واحد.

مقياس الرسم للتكبير أو للتصغير (حقيقة معامل المقياس).

إزاحة *Translation*

ويكون هنالك مجهولان.



شكل رقم (١ . ٢) يوضح محاور الإسناد الموازية لمحاور الكمبراتور

حيث:

(X , Y) ≡ منظومة الإحداثيات الأرضية.

(x , y) ≡ منظومة الإحداثيات التصويرية.

Tx≡ الإزاحة في إتجاه المحور السيني.

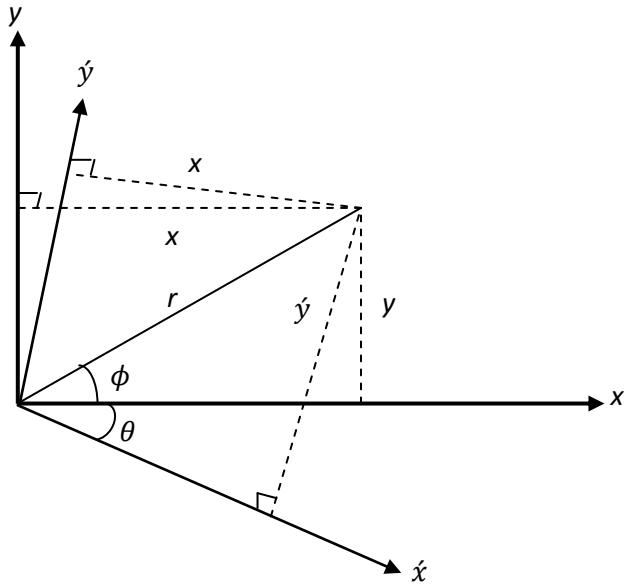
Ty≡ الإزاحة في إتجاه المحور الصادي.

$\theta \equiv$ زاوية الدوران.

$\acute{x}, \acute{y} \equiv$ منظومة الإحداثيات التصويرية الموازية لمنظومة الإحداثيات الأخرى (المجهولة).

أولاً: الدوران.

هذه الخطوة لجعل منظومة الإحداثيات المعلومة توازي منظومة الإحداثيات الأخرى (مجهولة).



شكل رقم (٢ . ٢) يوضح منظومة الاحداثيات الاسنادية ومنظومة الاحداثيات الموازية الكمبراتور

من الشكل:

$$x = r\cos\phi \quad , \quad y = r\cos\phi$$

$$\acute{x} = r\cos(\theta+\phi) = r\cos\theta\cos\phi - r\cos\theta\sin\phi$$

$$\Longrightarrow \quad \acute{x} = x\cos\theta - y\sin\theta \qquad \text{----------(١)}$$

$$\acute{y} = r\sin(\theta+\phi) = r\sin\theta\cos\phi - r\cos\theta\sin\phi$$

$$\Longrightarrow \quad \acute{y} = x\sin\theta - y\cos\theta \qquad \text{----------(٢)}$$

المعادلات (١) و (٢) يمكن كتابتها في شكل مصفوفات كالتالي:

$$\begin{bmatrix}\acute{x}\\ \acute{y}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} \qquad \text{..... (٣)}$$

أو :

$$\begin{bmatrix} \acute{x} \\ \acute{y} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \text{.. (٤)}$$

حيث R هي مصفوفة الدوران من منظومة الإحداثيات المعلومات (x , y) الى منظومة إحداثيات $(\acute{x} , \acute{y})$ الموازية لمنظومة الإحداثيات الأرضية (X , Y) .

ثانياً: معامل مقياس الرسم أو مقياس الرسم.

$$\begin{bmatrix} \acute{x} \\ \acute{y} \end{bmatrix} = S\,R \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \text{.. (٥)}$$

هذه الخطوة يُجرى لتوحيد المقياس بين المنظومتين:

ثالثاً: الإزاحة.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = S\,R \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \end{bmatrix} \quad \text{.. (٦)}$$

هذه الخطوة تُجرى لتطابق نقطتي الأصل في المنظومتين (x , y) و (X , Y).

المعادلة (٦) أعلاه يمكن كتابتها في الشكل التالي:

$$\left.\begin{aligned} X &= S\,(x\cos\theta - y\sin\theta) + Tx \\ Y &= S\,(x\sin\theta - y\cos\theta) + Ty \end{aligned}\right\} \quad (٧)$$

وهذه يمكن كتابتها كما يلي:

$$\left.\begin{aligned} X &= a\,x - b\,y + c \\ Y &= b\,x + a\,y + d \end{aligned}\right\} \quad (٨)$$

حيث:

$a = S\cos\theta$, $b = S\sin\theta$

$C = Tx$, $d = Ty$

هذه المعادلات هي **ما تعرف بالتحويل الثنائي التشاكلي أو التشابهي.**

(٢-D Similarity Transformation)

OR (٢-D Coordinates Transformation)

وهذا التحويل يحافظ على الزوايا وبالتالي يحافظ على الشكل.

هنالك أربعة مجاهيل ($a\ ,\ b\ ,\ c\ ,\ d$) وبالتالي نحتاج على الأقل الى نقطتين معلومتين الإحداثيات في المنظومتين.

المعادلتان في (٨) يمكن كتابتها في شكل مصفوفات كما هو أدناه:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} x & -y & ١ & ٠ \\ y & x & ٠ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (٩)$$

$\uparrow \qquad\qquad \downarrow\uparrow$

$b \qquad\qquad A \qquad\qquad x$

إذا كان عدد النقاط المعلومات أكثر من إثنين وجب إستخدام طريقة أقل التربيعات للحصول على المجاهيل الأربعة من:

$$\acute{x} = \begin{bmatrix} \acute{a} \\ \acute{b} \\ \acute{c} \\ \acute{d} \end{bmatrix} = (A^T\ w\ A)^{-١} A^T\ w\ b$$

حيث: $w \equiv$ مصفوفة الوزن .

وبإفتراض أن الإحداثيات قيست بنفس الدقة تصبح مصفوفة الوزن مصفوفة وحدة وتصبح المعادلة.

$$\acute{x} = \begin{bmatrix} \acute{a} \\ \acute{b} \\ \acute{c} \\ \acute{d} \end{bmatrix} = (A^T\ A)^{-١} A^T . b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (١٠)$$

لحساب الأخطاء المتبقية $\hat{v}$ نستخدم المعادلة التالية:

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix} = A\ \hat{x} - \ b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (١١)$$

إذا كان مقدار الدوران ومعامل المقياس أو مقياس الرسم مطلوبين فيمكن إيجادهما من المعالدتين التاليتين (١٢) و (١٣).

$$a^{٢} + b^{٢} = S^{٢}\,(sin^{٢}\theta + cos^{٢}\,) = S^{٢}$$

ومنها :

$$S = (\hat{a}^{٢} + \hat{b}^{٢})^{١/٢} \quad \text{.....(١٢)}$$

$$\theta = tan^{-١}\frac{b}{a} \quad \text{.....(١٣)}$$

بدلاً من الحل السابق يمكن الوصول الى المجاهيل الأربعة في خطوات متسلسلة.

١/ حساب إنحراف الخط الواصل بين النقطتين معلوميتين الإحداثيات في كل منظومة والفرق بينهما تعطي الزاوية (θ) زاوية الدوران ، أي :

$$\theta = tan^{-١}\left(\frac{X_{١} - X_{٢}}{Y_{١} - Y_{٢}}\right) - tan^{-١}\left(\frac{x_{١} - x_{٢}}{y_{١} - y_{٢}}\right) \quad \text{..... (١٤)}$$

٢/ معامل القياس يُحسب من الإحداثيات في المنظومة بحساب المسافة في المنظومة الأولى ونسبتها الى المسافة الثانية (نفس الوحدة).

$$S = \text{معامل المقياس} = \frac{[(X_{١} - X_{٢})^{٢} + (Y_{١} - Y_{٢})^{٢}]^{١/٢}}{[(x_{١} - x_{٢})^{٢} + (y_{١} - y_{٢})^{٢}]^{١/٢}} \quad \text{..... (١٥)}$$

٣/ بمعلومية الإحداثيات في المنظومتين يمكن حساب الإزاحتين من:

$$\left.\begin{aligned} T_{xi} &= X - S\,(x\cos\theta - y\,\sin\theta) \\ T_{y} &= Y - S\,(x\sin\theta - y\,\cos\theta) \end{aligned}\right\} \quad \text{..... (١٦)}$$

ومن ثم إيجاد المتوسط:

$$\left.\begin{aligned} T_{x} &= \tfrac{١}{٢}\,(T_{x١} + T_{x٢}) \\ T_{y} &= \tfrac{١}{٢}\,(T_{y١} + T_{y٢}) \end{aligned}\right\} \quad \text{..... (١٧)}$$

إذا كان المقياس في الإتجاهين السيني والصادي غير متعامدين (مثلاً Sx) في إتجاه المحور السيني و (Sy) في إتجاه المحور الصادي ، يُمكننا كتابة المعادلات كما يلي:

$$X = Sx\,(x\cos\theta - y\sin\theta) + Tx$$
$$Y = Sy\,(x\sin\theta - y\cos\theta) + Ty$$

أو :

$$X = (Sx\cos\theta)x - (Sx\sin\theta)\,y + Tx$$
$$Y = (Sy\sin\theta)x - (Sy\cos\theta)\,y + Ty$$

أو :

$$\left.\begin{aligned} X &= a_١\,x + b_١ y + C_١ \\ T_y &= a_٢\,x + b_٢ y + C_٢ \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (١٨)$$

حيث:

$$a_١ = Sx\cos\theta \quad , \quad b_١ = Sx\sin\theta \quad , \quad C_١ = Tx$$
$$a_٢ = Sy\sin\theta \quad , \quad b_٢ = Sy\cos\theta \quad , \quad C_٢ = Ty$$

المعطيات: (١٨) أعلاه هي ما تعرف بالتحويل ذو الستة عناصر أو التحويل الثنائي غير التشابهي (*٢-D Affine Transformation*) وهذا التحويل يحول من منظومة إحداثيات الى أخرى مع حدوث تغير في الشكل الهندسي.

