النتائج والمناقشة

أولاً:

وجد العنصر المصفوفي للتفاعل $e-N$ العميق اللامرن بإستخدام نظرية التأثيرات الضعيفة إلى جانب التأثيرات الكهرمغناطيسية للإلكترونات والهدرونات والتأثيرات الشديدة للهدرونات وقد أُختير الحالة التي تكون فيها كتلة الهدرونات النهائية أكبر من كتلة أثقل نيوكليون تجاوبي وتبين أنها متوافقة مع المعطيات التجريبية التي أجريت في مسرع (SLAC) .

ثانياً:

إستخرج المقطع العرضي التفاضلي للتفاعل المدروس $e-N$ العميق اللامرن وذلك بإستخدام الصيغة العامة لمقطع التبعثر للإلكترونات على النيوكليونات في الحالة اللاإستقطابية وذلك بعد أخذ لولبية الإلكترون الإبتدائي و لولبية الإلكترون النهائي بعين الإعتبار وذلك في النظام المعملي (LS) وتم من خلال ذلك تحديد توابع البناء F_1,F_2 للنيوكليون المتعلقة بمعاملات الشكل W_1,W_2 لنفس النيوكليون. ومن أجل معرفة العلاقة التي تربط بين معاملات الشكل المذكورة W_1,W_2 بالمقاطع الكلية للتفاعل أخذنا كتطبيق التفاعل $\gamma-N$ ومن خلاله تم وجد المقطعان σ_S,σ_T والعلاقة التي تربطهما بمعاملات الشكل ومقارنة هذه الحالة مع مثيلتها التي أنجزت على المسرع (SLAC)من أجل $q^2=20GeV$ وحصل على معلومات بخصوص سلوك توابع البناء.

ثالثاً:

درست الحالة الإستقطابية للإلكترون والنيوكليون في حالة التبعثر العميق اللامرن للإلكترون علي النيوكليون حيث أُستخرجت العبارة العامة للمقطع التفاضلي للتفاعل المدروس ومن خلالها درست حالات اللاتماثل الطولي $A_{\parallel}$ والعرضي $A_{\perp}$ في النظام المعملي وعلاقتها بتوابع التيارات المستقطبة G_1,G_2 ومن ثم مقارنتها مع مثيلتها التي أُجريت علي مسرع (SLAC) في مدى الطاقة $16GeV$ وتبين أن المعطيات المتحصل عليها تتفق مع النموذج البارتوني.

من خلال فرضية التدرج التي إفترضها بيوركن التي فيها يفترض أن التابعين F_1,F_2 في مدى $q^2\to\infty\,,\,\upsilon\to 0$ يعتمدان فقط على المتغير x، حيث x مثبتة.وأدى توافق المعطيات التجريبية مع هذا الإقتراح إلى تطوير التصور البارتوني لفاينمان المؤسس على أن الفوتون يتفاعل مع مكونات النيوكليون الدقيقة (البارتونات) وأن النموذج البارتوني يقود إلى فرضية التدرج. جدير بالذكر هنا التنويه إلى أن التجارب المنفذة أخيراً على مسرعات الإلكترونات

وعلى مسرعات الميزونات تبين أن التدرج الدقيق لتوابع البناء ليس له مكان لان F_1, F_2 لا يتعلقان فقط بـــ x وإنما يتعلقان كذلك بـــ q^2 وهذه نكسة لفرضية التدرج ويمكن الخروج من هذا المأزق إذا إفترضنا أن الإنحراف الظاهر عن التدرج يمكن شرحه على أساس نظرية التحريك اللوني الكمي (QCD) آخذين بعين الإعتبار تفاعل البارتونات مع الغراءونات .

