ا جامعة السودان للعلوم والتكنولوج

كلية التربية

قسم الرياضيات

بحث تكميلي لنيل درجة البكالاريوس في الرياضيات

بعنوان :

فاعلية استخدام الماتلاب في حل مسائل التحليل العددي بالتطبيق على (طريقتي نيوتن – رافسون وجاوس)

إعداد الطالبات :

أمـاني أحمـد عثمـان نقـد الله
ثويبـة عبـد الله الهـادي علـي
رفيدة عوض محمد أحمد كنـة
مودة الشبلي حمد السيد حسن

إشراف الأستاذ:

عمر خليل عثمان اسحق

2014م

بسم الله الرحمن الرحيم

الآيــــة

قال تعالى :

(اللّهُ لاَ إِلَـهَ إِلاَّ هُوَ الْحَيُّ الْقَيُّومُ لاَ
تَأْخُذُهُ سِنَةٌ وَلاَ نَوْمٌ لَّهُ مَا فِي
السَّمَاوَاتِ وَمَا فِي الأَرْضِ مَن ذَا الَّذِي
يَشْفَعُ عِنْدَهُ إِلاَّ بِإِذْنِهِ يَعْلَمُ مَا بَيْنَ
أَيْدِيهِمْ وَمَا خَلْفَهُمْ وَلاَ يُحِيطُونَ بِشَيْءٍ
مِّنْ عِلْمِهِ إِلاَّ بِمَا شَاء وَسِعَ كُرْسِيُّهُ
السَّمَاوَاتِ وَالأَرْضَ وَلاَ يَؤُودُهُ حِفْظُهُمَا
وَهُوَ الْعَلِيُّ الْعَظِيمُ {255})

صدق الله العظيم

(سورة البقرة : الآية 255)

الإهـــــداء

إلــى مـن يـسعد قـلـبـي بـلـقـا هـا
إلــى روضة الـحب والـحنـان الـتـي
تـنـبـت الأزهـار
أمـي ،،،،،
إلــى رمـز الـرجـولـة والـتضحية
إلــى مـن دفـعـنـي إلــى الـعـلـم وبـه
ازداد افـتـخـاراً
أبـى ،،،،
إلــى مـن هم اقـرب إلــى مـن روحي
إلــى مـن شـاركـنـي حضن الأم وبـهـم
استـمـد عزتـي و إصراري
إلــى اخـوانـي ،،،،،
إلــى مـن آنـسـنـي فــي دراسـتـي
وشـاركـنـي
همـومـي تـذكـارا وتـقـديـرا
إلــى أسـاتـذتـي الأجلاء ،،،،

الشكر و التقدير

قال تعالي { لئن شكرتم لأزيدنكم } .

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام علي معلم البشرية من جاء رحمة للعالمين محمد صلي الله عليه وسلم علي اله وصحبه وسلم.

أنـت مـن حولـت الفشـل إلـي نجـاح بـاهر, يعلـو فـي القمـم نشـكر جهـدك، ونقيم عملك...

فأنت أهل للتميز.

يسـرنا أن نتقـدم لـك بخـالص الشـكر ووافـر الامتنـان علـي مـا بـذلت مـن جهـد وتحملـت مـن مشـقة جعلهـا الله فـي مـوازين حسـناتك.. ونحـن العارفـات بفضـلك المستضـيئات بقـدرك العـاجزات عـن القيـام بالشـكر..وقـد حررنـا هـذه السـطور بلسـان الإمكـان لا بقلـم التبيـان سـائلين المـولى عـز وجـل أن يرزقنـا وإيـاك الفـردوس الأعلـى وبـارك الله فيك وأسعدك أينما حطت بك الرحال .

الأستاذ / عمر خليل عثمان اسحق

فهرس الموضوعـات

الفصل الأول

الإطار العام (خطه البحث)

(1-1)المقدمة :

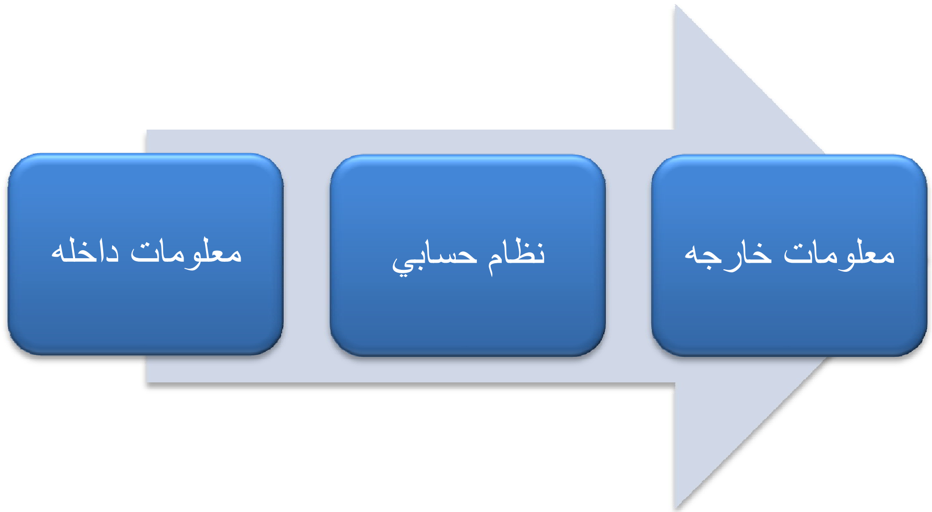
التحليل العددي :

إن شهره التحليل العددي و نموه الهائل حاليا من أهم الشواهد علي أن التطبيقات لا تزال المنبع الرئيسي للإلهام بالابتكار الرياضي و التحليل العددي هو الوجهة العددية للمجال الواسع للتحليل التطبيقي .

و تقودنا التطبيقات إلي التفكير النظري البحت و يفيد في كثير من التطبيقات إلا أن طرق الحل العددية التقليدية لا تعطي جواب مضبوط بدقه كما في الحاسب الآلي .

ما هو التحليل العددي :

عدديه التحليل العددي يتضمن دراسة و تقيم طرق حساب نتائج عملية مطلوبة من بيانات معطاة وهذا جعله جزء من العلم الحديث الذي يقوم بمعالجه البيانات . وهذه البيانات هي معلومات التحليل العددي التي يمكن تلخيصها في الشكل الأتي :



وهذا الشكل يوجه تركيزنا إلي البحث عن نظم حسابيه .[1]

النظم الخطية :

النظم الخطية من التخصصات الهامة جدا في التحليل العددي اغلب الرياضيات التطبيقية تختزل إلي نظام خطي أو معادله خطيه .

يتم استخدام الجبر الخطي في الحياة العملية و يتم تدريسه للعديد من الطلاب في المجالات الأخرى غير الرياضيات مثل طلاب الهندسة و الاقتصاد و الفيزياء و الكيمياء و الحاسب الآلي ومن محاوله بعض القدماء لحل بعض الأنظمة البسيطة من المعادلات الخطية جاءت فكره المصفوفات التي تتعامل مع البيانات تحت الدراسة علي أنها وحده واحده وذلك بوضعها في شكل رباعي و محاوله معالجتها.

ما هوالماتلاب :

يعد ال MATLAB احد أشهر البرامج الحسابية المستخدمة في مجال العلوم و الهندسة .

([1]) فرانسيس شيت ، ملخصات شوم في التحليل العددي ، رقم الإيداع 15186 / 2003م، الطبعة العربية الخامسة ، 2004م، ص9

فهذا البرنامج يساعد علي التأكد من صحة أي عمليات حسابيه نقوم بتنفيذها يدويا. وهو أيضا ذو فعالية كبيره لاسيما عند إنشاء الرسوم البيانية و إيجاد الحلول العددية التي ترهق الشخص يدويا نسبه لاستغراقها زمن طويل و مجهود كبير لصعوبتها .

في هذا البرنامج نقوم بحساب كل العمليات من البسيطة مثل الجمع و الطرح و ... الخ الاعتيادي إلي أكثر العمليات تعقيدا مثل تكوين الخوارزميات .

والMATLAB هو اختصار لكلمتي "Matrix laboratory" ويمكن التجاوز عن ذلك وأخذها من الكلمتين "mathematic laboratory "[1]

(1-1) مشكله البحث :

تكمن مشكله البحث في صعوبة حل المسائل الجبرية و المعادلات الخطية في التحليل العددي و التي تحل بواسطة الآلة الحاسبة واستغرق زمن طويل وبعيد ألمدي في حل الحسابات المعقدة التي يؤدي إلي العديد من الأخطاء الحسابية مهما بلغ حزر الشخص الذي يقوم بالحسابات و يتم فيها استهلاك مجهود جبار في حلها. فالحاسوب يعطي نتيجة دقيقه جدا و يعطي الحل الأمثل و لذلك صمم برنامج أل MATLAB وهذا البرنامج حل مشكله الزمن المجهود بالنسبة للمستخدم عن طريق معرفه شفرات معينة للتعامل مع البرنامج أو ما يسمي بال "code" .

(3-1)أهميه البحث:

تكمن أهميه البحث في الأتي :

أولا :- تذليل الصعوبات في حل مسائل التحليل العددي و تقليل نسبة الخطأ فيها.

ثانيا :- توضح إمكانية استخدام الحاسب الآلي في حل المعادلات و المسائل الرياضية بأقصر فتره زمنيه واقل مجهود .

ثالثا :- توضح مدي تعمق الرياضيات في حياتنا العملية و العلمية .

(4-1)أهداف البحث :

([1]) أسامة أسعد بحبوح ، Matlab لغة المهندسين ، الطبعة الأولى ، رقم الإيداع بدار الكتب 104465 /2004م ، ص 2-3

- تقليل الأخطاء في مسائل التحليل العددي وهو الهدف الأساسي للتحليل العددي.
- بيان مدي اتصال الرياضيات بالواقع المعاش ومدي الاستفادة منها في العلوم الأخرى مثل (الكيمياء والفيزياء والاقتصاد والهندسة) .
- بيان إمكانية استخدام الحاسب الآلي في الرياضيات .

(1-5) فروض البحث " أسئلة البحث " :

- هناك صعوبات في حل المعادلات بالطريقة التقليدية .
- مدي فعالية أل MATLAB في حل مسائل التحليل العددي .
- للتحليل العددي تطبيقات في الحياة العامة .

(1-6) منهج البحث :

سنستخدم في هذا البحث المنهج الوصفي و المنهج التجريبي .

(1-7) مصطلحات البحث:

- **التحليل العددي :**

هو احد فروع علم الرياضيات الذي يتضمن دراسة وتقيم طرق حساب نتائج عملية عدديه مطلوبة من بيانات معطاة .

- **الجبر الخطي :**

هو عبارة عن انظمه بسيطة من معادلات خطيه يتم فيه التعامل مع البيانات تحت الدراسة علي أنها وحده واحده .

- **AL MATLAB:**

هو لغة وضعت بشكل مخصص لتخدم التطبيقات العلمية و الهندسية حيث تم تصميمها لتعطي الإجابة بشكل سريع و اقل جهد ممكن مع ضمانه علي أن نحصل علي إجابة صحيحة تماما .

الفصل الثاني

التحليل العددي

(2-1)المقدمة:

المعادلات اللاخطيه: معادلات يكون فيها على الأقل حدا واحد من الدرجة الثانية أو أكثر أو دوال آسيه أو مثلثيه أو لوغارثميه .

الطرق المعروفة التي تستخدم صيغا مباشره تودي إلى حل المعادلة حلا مضبوطا هي طرق لا تنطبق إلا على عدد محدود جدا من معادلات , سنتناول بعض الطرق العددية التي تسمى بالطرق التكرارية و التي تودي عادة إلى إيجاد جذور (يسمىa جذر ألمعادله $f(x) = 0$)إذا كان $f(a) = 0$حيث نفرض قيمه تقريبية ابتدائية x_0 ثم يكرر استخدام ألصيغه عده مرات للحصول على قيم اقرب إلى الجذر المضبوط .