المعادلات (١٨) يمكن كتابتها في شكل آخر يمكن من إيجاد قيم المجاهيل الستة: $a_١ , b_١ , a_٢ , b_٢ , c_١ , c_٢$ وبالتالي يمكن كتابة المعادلتين التاليتين لأي نقطة (i)معلومة الإحداثيات في المنظومتين (X , Y) و (x , y) .

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} x & y & ١ & ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ & x & y & ١ \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} a_١ \\ b_١ \\ c_١ \\ a_٢ \\ b_٢ \\ c_٢ \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots \ (١٩)$$

ويجب توافر ثلاثة نقاط على الأقل معلومة الإحداثيات في المنظومتين للوصول الى حل أحادي، إما إذا زاد عدد النقاط عن ذلك لزم إستخدام طريقة أقل التربيعات.

بعد إيجاد عناصر التحويل الستة يمكن إيجاد الإحداثيات $(x\ ,\ y)$ بالنسبة لأي نقطة معلومة الإحداثيات $(x\ ,y)$ ← وذلك بالتعويض والحل العكسي للمعادلات(١٨).

أما لإيجاد الإحداثيات $(x\ ,\ y)$ لنقطة معلومة الإحداثيات $(x\ ,\ y)$ فيلزمنا إجراء بعض التعديلات في المعادلات (١٨) ويمكن كتابة ذلك في الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}} \quad \text{..... (٢٠)}$$

Ax $\quad$ b

ومنها:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{a_1 b_2 - b_1 a_2} \begin{bmatrix} b_2 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & C_1 \\ Y & C_2 \end{bmatrix} \quad \text{..... (٢١)}$$

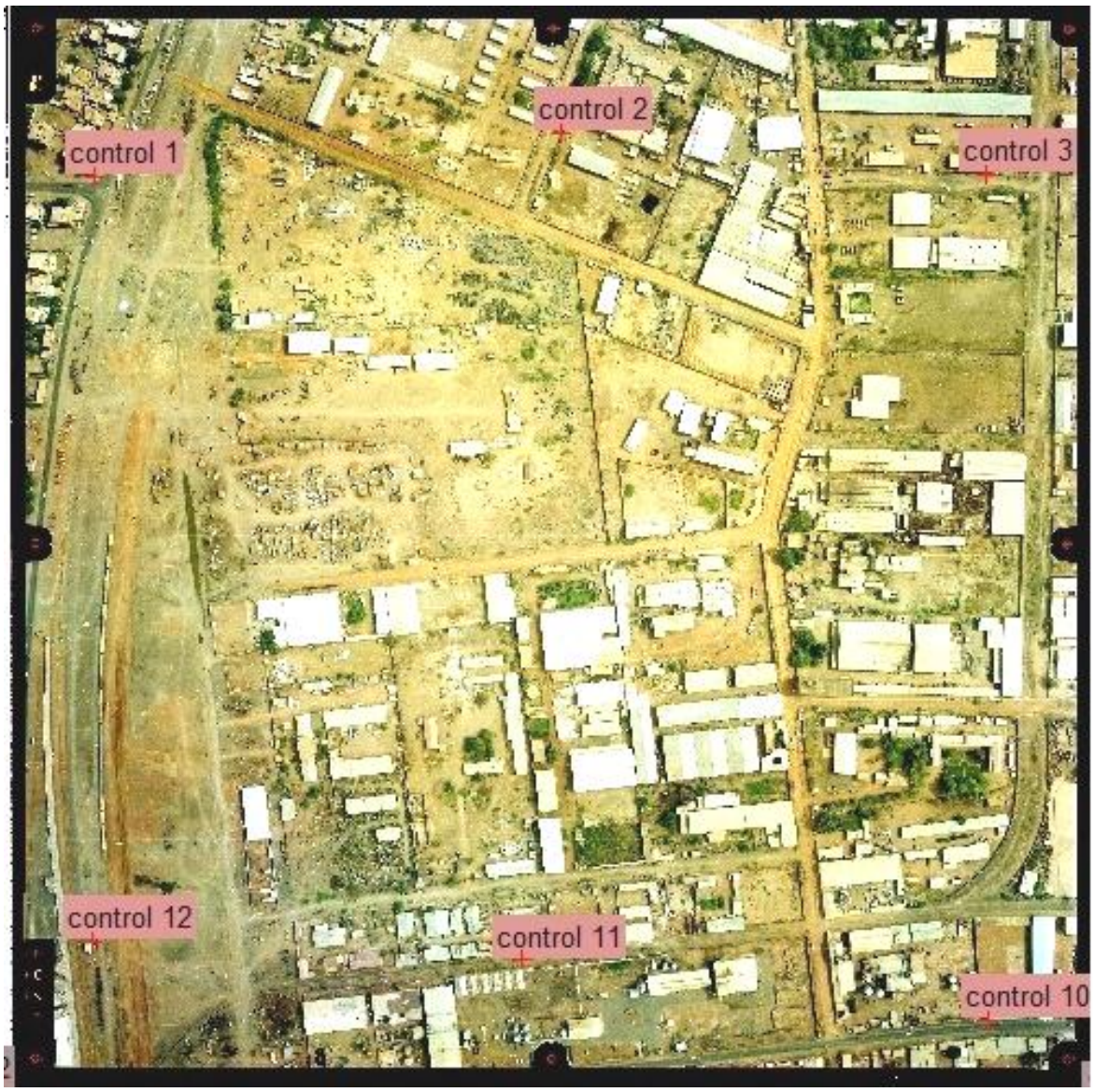
وهذا ما يعرف بالتحويل الثنائي *(٢-D Coordinates Transformation)* .

الباب الثالث

الوسائل المستخدمة في تحويل الإحداثيات

٣.١ تمهيد:

تم الحصول على البيانات من الصورة الرقمية (إحداثيات الكاميرا) المأخوذة لمنطقة التصوير التي تقع في الخرطوم بحري (المنطقة الصناعية) ، كما في الصور التالية:



صورة رقم (١ . ٣) توضح منطقة التقاط المعالم (بالخرطوم بحري – الصناعات)

والتي تشتمل على إحداثيات رقمية وتماثلية ، وتم إختيار عدد ١٦ نقطة منها كما في الجدول التالي:

جدول (٣.١) يوضح الاحداثيات الرقمية والتصويرية في الصورة

الإحداثيات التصويرية للصورة الأولى		الإحداثيات الرقمية للصورة الاولى		رقم النقطة
الإحداثي الشمالي (مم)	الإحداثي الشرقي الاول (مم)	العمود الأول	الصف الأول	
٧٢.٨٨٣	- ٩١.١١	٥١٧.٣٧٥	٣٦٣.٨٧٥	١
٨٩.١٣٦	- ٨٥.٨٩٢	٣٠٠.٦٢٥	٤٣٣.٦٢٥	٢
٦٣.٤٣٦	- ٦٨.٠٨٧	٦٤٣.٦٢٥	٦٧٠.٨٧٥	٣
٥٩.٣٩٥	- ٥٧.٩٢٦	٦٩٧.٦٢٥	٨٠٦.٣٧٥	٤
٤٨.٩٣٦	- ٣٥.٢٦١	٩١٨.٢٥	٢٢٧١.٢٥	٥
٣٠.٣٥١	- ٣٦.٥٨١	١٠٨٥.٢٥	١٠٩٠.٧٥	٦
١١.٨٦٨	- ٤١.٥١٧	١٣٣١.٧٥	١٠٢٤.٧٥	٧
- ٢٨.٤٨١	- ٣٦.٨٩٦	١٩٤٧.٢٥	٢٢٣٦.٢٥	٨
- ٧٤.٠٢٨	- ٣٠.٧١٦	٢٥٦٢.٢٥	٢٣٠٨.٧٥	٩
٤٥.٧١٣	١٣.٩٠٢	٨٨٠.٨٧٥	١٧٦٤.٣٨	١٠
٦٢.٦٤٨	١٥.٠١١	٧٤٣.٧٥	٢٩٣٩.٧٥	١١
٧٨.٩٧١	١٤.٧٣	٤٣٧.٢٥	١٧٧٥.٧٥	١٢
٨٢.٩٨٢	١٤.٤٦٤	٣٨٣.٧٥	١٧٧٢.٢٥	١٣
٩٥.١٢٧	١٤.٦٤٣	٢٢١.٧٥	١٧٧٤.٧٥	١٤

٧٩.١١٧	- ٣٣.١٠٧	٤٣٤.٧٥	١١٣٧.٧٥	١٥
٩٩.٣٢٢	- ٣٥.١٤٦	٢٤٩.٢٥	٢٢٧٩.٧٥	١٦

يتم استخدام برامج الحاسب الآلي أو الكميوتر في تحويل الإحداثيات في حالة ثلاثة نقاط أو أكثر

٣.٢ البرامج المستخدمة في تحويل الإحداثيات:

Microsoft Excel

برنامج *Microsoft Excel*هو احد برامج الجداول الإلكترونية والتي يمكنك أن إستعماله لإدارة البيانات وتحليلها وتخطيها. والتي ظهرت في بداية الأمر كبرامج مالية ثم تطورت إلى برامج مالية ومحاسبية خاصة بأجراء الحسابات المالية كإعداد الرواتب والموازنات وغيرها .ومن هذه البرامج *(Vesicles)* وبرنامج *(Lotus١٢٣)* وأخيراً برنامج.*(Microsoft Excel)* .