رابعاً:

لقد تم التأكد على أن البارتونات هي نفسها الكواركات من قبل باحثي (CERN) وآخرين من (SLAC). وبعد هذا التأكيد ظهرت أزمة المغزل للبروتون أو النيوكليون بشكل عام. إن المحتوى الكواركي للبروتون المكتشف مؤخراً أدى إلى إنهيار الصورة التقليدية لمغزل البروتون حيث تبين أن مساهمة الكواركات الأساسية في المغزل الكلي لا تتعدى 30٪ من المساهمة الكلية. وأن 70٪ المتبقية تقود إلى المحتوى الكمي الذي يعج به البروتون المكون من أزواج كواركات وكواركات مضادة إفتراضية، تخلق وتختفي فجأة والجديد في هذه الدراسة هو تبيان أسباب أزمة مغزل البروتون والمتعلقة بنظرية التحريك اللوني الكمي. إن المساهمات المفقودة في مغزل البروتون يمكن ردها إلى نقاط ضعف في نظرية التحريك اللوني الكمي والتي نوجزها في النقاط التالية:

1- إن التعامل مع معادلات التحريك اللوني الكمي بالغ الصعوبة على الرغم من التطور الهائل في التقنيات وتوافر أقوى الحواسيب.
2- إن التفاعل الشديد للغراءونات بعضها مع بعض يعني أن التحريك اللوني الكمي نظرية لاخطية وبالتالي فإن أي خطأ صغير في الشروط المفروضة هو بمثابة كرة ثلج تدحرجت وتعاظمت لتعطي أثراً ضخماً لا يعكس الحقيقة الواقعية.
3- إن التحريك اللوني الكمي نظرية مجال كمي عليها أن توحد وفي آن واحد عملية خلق وفناء الكواركات الإفتراضية بصورة مستمرة لحظة بلحظة، إضافة إلي حساب التأثيرات المتبادلة الإنفرادية لهذه الجسيمات الإفتراضية القصيرة الأمد، مما يجعل المهمة صعبة بل مستحيلة.
4- هناك مشكلة مبدأ الشك (مبدأ عدم التيقن) الذي يحتم على الكواركات المحصورة ضمن حجم صغير جداً داخل البروتون أن تتحرك بسرعة قريبة من سرعة الضوء وهذا واضح من العلاقة التالية:

وهذا يتطلب من $\Delta E.\Delta t \approx \hbar \Rightarrow \Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t}$. وبما أن Δt صغيرة جداً يكون ΔE كبير جداً وهذا يتطلب من الكواركات التحرك بسرعة الضوء داخل البروتون.

نخلص إلى القول بأن المساهمات المفقودة في مغزل البروتون مرتبطة إرتباطاً وثيقاً بعثرات نظرية التحريك اللوني الكمي ولن تحل أزمة المغزل الخاص بالبروتون أو بالنيوكليون بشكل عام إلا بعد تذليل هذه العثرات المذكورة سابقاً.

الخاتمة

نأمل أن يقدم هذا البحث إضافة معرفية غاية في الأهمية في مجال دقيق من مجالات الفيزياء عالية الطاقة التي إنتشرت مخابرها ومعاملها بشكل متسارع في كل الدول المتقدمة علمياً وتقنياً ودبت المنافسة بين العاملين في هذا القطاع الحيوي الذي يبحث بشغف عن مكنونات المادة. تتمثل الإضافة المعرفية المذكورة أعلاه في الربط الذي حصل بين الجانب النظري والجانب التطبيقي ومواكبة المفاهيم التي كانت سائدة أثناء إجراء التجارب وحتى الآن. لقد درس الجانب