المعادلات الخطية: هي المعادلات التي تكون حدودها حدودا من الدرجة الأولي و يعني بحل المعادلات الخطية أجاد المجاهيل التي تحقق المعادلات المعطي , و المعادلات الخطية في المجال الحقيقي R هي التي تكون علي الصورة التالية :

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n = b$$

حيث :

b ≡ الحد المطلق أو ثابت المعادلة

$a_1, a_2, \ldots a_n,$ ≡ المعاملات

$x_1, x_2, \ldots x_n$ ≡ متغيرات أو مجاهيل

(2-2) الأخطاء و أنواعها :

لنفرض أن x يمثل العدد المضبوط x' يمثل القيمة التقريبية للعدد x فان

- الخطأ المطلق يعرف كما يلي

$$E = \mp(X - X')$$

- الخطأ النسبي يعرف كما يلي(1)

$$E_r = \left|\frac{E}{X}\right| = \left|1 - \frac{X}{X'}\right|$$

- **خطأ التقريب**

(1) صفاء علي ناصر ، الرياضيات والتحليل العددي ، المكتبة الوطنية ، 2008م.، ص 251-265

- عندما يقرب عدد معين للعدد من المراتب و خاصة في بعض العمليات الحسابية عندما لا تستوعب اله الحاسب المستخدمة المراتب ذلك الرقم

مثلا عند تقريب الرقم 1234567 إلى أربعه مراتب كما يلي 1235000 قد تكون هذه الأعداد كسور فمثلا النسبة 1/3 تكتب 0.333 أو 0.33

- **خطاء الاقتطاع :**

ينشأ خطاء الاقتطاع عند استبدال عمليه منتهية بعمليه لا نهائيه مثلا إيجاد تكامل معادله تفاضلية استخدام معادله الفروق , وحساب تكامل محدود بتقريب مجموعه .

- **الأخطاء التي تنتج من الحساب الآلي أو الإنسان :**

نتوقع في جميع العمليات العددية أن تحدث أخطاء إما من خلال نقل معلومات أو الحصول علي نتائج خاطئة من تنفيذ عمليه حسابيه من الممكن تحتوي علي أخطاء ، إما عند استخدام الحاسبات الالكترونية فقد يحث خطاء يمكن التخلص منه أو تقليله من خلال الترقيق خاصة إذا كان سبب الخطاء الإنسان نفسه أما الأخطاء التي تسببها الحاسبات فليس هناك سيطرة عليها .

(2-3) الاستكمال :

يمثل الاستكمال تقريب داله العامة بطائفة من دوال ابسط و الذي يسهل إجراء بعض العمليات الحسابية التي نحتاج إليها كالتفاضل و التكامل .

- التقريب له فوائد كثيرة أخري يمكن توضيحها في الأمثلة التالية :

1- إذا كان لدينا داله $Y = F(X)$ عند بعض النقاط أي أن $y_{i=f(x_i)}$

$$i = 0,1,2, \dots . n$$

طلب مننا تعين قيمه الدالة y عند نقطه x_0 مثلا غير موجودة ضمن القيم المعطاة .[1]

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق.

2- لو كان لدينا حاجه لإيجاد قيمة $\sin(30.5)$ هي قيمه غير موجودة في الجدول بينما نجد أن $\sin(30)$ و $\sin(31)$ معلومة فيمكن تخمين تلك القيمة لمتوسط القيمتين 30 و 31 أي

$$\left|\frac{\sin(30) + \sin(31)}{2}\right| = 0.50751904$$

هذه القيمة غير مطابقة للقيمة الحقيقية , ولكن لو استخدمنا قيم أكثر ووجدنا تقريب منها اقرب إلي الحقيقة من متوسط القيمتين .

- إن أكثر الدوال استخداما للتقريب هي (متعددة الحدود , الدوال ألمثلثيه , الدوال الأسية النسبية) ولكن متعددة الحدود هي أكثر استخداما .

(2-4-1)الصيغ المستخدمة في الاستكمال :

هناك عده صيغ للاستكمال نأخذ منها :

(2-4-1) صيغه لاجرانج:

افرض أن $f_{(k)=}f_{(x_k)} = p_{(x_k)}$ لجميع قيم $(k = 0,1,2,3, \dots, n)$ أن هناك كثيرة حدود $l_k(x)$ من الدرجة n ان $x = x_j$

$$l_k(x_j) = \begin{Bmatrix} 1 & k = j \\ o & k \neq j \end{Bmatrix}$$

فان $l_k(x)$ يسمى معاملات لاجرانج المعرفة [1]

$$l_k(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq 0}}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_k - x_j)}$$

وان :

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق.

$$p(x) = \sum_{k=0}^{n} l_k(x) f_k$$

تطبيق(1-2) :

إذا كانت كثيرة الحدود للدالة $f(x)$ المعرفة في الجدول التالي :

x	1	3	4	6
$f(x)$	2	10	15	8

فيمكن الحصول على متعددة الحدود $f(x)$ كما يلي:

$$l_0(\mathrm{x}) = \frac{(\mathrm{x}-3)(\mathrm{x}-4)(\mathrm{x}-6)}{(1-3)(1-4)(1-6)} = -\frac{1}{30}(\mathrm{x}-3)(\mathrm{x}-4)(\mathrm{x}-6)$$

$$l_1(x) = \frac{(x-1)(x-4)(x-6)}{(3-1)(3-4)(3-6)} = \frac{1}{6}(x-1)(x-4)(x-6)$$

$$l_2(x) = \frac{(x-1)(x-3)(x-6)}{(4-1)(4-3)(4-6)} = \frac{1}{6}(x-1)(x-3)(x-6)$$

$$l_3(x) = \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{(6-1)(6-3)(6-4)} = \frac{1}{30}(x-1)(x-3)(x-4)$$

$$p(x) = -\frac{1}{30}(x-3)(x-4)(x-6)x_2 + \frac{1}{6}(x-1)(x-4)(x-6)10 \\ -\frac{1}{6}(x-1)(x-3)(x-6)15 \\ +\frac{1}{30}(x-1)(x-3)(x-4)8$$

أي أن :

$$p(x) = -0.60000x^3 + 5.4x^2 - 9.36667x + 66$$

(2-4-2) صيغة نيوتن للاستكمال :

إذا كانت قيم x متساوية المسافات ولإيجاد تقدير $f(x)$ عند قيمة غير معلومة ونجد متعدد الحدود $f(x)$ للقيم المعلومة باستخدام صيغة نيوتن .[1]

[1]) الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق.

جدول الفروق الأمامية:

نفرض أن مجموعة النقاط مرتبة بحيث أن المسافة بين أي نقطتين متتاليتين ثابتة وتساوى h أي أن :

$$x_1 = x_0 + h ,$$
$$x_1 = x_0 + 1h$$
$$x_2 = x_1 + h = x_0 + 2h$$
$$x_i = x_0 + ih ,$$
$$i = 0,1,2,3, \dots \dots$$

و يعرف معامل الفروق الأمامية Δ بالعلاقة:

$$\Delta f(x) = f(x + h) - f(x)$$

أي أن :

$$\Delta f_0 = f_1 - f_0$$
$$\Delta f_1 = f_2 - f_1$$

والفروق الأمامية ثانية $\Delta^2 f$:

$$\Delta^2 f(x) = \Delta(\Delta f_x)$$
$$= \Delta[f(x + h) - f(x)]$$
$$= f(x - 2h) - f(x + h) - [f(x + h) - f(x)]$$
$$= f(x + 2h) - 2f(x + h) + f(x)$$

وبنفس الأسلوب يمكن إيجاد $\Delta^3 f(x)$

إذن الشكل العام :

$$\Delta^{n+1} f(x) = \Delta(\Delta^n f(x))$$

أذا استخدمنا $y_i = f_i = f(x_i)$

$$\Delta y_i = x_i + 1 - y_i$$

$$\Delta^2 y_i = y_{i+2-2}. y_{i+1} + y_i = \Delta(\Delta y_i) = \Delta(y_{i+1} - y_i)$$

إذن الشكل العام([1])

$$\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i$$

([1]) الرياضيات و التحليل العددي ، مرجع السابق.

جدول الفروق الأمامية:[1]

x_i	y_i	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
x_0	y_0	Δy_0	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	$\Delta^4 y_0$
x_1	y_1	Δy_1	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	
x_2	y_2	Δy_2	$\Delta^2 y_2$		
x_3	y_3	$y\Delta_3$			
x_4	y_4				

صيغه نيوتن للفروق الأمامية :

تستخدم صيغه نيوتن للفروق الأمامية كما يلي :

$$f(x) = y_0 + (x - x_0)\frac{\Delta y_o}{1!\,h} + (x - x_0)(x - x_1)\frac{\Delta^2 y_0}{2!\,h^2} + \cdots (x - x_0)(x - x_1) \ldots . (x - x_{n-1})\frac{\Delta^n y_0}{n!\,h^n}$$

تطبيق (2-2) :

اوجد كثيرة حدود نيوتن التي تمر بالنقاط في الجدول

x	0.4	1.0	1.7	2.5	3.1	4.0	4.5	5.2
$f(x)$	3.4	4.2	3.8	4.0	4.3	4.6	5.0	4.8

جدول الفروق :

x	$f(x)$	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4	Δ^5	Δ^6	Δ^7
0.4	3.4	1.33	-1.47	0.96	-0.42	0.12	-0.02	-0.003
1	4.2	-0.57	0.55	-0.18	0.02	0.03	0.04-	

(1) الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق.

1.7	3.8	0.25	0.18	-0.13	0.12	-0.12		
2.5	4.0	0.5	-0.11	0.22	-0.30			
3.1	4.3	0.33	0.33	-0.59				
4	4.6	0.8	-0.90					
4.5	5.0	-0.29						
5.2	4.8							

كثيرة الحدود من الدرجة السابعة[1]

$$f(x)=3.4+1.33(x-0.4)-1.47(x-0.4)(x-1)+0.96(x-0.4)(x-1)(x-1.7) -0.42(x-0.4)(x-1)(x-1.7)(x-2.5)+0.12(x-0.4)(x-1)(x-1.7) (x-2.5)(x-3.1)-0.02(x-0.4)(x-1)(x-1.7)(x-2.5)(x-3.1)(x-4.0) -o.003(x-0.4)(x-1)(x-1.7)(x-2.5)(x-3.1)(x-4.0) (x-4.5)$$

$..f_{(x)}=0.003x^{7} - 0.03x^{6} + 0.2435x^{5} - 0.811x^{4} + 2.3581x^{3}$ ـ
$1.048x^{2} + 5845.18x - 3.18$

جدول الفروق الخلفية :

إذا كان $(x_i - f_i)$ تمثل النقاط المعرفة , فان الفروق الخلفية الأولي∇ والثانية ∇^{2} ومن الرتبة k هي ∇^{k}

$$f_i = f_i - f_{i-1}$$

$$\nabla^2 f_i = \nabla(\nabla f_i - f_{i-1}) = \nabla f_i - \nabla f_{i-1}$$

$$\nabla^{k} f_{i} = \nabla^{k-1} f_i - \nabla^{k-1} f_{i-1}$$

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق.

أما أذا استخدمنا $f_{\mathrm{i=y_i}}$

$$\nabla^k y_i = \nabla^{k-1} f_i - \nabla^{k-1} f_{i-1}$$

عند وضع تلك الفروق في جدول يسمي جدول الفروق الخلفية لقيم y

x_i	y_i	∇	∇^2	∇^3	∇^4
x_o	y_0	Δy_o	$\Delta^2 y_o$	$\Delta^3 y_o$	$\Delta^4 y_o$
x_1	y_1	Δy_1	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	
x_2	y_2	Δy_2	$\Delta^2 y_2$		
x_3	y_3	Δy_3			
x_4	y_4				

نيوتن للفروق الخلفية : [1]

لإيجاد القيمة التقريبية ل $f(x)$ عندما تكون x قرب نهاية الجدول أو (x_{n-1}, x_n) فاننا نستخدم صيغه نيوتن الخلفية حيث أن القيمة التقريبية تكون اقرب إلي القيمة الحقيقية من صيغه نيوتن الأمامية. وان هذه الصيغة مشابهه للصيغة السابقة (صيغه نيوتن الأمامية) بالتعويض عن Δ ب ∇ وان هذه الصيغة يمكن كتابتها كما يلي :

$$G(x) = y_n + (x - x_n)\frac{\nabla \mathrm{y_n}}{1!\,h} + (x - x_n)(x - x_{n-1})\frac{\nabla^2 y_2}{2!\,h^2} + \cdots$$
$$+ (x - x_n)(x - x_{n-1}) \ldots .(x - x_1)\frac{\nabla^n y_n}{n!\,h^n}$$

تطبيق(2-3):

اوجد القيمة التقريبية ل cos(0.25) عندما تكون قيم $\cos(x)$ المعلومة هي موضحه في الجدول.

X	0	0.1	0.2	0.3
Cos(x)	1	0.995	0.98007	0.95534

ليتضح أن القيمة 0.25 تقع بين (0.2,0.3) أي قرب نهاية الجدول لذلك نستخدم صيغه نيوتن الخلفية أذا أن h=0.1 ويجب أولا تكوين جدول الفروق الخلفية.