ويُعرف الأكسل بأنه برنامج للجداول الإلكترونية يوفر أربع مزايا رئيسية:

١/كتاب العمل.

٢/إجراء المهام الحسابية.

٣/توفير ميزة قواعد البيانات.

٤/إنشاء الرسوم البيانية.

برنامج الاكسل:

برنامج *Excel* هو أحد البرامج التطبيقية يستخدم لبناء جداول مختلفة وإستخدام العديد من الصيغ والمعادلات، هذا البرنامج هو ضمن سلسلة برامج تطبيقية يتم تحميلها على الحاسبة الإلكترونية وهذه البرامج تقع تحت اسم *Microsoft Office* ومجموعة البرامج هذه جاءت بعد طبعات (*Version*)، فالطبعة الأولى كانت ٩٧ *Office* الى ٢٠١٣ *Office*.

٣.٣ الوسائل المستخدمة في تحويل الاحداثيات:

٣.٣.١ قياس الاحداثيات التصويرية:

عادةً في غالبية الطرق المستخدمة في المساحة التصويرية، تقاس الإحداثيات التصويرية. وتعتبر تلك الاحداثيات هي المادة الخام أو البيانات الأساسية التي تستخدم في عمليات المساحة التصويرية اللاحقة (خاصة في المساحة التصويرية التحليلية).

تستخدم الاحداثيات التصويرية في إيجاد الاحداثيات الارضية، المسافات، الزوايا ...الخ.

هنالك طريقتان لقياس الاحداثيات التصويرية منها:

٣.٣.٢القياس المباشر:

في القياس المباشر تقاس المسافات بواسطة المسطرة العادية والتي تقيس لأقرب ٠.٥ ملم (الدقة)، أو باستخدام مسطرة خاصة مصنوعة من مادة معاملها التمددي صغير جداً ، وهذه تقيس لأقرب ٠.١ ملم.

٣.٣.٤ القياس غير المباشر:

أما في القياس غير المباشر نستخدم أجهزة مصنوعة خصيصاً لهذا الغرض وتسمى الكمبراتور.

٣.٤الكمبيراتورات*Comparators*:

عبارة عن أجهزة صممت خصيصاً لقياس إحداثيات النقاط على الصورة الجوية وفيها (تقارن) مواقع النقاط المصورة بوضعها منسوبة لمركز نظام إحداثيات الجهاز وتنقسم الى قسمين.

١/ **النوع الأول** يسمى الكمبراتور الأحادي (*Mono- Comparator*) ويستخدم صورة واحدة فقط.

٢/ **النوع الثاني** يسمى الكمبراتور المزدوج (*Ctereo-Comparator*)

٣.٤.١ المكونات الرئيسية للكمبراتور:

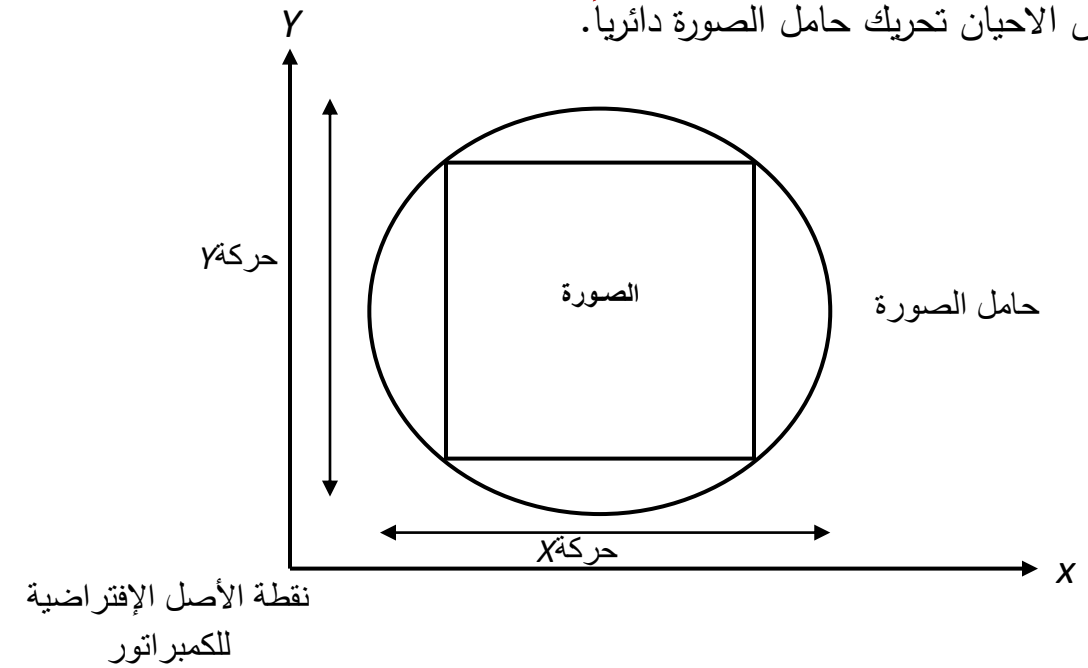
حامل الصورة الجوية والتي يمكن وضع الصورة الجوية عليها.

ميكروسكوب (١٠ * تكبير) للنظر الى الصورة.

عجلتان يدويتان (*Hand wheels*) لتحريك حامل الصورة في إتجاهين متعامدين (موازي للمحورين السيني والصادي).

مصدر ضوئي لإنارة الصورة .

يتم في بعض الاحيان تحريك حامل الصورة دائرياً.



شكل رقم (٢ . ٣) يوضح محاور الكمبراتور

علامة القياس هي عبارة عن علامة في شكل نقطة أو صليب موضوعة في الممر الضوئي (*optical path*) لوحدة النظر،أى الميكروسكوب.

يتم القياس بتحريك حامل الصورة عن طريق العجلات اليدوية حتى تستقر علامة القياس عند النقطة المعنية.كمية الحركة في الإتجاهين السيني والصادي يتم قياسها بمسامير دقيقة عن

طريق مشفرات خطية *linear Encoders* أو مشفرات دائرية *Rotary Encoders* والتي يمكن قراءتها لأقرب ٠.٠٠١ مم (ميكرومتر).

تعرض القياسات على عداد *Counter* أو جهاز عرض إلكتروني *Electronic Display Devices* أو تسجل على طابعة أو تدخل الى الحاسوب أو تخزن في شريط أو قرص.

الباب الرابع

القياسات والحسابات والنتائج

٤.١ تمهيد:

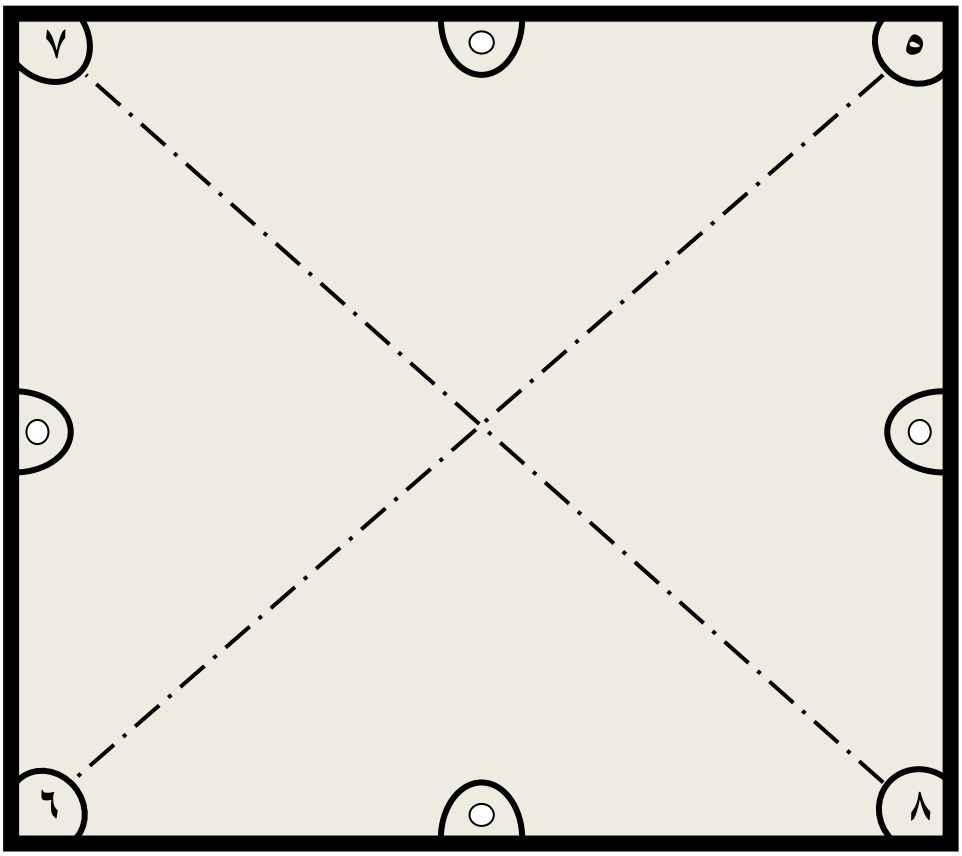
معطى الاحداثيات المعايرة للنقاط الركنية (*Fiducial*) البكسل والاحداثيات المعايرة التصويرية (الصورة الأولى) للتأكد من الإحداثيات المعايرة المنسوبة لنقطة الأساس المعايرة. كما يلي:

