

## Dedication

*To my dear lovely parents..*

## Acknowledgements

My gratitude is to my supervisor **Prof.Dr. Shawgy Hussein Abd Alla** for this ingenious advice, hard efforts and giving me the good chance to use his rich library. A special thanks are extended to Sudan University of Science & Technology for giving me this chance for higher studies. Lastly my heart is full of thanks to my brother, sisters who helped in preparing this project and all dear friends for their help.

## Abstract

We show maps whose values are on Banach Space. We also show a method to obtain Banach spaces of universal and almost -universal disposition with respect to a given class of normed spaces. The method produces, among other, the Gurariĭ space or kubis space .We deal with two weak forms of injectivity which turn out to have a rich structure behind: separable injectivity and universal separable injectivity. We show several structural and stability properties of these classes of Banach spaces. We provide natural examples of separably injective spaces, including  $\ell_\infty$  ultraproducts built over countably incomplete ultrafilters, in spite of the fact that these ultraproducts are never injective. We also find a nonseparable generalization which is of universal disposition for separable spaces and “separably injective”. No separably injective  $p$ -Banach space was previously known for  $p < 1$ .

## الخلاصة

أوضحنا الرواسم التي قيمها على فضاء باناخ، أيضاً أوضحنا طريقة لتحصل فضاءات باناخ للقابلية العالمية، وتقريباً - القابلية العالمية بالنسبة لإعطاء عائلة من فضاءات منتظمة. الطريقة تنتج بين آخر، فضاء جيراري، أو فضاء كاييس. تفاعلنا مع صيغتين ضعيفتين للشمولية والتي تحول إلى خلفية بنيوية غنية: الشمولية المفصلة والشمولية المفصلة العالمية. أوضحنا بنيوية متعددة وخواص مستقرة لهذه العائلات من فضاءات باناخ. تم اشتراط أمثلة بسيطة من فضاءات شمول مفصلة، تحتوي الضرب الفوقي  $\ell_\infty$  نيت فوق الترشحات الفوقية التامة القابلة للعد على الرغم للحقيقية أن هذا الضرب الفوقي ليس بالشمولي. أيضاً أوجدنا تعميم غير مفصل والذي له قابلية عالمية لفضاءات مفصلة و"شاملة مفصلة". لا فضاء باناخ - شمولي مفصل يعرف من قبل لأجل  $p < 1$ .

## The contents

Subject	page
Dedication .....	(i)
Acknowledgement .....	(ii)
Abstract .....	(iii)
Abstract (Arabic) .....	(iv)
The contents .....	(v)
<b>Chapter 1:</b> Closed Convex Subset of Banach Space .....	(1)
<b>Chapter 2:</b> Universal Disposition of Banach Spaces.....	(11)
<b>Section (2.1):</b> Spaces of universal and almost universal disposition with basic construction .....	(11)
<b>Section (2.2):</b> Universal disposition and Ultrapowers with injective space problem.....	(19)
<b>Chapter 3 :</b> Banach Space of Separable Injectivity.....	(29)
<b>Section (3.1):</b> Background and Separably .....	(29)
<b>Section (3.2):</b> Injective spaces and concluding remarks .....	(49)
<b>Chapter 4:</b> Almost universal disposition of Quasi- Banach space..	(59)
<b>Section (4.1):</b> Introduction construction of $p$ - Banach space and uniqueness with non Separable generalization .....	(59)
<b>Section (4.2):</b> Forms of injectivity and universal operator on $p$ - Gurarii space .....	(75)
List of Symbols .....	(90)
References: .....	(91)