[1] (الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق

x	cos(x)	∇	∇^2	∇^{3}
0	1	-0.005	-0.00993	0.00013
0.1	0.995	-0.01493	-0.0098	
0.2	0.98007	-0.02473		
0.3	0.95534			

نعوض هذه الفروق في الصيغ [1]

$$G(x) = y_3 + (x - x_3)\frac{\nabla y}{1!\,h} + (x - x_3)(x - x_2)\frac{\nabla^2 y_2}{2!\,h^2}$$

$$+ (x - x_3)(x - x_2)(x - x_1)\frac{\nabla^3 y_3}{3!\,h^3}$$

$$G(x) = 0.95534 + (x - 0.3)\frac{-o.o2473}{0.1} +$$

$$(x - 0.3)(x - 0.2)\frac{-0.0098}{2!\,(0.1)^2} +$$

$$(x - 0.3)(x - 0.2)(x - 0.1)\frac{0.00013}{3!\,(o.1)^3}$$

$$G(x) = x^3 - 0.503x^2 + 0.0008x + 1$$

وبالتعويض عن $x = 0.25$

$$G(0.25) = 0.96891$$

أي أن

$$\cos(0.25) \approx 0.96892$$

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق.

(4-2) حل المعادلات اللاخطية: [1]

طرائق حل المعادلات اللاخطيه :

هناك عدد كبير من طرائق إيجاد جذور المعادلات اللاخطيه ومن أكثر الطرق استخداما :

1- مبرهنة القيمة الوسطي :

لو كانت لدينا الدالة $y = f(x)$ قابله للاشتقاق كما إن هناك نقطتان a, b لهذه ألداله فان :

$$\frac{f(b) - f(a)}{\mathrm{b - a}} \dots \qquad \star$$

وإذا كانت لدينا قيمه وسطي بين a, b ولتكنθ فان

من المعلوم أن اقرب طرائق حل المعادلات اللاخطيه توصل منها علي صيغه تكراريه هي :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{k}$$

$$n = 0,1,2,3, \dots \dots$$

وان احدي الطرق التي تستخدم kالعلاقة(*) لنظريه القيمة والتي تسمي بطريقه القاطع المتغير إذ تصبح قيمه الجزر الذي سيكرر للحصول علي قيمه قريبه من الجزر الحقيقي هو :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{\frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_{n-x_{n-1}}}}$$

وبذلك تصبح الصيغة كما يلي :

$$x_{n+1} = x_\mathrm{n} - \mathrm{f(x_n)}\frac{\mathrm{x_n - x_n - 1}}{\mathrm{f(x_n) - f(x_{n-1})}}$$

تطبيق(4-2) :

جد الجزر الواقع في المجال (0,5,1) للمعادلة اللاخطيه

$$x + e^{-2x} - 1 = 0$$

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق ، ص 275-306

بافتراض أن $x_0 = 0.5$ وان $x_1 = 0.9$ ويمكن اخذ أي نقطتين ضمن المجال أعلاه

$$x_n = x_1 - f(x_1)\frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)}$$
$$= 0.9 - f(o.9)\frac{(0.9) - (0.5)}{f(0.9) - f(0.5)}$$

أذا أن:

$$f(0.9) = 0.9 + e^{-18} - 1 = 0.065298888$$
$$f(0.5) = 0.5 + e^{-1} - 1 = 0.132120558$$
$$x_2 = 0.9 - 0.652298888\frac{0.4}{0.197419446} = 0.7677$$

بما أن: $f(0.7677) = -0.016933$

أي أن القيمة لا تساوي صفر وعليه يجب إيجاد قيمه جديدة هي x_3 ونستخدم هنا $x_2 =$ 0.7677 و $x_1 = 0.9$ عند التعويض نجد أن $x_3 = o.79494$ وإذا أن$\neq f(0.7677)$ 0 ونستمر بتوليد قيم جديدة .

والجدول الأتي يوضح هذه العمليات

x_{n-1}	x_n	x_{n+1}	$f_{(m)}$
0.5	0.9	0.7677	-0.016933
0.9	0.76770	0.79494	-0.001103
0.7677	0.79494	0.79685	0.0000231
0.79494	0.79685	0.79681	0.00000003

أي أن الجزر هو o.79681 ولكن لو أخذنا $x_0 = 0.6$ و $x_1 = 0,8$ فسنجد الجزر بأسلوب اسرع من القيمتين التي اخترناها .[1]

2- طريقه التكرار :

تستخدم هذه الطريقة لحل المعادلات $f(x) = 0$ وذلك بوضع المعادلة في صوره خاصة هي $x = g(x)$

وان المعادلة $f(x) = 0$ يمكن وضعها بالصورة الخاصة بعدد كبير من الطرق فمثلا المعادلة [2]

$x^3 - 2 = 0$ يمكن وضعها بالطرق التالية :

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق.
([2]) الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق.

$$x = x^3 - 2 + x \dots\dots\dots ^\star$$

$$x = \frac{2 - x^3 + 5x}{5}$$

$$x = \frac{2}{x^2}$$

ثم نبداء بقيمه مناسبة x=x0 وكون سلسله من قريبات باستخدام العلاقة.

$$x_{n-1} = g(x_n)$$

ومن الواضح انه إذا كان لهذه المتتالية

x_0, x_1, x_2 ... غايه (limit) هو m فأن m يكون جذر للمعادلة $m = g(m)$

تطبيق(5-2) :

اوجد الجزر الحقيقي للمعادلة $x^3 - 2 = 0$ بطريقه التكرار .

الحل :

$$x = x^3 - 2 + x \dots ^\star$$

$$x = \frac{2 - x^3 + 5x}{5} \dots ^{\star\star}$$

$$x_{n+1} = x_n{}^3 - 2 + x_n$$

$$x_0 = 1.2$$

باستخدام * $x_1 = (1.2)^3 - 2 + 1.2 = 0.928 \dots\dots$

$$x_2 = (o.928)^3 - 2 + 0.928 = -0.273$$
$$x_3 = -2.293$$
$$x_4 = -16.349$$
$$x_{n+1} = \frac{2 - x^3{}_n + 5x_n}{5}$$
$$x_0 = 1.2$$

باستخدام ** $x_1 = \frac{2-(1.2)^2+5(1.2)}{5} = 1.2544 \dots\dots$

$x_2 = 1.2596$

$x_3 = 1.2599$

$x_4 = 1.25992$

ونجد أن القيم المثالية تتقارب فعلا نحو الجذر الصحيح للصيغة **

$m = \sqrt[3]{2}$

3- طريقه نيوتن –رافسون : [1]

لحل المعادلة بهذه الطريقة نضع المعادلة أولا بالصورة $f(x) = 0$ ونوجد قيمه تقريبية ابتدائية x_0 بالقرب من الجذر الصحيح واقع بين النقطتين $x = a$, $x = b$ ثم توجد قريبات متتالية $x_1, x_2, \ldots, x_n$ وحسب العلاقات التالية :

$$\Delta = \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = x_0 - \Delta = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ، مرجع السابق

تطبيق(2-6):

اوجد بطريقة نيوتن رافسون اصغر جذر للمعادلة $e^{-x} = \sin x$ لثلاث أرقام عشريه

الحل :

برسم تقريبي للمنحنين $y = \sin x$, $y = e^{-x}$ نجد أن القيمة التقريبية لل أحداثي السيني لنقطه التقاطع التي تقابل اصغر جزر للمعادلة المعطاة هي($x_0 = 0.6$)

$$f(x) = e^{-x} - \sin x$$

$$f'(x) = -e^{-x} - \cos x$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{e^{-xn} - \sin xn}{-e^{-x} - \cos x}$$

$$x_0 = 0.6$$

$$x_1 = 0.5885$$

$$x_2 = 0.58853274$$

ونتوقف عن تطبيق الصيغة التكرارية لان :

$$|x_2 - x_1| = |0.588532 - 0.5885| = 0.00000327$$

وهي كميه صغيره جدا تقترب من الصفر .

4- طريقه التنصيف :[1]

لنفرض لدينا الدالة المستمرة $f(x)$ معرفه في الفترة ونف$[a, b]$ونفرض أن$f(a) = f(b)$ لهما اشارتان مختلفتان فتوجد قيمه p إذ أن $a < p < b$ بحيث أن $f(p) = 0$ والمطلوب إيجاد الجزر p .

في البداية نضع $b_1 = b$ و $a_1 = a$ ونفرض أن p_1 ي النقطة المتوسطة في الفترة $[a, b]$ أي أن :

$$p_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ؛ مرجع السابق

فإذا كانت $f(p) = 0$ فإن $p = p_1$ وإلا فأن أشارة $f(p_1)$ هي نفس أشارة $f(a_1)$ أو $f(b_1)$. فإذا كان $f(a_1)$ و $f(p_1)$ لهما نفس ألإشارة فأن قيمة p تقع بين القيمتين في $[p_1, b_1]$ تضح $a_2 = p_1 , b_1 = b_2$. أما أذا كان إشارة $f(p_1)$ هي نفس أشارة $f(b_1)$ فان b تنتمي إلي القيمتين $[a_1, p_1]$

وحينئذ نضع $a_2 = a_1 , b_2 = p_1$ ونعيد تطبيق العملية علي الفترة $[a_2, b_2]$ ونتوقف احد الشروط التالية:

$$|p_n - p_{n-1}| < \in \cdots ^{\star}$$

$$\frac{|p_n - p_{n-1}|}{|p_n|} < \in \cdots ^{\star\star} \quad p_{n \neq 0}$$

$$|f(p_n)| < \in \cdots ^{\star\star\star}$$

$$\frac{|b_n - a_n|}{|a_n|} \ldots \quad ^{\star\star\star\star} \qquad a_n \neq 0$$

تطبيق(2-7):

اوجد جزر المعادلة $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10$ للفترة [1,2] بحيث يتوقف التكرار عندما يتحقق الشرط .

$$\frac{|b_{12} - a_{12}|}{|a_{12}|} < 5 * 10^{-4}$$

وبتطبيق خطوات الطريقة نحصل علي قيم الجدول التالي :[1]

n	a_n	b_n	p_n	$f(p_n)$
1	1	2	1.5	2.375
2	1	1.5	1.25	-1.79687
3	1.25	1.5	1.375	0.16211
4	1.25	1.375	1.3125	-0.84839
5	1.3125	1.375	1.34375	-0.35098
6	1.34375	1.375	1.359375	-0.09641

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ؛ مرجع السابق.

7	1.359375	1.375	1.3671875	0.03215
8	1.359375	1.3671875	1.36328125	-0.03215
9	1.36328125	1.367185	1.3671875	0.000072
10	1.36328125	1.365234375	1.364257813	-0.01605
11	1.364257813	1.365234375	1.364766094	-0.00799
12	1.364746094	1.365234375	1.364990235	-0.00396

ونلاحظ أنه بعد (12) تكرار فأن:

$$p_{12} = 1.36499235$$

أي أن الخطأ هو :

$$\Delta = |p - p_{12}| \leq |b_{12} - a_{12}| = 0.000488281$$

وبما أن:[1]

$$\frac{|b_{12} - a_{12}|}{|a_{12}|} = 3.6 * 10^{-4} < 5 * 10^{-4}$$

[1] الرياضيات والتحليل العددي ؛ مرجع السابق.

(5-2) المعادلات الخطية:[1]

النظام الخطي هو ذلك النظام الذي يتكون من عده معادلات خطيه ويكون علي الشكل التالي:

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad & \quad \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_n
\end{aligned}
$$

هذا النظام يضم m من المعادلات في n من المجاهيل ويمكن كتابه هذا النظام بصيغه المصفوفات كما يلي :

$$AX = B$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad , \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad , \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

(2-5-1) حل النظم الخطية :

لحل النظم الخطية نستخدم نوعين من طرق الحل وهي:

(1) طرق الحل المباشر مثل:

أ- طريقه جاوس

ب- طريقه كروات جولوسكي

(2) الطرق التكرارية مثل:-

أ- طريقه جاكوبي "القريبات المتتابعة"

ب- طريقه جاوس – سيدال

---

[1])

(2-5-1-1) طرق الحل المباشر:

فيها نجري عدد محدد من العمليات

أ-طريقه جاوس:

الجبرية للوصول إلي الحل المطلوب وهي **:**

وهي ابسط الطرق التي يمكن الحصول منها علي حل لمنظومة المعاملات الخطية فإذا كتبنا النظام بالصورة التالية والتي تسمي بالمصفوفة الموسعة

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} \dots & a_{1n} & \mathrm{b}_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} & \mathrm{b}_2 \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} & \mathrm{b}_\mathrm{n} \end{array}\right)$$

ونجعل العناصر $a_{21}, a_{31}, \dots \dots a_{m1}$ أصفارا وذلك بضرب عناصر الصف الأول في $(a_{21} \backslash a_{11})$ وطرحها من عناصر الصف الثاني وتكرار العملية في كل الصفوف للحصول علي مصفوفة بالشكل التالي:-

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} \dots & a_{1n} & \mathrm{b}'_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{2n} & \mathrm{b}'_2 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & a'_{mn} & \mathrm{b}'_\mathrm{n} \end{array}\right)$$

وبنفس الأسلوب نحصل علي $a'_{32}, \dots \dots a'_{m3}$ أصفارا وذلك بضرب عناصر الصف الثاني ف العنصر $(a'_{32} \backslash a'_{22})$ وطرحها من عناصر الصف الثالث وهكذا يتم معالجه العنصر وبالمتابعة بنفس الطريقة نقوم بمعالجه المصفوفة كلها للحصول علي مصفوفة مثلثيه علوية التي هي بالشكل التالي:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} c_{11} & c_{12} \dots & c_{1n} & \mathrm{d}_1 \\ 0 & c_{22} & c_{2n} & \mathrm{d}_2 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & c_{mn} & \mathrm{d}_\mathrm{n} \end{array}\right)$$

وبذلك نستطيع التعويض في باقي المعادلات لنحصل علي باقي المجاهيل وذلك بالحل من أخر مجهول والصعود لأعلي .