جدول (١.٤) يوضح إحداثيات الإسناد المعايرة

الإحداثي الشمالي (مم)	***الإحداثي الشرقي (مم)***	***رقم نقطة علامة الإسناد***
- ١٠٦.٠٠٤	١٠٦.٠٠٢	٨
- ١٠٦.٠١٢	- ١٠٦.٠١	٦
١٠٥.٩٩٤	- ١٠٥.٠٠٩	٧
١٠٥.٩٩٩	١٠٥.٩٩٦	٥

جدول (٢.٤) يوضح الاحداثيات الرقمية المعايرة لعلامات الإسناد

الصورة الثالثة		**الصورة الثانية**		**الصورة الأولى**		**رقم نقطة علامة الإسناد**
عمود	**صف**	**عمود**	**صف**	**عمود**	**صف**	
٢٩٠٧	٣٠٠٥	٢٩٠٥	٢٩٩١	٢٩٠٦	٢٩٩٢	٨
٢٩٠٨	١٧٧	٢٩٠٣	١٦٤	٢٩٠٣	١٦٤	٦
٨٠	١٧٦	٧٦	١٦٦	٧٤	١٦٧	٧
٧٩	٣٠٠٤	٧٧	٢٩٩٣	٧٨	٢٩٩٥	٥



شكل (١.٤) يوضح علامات الاسناد في الصورة

الخطوات العملية:

بإستخدام برنامج إكسل (*Excel*) في الكمبيوتر كان الحصول على عناصر التحويل أو المجاهيل الستة $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$). كما في المعادلتين:

$$X = a_0 + a_1x + a_2y$$
$$Y = b_0 + b_1x + b_2y$$

وكل نقطة في الصورة الجوية تعطي المعادلتين أعلاها .

وبتعويض المجاهيل الستة في المعادلتين يتم الحصول على الاحداثيات (X ,Y) للنقطة الواحدة.

وهنا يتم استخدام ثمانية نقاط ذات الاحداثات المعلومة(*Pixel Coordinates*) لتحويلها الي (*Photo Coordinates*) (.بطريقة أقل التربعات) حيث كانت الخطوات كالآتي :

١/ تكوين مصفوتة معاملات المجاهيل (A)

٢/ الحصول على منقول المصفوفة(*A Transpose*) = (AT)

٣/ و بضرب (١ *٢)

٤/ ايجاد معكوس كل القوس (*AT *A*)- (*Inverse*)

٥/ ضرب الناتج من المعكوس في AT

٦/ وضرب الناتج من (٥)في b (مصفوفة١*n أخطاء القفل)حيث n عدد الأرصاد

بالخطوات اعلاها أمكن الحصول علي المجاهيل الستة ثم تم التعويض في المعادلتين أعلاهما والحصول على الاحداثيات التصويرية (ثعويض (*Pixel*) للحصول على (*Photo*) .

وتم تطبيق ذات الخطوات في التحويل الثنائي التشاكلي (*Conformal transformation*)

لإيجاد الأربعة عناصر (a , b, c , d) ثم التعويض للحصول على الاحداثيات التصويرية في المعادلات :

$$X = a\,x - by + c$$
$$Y = b\,x + ay + d$$

٤.٢ التحويل الثنائي غير التشاكلي (*Affine transformation*):

تم إختيار عدد (١٦) نقطة من البيانات المعطاة من إحداثيات تماثلية وأيضاً (١٦) نقطة مناظرة لها من إحداثيات رقمية، كما في الجدول:

جدول (٣.٤) يوضح الاحداثيات الزوجية والفردية التصويرية

Even Photo	*Odd Photo*
	B
-٨٥.٨٩٢	-٩١.١١
٨٩.١٣٦	٧٢.٨٨٣
-٥٧.٦٣٨	-٦٨.٠٨٧
٥٩.٣٩٥	٦٣.٤٣٦
-٣٦.٥٨١	٥١.٨١٢
٣٠.٣٥١	٤٢.٩٣٥
٤٩.٢٦٨	-٤١.٥١٧
-٣٤.١٩١	١١.٨٦٨
١٣.٩٠٢	٥٤.٧٥١
٤٥.٧١٣	-٨٠.٢٧٨
١٤.٧٣	١٠١.٩١٣
٧٨.٩٧١	٥٦.٠٧٨
١٤.٦٤٣	١٤.٤٦٤
٩٥.١٢٧	٨٢.٩٨٢
٥٢.٣٩٧	-٣٣.١٠٧
٩٣.٠٧٨١	٧٩.١١٧٨

تم أخذ الاحداثيات الرقمية ال *(Pixel)*بإستخدام النقاط الفردية منها وعددها (٨) لتكوين المصفوفة الرئيسية (*A*).

جدول (٤.٤) الإحداثيات الرقمية للنقاط الفردية

X	Y
٣٦٣.٨٧٥	٥١٧.٣٧٥
٦٧٠.٨٧٥	٦٤٣.٦٢٥
٢٢٧١.٢٥	٩١٨.٢٥
١٠٢٤.٧٥	١٣٣١.٧٥
٢٣٠٨.٧٥	٢٥٦٢.٢٥
٢٩٣٩.٧٥	٧٤٣.٧٥
١٧٧٢.٢٥	٣٨٣.٧٥
١١٣٧.٧٥	٤٣٤.٧٥

A

١	٣٦٣.٨٧٥	٥١٧.٣٧٥	٠	٠	٠
٠	٠	٠	١	٣٦٣.٨٧٥	٥١٧.٣٧٥
١	٦٧٠.٨٧٥	٦٤٣.٦٢٥	٠	٠	٠
٠	٠	٠	١	٦٧٠.٨٧٥	٦٤٣.٦٢٥
١	٢٢٧١.٢٥	٩١٨.٢٥	٠	٠	٠
٠	٠	٠	١	٢٢٧١.٢٥	٩١٨.٢٥
١	١٠٢٤.٢٥	١٣٣١.٧٥	٠	٠	٠
٠	٠	٠	١	١٠٢٤.٢٥	١٣٣١.٧٥
١	٢٣٠٨.٧٥	٢٥٦٢.٢٥	٠	٠	٠
٠	٠	٠	١	٢٣٠٨.٧٥	٢٥٦٢.٢٥
١	٢٩٣٩.٧٥	٧٤٣.٧٥	٠	٠	٠
٠	٠	٠	١	٢٩٣٩.٧٥	٧٤٣.٧٥
١	١٧٧٢.٢٥	٣٨٣.٧٥	٠	٠	٠
٠	٠	٠	١	١٧٧٢.٢٥	٣٨٣.٧٥
١	١١٣٧.٧٥	٤٣٤.٧٥	٠	٠	٠
٠	٠	٠	١	١١٣٧.٧٥	٤٣٤.٧٥

التي تم الحصول منها على المجاهيل الـ(٦) باستخدام المعادلة:

$$X = a_0 + a_1 x + a_2 y$$
$$Y = b_0 + b_1 x + b_2 y$$

والتي يمكن كتابها في شكل مصفوفة ، كما يلي:

$$\begin{bmatrix} x \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & X & Y & ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ & ١ & X & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a٠ \\ a١ \\ a٢ \\ b٠ \\ b١ \\ b٢ \end{bmatrix}$$

b A x

$\hat{x}$	$(A^T.A)\,A^T.b$
$a0$	-118.5228238
$a1$	0.074964544
$a2$	7.73878E-05
$b0$	111.5426225
$b1$	9.50619E-05
$b2$	-0.074952876

باستخدام الاحداثيات الرقمية المعطاة في الصورة الأولى (X,Y) والاحداثيات التماثلية في الصورة الأولى.