النظري للتبعثر العميق اللامرن للإلكترونات على البروتونات من حيث إستخراج المقاطع العرضية التفاضلية للحالات المدروسة اللاإستقطابية والإستقطابية وإستخراج توابع البناء وتوابع الشكل للبروتون بإستخدام أداة رياضياتية غاية في التعقيد والدقة. بعد ذلك تُطرّق إلى الجانب التطبيقي الذي لازم بمجمله نشأة المختبر التجريبيي المعروف بـــ (SLAC) في الستينيات من القرن الميلادي الماضي وكانت المعالجة موفقة من حيث ربط الجانب النظري بالجانب التطبيقي، ودعماً للمفهوم السائد الذي يؤيد التعاضد بين الفيزياء النظرية والفيزياء التطبيقية، وأن كلاً منهما سنداً للأخر ولايمكن لأحدهما أن يسجل إنتصاراً دون الآخر.
تطرقت هذه الدراسة إلى الأفكار التي كانت سائدة في ستينيات القرن الميلادي الماضي (بدايات دراسة التبعثر العميق اللامرن) وتحقق من معظمها بوساطة المنشأة (SLAC) وما تلاها من منشآت حتى يومنا الحالي. ونستطيع تلخيص هذه الأفكار من خلال ذكرها كمفهوم جبر التيارات وفرضية التدرج لبيوركن، وقوانين التبعثر لفاينمان، والنماذج المركبة، واللامركبة، وقاعدة الجمع، والتصحيحات الإشعاعية. وكل هذه الأفكار كانت في مصلحة إستكشاف بنية البروتون موضوع البحث. فكان التصور البارتوني لفاينمان وحل محله التصور الكواركي الحالي. وقادت الدراسات الحالية في مجال الطاقة العالية إلي تبيان أن هناك بحراً من الكواركات نابضاً بالحياة داخل البروتون. وظهرت مشكلة لم تكن بالحسبان وهي مشكلة مغزل البروتون ومَنْ المساهم الأهم في هذا المغزل هل الكواركات التكافئية الثلاثة المشكلة للبروتون، أم بحر الكواركات و الغراءونات المكتشف أخيراً. تبقي هذه المسألة مفتوحة بإنتظار مساهماتنظرية التحريك اللوني الكمي المسؤول عن هذه القضية الهامة.

المراجع

[1]Reines F., Curr H., Sobel H. Detection of Scattering, Phys. Rev. Lett., 1996, V. 73, P.315-318.

[2]Francis Halzen, Alan D. Martin, Quarks and Leptons, An Introductory Course in Modern Particle Physics, John Wiley & sons, 1992.

[3]Prof. E. Akhmedov, “High Energy Physics Courses”, ICTP, Diploma Programme, Academic year 1997-1998 (Lecture Notes).P. 1-32.

[4]Quintas, Nucleon Structure Functions at the Fermilab Tevatron, Columbia University Thesis, Nevis Preprint 277 (1992); Quintas et al.,Phys. Rev. Lett. 71, 1307 (1993).

[5]Botts et al., Phys. Lett. B 304, 159 (1993).

[6]CTEQ5, Eur. Phys. J. C12 (2000) 375

[7] M. Hirai, S. Kumano, M. Miyama,Phys. Rev. D64 (2001) 034003.

[8] L. B. Aerbach, ***et al***. Measurement of electron-neutrino elastic scattering, Indiana Univ., 2001

[9] Brodsky et al., Phys. Lett. B 381, 317 (1996).

[10]MRST99, Eur. Phys. J. C14 (2000) 133.

[11]Whitlow et al., Phys. Lett. B 282, 475 (1992).

[12] Rutherford,E, Philos.Mag.21,609.1991.

[13] Frank,J.,andG.Hertz,Veth.Detsch.Phys.16,457,1914

[14] Rose,M.E,Phys.Rev.73,270,1948.

[15]Schiff,L.I.,Summary of Possible Experiments with a high Energy linear Electron Accelerate,SUML-102(Stanford University Microwave Laboratory),Unpublished,1949.

[16]Rosenbluth,M.N,Phys.Rev.79,615.1950.

[17] Lyman, E.M., A.O.Hanson, and M.B. Scott, Phys.Rev.84,626, 1951.

[18]Fregeau, J.H. and R.Hofstadter, Phys.Rev.99,1503,1955.

[19]GRV98, Eur. Phys. J. C5 (1998) 461.

[20] Hofstadter,R.,andR.W.Mcllister, Phys.Rev.98,217,1955.

[21]SLAC E142 Collaboration, P.L.Anthony et al., Physics Rev.Lett.71,959,1993.

[22]Wilson, R.R., K.Berkelman, J.M.Cassels, and D.N Olson., Nature 188,94,1960.

[23]Dunning, J.R.,K. W.Chen, A.A.Cone, G.Hartwig, and Nerman, F,.Ramsey, Phys.Rev.Lett.13,631,1964.