تطبيق(2-8):

اوجد حل المنظومة التالية بطريقه جاوس

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$$

$$5x_1 - 3x_2 - x_3 = 5$$

$$2x_1 + x_2 - 2x_3 = 9$$

الحل:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & -3 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & -2 & 9 \end{array}\right) \qquad R_2 = 5R_1 - R_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 13 & 6 & -5 \\ 2 & 1 & -2 & 9 \end{array}\right) \qquad R_3 = 2R_1 - R_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 13 & 6 & -5 \\ 0 & 3 & 0 & -9 \end{array}\right) \qquad R_2 = 3R_2 - 13R_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 13 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 18 & 102 \end{array}\right)$$

$$X_1 + 2X_2 + X_3 = 0$$
$$13X_2 + 6X_3 = -5$$
$$18X_3 = 102$$
$$X_3 = 5.67$$
$$13X_2 = -5 - 6(5.67)$$
$$X_2 = 3$$
$$X_1 = -6 - 5.67$$
$$X_1 = 11.67$$

القيم هي :

$$X_1 = 11.67 \ , \ X_2 = 3 \qquad X_3 = 5.67$$

هذه الطريقة لا يمكن استخدامها أذا كان العنصر الأول في المصفوفة يساوي الصفر

ب - طريقه كراوت جولوسكي :

وهي تعتمد علي تحليل المصفوفة A إلي حاصل ضرب مصفوفتين مثلثتين إلي:-

$$A = L.U$$

المصفوفة السفلية $\equiv L$

. المصفوفة العلوية $\equiv U$

حيث تشترط طريقه كراوت أن تكون عناصر القطر للمصفوفة U هي الواحد

$$U_{ii} = 1 \qquad , i = 1,2,3, ...$$

حيث تشترط طريقه كراوت أن تكون عناصر قطري المصفوفتين المثلثتين متساويين.

فيما يلي أسلوب كلي الطريقتين :-

يقال للمصفوفة A بأنها موجبه قطعا إذا كانت مصفوفة متماثلة وان قيمه X^{T} AY موجبه لاي متجه غير صفريY

إيجاد المصفوفة المثلثية:

عند تطبيق طريقه كراوت علي مصفوفة موجبه قطعا ينتج أن العناصر القطرية في L, U جميعها موجبه وان:-

$$A = LU = LL^{T}$$

ويمكن حساب عناصر المصفوفة المثلثية السفلية عمود بعد أخر حسب الترتيب بالصيغ التالية:-

$$L_{11} = \sqrt{a_{11}}$$

$$l_{ij} = \frac{1}{l_{ij}} a_{ij} - \sum_{1}^{j-1} l_{ik} l_{ki}$$

وتكون المصفوفتين l, u ف الشكل التالي:-

$$A = IU$$

$$A = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \ldots & 0 \\ L_{21} & L_{22} \ldots & 0 \\ \vdots & & \\ L_{m1} & L_{m2} & l_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & l_{m1} \\ 0 \vdots & l_{22} & l_{m2} \\ \vdots & & \\ 0 & 0 & l_{mn} \end{bmatrix}$$

بعد إيجاد العناصر في المصفوفات العلوية والسفلية نقوم بعد ذلك بحل النموذج الخطي

$$A = LU = LL^T$$

$$AX = B$$

$$LL^TX = B$$

$$LZ = b \dots .*$$

$$L^TX = Z \dots \dots **$$

نقوم أولا بإيجاد قيم Z ومنها نقوم بإيجاد قيم X

ولحل النظام (*) فان:

$$LZ = b$$

$$Z_1 = {}^{b_1}/{}_{l_{11}}$$

$$Z_{ii} = {}^{1}/{}_{l_{ii}}\left[b_i - \sum_{j=1}^{j-1} l_{ij}z_j\right] \qquad i = 1,2,3, \dots$$

ولحل النظام (* *) فان:

$$L^TX = B$$

$$x_n = {}^{z_n}/{}_{l_{nn}}$$

$$x_i = {}^{1}/{}_{l_{ii}}\left[z_i - \sum_{j=i+i}^{n} l_{ji}x_j\right] \qquad i = 1,2,3, \dots$$

باعتبار أن

$$u_{ij} = l_{ij} \qquad\qquad u = l^t$$

تطبيق(2-9):

اوجد حل النموذج الخطي التالي باستخدام طريقه كراوت جولوسكي:-

$$4x_1 + x_2 + \frac{1}{2}x_3 = 8$$

$$x_1 + \frac{5}{4}x_1 + \frac{5}{8}x_1 = 6$$

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{5}{8}x_2 + \frac{9}{16}x_3 = 4$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{5}{4} & \frac{5}{8} \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{8} & \frac{9}{16} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix} \quad , X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$L_{11} = \sqrt{a_{11}} = \sqrt{4} = 2$$

$$L_{21} = {}^{a_{11}}/_{l_{11}} = \frac{1}{2}$$

$$L_{31} = {}^{a_{31}}/_{l_{11}} = \frac{0.5}{2} = \frac{1}{4}$$

$$L_{22} = \sqrt{a_{22} - l^2{}_{21}} = \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{1}{4}} = 1$$

$$L_{32} = {}^{1}/_{l_{22}}\,(a_{32} - L - L_{21}) = 1\left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$L_{33} = \sqrt{a_{33} - L^2{}_{31} - L^2{}_{32}} = \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{1}{16} - \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad U = L^T + \begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

ولإيجاد قيم X نستخدم العلاقتين التاليتين:

$$lz = b$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$z_1 = \frac{8}{2} = 4$$

$$z_2 = 1\left(6 - \frac{1}{2} \times 4\right)$$

$$z_3 = \frac{1}{1/2}(4 - \sum_{1}^{2} l_{3j} z_j = 2\left(4 - \frac{1}{4} \times 4 - \frac{1}{4} \times 4\right) = 2$$

أما قيم X فيمكن إيجادها حسب العلاقة التالية:

$$L^T X = Z$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$X_3 = \frac{2}{1/2} = 4$$

$$X_2 = {}^1\!/_1\left(4 - \frac{1}{2} \times 4\right) = 2$$

$$X_1 = {}^1\!/_2\,(4 - \sum_{2}^{3} l_{ij}x_j) = {}^1\!/_2\left(4 - \frac{1}{2} \times 2 - \frac{1}{4} \times 4\right) = 1$$

وبذلك قمنا بإيجاد قيم Z أولا ثم بعد ذلك إيجاد قيم Xعن طريق تعويض قيم Z ف المعادلات.

ثانيا:-الطرائق التكرارية :

وتكون البداية فيها بتقريب أولى ثم نحاول تحسينه بعدد من المرات إلى أن نصل إلى حل دقيق وتستخدم هزه الطرق عند حل النظم الخطية الكبيرة أي التي تحوي عدد كبير من المعادلات او المجاهيل ومن هذه الطرق :-

طريقه جاكوبي :

وهي طريقه القريبات المتتابعة وهي تبدأ بإعطاء تخمينات أوليه للمجاهيل xi مثلا xi^0 ثم نعوض هذه القيم في منظومة المعادلات للحصول على اكبر دقه مت التقديرات وزللك حسب العلاقات التالية :-

$$X_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum a_{ij}x_j^{(k)}}{a_{ii}} \qquad i = 1,2, \ldots \ldots, n$$

ملاحظه:-

يمكن وضع مقياس معين لمعرفه أفضل تقريب هو $E = AX^i - b$

إذ أ$x^{(i)}$هو أخر تقريب ثم إيجاده فكلما كانت قيمه E مقتربة من الصفر كلما كان متجه التقريب اقرب إلى الحل المضبوط

تطبيق(2- 10) :

-استخدم طريقه جاكوبي لحل منظومة المعادلات التالية معتمدا أربع تقر يبات فقط

$$5x_1 + 3x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 2$$

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 = 9$$

$X^{(0)} = (1,1,1)$ بفرض أن :

$$x_1 = 1 - \left(\frac{1}{5} \times 2 - \frac{1}{5} \times 3\right)$$

$$x_2 = 1 - \left(\frac{1}{2} \times 1 - \frac{1}{2} \times 3\right) \quad , \quad x_3 = -\frac{9}{5}x_2 + \frac{1}{2}x_1$$

نقوم بتعويض الفرض الأول:

$$x_1^{(1)} = 1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$x_2^{(1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0 \quad , \quad x_3^{(1)} = \frac{9}{2} - 1 + \frac{1}{2} = 4$$

$$x_1^{(2)} = 1 - \frac{1}{5} \times 4 = \frac{1}{5}$$

$$x_2^{(2)} = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 4 = \frac{-3}{2} \quad x_3^{(2)} = \frac{9}{2} - 1 = \frac{7}{2}$$

$$x^{(2)} = \left(\frac{1}{5}, \frac{-3}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

$$x_1^{(3)} = 1 - \frac{3}{5} \times \frac{-3}{2} - \frac{1}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{6}{5}$$

$$x_2^{(3)} = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{-1}{5} - \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{-17}{20}$$

$$x_3^{(3)} = \frac{9}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{-3}{2} = \frac{71}{20}$$

$$x^{(3)} = \left(\frac{6}{5}, \frac{-17}{20}, \frac{71}{20}\right)$$

ويمكن وضع هذه النتائج ف شك جدول بدلاً عن وضعها داخل أقواس

توجد شروط لاستخدام هذه الطريقة وهي:-

(أ) أن تكون $a_{ii} \neq 0$ لجميع قيم i

(ب) ضمان التقارب للحل وهو غير مضمون ألا أذا كانت مصفوفة المعاملات من النوع الذي يسمي مهيمنة القطر وهي مصفوفة تحقق الشرط التالي:-

وهذا معناه إن تكون القيم العددية لعنصر القطر في إي صف اكبر من مجموع القيم العددية للعناصر الأخرى في هذا الصف.

ب - طريقه كاوس - سيدال : [1]

وهي لا تختلف كثيرا عن طريقه جاكوبي إذ أن احدث تقريب للمتغير ألأول في إيجاد تقريب المتغير الثالث والأخير يستخدم في الثالث وهكذا من مميزات هذه الطريقة أن التقارب يكون أسرع من الطريق السابق قيمه المتغير xi الجديدة في التكرار k+1 يحسب وفق العلاقة التالية:-

$$x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i=1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum a_{ij} x_j^{(k)}}{a_{ii}} \qquad i = 1,2,\ldots,n$$

إي أننا نحتاج لتقريب واحد فقط ل x_i وهي احدث قيمه حصلنا عليها لأننا نستخدم القيم الجديدة فقط .

تطبيق(2-11) :

استخدم طريقه كاوس – سيدال لحل نظام المعادلات في المثال السابق

$$x_1 = \frac{11}{4} - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{4}x_3$$

$$x_2 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}x_1$$

$$x_3 = 4 - \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{4}x_2$$

عند استخدام القيم الابتدائية لإيجاد التكرار الأول

$$x^{(0)} = (1, 1, 1)$$

$$x_1^{(1)} = \frac{11}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = 2$$

$$x_2^{(1)} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times 2 = \frac{5}{2}$$

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ؛ مرجع السابق.

$$x_3^{(1)} = 4 - \frac{1}{2} \times 2 - \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{19}{8}$$

$$x^{(1)} = \left(2, \frac{5}{2}, \frac{19}{8}\right)$$

$$x_1^{(2)} = \frac{11}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} - \frac{1}{4} \times \frac{19}{8} = \frac{29}{32}$$

$$x_2^{(2)} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{29}{32} = \frac{25}{64}$$

$$x_3^{(2)} = 4 - \frac{1}{2} \times \frac{29}{32} - \frac{1}{4} \times \frac{125}{64} = \frac{783}{256}$$

كما يمكن إيجاد التكرار الثالث لنحصل علي الجدول التالي([1]):

K	$X^{(1)}$	$X^{(2)}$	$X^{(3)}$
0	1	1	1
1	2	5/2	19/8
2	29/32	125/64	783/256
3	1033/1024	4095/2048	24541/8192

([1]) الرياضيات والتحليل العددي ؛ مرجع السابق ص(288-322).