جدول رقم (٤ . ٥) يوضح الاحداثيات التصويرية المعطاة والمناظرة للرقمية

Even Given		***photo***	***Odd Given***	
x	***y***		***X***	***y***
-٨٥.٨٩٢	٨٩.١٣٦		-٩١.١١	٧٢.٨٨٣
-٥٧.٦٣٨	٥٩.٣٩٥		-٦٨.٠٨٧	٦٣.٤٣٦
-٣٦.٥٨١	٣٠.٣٥١		٥١.٨١٢	٤٢.٩٣٥
٤٩.٢٦٨	-٣٤.١٩١		-٤١.٥١٧	١١.٨٦٨
١٣.٩٠٢	٤٥.٧١٣		٥٤.٧٥١	-٨٠.٢٧٨
١٤.٧٣	٧٨.٩٧١		١٠١.٩١٣	٥٦.٠٧٨
١٤.٦٤٣	٩٥.١٢٧		١٤.٤٦٤	٨٢.٩٨٢
٥٢.٣٩٧	٩٣.٠٧٨١		-٣٣.١٠٧	٧٩.١١٧٨

بعد ذلك تم حساب الاحداثيات التماثلية باستخدام التحويل غير التشاكلي كما في الجدول:

جدول رقم (٤ . ٦) الاحداثيات الزوجية التصويرية المحسوبة والمناظرة لها المعطاه

Calculated Even Photo	***Point No***	(***Given Even Photo***)	***Point No***	
			X	*Y*
X	*y*			
-٨٥.٩٩٣٠٣٣٥	٨٩.٠٥١٩٩٣٩٩	٢	-٨٥.٨٩٢	٨٩.١٣٦
-٥٨.٠١٩١٠١٩٥	٥٩.٣٣٢٢٩٢٥١	٤	-٥٧.٦٣٨	٥٩.٣٩٥
-٣٦.٦٧٠٩٢٧٩	٣٠.٣٠٦٨٤٢٨٣	٦	-٣٦.٥٨١	٣٠.٣٥١
٤٩.٢٦٨١٩٨٤	-٣٤.١٩١١٢٠١٣	٨	٤٩.٢٦٨	-٣٤.١٩١
١٣.٨١١٩٢٦٤٣	٤٥.٦٨٨٨١١٢٩	١٠	١٣.٩٠٢	٤٥.٧١٣
١٤.٦٢٩٩٤٢٢١	٧٨.٩٣٩٢٨٦٥٣	١٢	١٤.٧٣	٧٨.٩٧١
١٤.٥٣٨٢٩٧٢	٩٥.٠٩١٢١٦٢٣	١٤	١٤.٦٤٣	٩٥.١٢٧
٥٢.٣٩٧٧٥٠٧	٩٣.٠٧٨١١٦٧٣	١٦	٥٢.٣٩٧	٩٣.٠٧٨١

جدول رقم (٤ . ٧) الاحداثيات الزوجية الرقمية المعطاة والمناظرة للإحداثياتالتصويرية الزوجية

even pixelGiven			***Given Even Photo***	
X	*Y*		*x*	*Y*
٤٣٣.٦٢٥	٣٠٠.٦٢٥		-٨٥.٨٩٢	٨٩.١٣٦
٨٠٦.٣٧٥	٦٩٧.٦٢٥		-٥٧.٦٣٨	٥٩.٣٩٥
١٠٩٠.٧٥	١٠٨٥.٢٥		-٣٦.٥٨١	٣٠.٣٥١
٢٢٣٦.٢٥	١٩٤٧.٢٥		٤٩.٢٦٨	-٣٤.١٩١
١٧٦٤.٣٨	٨٨٠.٨٧٥		١٣.٩٠٢	٤٥.٧١٣
١٧٧٥.٧٥	٤٣٧.٢٥٤		١٤.٧٣	٧٨.٩٧١
١٧٧٤.٧٥	٢٢١.٧٥		١٤.٦٤٣	٩٥.١٢٧
٢٢٧٩.٧٥	٢٤٩.٢٥		٥٢.٣٩٧	٩٣.٠٧٨١

٤.٣ التحويل الثنائي التشاكلي (*Conformal Transformation*)

تم أخذ الاحداثيات الرقمية ال *(Pixel)* الفردية منها وعددها (٨) لتكوين المصفوفة الرئيسية ($A١$)

جدول (٨.٤) الإحداثيات الرقمية للنقاط الفردية

X	*Y*
٣٦٣.٨٧٥	٥١٧.٣٧٥
٦٧٠.٨٧٥	٦٤٣.٦٢٥
٢٧٧١.٢٥	٩١٨.٢٥
١٠٢٤.٧٥	١٣٣١.٧٥
٢٣٠٨.٧٥	٢٥٦٢.٢٥
٢٩٣٩.٧٥	٧٤٣.٧٥
١٧٧٢.٢٥	٣٨٣.٧٥
١١٣٧.٧٥	٤٣٤.٧٥

A1

$$\begin{pmatrix} ٠ & ١ & -٥١٧.٣٧٥ & ٣٦٣.٨٧٥ \\ ١ & ٠ & ٣٦٣.٨٧٥ & ٥١٧.٣٧٥ \\ ٠ & ١ & -٦٤٣.٦٢٥ & ٦٧٠.٨٧٥ \\ ١ & ٠ & ٦٧٠.٨٧٥ & ٦٤٣.٦٢٥ \\ ٠ & ١ & -٩١٨.٢٥ & ٢٢٧١.٢٥ \\ ١ & ٠ & ٢٢٧١.٢٥ & ٩١٨.٢٥ \\ ٠ & ١ & -١٣٣١.٧٥ & ١٠٢٤.٧٥ \\ ١ & ٠ & ١٠٢٤.٧٥ & ١٣٣١.٧٥ \\ ٠ & ١ & -٢٥٦٢.٢٥ & ٢٣٠٨.٧٥ \\ ١ & ٠ & ٢٣٠٨.٧٥ & ٢٥٦٢.٢٥ \\ ٠ & ١ & -٧٤٣.٧٥ & ٢٩٣٩.٧٥ \\ ١ & ٠ & ٢٩٣٩.٧٥ & ٧٤٣.٧٥ \\ ٠ & ١ & -٣٨٣.٧٥ & ١٧٧٢.٢٥ \\ ١ & ٠ & ١٧٧٢.٢٥ & ٣٨٣.٧٥ \\ ٠ & ١ & -٤٣٤.٧٥ & ١١٣٧.٧٥ \\ ١ & ٠ & ١١٣٧.٧٥ & ٤٣٤.٧٥ \end{pmatrix}$$

التي تم الحصول منها على المجاهيل الـ(٤) باستخدام المعادلة:

$$X = Ax - by + c$$
$$Y = bx + ay + d$$

والتي يمكن كتابتها في شكل مصفوفة كما يلي:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

باستخدام الاحداثيات الرقمية المعطاة في الصورة الأولى والتي تمثل $(X \ , \ Y)$ والاحداثيات التماثلية في الصورة الثانية والتي تمثل (b) . كما في الجدول الآتي:

جدول رقم (٤ . ٩) الاحداثيات الفردية التصويرية والمناظرة لها الرقمية

الإحداثيات الرقمية		الإحداثيات الفردية التصويرية
		b
٣٦٣.٨٧٥		-٩١.١١
٥١٧.٣٧٥		٧٢.٨٨٣
٦٧٠.٨٧٥		-٦٨.٠٨٧
٦٤٣.٦٢٥		٦٣.٤٣٦
٢٢٧١.٢٥		٥١.٨١٢
٩١٨.٢٥		٤٢.٩٣٥
١٠٢٤.٧٥		-٤١.٥١٧
١٣٣١.٧٥		١١.٨٦٨
٢٣٠٨.٧٥		٥٤.٧٥١
٢٥٦٢.٢٥		-٨٠.٢٧٨
٢٩٣٩.٧٥		١٠١.٩١٣
٧٤٣.٧٥		٥٦.٠٧٨
١٧٧٢.٢٥		١٤.٤٦٤
٣٨٣.٧٥		٨٢.٩٨٢
١١٣٧.٧٥		-٣٣.١٠٧
٤٣٤.٧٥		٧٩.١١٧٨

تم حساب المجاهيل الأربعة باستخدام المعادلة :

$$X = ax - by + c$$

$$Y = bx + ay + d$$

$$\hat{x} = (A^T.A)\,A^T.b$$

A	-٠.٠٠٩١٥٣٨٤٣
b	-٠.٠١٠٥٥٩٤٢٥
c	٥٧.٤٨٦٠١١١١
d	٦٢.٤٩٩١٣٥٠١

وبعد ذلك تم حساب الاحداثيات التماثلية باستخدام التحويل التشاكلي كما في الجدول:

Conformal Transformation

جدول رقم (٤ . ١٠) حساب الاحداثيات التصويرية باستخدام التحويل التشاكلي

		Point No	(إحداثيات المعطى)	
x	y		X	y
-٨٤.٨٩٢١١٥٤٧	٨٩.١٣٣٣٢٤٥٤	٢	٨٩.١٣٦	-٨٥.٨٩٢
-٥٧.٥٣٥٤٨٧٩٤	٥٨.٣٩٥٤٥٧٨١	٤	٥٩.٣٩٥	-٥٧.٦٣٨
-٣٦.١٨١٢٤٥٨٥	٣٠.٠٥١٢٥٤٦١	٦	٣٠.٣٥١	-٣٦.٥٨١
٤٩.٢٦٨٤٥٧٦٨	-٣٤.١٩١٤٧٨٩٦	٨	-٣٤.١٩١	٤٩.٢٦٨
١٣.٩٠٢١٥٨٩٦	٤٤.٧١٣٥٥٢٤٣	١٠	٤٥.٧١٣	١٣.٩٠٢
١٤.٧٣٢٤٥٨٦	٧٨.٩٧١٢٤٥٨٦	١٢	٧٨.٩٧١	١٤.٧٣
١٤.٦٤٣٢٥٦٣٣	٩٥.١٢٧٢٥٨٨٧	١٤	٩٥.١٢٧	١٤.٦٤٣
٥٢.٣٩٧٤٧٨٥٧	٩٢.٠٧٨١٣٦٣٦٨	١٦	٩٣.٠٧٨١	٥٢.٣٩٧