[24]Behrend,H.J,F.W.Brasse,J.Engler,H.Hultschig,S.Galster,G Hartuig,F.Ganssauge,Nuovo Cimente.A84,140,1967.
[25] Panofsky,W.K.H. and E.A.Allton, Phys.Rev.110,1455, 1958.
[26]Ohlsen,G.G., Phys.Rev.120,584,1960.
[27]Drell.S.D.,and J.D.Walecka,Ann, Phys.(N Y) 28,18,1964.
[28]Hand,L. Phys.Rev.129,1584,1963.
[29]Cone,A.A.,K.W.Chen,J.R.Dunning,Jr.,C.Hartwig,N.F.Ramsey,J.K. Wlker and Richard Wilson, Phys.Rev.Lett.14,326,1965.
[30]Brasse,F.W.,J.Engler,E.Ganssauge, and M.,Schweizer,Nuovo Cimento A55,679,1968.
[31]SLAC-MIT-CIT Collaboration,Proposal for Initial Electron Scattering Experiment Using the SLAC Spectrometer Facilities, Proposal 4b,"The Electron-Proton Inelastic Scattering Experiment",Submitted 1 January 1966,Unpublished,1966.
[32]Frautschi,S.C.,Regge Poles and S.Matrix Theory (Benjamin,New York) ,1963.
[33]Chew,G.F.,and S.C.Frautschi, Phys.Rev.Lett.8,394,1961.
[34]Collins,P.D.B., and E.J.Squires,Regge Poles in Particle Phy.(Springer,Berlin) ,1968.
[35]Chew,G.F.,S.C. Frautschi, and S.Mandelstam, Phys.Rev.126,1202,1962.
[36]Sakurai,J.J., Phys.Rev.Lett.22,981,1969.
[37]Jones,Lawrence W., Rev.Mod. Phys.49,717,1977.
[38]Gottfried,K., Phys.Rev.Lett.18,1174,1967.
[39]Ditzler, W.R.,et al…,Phys.Rev.D8,63,1973.
[40]Whitlow,L.W.,1990, SLAC Report 357,March1990, Unpublished,1973.
[41]Kirk,P.N.,et al…,Phys.Rev.D8,63,1973.
[42]Bjorken,J.D. Phys.Rev.179,1547,1969.
[43] Bjorken,J.D . Ann.(N.Y.)24,201,1963.
[44]Friedman,J.I., Phys.Rev.116,1257,1959.
[45]Isabelle,D.,and H.W.Kendall,1964,Bull.Am.Phy.Soc.9,95.
[46]Miller,G., et al…Phys.Rev.D5,528,1972.
[47]Tsai,Y.S.,in Nucleon Structure:Proceedings of the International Conference,Stanford,1963,edited by R.Hofstadter and L.I Schiff(Stanford University, Stanford,CA)p.221,1964.
[48]Poucher,J.S.,Ph.D.Thesis,Massachusetts Institute of Technology,1971.
[49]Breidenbach,M.J.I.Friedman,H.W.Kendall,E.D.Bloom,D.H.Coward,H. Destaebler,J.Dress,L.W.Mo,and R.E.TaylorPhy.Rev.Lett.23,935,1969.
[50]Feynman,R.P., Rev.Lett.23,1415,1969.