الـفـصل الـثـالـث

الـمـاتـــــــــــلاب

(1-3) المقدمة :

جاءت فكره اختراع MATLAB لما تركته الحواسيب من الأثر الكبير في تسريع حل المسائل الرياضية وكان ذلك منذ ظهور أول حاسب عام 1948م وظهور البرمجة ونظم التشغيل ، التي سهلت التعامل مع هذه الإله حتى بات التخاطب معها أسهل ما يكون من تخاطب معا الإنسان،في بديات كانت لغة البرمجة أداه رائعة لحل المسائل الرياضية والهندسية ولكن لم يكن بوسع أي باحث كتابة البرامج تلبى رغبته ألا ببزل الجهد أو بطرح مسالة على صاحب الاختصاص الحل يقدموا برنامج جاهز أو توابع مبنية يمكن استثمارها ببساطه.

وعلى سبيل المثال تتطلب لغة البرمجة باسكال أو لغة C عشرات الأسطر لكتابة برنامج تابع ل جاهز يقوم بإيجاد تحويلات فوريه بينما يكون هذا التابع جاهزا ضمن MATLAB من هناء جاءت فكره لإيجاد برنامج يمكنه حل المسائل الرياضية بشكل خاص والهندسية بشكل عام .

وكان ل جامعتي ينو مكسيكو وستانفورد الأمريكتين الأسبقية تطوير البرنامج الفرعية ك نماذج أولى لMALABT بحيث يهتم بالمواصفات التحليل العددي والجبر الخطى . (1)

(2-3)تعريف MATLAB

MATLAB هو نظام تفاعلي متخصص ل المهام الحسابية مثل التفاضل والتكامل وحل المعادلات الجبرية والتفاضلية والتحليل العددي وغيره ،كما يقوم بعمليات تحليل وتمثيل البيانات من خلال معالجه تلك البيانات تبع لقاعدة البيانات الخاصة به.

MATLAP هي اختصار ل MATRIX LABORATORY

(3-3) مميزات MATLAB (2)

1. سرعه وسهوله نسبيه ف البرمجة باستخدام لغة عالية المستوي معطيه تميز code اقصر .

2. يتميز MATLAB بتوفير تسهيلات ل تصميم و برمجة واجهه تخاطب معا المستخدم الزى ليس لديه خبره كافيه ب MATLAB.

3.لا يجب تعريف المتغيرات قبل استخدامها .

4.يمكن سهوله نقل وتنفيذ البرامج portable m-file عبر انظمه التشغيل المختلفة .

---

(1) أسامة أسعد بحبوح ، MATLAB لغة المهندسين ، الطبعة الأولى ، دار الكتب للنشر، 2004م .

(2) سعد عبد العزيز العاني ، غادة عبد الرؤوف الهدهود ، البرمجة بلغة الماتلاب ، الطبعة الأولى ، دائرة المطبوعات والنشر ، 2008م ص (15-19)(285-288)

5. المصفوفات هي وحده البناء الأساسية ف MATLAB التي توفر سهوله التعامل مع ألأنواع المختلفة من البيانات المحزنة ف هذه المصفوفة .

6. يوفر واجهه سهله وعمليه للتفاعل المباشر مع المستخدم كما توفر للمستخدم أمكانيه التجريب والمحاولات لنتائج سريعة.

7. يعتبر MATLAB غنيا بالأدوات والتسهيلات اللازمة لعرض ومعالجه الجرافيكيات معا إمكانية استحضار وتصدير هذه الجرافيكيات من والى MATLAB.

8. توفر حزم أدوات متخصصة packages tools والتي يمكن أن تستعملها ف رفع فاعلية برنامجك.

(4-3) عناصر برنامج MATLAB الأساسية:

1. المتغيرات variables
2. الكلمات المفتاحية keywords
3. القيم الخاص special vales
4. الرموز symbols
5. المصطلحات Expression
6. جمل التحكم control statements

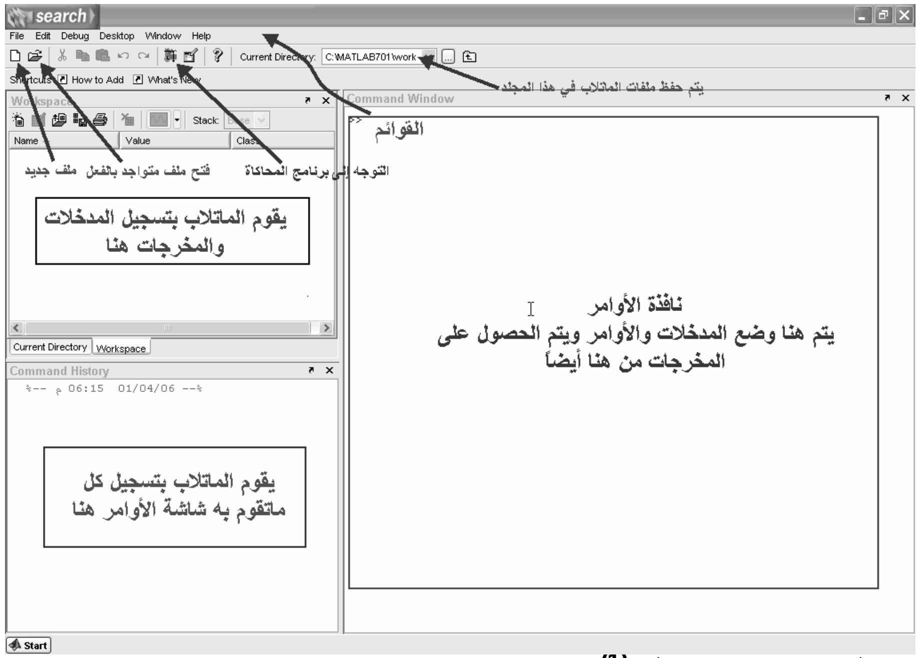
(5-3) تشغيل MATLAB و واجهته :

1. تشغيل :

- قائمه ابدأ start _قائمة program_اختر برنامج MATLAB
- أو على سطح المكتب الأداة MATLAB

2. الواجهة

تتسم واجهه البرنامج بالسهولة في التعامل معها حيث يتم تقسيم مناطق العمل بها إلى ثلاث مناطق رئيسيه وهي نافذة الأوامر command window - منطقه العمل workspace– الأوامر السابقة command history .



(6-3) كيفية تكوين الخوارزمية :[1]

يقصد بتكوين الخوارزمية تنفيذ بعض التعليمات وفق شروط معينه ، تكرار تنفيذ عدد معين من الأوامر، الشروط ف البرمجة نوعان صائبة – خاطئة.

- الجملة الشرطية if :

يتم فيها اختيار أو تنفيذ أوامر مختلفة أذا كان الشرط (الأمر) صحيح يقوم ببعض التعليمات أو العكس يقوم بتنفيذ بعض التعليمات الأخرى.

الشكل العام :

```
if   condition 1
                  statements A
else if  condition2
                  statements B .
.
else condition M

                  statements
```

(1) جاك ليتل ، المهندسين العرب ،. موقع البوصلة www.boosla.com

في حاله تحقق condition1 يتم تنفيذ statements A وفي حاله عدم تحقيقه ينتقل إلى 2 condition أذا تحقق condition2يتم تنفيذ statements B وفي حاله عدم التحقيق ينتقل إلى الذي يله وهكذا حتى يتحقق احدهم وف حالة عدم تحقيق أي منها ينفذ condition بعد else.

- loops أو الحلقات التكرارية :

1.حلقة for

الحلقات تمكننا من اجتياز أعاده كتابه تعليمات عده مرات بل يكفى كتابه تعليمات داخل نص الحلقة تحديد عدد مرات التكرارية.

الشكل العام :

```
For counter= initcl value: increment/decrement: last value Statement
        .
        .
End
```

2. حلقه while:

يكون التكرار في حلقه while مرتبط ب شرط معين فإذا لم يعد الشرط محقق تنتهي الحلقة.

الشكل العام:

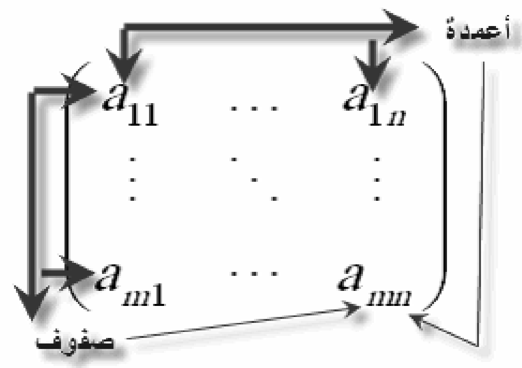
```
While condition
Statements
End
```

(7-3)المصفوفات :[1]

(7-3-1) تعريف وكيفيه كتابه المصفوفة:

-هي مجموعه من البيانات التي يتم وضعها ف صوره صفوف وأعمدة.

([1]) مهندسي العرب ، مرجع السابق.



- يتم كتابه المصفوفة بكتابه عناصر الصف الأول ويتم الفصل بين أرقام الصف الأول أما بالفاصلة (’) comma أو بعمل مسافة space بين الأرقام,يتم الفصل بين عناصر الصف الأول والصف الثاني إما ب فاصله منقوطة (;) semicolon أو بالضغط علي Enter .

(2-7-3) العمليات الأساسية للمصفوفات: [1]

1. عمليتي الجمع والطرح :

- نفرض أن لدينا مصفوفتين A&B فشرط جمعهما وطرحهما أن يكون لكل من المصفوفتين نفس غدد الصفوف وعدد الأعمدة .

تطبيقات:

(1) مهندسي العرب ، مرجع السابق

الجمع

```
>> % Today We're going to discuss the basic operation on Matrices
>> % By Defining the Matrix A
>> A=[1 2;3 4;5 6]

A =

     1     2
     3     4
     5     6

>> % By Defining the matrix B
>> B=[7 8;9 10;11 12]

B =

     7     8
     9    10
    11    12

>> % By making addition to both A&B

>> % Assume that the Result of summation would be denoted as C
>> C=A+B

C =

     8    10
    12    14
    16    18
```

الطرح [1]

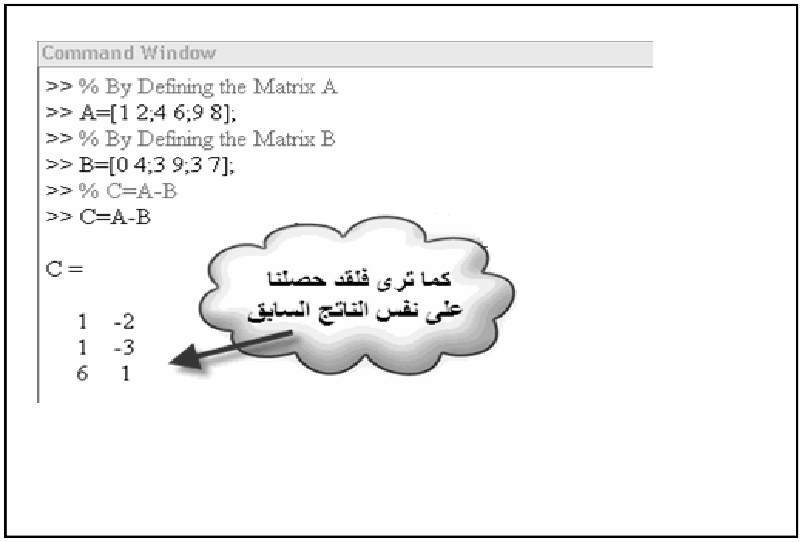
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 9 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

كما ترى فلابد أن يتكون
المصفوفات التي يتم طرحها لها
نفس القوة
وفي المثال قوة المصفوفة هي
٣ صفوف
٢ عمود

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}_{3\times 2} - \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 9 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

[1] مهندسي العرب ، مرجع السابق.



ضرب المصفوفات [1]

شرط ضرب المصفوفات أن يكون عدد أعمدة المصفوفة الأولى N يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية M.