المقارنــة *Comparison*

جدول رقم (٤. ١١) يوضح المقارنة بين التحويل التشاكلي والإحدثيات المعطى

(الإحداثيات المعطى)		التحويل التشاكلي		الفرق	
		إحداثيات النقاط الزوجية المحسوبة		ΔY^2	ΔX^2
Y	x	Y	X		
-٨٥.٨٩٢	٨٩.١٣٦	-٨٤.٨٩٢	٨٩.١٣٣	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
- ٥٧.٦٣٨	٥٩.٣٩٥	- ٥٧.٥٣٥	٥٨.٣٩٥	٠.٠١١	١
-٣٦.٥٨١	٣٠.٣٥١	-٣٦.١٨١	٣٠.٠٥١	٠.٠١٦	٠.٠٩٠
٤٩.٢٦٨	-٣٤.١٩١	٤٩.٢٦٨	-٣٤.١٩١	٠.٠٠	٠.٠٠٠
١٣.٩٠٢	٤٥.٧١٣	١٣.٩٠٢	٤٤.٧١٤	٠.٠٠٠	٠.٩٩٨
١٤.٧٣	٧٨.٩٧١	١٤.٧٣٢	٧٨.٩٧١	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١٤.٦٤٣	٩٥.١٢٧	١٤.٦٤٣	٩٥.١٢٧	٠.٠٠٢	٠.٠٠٠
٥٢.٣٩٧	٩٣.٠٧٨١	٥٢.٣٧٩	٩٢.٠٧٨	٠.٠٠	١

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum \Delta X^2}{n}} = ٠.٦٢١$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum \Delta Y^2}{n}} = ٠.٣٨٣$$

$RMSE$ تمثل متوسط الجزر التربيعي للخطأ .

خطــأ الموقع = ٠.٧٣ $= \sqrt{(RMSE_X)^2 + (RMSE_y)^2}$

$RMSE_X$ تمثل متوسط الجزر التربيعي للخطأ في (x).

$RMSE_Y$ تمثل متوسط الجزر التربيعي للخطأ في (y) .

جدول رقم (١٢.٤) يوضح المقارنة بين التحويل غير التشاكلي والإحدثيات المعطى

الإحداثيات المعطى		التحويل غير التشاكلي		الفرق	
		إحداثيات النقاط الزوجية المحسوبة		ΔY^2	ΔX^2
y	x	Y	X		
-٨٥.٨٩٢	٨٩.١٣٦	- ٨٥.٩٩٣	٨٩.٠٥٢	٠.٠١	٠.٠٠٧
-٥٧.٦٣٨	٥٩.٣٩٥	- ٥٨.٠١٩	٥٩.٣٣٢	٠.١٤٥	٠.٠٠٣
-٣٦.٥٨١	٣٠.٣٥١	- ٣٦.٦٧١	٣٠.٣٠٧	٠.٠٠٨	٠.٠٠١
٤٩.٢٦٨	-٣٤.١٩١	٤٩.٢٦٨	- ٣٤.١٩١	٠.٠٠٠	٠.٠٠٠
١٣.٩٠٢	٤٥.٧١٣	١٣.٨١٢	٤٥.٦٨٩	٠.٠٠٨	٠.٠٠١
١٤.٧٣	٧٨.٩٧١	١٤.٦٣٠	٧٨.٩٣٩	٠.٠١	٠.٠٠١
١٤.٦٤٣	٩٥.١٢٧	١٤.٥٣٨	٩٥.٠٩١	٠.٠١١	٠.٠٠١
٥٢.٣٩٧	٩٣.٠٧٨١	٥٢.٣٩٨	٩٣.٠٧٨	٠.٠٠٨	٠.٠٠٠

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum \Delta X^2}{n}} = ٠.٠٣٢$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum \Delta Y^2}{n}} = ٠.١٥٨$$

$RMSE$ تمثل متوسط الجزر التربيعي للخطأ .

خطـأ الموقع = $\sqrt{(RMSE_X)^2 + (RMSE_y)^2}$ = ٠.١٦١

$RMSE_X$ تمثل متوسط الجزر التربيعي للخطأ في (x).

$RMSE_Y$ تمثل متوسط الجزر التربيعي للخطأ في (y) .

الباب الخامس

الخلاصــة والتوصيـات

٥.١ الخلاصة:

في الخلاصة توصلنا الي الآتي :

أن التحويل غير التشاكلي هو الأدق في تحويل الإحداثيات الثنائية لأنه يعطي دقة خطأ أقل بالنسبة للموقع من التحويل التشاكلي.

٥.٢التوصيـات:

من أهم التوصيات في هذا البحث :

١/ جمع البيانات من الصور الرقمية يجب يكون مرتبط بتعريف مكان التصوير وذلك بتحديد نقاط ضبط معلومة الأحداثيات .

٢/ يجب استخدامطرقووسائل حديثة في التحويلمثل جهاز(*Workstation*).

٣/ عمليات التحويل الثنائي تحتاج لنقاط أفقية معلومة الاحداثيات يجب توفيرها

٤/ يجب استخدام الكاميرات الرقمية في طائرة التصوير الجوي للحصول على البيانات رقمياً (*Digital Data*)لتتسهيل عملية تحويل الإحداثيات من (*Pixel coordinates*) الي (*Photo*).

٥/ يجب أن يكون التحويل مفيداًلانتاج الخرائط بمختلف المقاييس من البيانات التصويرية الدقيقة.

(تستخدم الخرائط ذات المقياس الصغير في الدرسات الجيولوجية. وفي تنظيم السيطرة على الفيضانات).

٦/ نوصي بإستخدام طريقة أخرى للتحويل مثل طريقة التحويل الإسقاطي التحليلي .

قائمة المراجع

(١) أحمد محمد ابراهيم، (٢٠١٣ م)،مذكرة المساحة التصويرية التحليلية،جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا، (الخرطوم).

(٢) *A. H. Omer, (٢٠١٤),, Ortho photo generation using photogrammetric projection and point intersection, M.S.C Research , University of Khartoum*

(٣) شريف فتحي الشافعي، (٢٠٠٤ م)،مقدمة عامه في علم المساحة التصويرية، دار الكتب العلمية للنشر والتوزيع، (القاهرة).

الملاحـق

٢D - Coordinates **Affine Transformation**

Pixel Coordinates		الإحداثيات المعطية Firest Image Photo Coordinates	
R	C	x(mm)	y(mm)
٣٦٣.٨٧٥	٥١٧.٣٧٥	-٩١.١١	٧٢.٨٨٣
٤٣٣.٦٢٥	٣٠٠.٦٢٥	-٨٥.٨٩٢	٨٩.١٣٦
٦٧٠.٨٧٥	٦٤٣.٦٢٥	-٦٨.٠٨٧	٦٣.٤٣٦
٨٠٦.٣٧٥	٦٩٧.٦٢٥	-٥٧.٦٣٨	٥٩.٣٩٥
٢٢٧١.٢٥	٩١٨.٢٥	٥١.٨١٢	٤٢.٩٣٦
١٠٩٠.٧٥	١٠٨٥.٢٥	-٣٦.٥٨١	٣٠.٣٥١
١٠٢٤.٧٥	١٣٣١.٧٥	-٤١.٥١٧	١١.٨٦٨
٢٢٣٦.٢٥	١٩٤٧.٢٥	٤٩.٢٦٨	-٣٤.١٩١
٢٣٠٨.٧٥	٢٥٦٢.٢٥	٥٤.٧٥١	-٨٠.٢٧٨
١٧٦٤.٣٨	٨٨٠.٨٧٥	١٣.٩٠٢	٤٥.٧١٣
٢٩٣٩.٧٥	٧٤٣.٧٥	١٠١.٩١٣	٥٦.٠٧٨
١٧٧٥.٧٥	٤٣٧.٢٥٤	١٤.٧٣	٧٨.٩٧١
١٧٧٢.٢٥	٣٨٣.٧٥	١٤.٤٦٤	٨٢.٩٨٢
١٧٧٤.٧٥	٢٢١.٧٥	١٤.٦٤٣	٩٥.١٢٧
١١٣٧.٧٥	٤٣٤.٧٥	-٣٣.١٠٧	٧٩.١١٧٨
٢٢٧٩.٧٥	٢٤٩.٢٥	٥٢.٣٩٧	٩٣.٠٧٨١

إختيارالاحداثيات الرقمية ذات الترتيب الزوجي وتعويضها في المعادلة وماينا ظرها من الحداثيات التصويرية الفردية لتكوين b