[51]Mc Allister,R.W., and R.Hofstadter, Phy.Rev.102,851,1956.
[52]Gell-Mann,M.,Phy.Lett.8,214,1964.
[53]Gell-Mann,M.,Caltech Synchroton Laboratory Report CTSL-20,1961.
[54Sakurai,J.J.,Phys. Rev.Lett.B31,22,1970.
[55]Bjorkon,J.D.,1968, in Proceedings of the International School of Physics"Enrico Fremi"Course XLI:Selected Topics in Particle Physics, edited by J.Steinberger (Academic N Y) P.55,1970.
[56]Adler,S.L.,Phys.Rev.143,1144,1966.
[57]Bjorken,J.D.,Phys.Rev.Lett.16,408,1966.
[58]Bjorken,J.D.,Phys.Rev.163,1767,1967.
[59]Lee,T.D.,and.D.D Drell,Phys.Rev.D5,1738,1972.
[60]Landschoff,P.V.,andJ.C.Polkinghorne,Nucl.Phys.B28,240,1971.
[61]Kuti,J.,and V.F.Wesskopf,Phys.Rev.D43418,1971.
[62]Bloom,E.D.,D.H.Coward,H.Destaebler,J.Dress,G.Miller,L.W.Mo,R.ET aylor,M.Breidenbach,J.I.Friedman,G.C.Hartman,and H.W.Kendall,Phys.Rev.Lett.23,930,1969.
[63]Miller,G.et al…,Phys.Rev.D5,528,1974,1972.
[64]Poucher,J.S.,et al…,Phys.Rev.Lett.32,118.
[65]Boodek,A.,M.Breilenbach,D.L.Dubin,J.E.Elias,J.I.Friedman,H.W.Ken dall,J.S.Poucher,E.M.Riordan,M.R.Sogard,D.H.Coward,and D.D.J.Sherden,Phys.Rev.D.20,1471,1979.
[66]Riordan,E.M.,A.Bodek.M.Bredenbach,D.L.Dubin,J.E.Elias,J.I.Friedma n,H.W.Kendall,Phys.Rev.Lett.33,561,1974.
[67]Bodek,A.,Phys.Rev.D8,2331,1973.
[68]Atwood,W.B.,and G.B.,Wost,Phys.Rev.D7,733,1973.
[69]Callan,C.G.,and D.J.,Gross,Phys.Rev.Lett.21,311,1968.
[70]Gottfried,K.,Phys.Rev.Lett.18,1174,1967.
[71]J.Elis and M. Karliner,Phys,Lett. B 313,131,1993.
[72]Riordan,E.M.,A.Bodek,M.Breidenbach,D.L.Dubin,J.E.Elias,J.I.Friedm an,H.W.Kendall,J.S.Poucher,M.R.Sogard,andD.H.Coward, ,Phys.Lett.B 52,249,1974b.
[73]Callan,C.G.,and D.J.GrossPhys.Rev.Lett.22,156,1969.
[74]W. G. Seligman, A Next-to-Leading-Order QCD Analysis of Neutrino{Iron Structure Functions at the Tevatron, Columbia University Thesis, CU-398, Nevis report: Nevis-292.
[75] J.A Castro, G.Parente and E.Zas. measuring of BFKL Pomeron in neutrino Telescopes , arXiv: hep-ph /0011043v1.2 Nov,2000
[76]Perkins,D.H.,in proceedings of the XVI Intrenational Conference on High Energy Phys.Chicago and NAL,Edited by

J.D.Jachson,A.Roberts,and Rene Donalson(National Accelerator Laboratory,Batavia,IL) ,1972.
[77]Haguenauer,M.,in proceeding of the XVI International Confernce on High Energy Physics.London,1974, edited by J.R.Smith(Science Research Council,Rutherford Laboratory,Chilton,Didcot, Oxon,UK),P.IV.95,1978.
[78]Gross,D.J.,and C.H.Liewellyn Smith,Nicl.Phys.14,337,1969.
[79]Politzer,H.D.,Phys.Rev.Lett.30,1346.
[80]Schwitters,R.F.,and K.Strach,1976,Annu.Rev.Nucl.Sci. 26,89.
[81]Hanson,G.,et al.,1975,Phys.Rev.Lett.35,1609,1973.
[82] Mm.Gell-Mann,P.Ramond,and R.Slansky, in Supergravity, edited by P.van Hiewenhuizen and D.Z.Freedman (North-Holland, Amsterdam 1997), P.315; T.Tanagida, in “Proceedings of the Workshop on the Unified Theory and Baryon Numberin the Universe,” edited by O.Sawada and A. Sugamoto (unpublished), P. 95.
[83] A.M.Gumaa and M.S Aldogmma,Nuclear physics II, Alfalah, Lebanon, 2000.(in Arabic).
[84]La Recherche,Vol.306,Feb.1998.
[85]Science,Vol.283,22,Jan.1999.
[86]SMC,B.Adeva et al.,Phys.Lett.B 302,533,1993
[87]S.D. Bass and P.V. Landshoff, Report No. DAMTP 94/50,1994.
[88]F.E. Close and R.G. Roberts, Phys. Lett. B336,257,1994.
[89]M.Schmelling and R.D.St.Denis, Phys. Lett. B329,323,1994.
[90]I.V.Akusevich and N.M.Shumeiko,J.Phys. G20,513,1994.