تطبيق:

[1] مهندسي العرب ، مرجع السابق

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

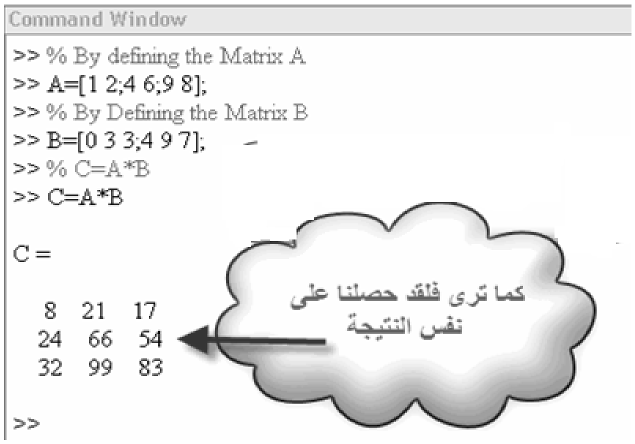
هذه هي عملية ضرب المصفوفات بالطريقة اليدوية

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 4 & 9 & 7 \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}_{3\times 2} \times \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 4 & 9 & 7 \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

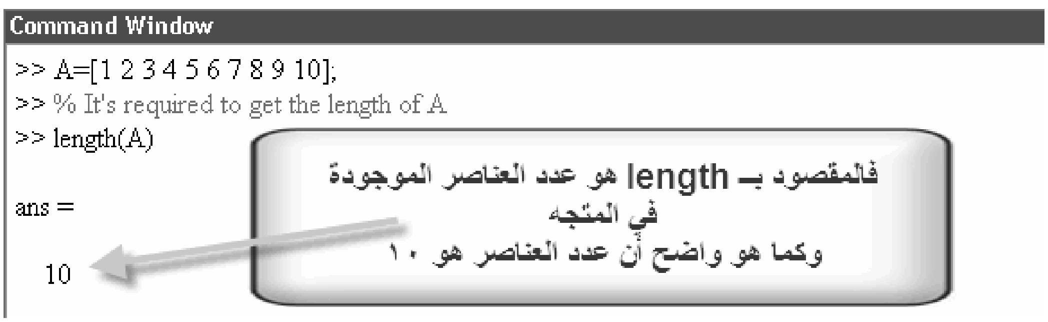
$$C = \begin{pmatrix} (1\times 0)+(2\times 4) & (1\times 3)+(2\times 9) & (1\times 3)+(2\times 7) \\ (4\times 0)+(6\times 4) & (4\times 3)+(6\times 9) & (4\times 3)+(6\times 7) \\ (9\times 0)+(8\times 4) & (9\times 3)+(8\times 9) & (9\times 3)+(8\times 7) \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 21 & 17 \\ 24 & 66 & 54 \\ 32 & 99 & 83 \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

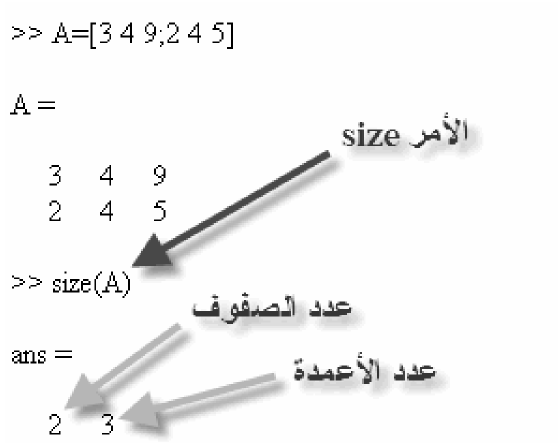


(3-7-3) العمليات الأساسية على المصفوفات والمتجهات:[1]

1.طول المتجهة:



2.حجم المصفوفة:



(1) مهندسي العرب، مرجع السابق.

- إذا أردنا معرفة عدد الصفوف فقط

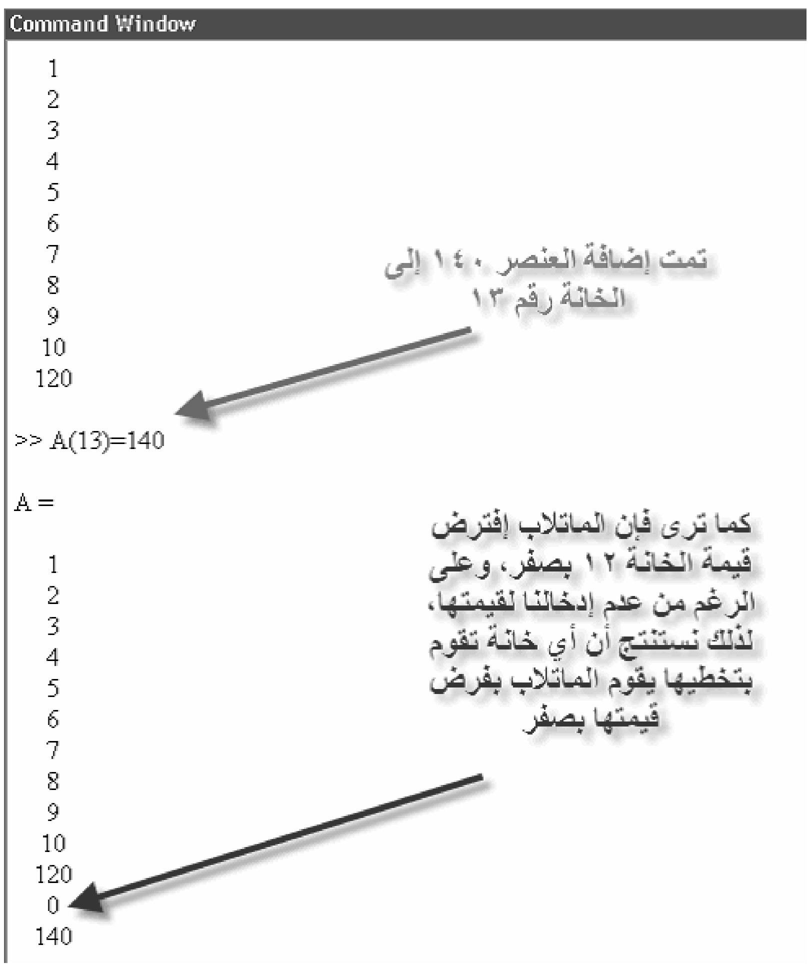
```
>> size(A,1)

ans =

    2
```

-إذا أردنا معرفة عدد الأعمدة فقط

```
>> size(A,2)

ans =

    3
```

3. إضافة عنصر: [1]

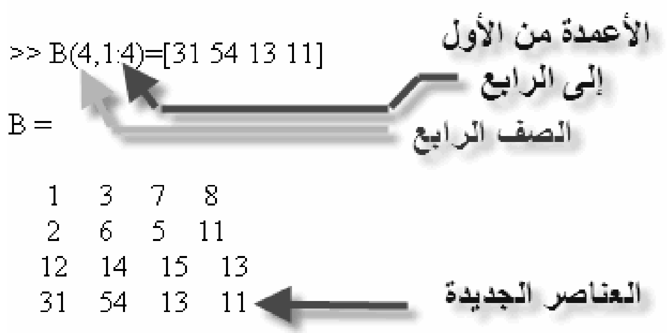
أ/ إضافة عنصر للمتجهة:



(1) مهندسي العرب ، مرجع السابق.

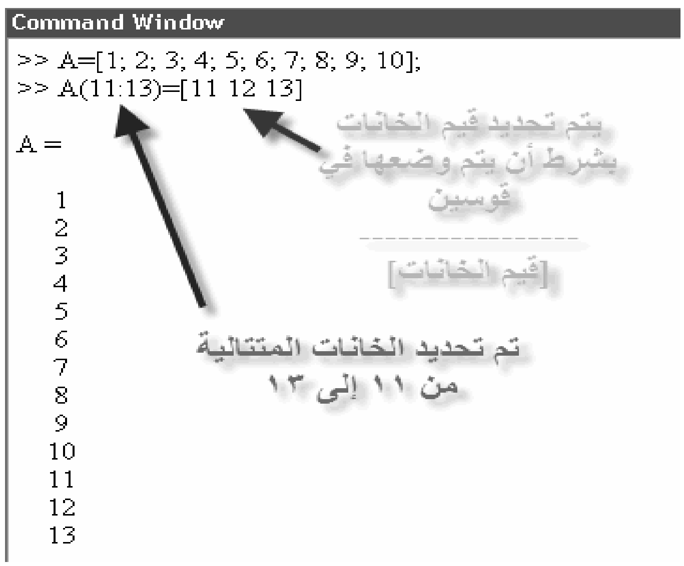
ب/ إضافة عنصر للمصفوفة: [1]

أذا أردنا إضافة العنصر 42 ف الصف الثاني العمود الخامس

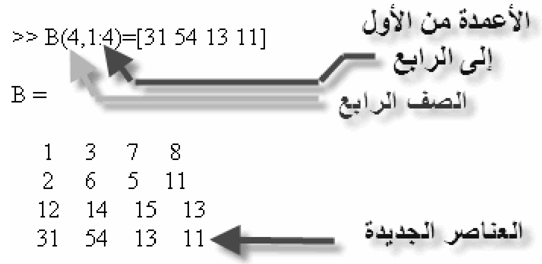


4. إضافة أكثر من عنصر:

أ/ الإضافة للمتجه:



ب/ إضافة للمصفوفة :

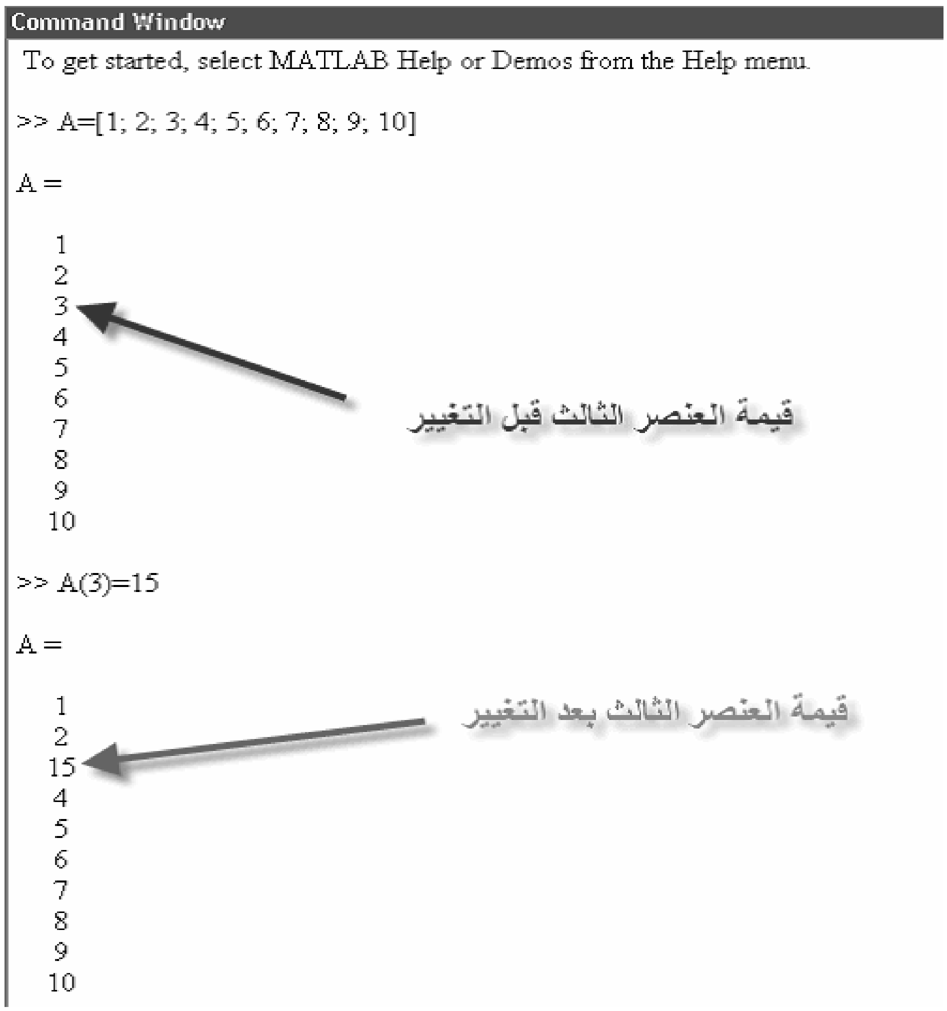


([1]) مهندسي العرب ، مرجع السابق

5. استبدال العنصر:[1]

عند استبدال عنصر يتطلب وجود هذا العنصر ف متجه أو المصفوفة.