الترتيب الفردي لتكوين المصفوفة A

Given	Odd pixel	Give Odd	Photo	
X	Y	x		y
٣٦٣.٨٧٥	٥١٧.٣٧٥	-٩١.١١		٧٢.٨٨٣
٦٧٠.٨٧٥	٦٤٣.٦٢٥	-٦٨.٠٨٧		٦٣.٤٣٦
٢٢٧١.٢٥	٩١٨.٢٥	٥١.٨١٢		٤٢.٩٣٦
١٠٢٤.٧٥	١٣٣١.٧٥	-٤١.٥١٧		١١.٨٦٨
٢٣٠٨.٧٥	٢٥٦٢.٢٥	٥٤.٧٥١		-٨٠.٢٧٨
٢٩٣٩.٧٥	٧٤٣.٧٥	١٠١.٩١٣		٥٦.٠٧٨
١٧٧٢.٢٥	٣٨٣.٧٥	١٤.٤٦٤		٨٢.٩٨٢
١١٣٧.٧٥	٤٣٤.٧٥	-٣٣.١٠٧		٧٩.١١٧٨

إختيارالاحداثيات الرقمية ذات الترتيب الزوجي وتعويضها في المعادلة

Given	even pixel	Given Even	Photo	
X	Y	x		y
٤٣٣.٦٢٥	٣٠٠.٦٢٥	-٨٥.٨٩٢		٨٩.١٣٦
٨٠٦.٣٧٥	٦٩٧.٦٢٥	-٥٧.٦٣٨		٥٩.٣٩٥
١٠٩٠.٧٥	١٠٨٥.٢٥	-٣٦.٥٨١		٣٠.٣٥١
٢٢٣٦.٢٥	١٩٤٧.٢٥	٤٩.٢٦٨		-٣٤.١٩١
١٧٦٤.٣٨	٨٨٠.٨٧٥	١٣.٩٠٢		٤٥.٧١٣
١٧٧٥.٧٥	٤٣٧.٢٥٤	١٤.٧٣		٧٨.٩٧١
١٧٧٤.٧٥	٢٢١.٧٥	١٤.٦٤٣		٩٥.١٢٧
٢٢٧٩.٧٥	٢٤٩.٢٥	٥٢.٣٩٧		٩٣.٠٧٨

= Y = bx + ay + d

نحصل علي الاحداتيات التصويرية ذات الترتيب الزوجي ومقارنتها بالمعطى

	المصفوفة الرئيسية	**A**			
٠	٠	٠	٥١٧.٣٧٥	٣٦٣.٨٧٥	١
٥١٧.٣٧٥	٣٦٣.٨٧٥	١	٠	٠	٠
٠	٠	٠	٦٤٣.٦٢٥	٦٧٠.٨٧٥	١
٦٤٣.٦٢٥	٦٧٠.٨٧٥	١	٠	٠	٠
٠	٠	٠	٩١٨.٢٥	٢٢٧١.٢٥	١
٩١٨.٢٥	٢٢٧١.٢٥	١	٠	٠	٠
٠	٠	٠	١٣٣١.٧٥	١٠٢٤.٢٥	١
١٣٣١.٧٥	١٠٢٤.٢٥	١	٠	٠	٠
٠	٠	٠	٢٥٦٢.٢٥	٢٣٠٨.٧٥	١
٢٥٦٢.٢٥	٢٣٠٨.٧٥	١	٠	٠	٠
٠	٠	٠	٧٤٣.٧٥	٢٩٣٩.٧٥	١
٧٤٣.٧٥	٢٩٣٩.٧٥	١	٠	٠	٠
٠	٠	٠	٣٨٣.٧٥	١٧٧٢.٢٥	١
٣٨٣.٧٥	١٧٧٢.٢٥	١	٠	٠	٠
٠	٠	٠	٤٣٤.٧٥	١١٣٧.٧٥	١
٤٣٤.٧٥	١١٣٧.٧٥	١	٠	٠	٠

معطى		Odd Pixel A		Odd Photo b
	X١	٣٦٣.٨٧٥	x١	-٩١.١١
	Y١	٥١٧.٣٧٥	y١	٧٢.٨٨٣
	X٢	٦٧٠.٨٧٥	x٢	-٦٨.٠٨٧
	Y٢	٦٤٣.٦٢٥	y٢	٦٣.٤٣٦
	X٣	٢٢٧١.٢٥	x٣	٥١.٨١٢
	Y٣	٩١٨.٢٥	y٣	٤٢.٩٣٦
	X٤	١٠٢٤.٧٥	x٤	-٤١.٥١٧
	Y٤	١٣٣١.٧٥	y٤	١١.٨٦٨
	X٥	٢٣٠٨.٧٥	x٥	٥٤.٧٥١
	Y٥	٢٥٦٢.٢٥	y٥	-٨٠.٢٧٨
	X٦	٢٩٣٩.٧٥	x٦	١٠١.٩١٣
	Y٦	٧٤٣.٧٥	y٦	٥٦.٠٧٨
	X٧	١٧٧٢.٢٥	x٧	١٤.٤٦٤
	Y٧	٣٨٣.٧٥	y٧	٨٢.٩٨٢
	X٨	١١٣٧.٧٥	x٨	-٣٣.١٠٧
	Y٨	٤٣٤.٧٥	y٨	٧٩.١١٧٨

معادلة التحويل الثنائي غير التشاكلي

$$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} = \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} = \begin{matrix} a_0 \\ b_0 \end{matrix} + \begin{matrix} a_1 x \\ b_1 x \end{matrix} + \begin{matrix} a_2 y \\ b_2 y \end{matrix}$$

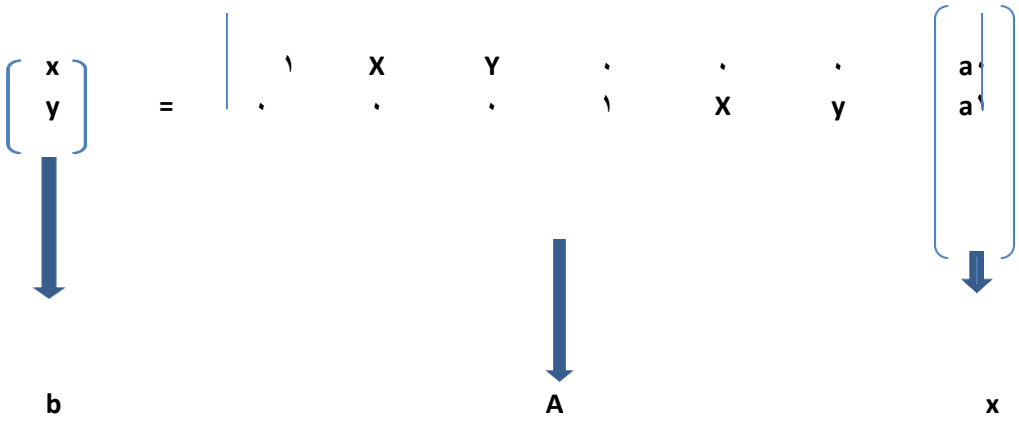
معادلة الرصد

$$A x = b + v$$

مصفوفة معاملات المجاهيل	A
مصفوفة المجاهيل	x
مصفوفة أخطاء القفل	b
مصفوفة الأخطاء المتبقية	v

المجاهيل أوالعناصر المطلوبة

$$\dot{X} = (AT\ A)\ AT\ b$$



Transpose

A T

١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠
٣٦٣.٨٧		٦٧٠.٨٧		٢٢٧١.٢		١٠٢٤.٢		٢٣٠٨.٧		٢٩٣٩.٧		١٧٧٢.٢		١١٣٧.٧	
٥	٠	٥	٠	٥	٠	٥	٠	٥	٠	٥	٠	٥	٠	٥	٠
٥١٧.٣٧		٦٤٣.٦٢				١٣٣١.٧		٢٥٦٢.٢							
٥	٠	٥	٠	٩١٨.٢٥	٠	٥	٠	٥	٠	٧٤٣.٧٥	٠	٣٨٣.٧٥	٠	٤٣٤.٧٥	٠
٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١
	٣٦٣.٨٧		٦٧٠.٨٧		٢٢٧١.٢		١٠٢٤.٢		٢٣٠٨.٧		٢٩٣٩.٧		١٧٧٢.٢		١١٣٧.٧
٠	٥	٠	٥	٠	٥	٠	٥	٠	٥	٠	٥	٠	٥	٠	٥
	٥١٧.٣٧		٦٤٣.٦٢				١٣٣١.٧		٢٥٦٢.٢						
٠	٥	٠	٥	٠	٩١٨.٢٥	٠	٥	٠	٥	٠	٧٤٣.٧٥	٠	٣٨٣.٧٥	٠	٤٣٤.٧٥

٠	٠	٠	٧٥٣٥.٥	١٢٤٨٨.٧٥	٨
٠	٠	٠	١.٣E+٠٧	٢٥١٩٧٩٤٤.٧	١٢٤٨٨.٧٥
٠	٠	٠	١.١E+٠٧	١٣٣٤٦٤٤٣.٥	٧٥٣٥.٥
٧٥٣٥.٥	١٢٤٨٨.٧٥	٨	٠	٠	٠
١٣٣٤٦٤٤٤	٢٥١٩٧٩٤٥	١٢٤٨٨.٧٥	٠	٠	٠
١٠٧٥٣٢٣٢	١٣٣٤٦٤٤٤	٧٥٣٥.٥	٠	٠	٠