ملحقA:

المقطع: (تحديد المقطع-أساليب الحساب)

هنا نذكر بالتحديد الشكل العام لمقطع التفاعل وبشكل مختصر نعرض أساليب حساب المقطـــع. نأخذ أي تفاعل يبدأ بجسيمين في الحالة الإبتدائية. العنصر المصفوفي للتفاعـــل يملـــك الشـــكل التالي:

$$\langle f|s-1|i\rangle = \langle f|R|i\rangle (2\pi)^4 \delta(p'-p) \qquad (A.1)$$

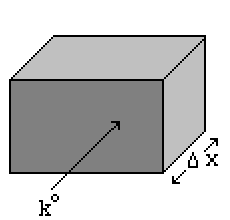
حيث: $|f\rangle, |i\rangle$ تابعي الحالة الإبتدائي والنهائي. p', p الإنـــدفاعات الكليـــة رباعيـــة القيـــاس للجسيمات الإبتدائية والنهائية. إحتمال الإنتقال التفاضلي $i \to f$ يساوي:

$$dW_{f,i} = |\langle f|R|i\rangle|^2 (2\pi)^4 \delta(p'-p) \int \exp[i(p'-p)x] dx d\Gamma \qquad (A.2)$$

حيث $d\Gamma$ حاصل ضرب تفاضل الإندفاعات للجسيمات النهائية. لدينا:

$$\delta(p'-p) \int \exp[i(p'-p)x]\, dx = \lim_{\substack{V\to\infty \\ T\to\infty}} \delta(p'-p)\, VT \qquad (A.3)$$

حيث: Vالحجم، T المجال الزمني. نرمز بـــ $dW_{f,t}$ لإحتمال الإنتقال في وحدة الحجم وخـــلال وحدة الزمن.



الشكل (A. 1)

من(A,2),(A,3) نجد:

$$dW_{f,t} = \lim_{\substack{V\to\infty \\ T\to\infty}} \frac{dW_{f,t}}{VT} = |\langle f|R|i\rangle|^2 (2\pi)^4 \delta(p'-p)\, d\Gamma \qquad (A.4)$$

نرمز لإندفاعات الجسيمات الداخلة في التفاعل بـــ p,k. في الجملة الساكنة بالنسبة للجسيمة ذات الإندفاع p (جسيمة الهدف) نأخذ عنصر حجمي موضح بالشكل (A. 1). المقطع التفاضلي يحدد كما يلي:

$$dW_{f.t}(\Delta x.1) = d\sigma_{f,t}(\Delta x.1.\rho_t^{\circ})(\rho_b^{\circ}\upsilon^{\circ}) \qquad (A.5)$$

$dW_{f.t}(\Delta x.1)$: تمثل عدد الإنتقالات في المقطع داخل الحجم $\Delta x.1$ خلال وحدة الزمن. حيث: 1 وحدة المساحة.

$(\Delta x.1.\rho_t^{\circ})$: تمثل عدد الجسيمات في حجم الهدف $(\Delta x.1)$

$(\rho_b^{\circ}\upsilon^{\circ})$: تيار الجسيمات الساقطة.

إذن: عدد الإندفاعات في الحجم $(\Delta x.1)$=المقطع التفاضلي xعدد جسيمات الهدفx تيار الجسيمات الساقطة.

وهنا نجد:

$$d\sigma_{f,i} = dW_{f,i}/j \qquad (A.6)$$

$$j = \rho_b^{\circ}\rho_t^{\circ}\upsilon^{\circ} \qquad (A.7)$$

حيث j التيار الإبتدائي، $\rho_b^{\circ}, \rho_t^{\circ}$ كثافة جسيمات الهدف والحزمة في الجملة المدروسة التي يكون فيها الهدف ساكن.

لدينا:

$$j = (\rho\upsilon, i\rho^{\circ})$$

وبالتالي:

$$j_{\alpha}^{b}.j_{\alpha}^{t} = i\rho_b^{\circ}i\rho_t^{\circ} = -\rho_b^{\circ}\rho_t^{\circ} \Rightarrow \rho_b^{\circ}\rho_t^{\circ} = -j_{\alpha}^{b}.j_{\alpha}^{t} \qquad (A.8)$$

واضح أنه في جملة حسابية لورنتزية إختيارية (كيفية) لدينا:

$$j_{\alpha}^{b}.j_{\alpha}^{t} = \rho_b\rho_t(kp)/k_{\circ}p_{\circ} \qquad (A.9)$$