أ/ استبدال عنصر للمتجهة



```
Command Window
 To get started, select MATLAB Help or Demos from the Help menu.

>> A=[1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10]

A =

     1
     2
     3
     4
     5
     6
     7
     8
     9
    10

>> A(3)=15

A =

     1
     2
    15
     4
     5
     6
     7
     8
     9
    10
```


ب/ استبدال عنصر المصفوفة:

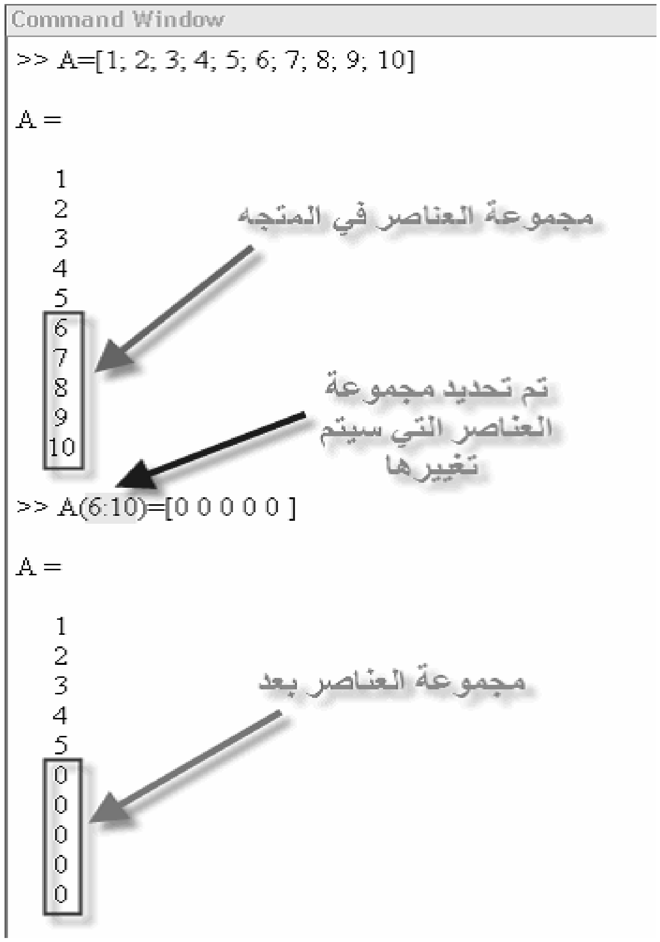
```
>> B(3,1)=0

B =

     1     3     7     8
     2     6     5    11
     0    14    15    13
```

[1] مهندسي العرب ، مرجع السابق.

6.استبدال مجموعة عناصر:[1]

أ/ استبدال عناصر المتجهة

- أذا أردنا استبدال مجموعه عناصر المتتالية 6,7,8,9,10 نستبدل كما يلي .



ب/ استبدال عناصر المصفوفة:

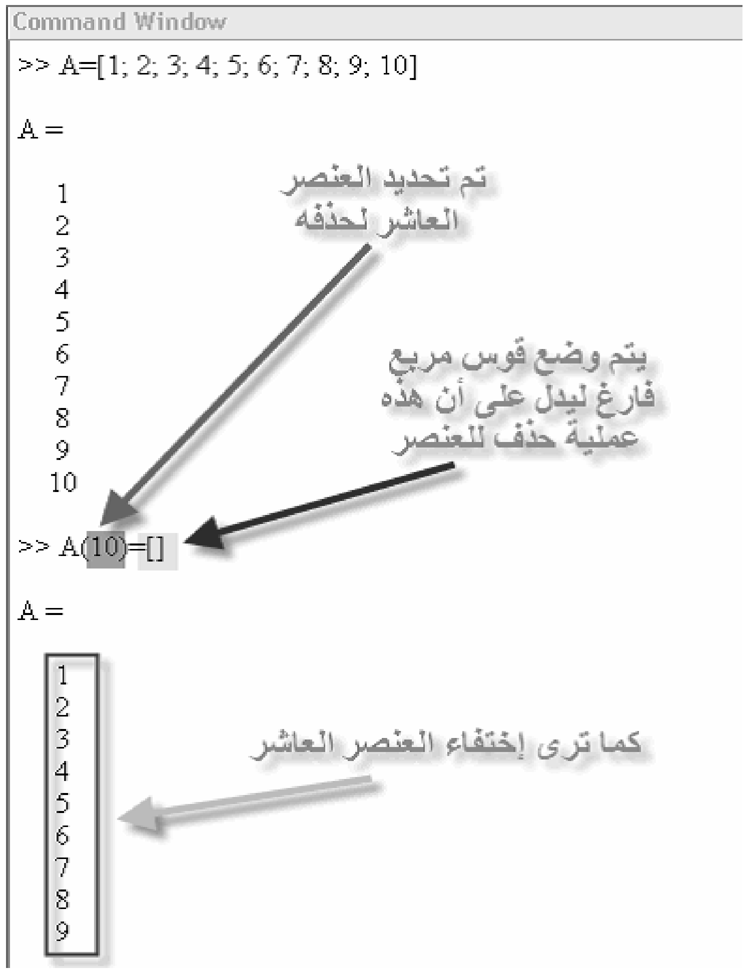
- أذا أردنا استبدال الصف الأول والثاني والأعمدة من الأول إلى الثالث ب الرقم صفر.

```
>> B(1:2,1:3)=0

B =

     0     0     0     8
     0     0     0    11
    12    14    15    13
```

[1] ( ) مهندسي العرب ، مرجع السابق.

7. حذف العنصر:[1]

- لحذف عنصر من متجهة يتم تحديد العنصر الذي تريد حذفه وثم توضيح [ ]مربعه خاليه.



ملاحظة:

لا يقوم MATLAB بحذف عنصر المصفوفة .

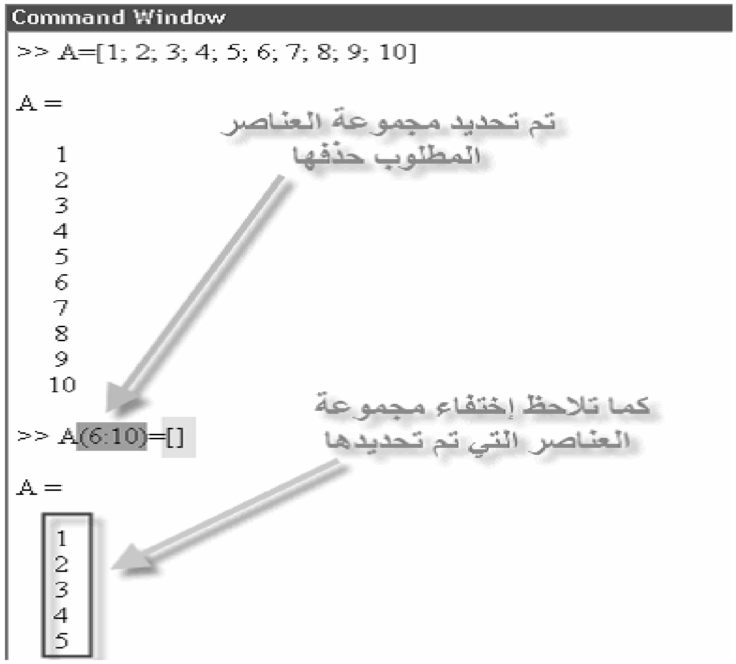
8.حذف مجموعة عناصر:

أ/ الحذف من المتجهة

- لحذف مجموعة عناصر متتالية من متجهة.

---

[1] مهندسي العرب ، مرجع السابق



أ/ حذف العناصر من المصفوفة:[1]

- أذا أردنا حذف الصف الثالث يتم الحذف كاللاتي.

```
>> B=[1 3 7 8; 2 6 5 11; 12 14 15 13]

B =

     1     3     7     8
     2     6     5    11
    12    14    15    13
```

- إذا أردنا حذف عمود الصف الثالث:

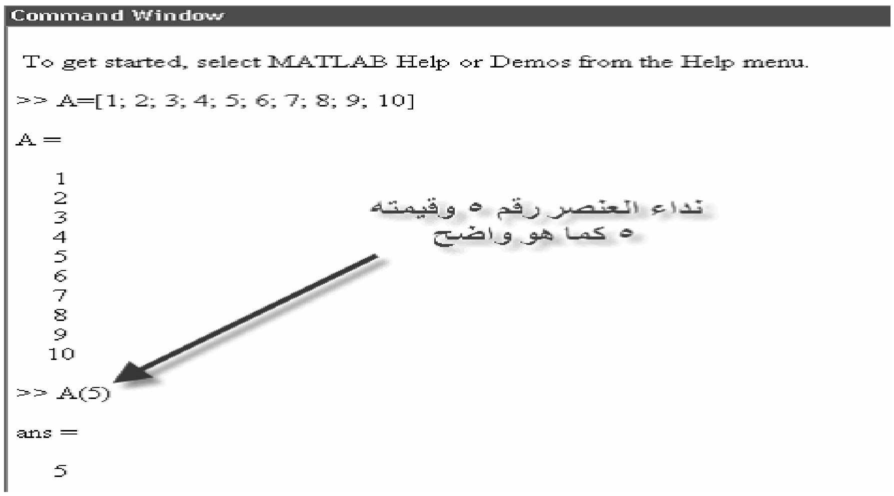
```
>> B(:,4)=[]

B =

     1     3     7
     2     6     5
    12    14    15
```

(1) المرجع السابق

9. نداء عنصر:[1]

أ/ نداء عنصر للمتجهة:

نداء عنصر مقصود هو الحصول على قيمة العنصر في أي مكان من متجهة يكتب كالاتى:



ب/ نداء العنصر للمصفوفة :

```
>> B=[1 3 7 8; 2 6 5 11; 12 14 15 13]

B =

     1     3     7     8
     2     6     5    11
    12    14    15    13
```

لنقل اننا نريد العنصر في الصف الأول والعمود الثالث

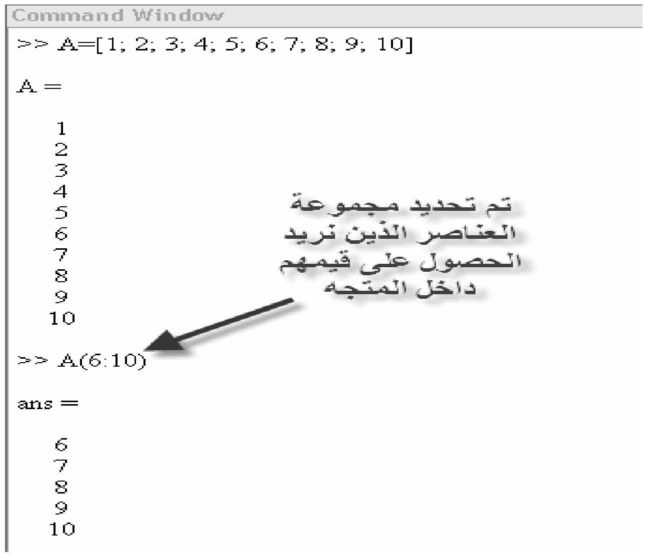
```
>> B(1,3)

ans =

     7
```

(1) ،مهندسي العرب، مرجع السابق.

10. نداء مجموعه عناصر :[1]

أ/ نداء مجموعة عناصر من المتجهة:

للحصول على قيم مجموعه عناصر محدده من المتجه قم بالعمل الأتي :



ب/ نداء عناصر من المصفوفة:

أذا أردنا مناداة الصف الثاني ومن العمود الثاني إلي الرابع نقوم بعمل الأتي:

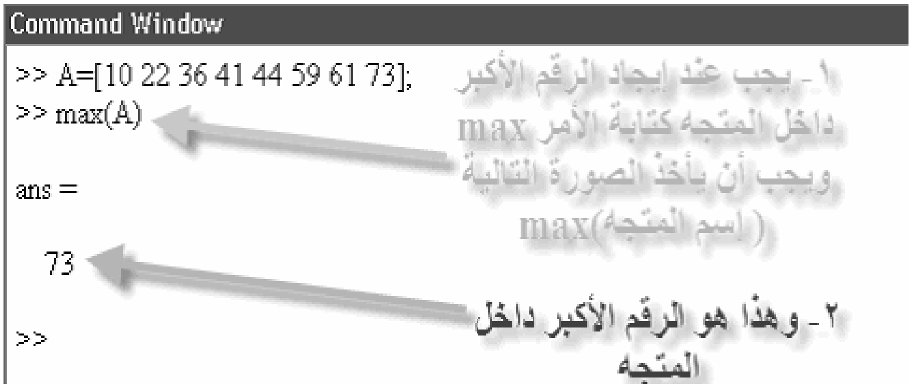
```
>> B(2,2.4)

ans =

    6    5    11
```

11.إيجاد العنصر الأكبر :

أ/ إيجاد العنصر الأكبر في المتجه:

لإيجاد العنصر الأكبر ف المتجه يتم استخدام الأمر max يكتب كالأتي:

([1])مهندسي العرب ، المرجع السابق.



ب/ إيجاد العنصر الأكبر في مصفوفة [1]

لإيجاد العنصر الأكبر في المصفوفة يقوم ب البحث عن العنصر الأكبر ف كل عمود من المصفوفة وبعدها يقوم بعمل متجه بالرقم الأكبر من كل عمود .

```
A =

 [illegible]  15   2  11
 23    1   4   5
  3    1  15   7
 [illegible]   4   9  10
```

ولنقم بكتابة الأمر max آما ذكرنا مسبقاً

```
>> B=max(A)

B =

   23   15   15   11
```

12. إيجاد العنصر الأصغر:

أ/ إيجاد العنصر الأصغر في المتجه :

لإيجاد العنصر الأصغر في المتجه,يجب استخدام الأمر min يكتب كالأتي:

([1]) مهندسي العرب ، المرجع السابق.

