# **Dedication**

To My Family

Father, Mother, Brothers and Sisters

# Acknowledgement

My grateful thanks to my supervisor Prof. Dr. Shawgy Hussein AbdAlla for this advices and help. Also my thanks are due to the Staff in the Department of Mathematics. Special thanks to Omnia Hasan Doka for her good typing.

#### **Abstract**

We consider a Hankel transform evaluation of Narayana and shifted Narayana polynomials. Those polynomials arise from Narayana numbers and have many combinatorial properties. A mainly used tool for the evaluation is the method based on orthogonal polynomials. A Toeplitz determinant whose entries are described by a q-analogue of the Narayana polynomials is evaluated by means of Laurent biorthogonal polynomials which allow of a combinatorial interpretation in terms of Schröder paths. We establish an equivariant quantum Giambelli formula for partial flag varieties. The answer is given in terms of a specialization of universal double Schubert polynomials. We study several different types of completely bounded polynomials on the operator space which form the operator space duals endowed with related operator structures. Of special interest are what we call Haagerup, Kronecker, and Schur polynomials – polynomials associated with different types of matrix products.

### الخلاصة

اعتبرنا تقييم تحويل هانكل لنارايانا وكثيرات حدود نارايانا الازاحية. كثيرات الحدود تلك الناشئة من أعداد نارايانا ولها خواص اندماجية متعددة. الأدوات المستخدمة الأساسية للتقييم هي الطريقة الأساسية على كثيرات الحدود المتعامدة. محددة التبوليتز التي عواملها توصف بواسطة نظير- q لكثيرات حدود نارايانا للتقييم بواسطة وسائل كثيرات حدود ثنائية تعامدية لورانت التي تسمح لاستكمال الاندماجية بدلالات مسارات شرودر. تم تأسيس صيغة جامبيلي كمية تساوي التغير لاصناف المعلم الجزئي. الاجابة تُعطى بدلالات تخصيصية كثيرات حدود شيبيرت المزدوجة الشاملة. درسنا أنواع مختلفة متعددة لكثيرات الحدود المحدودة التامة على فضاء المؤثر الذي يُكون مرافقات فضاء المؤثر النهائي مع بناءات المؤثر ذات العلاقة. لاهتمامات خاصة نقول لها كثيرات حدود هاقريب وكرونيكر وسشير- كثيرات الحدود المشاركة مع أنواع مختلفة لمضاريب المصفوفة.

## **The Contents**

Subject	page	
Dedication	i	
Acknowledgement	ii	
Abstract	iii	
Abstract "Arabic"	iv	
The Contents	V	
Chapter 1		
Expressions for Hankel Determinants of the Narayana Polynomials		
Section (1.1): Hankel Transform and Series Reversion with the Shifted	1	
Narayana Polynomials		
Section (1.2): The Hankel Transform of Modified Narayana Polynomials	11	
and Two Consecutive Shifted Narayana Numbers		
Chapter 2		
Laurent Biorthogonal and q-Narayana Polynomials		
Section (2.1): Laurent Biorthogonal Polynomials and T-Fractions with	21	
Schröder Paths		
Section (2.2): Determinant of q-Narayana Polynomials and Aztec Diamond	36	
Theorem		
Chapter 3		
Equivariant Quantum Schubert Polynomials		
Section (3.1): Background and Notations	45	
Section (3.2): Degeneracy Locus Formula and Mixing Group	58	
Section (3.3): Equivariant Moving Lemmas and Further Properties	66	

## **The Contents**

Subject	page
Chapter 4	
Operator Space Theory and Polynomials	
Section (4.1): Homogeneous $\lambda$ -cb Polynomials	81
Section (4.2):Symmetric Tensor Products and Representation of m-	92
Homogeneous $\lambda$ -cb Polynomials	
List of Symbols	105
References	106