A in Inverse

٠	٠	٠	٠.٠٠٠١٦	-٠.٠٠٠٢٢٩٩	٠.٦٣٢٨٣٩
٠	٠	٠	٠٨	١.٩٩٣٤E-٠٧	-٠.٠٠٠٢٣
٠	٠	٠	٣.١E-٠٧	-٨.٦٣٢E-٠٨	-٠.٠٠٠١٥٨
-٠.٠٠٠١٦	-٠.٠٠٠٢٣	٠.٦٣٢٨٣٩	٠	٠	٠
-٨.٦E-٠٨	١.٩٩E-٠٧	-٠.٠٠٠٢٣	٠	٠	٠
٣.١١E-٠٧	-٨.٦E-٠٨	-٠.٠٠٠١٦	٠	٠	٠

٠.٤٦٧		٠.٣٧٦		-٠.٠٣٤		٠.١٨٦		-٠.٣٠٣		-٠.١٦٠		٠.١٦٤		٠.٣٠٢									
٣٦٧٧٧	٠	٨٢٦٥	٠	٥٠٩	٠	٧٧	٠	١٢	٠	٥٩	٠	٧٣٤	٠	٥٣١	٠								
-		-				-																	
٠.٠٠٠		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠		-٩.١٧E		٠.٠٠٠		-٩.٠٣E		-٤.١E									
٢٠٢٠١	٠	١٥١٧	٠	١٤٣٦	٠	١٤	٠	٠٦	٠	٢٩٢	٠	٠٥	٠	٠٥	٠								
-		-		-						-		-		-									
٢.٨٦٧		١.٥٩٢		-٦.٨٧E		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠									
٥E-٠٥	٠	E-٠٥	٠	٠٥	٠	١٧	٠	٤٣٩	٠	١٨	٠	١٩	٠	١٢	٠								
			-٠.٣٧٦		-٠.٠٣٤				-٠.٣٠٣		-٠.١٦٠												
	٠.٤٦٧		٨٢٦٥		٠.٠٣٤		٠.١٨٦		٠.٣٠٣		٠.١٦٠		٠.١٦٤		٠.٣٠٢								
٠	٣٦٨	٠	٤٦	٠	٥٠٩٣	٠	٧٦٦	٠	١٢	٠	٥٩	٠	٧٣٤	٠	٥٣١								
			-																				
	-		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠		-																
	٠.٠٠٠		١٥١٧		١٤٣٦		٠.٠٠٠		٩.١٧E-		٠.٠٠٠		٩.٠٣E-		-٤.١E-								
٠	٢	٠	١	٠	١	٠	١٤	٠	٠٦	٠	٢٩٢	٠	٠٥	٠	٠٥								
			-		-						-		-		-								
	-٢.٩E-		١.٥٩١		٦.٨٦٧		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠		٠.٠٠٠								
٠	٠٥	٠	٨E-٠٥	٠	E-٠٥	٠	١٦٨	٠	٤٣٩	٠	١٨	٠	١٩	٠	١٢								

المجاهيل أوالعناصر المطلوبة

في التحويل غير التشاكلي

$$(AT\ A)\ AT\ b = \begin{pmatrix} -١١٨.٥٢٣ \\ \\ ٠.٠٧٤٩٦٥ \\ ٧.٧٤E-٠٥ \\ ١١١.٥٤٢٦ \\ ٩.٥١E-٠٥ \end{pmatrix} \quad \dot{X} = \begin{pmatrix} \\ \\ a٠ \\ a١ \\ a٢ \\ b٠ \\ b١ \end{pmatrix} \quad * b = \begin{matrix} A\ in\ *\ AT \\ \\ -١١٨.٥٢٢٨٢٤ \\ ٠.٠٧٤٩٦٤٥٤٤ \\ ٧.٧٣٨٧٨E-٠٥ \\ ١١١.٥٤٢٦٢٢٥ \\ ٩.٥٠٦١٩E-٠٥ \end{matrix}$$

-٠.٠٧٤٩٥٢٨٨ b٢ -٠.٠٧٤٩٥

٢ - Dimen sion
Conformal Transformation
Coordinates

$$x = aX - by + c$$
$$y = bX + ay + d$$

$$\begin{bmatrix} x \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & ١ & ٠ \\ y & x & ٠ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

b A x

المصفوفة الرئيسية

A

٣٦٣.٨٧٥	-٥١٧.٣٧٥	١	٠
٥١٧.٣٧٥	-٣٦٣.٨٧٥	٠	١
٦٧٠.٨٧٥	٦٤٣.٦٢٥	١	٠
٦٤٣.٦٢٥	-٦٧٠.٨٧٥	٠	١
٢٢٧١.٢٥	٩١٨.٢٥	١	٠
٩١٨.٢٥	-٢٢٧١.٢٥	٠	١
١٠٢٤.٧٥	١٣٣١.٧٥	١	٠
١٣٣١.٧٥	-١٠٢٤.٧٥	٠	١
٢٣٠٨.٧٥	٢٥٦٢.٢٥	١	٠
٢٥٦٢.٢٥	-٢٣٠٨٨.٨	٠	١
٢٩٣٩.٧٥	٧٤٣.٧٥	١	٠
٧٤٣.٧٥	-٢٩٣٩.٧٥	٠	١
١٧٧٢.٢٥	٣٨٣.٧٥	١	٠
٣٨٣.٧٥	-١٧٧٢.٢٥	٠	١
١١٣٧.٧٥	٤٣٤.٧٥	١	٠
٤٣٤.٧٥	-١١٣٧.٧٥	٠	١

وبتعويض الاحداتيات الرقمية والمجاهيل في المعادلة أدناها

$$X = ax - by + c$$

$$Y = bx + ay + d$$

نحصل علي الاحداتيات التصويرية ذات
الترتيب الزوجي
ومقارنتها بالمعطى

A T Transpose

٤٣٤.٧٥	١١٣٧.٧٥	٣٨٣.٧٥	١٧٧٢.٢٥	٧٤٣.٧٥	٢٩٣٩.٧٥	٢٥٦٢.٢٥	٢٣٠٨.٧٥	١٣٣١.٧٥	١٠٢٤.٧٥	٩١٨.٢٥	٢٢٧١.٢٥	٦٤٣.٦٢٥	٦٧٠.٨٧٥	٥١٧.٣٧٥	٣٦٣.٨٧٥
-١١٣٧.٧٥	٤٣٤.٧٥	-١٧٧٢.٢٥	٣٨٣.٧٥	-٢٩٣٩.٧٥	٧٤٣.٧٥	-٢٣٠٨٨.٨	٢٥٦٢.٢٥	-١٠٢٤.٧٥	١٣٣١.٧٥	-٢٢٧١.٢٥	٩١٨.٢٥	-٦٧٠.٨٧٥	٦٤٣.٦٢٥	-٣٦٣.٨٧٥	-٥١٧.٣٨
٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١
١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠

AT *A

		١٢٤٨٩.٢	
٧٥٣٥.٥	٠	-٥٣٦٢٠٠٧٤.٧	٣٥٩٥٢٢٠١
		٥٦٣٧١٢٢٥١.	
-٣٣٢٦٩.٢٥	٦٥٠٠.٧٥	١	-٥٣٦٢٠٠٧٥
٠	٨	٦٥٠٠.٧٥	١٢٤٨٩.٢٥
٨	٠	-٣٣٢٦٩.٢٥	٧٥٣٥.٥

Ainv *AT

			-٤.٢٣٨E-٠٦				-١.٩٢٠٣E-٠٥	
٢.٣٢E-٠٥	٠.٠٠٠١٢٩	٩.٢E-٠٥	-٧.٢٤٣E-٠٥	١.٧٨١E-٠٥	٠.٠٠٠١٠٤٨١٢	-٠.٠٠٠١٣	-٠.٠٠٠٠٢	
-٤.٣E-٠٥	١.٤١E-٠٥	١.٥E-٠٥	-٤.٣٥٦E-٠٦	٥.٨٦٨E-٠٦	٨.٣٤٣٣٦E-٠٦	-١.١E-٠٥	٧.٥٥١١E-٠٦	-٢E-٠٥
-٠.٠٠١٠٢	-٠.٠٨٧٥٥	٠.١٥٥٧٧	٠.٢٤١٦٠٩٥٢	-٠.٠٣٢٥٦٨	-٠.٠٤٥٤٠٧٥٦	٠.٣٣٩٣٨٧	٠.٠٢٣٨٤٢٦٣	٠.٤٣٥٦٢
-٠.٠٧٦٨	-٠.٠٦٢٦٥	٠.٠٩٨٧٩	٠.٠٥٠١٠٧٧٢	٠.١٣٢٦٢٩١	-٠.٠٦٤٠٢٩١	٠.٠٨٠١٧١	٠.١٧٤٤٩٠١٤	٠.١٠٤٦١

المجاهيل أوالعناصر المطلوبة		في التحويل الثنائي التشاكلي
٠.٠١١٠٠٠٣٢	b	٠.٠١١٠٠٠٣
-٩٥.٤١٣٣٣٣	c	-٩٥.٤١٣٣٣٣
٣٥.٥١٩٨٧٤٩	d	٣٥.٥١٩٨٧٥