ب/ إيجاد العنصر الأصغر في المصفوفة: [1]

لإيجاد اصغر عنصر في المصفوفة يقوم بالبحث عن أصغر عنصر في كل عمود في المصفوفة يقوم بعمل متجه من اصغر عنصر لكل عمود.

```
>> A=[1 15 2 11; 23 1 4 5; 3 1 15 7; 1 4 9 10]

A =

     1    15     2    11
    23     1     4     5
     3     1    15     7
     1     4     9    10

>> B=min(A)

B =

     1     1     2     5

>> C=min(B)

C =

     1
```

13. مجموع العناصر :

أ/ إيجاد مجموع العناصر للمتجه :

- يمكن جمع جميع عناصر المتجه باستخدام الأمر sum يكتب كالأتي :

---

(1) مهندسي العرب ، مرجع السابق.

```
Command Window
>> Y=[1 2 3];
>> sum(Y)

ans =

    6
```

ب/ إيجاد مجموع العناصر للمصفوفة: [1]

- لإيجاد مجموع العناصر للمصفوفة يتم جمع كل عمود علي حدا توضع في صوره متجه كما يلي:

```
>> A=[1 15 2 11; 23 1 4 5; 3 1 15 7; 1 4 9 10]

A =

   1   15    2   11
  23    1    4    5
   3    1   15    7
   1    4    9   10

>> B=sum(A)

B =

  28   21   30   33

>> C=sum(B)

C =

  112
```

14.إيجاد حاصل ضرب العناصر:

أ/ إيجاد حاصل ضرب العناصر للمتجه:

- يوفر MATLAB خاصية ضرب عناصر المتجه باستخدام prod كالأتي :

```
Command Window
>> Y=[1 2 3 4];
>> prod(Y)

ans =

   24
```

[1] مهندسي العرب ، مرجع السابق.

ب/ إيجاد حاصل ضرب العناصر للمصفوفة: [1]

- لإيجاد حاصل ضرب العناصر في المصفوفة تكون لكل عمود علي حدا يتم وضع الناتج في متجه, إذا تم استخدام الأمر مره أخرى يتم ضرب عناصر المتجه لينتج حاصل الضرب للمصفوفة يتم كما يلي:

```
>> A=[1 15 2 11, 23 1 4 5, 3 1 15 7, 1 4 9 10]

A =

   1  15   2  11
  23   1   4   5
   3   1  15   7
   1   4   9  10

>> B=prod(A)

B =

      69      60     1080     3850

>> C=prod(B)

C =

 1.7214e+010
```

15. إيجاد قطر المصفوفة :

لإيجاد القطر يتم استخدام الأمرdiag كما يلي :

```
>> % By defining the Square Matrix A
>> A=[1 15 2 11; 23 1 4 5; 3 1 15 7; 1 4 9 10]

A =

   1  15   2  11
  23   1   4   5
   3   1  15   7
   1   4   9  10

>> % By Getting the Diagonal of the Matrix A
>> B=diag(A)

B =

   1
   1
  15
  10
```

(1) مهندسي العرب ، مرجع السابق.

الفصل الرابع

تطبيقات الماتلاب على المسائل اللاخطية و الخطية بطريقتي (نيوتن – رافسون وجاوس)

- تطبيقات AL MATLAB على المسائل اللاخطية:

طريقة نيوتن- رافسون :

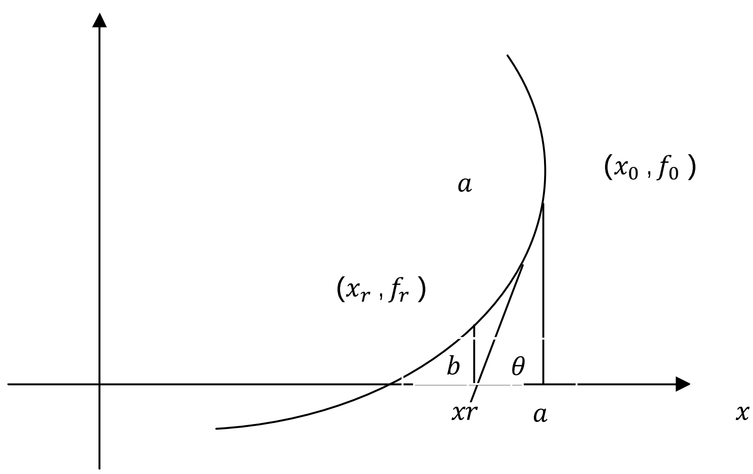
هذه الطريقة تبدأ بقيمة واحده X_0كتقدير أولي للجذر . كما في الشكل أدناه ونقيم مماسا لمنحنى الدالة $F(X)$عند (X_0, F_0) ثم نمد ليقطع المحور X عند b ($x = x_r$)

يعتبر x_rقدير أفضل للجذر بخطأ نسبي E ويحدد كما يلي:

$$\tan\theta = F'(x_0) = \frac{F(x_0)}{x_0 - x_r}$$

$$X_r = x_0 - \frac{F(x_0)}{F'(x_0)}$$

$$E = \left|\frac{x_r - x_0}{f(x)}\right| \times 100$$



نضع$x_r = x_0$ ونرسم مماسا أخر عند النقطة (x_r, f_r) لنحسب قيمة تقديرية جديدة x_r للجذر ثم نحسب الخطأ النسبي .نستمر هكذا إلى أن يصبح الخطأ مقبولا .

تطبيق (1) :

حل المعادلة $f(x) = e^{-x} - x$ بطريقة نيوتن- رافسون بالقيمة الابتدائية

الحل:

- أولا الحل بالطريقة التقليدية:

$$f'^{(x)} = -e^{-x} - 1$$

$$x_r = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = 0 - \frac{e^{-0} - 0}{-e^{-0} - 1} = 0.5$$

$$E_0 = 0 - 0.5 = 0.5$$

$$x_2 = 0.5 - \frac{f(0.5)}{f'(0.5)} = 0.566311$$

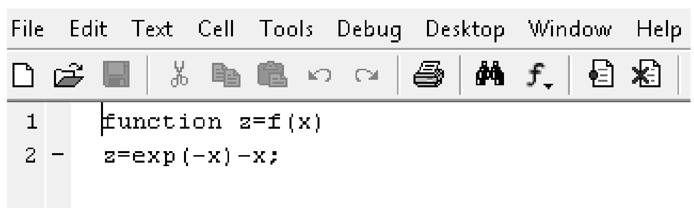
$$E_1 = 0.5 - 0.566311 = -0.066311$$

$$x_3 = o.566311 - \frac{f(0.566311)}{f'(0.566311)} = 0.567143$$

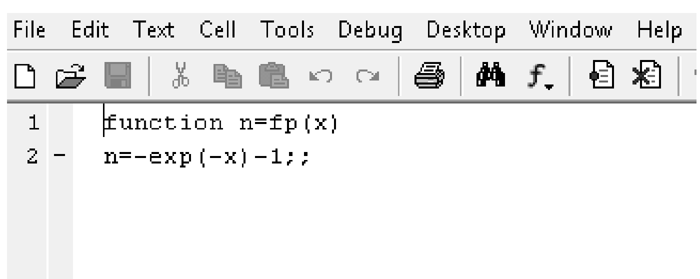
$$E_2 = 0.567143 - 0.566311 = 0.000832$$

$$x_4 = 0.567143 - \frac{f(0.567143)}{f'(0.567143)} = 0.567143$$

- ثانيا الحل بطريقة ال MATLAB:



الشكل أعلاه يوضح معادله نيوتن - رافسون علي شاشه M-File .



الشكل أعلاه يوضح مشتقه داله نيوتن – رافسون علي شاشه M-File .

الشكل التالي يوضح خوارزمية نيوتن – رافسون على شاشة M-File بتعريف الدوال و المتغيرات.

```
function [root,x] = newton1(a,tol)

test = abs(f(a));
i = 1;
x(i) = a;
while test > tol
  a = a - f(a)/fp(a);
  test = abs(f(a));
  i = i+1;
  x(i) = a;
end

root = a;
```

```
>> [root,x] = newton1(0,0.02)
root =

    0.5663

x =

         0    0.5000    0.5663

>>
```

و

من الشكل أعلاه يمثل شاشة تنفيذ خوارزمية طريقة نيوتن – رافسون

- **تطبيقات AL MATLAB على المسائل الخطية :**

طريقة جاوس :

الشكل التالي يوضح خوارزمية طريقة جاوس على شاشة M-File

File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window Help

```
function x = gauss(A,B)
NA = size(A,2); [NB1,NB] = size(B);
if NB1 ~= NA, error('A and B must have compatible dimensions'); end
N = NA + NB; AB = [A(1:NA,1:NA) B(1:NA,1:NB)]
epss = eps*ones(NA,1);
for k = 1:NA
[akx,kx] = max(abs(AB(k:NA,k))./ ...
max(abs([AB(k:NA,k + 1:NA) epss(1:NA - k + 1)]'))');
if akx < eps, error('Singular matrix and No unique solution'); end
mx = k + kx - 1;
if kx > 1
tmp_row = AB(k,k:N);
AB(k,k:N) = AB(mx,k:N);
AB(mx,k:N) = tmp_row;
end
AB(k,k + 1:N) = AB(k,k+1:N)/AB(k,k);
AB(k,k) = 1;
for m = k + 1: NA
AB(m,k+1:N) = AB(m,k+1:N) - AB(m,k)*AB(k,k+1:N);
AB(m,k) = 0;
end
end
x(NA,:) = AB(NA,NA+1:N);
for m = NA-1: -1:1
x(m,:) = AB(m,NA + 1:N)-AB(m,m + 1:NA)*x(m + 1:NA,:);
end
```

تطبيق (2) :

حل المعادلات التالية بطريقة جاوس

$$x - 2y + z = 0 \;,\; 3x - y - 2z = 9 \;,$$
$$4x + 3y - 3z = 3$$

أولا: الحل بطريق التقليدية:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -2 & 9 \\ 4 & 3 & -3 & 3 \end{array}\right) \qquad R_2 = 3R_1 - R_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -3 & 3 \end{array}\right) \qquad R_3 = 4R_1 - R_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & -5 & 9 \\ 0 & 5 & 7 & 3 \end{array}\right) \qquad R_3 = \frac{5}{7}R_2 - R_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & -5 & 9 \\ 0 & 0 & -{}^{24}/_{7} & -{}^{24}/_{7} \end{array}\right)$$

$$-{}^{24}/_{7}\, X_3 = -{}^{24}/_{7}$$

$$x_3 = 1$$
$$7X_2 - 5X_3 = 9$$
$$7X_2 - 5 = 9$$
$$X_2 = 2$$
$$X_1 + 2x_2 + x_3 = 0$$
$$X_1 - 4 + 1 = 0$$

$$X_1 = 3$$

القيم هي :

$$X_1 = 3 \ , \ X_2 = 1 \qquad X_3 = -2$$

ثانيا: الحل بطريقة AL MATLAB

الشكل الأتي يوضح الحل بطريقه جاوس :

MATLAB

Command Window

```
  To get started, select MATLAB Help or Demos from the Help menu.

>> A=[1 2 1;3 -1 -2;4 3 -3]

A =

     1     2     1
     3    -1    -2
     4     3    -3

>> B=[0;9;3]

B =

     0
     9
     3

>> x = gauss(A,B)

AB =

     1     2     1     0
     3    -1    -2     9
     4     3    -3     3


x =

    3.0000
   -2.0000
    1.0000

>> 
```

النتائج :

بعد دراسة الطرق التقليدية لحل المسائل في التحليل العددي والتعرف علي طريقة MATLAB تم التوصل إلى النتائج الآتية :

1. أن الطرق التقليدية تحتاج لجهد اكبر للوصول لنتائج دقيقة .
2. إمكانية حل مسائل التحليل العددي بال MATLAB .
3. MATLAP يساعد في حل مسائل التحليل العددي بطريقة أسهل وأسرع وأكثر دقة.
4. إجمالا حل المسائل بواسطة MATLABأكثر فعالية من الطرق الأخرى

التوصيات:

1. استخدام الحاسوب عموما يوفر الوقت والجهد في حل العمليات الرياضية للوصول لنتائج أدق .
2. زيادة عدد كورسات MATLAB في الكلية للتعرف علي MATLABبصوره أوسع .
3. إعطاء وقت كافئ لتطبيق MATLAB في الرياضيات في العمل حتى يتسنى للطلاب إجادة MATLAB وذلك لأهميتها.
4. التعمق أكثر في تطبيقات MATLAB في الحياة العامة .