وهكذا نحصل علي:

$$\upsilon^{\circ} = \frac{k^{\circ}}{|k^{\circ}|} = \frac{Mk^{\circ}}{Mk_{\circ}^{\circ}} = \frac{\sqrt{(kp)^2 - m^2M^2}}{-(kp)} \qquad (A.10)$$

حيث: M,m *كتلتي الجسيمات الإبتدائية.*

من (A.7) *وحتى* (A.10) *نحصل علي عبارة قياسية للتيار:*

$$j = \rho_b\rho_t\sqrt{(kp)^2 - m^2M^2}/(k_{\circ}p_{\circ}) \qquad (A.11)$$

وأخيراً نحصل علي المقطع التفاضلي للتفاعل:

$$d\sigma_{f,t} = \frac{1}{j}(2\pi)^4\sum|\langle f|R|i\rangle|^2\delta(p'-p)d\Gamma \qquad (A.12)$$

($\sum$ تعني عملية تجميع علي سبينات الجسيمات النهائية وتوسيط علـــي ســـبينات الجســـيمات الإبتدائية).

في الحالة التي تهمنا بالنسبة للجسيمات التي لها سبين يساوى ½ فإن العنصر المصفوفي للتفاعل يمكن كتابته بالشكل التالي:

$$\langle f|R|i\rangle = \left(\bar{u}^{r'}(k')\alpha u^{r}(k)\right) \qquad (A.13)$$

هنا: k',k (r',r) إندفاعات (لولبيات) الفيرميونات الإبتدائية والنهائية.

أما α مصفوفة مؤثرة علي المتغيرات السبينية. نحصل علي:

$$\sum\left|\langle f|R|i\rangle\right|^2 = \sum_{r',r,r_1}\left(\bar{u}^{r'}(k')\alpha u^{r}(k)\right)\rho_{rr_1}\left(\bar{u}^{r_1}(k)\bar{\alpha}u^{r'}(k')\right)=$$

$$\sum\alpha_{\sigma_1\sigma_2}\left(\sum_{r,r_1}u^{r}_{\sigma_2}(k)\rho_{rr_1}\bar{u}^{r_1}_{\sigma_3}(k)\right)\bar{\alpha}_{\sigma_3\sigma_4}\left(\sum_{r'}u^{r'}_{\sigma_4}(k')\bar{u}^{r'}_{\sigma_1}(k')\right)=$$

$$Tr\alpha_{\rho}(k)\bar{\alpha}\wedge(k')\,,\bar{\alpha}=\gamma_4\alpha^{+}\gamma_4 \qquad (A.14)$$

$$\rho(k)=\sum_{r,r_1}u^{r}(k)\rho_{rr_1}\bar{u}^{r_1}(k) \qquad (A.15)$$

مصفوفة الكثافة للجسيمات الإبتدائية:

$$\wedge(k')=\sum_{r'}u^{r'}(k')\bar{u}^{r'}(k')$$

نشير إلي أن تشتت الجسيمات ذات السبين ½علـــي الجســـيمات ذات ســـبين يســـاوى ½ فـــإن المصفوفة α تملك الشكل التالي:

$$\alpha=\sum_{i}0^{i}\left(\bar{u}^{r'}(p')\alpha^{i}u^{r}(p)\right)$$

هنا: 0^i العدد الكلي الست عشرة لمصفوفات ديراك (p',k',p,k -إندفاعات الجسيمات الأوليـــة والنهائية). في هذه الحالة:

$$Tr\alpha_{\rho}(k)\bar{\alpha}\Lambda(k')=\sum_{i,k}Tr0^{i}\rho(k)\bar{0}^{k}\Lambda(k')Tr\alpha^{i}\rho(p)\bar{\alpha}^{k}\Lambda(p')$$

حيث: $\rho(p)$ مصفوفة الكثافة للجسيمات ذات الإندفاع p.

وهكذا إذا شاركت في التفاعل جسيمات لها سبين يساوي ½ فإنه خلال الحسابات تظهر ضرورة لحساب أثر حاصل ضرب مصفوفات ديراك γ_α.

القواعد الأساسية لحساب أثر المصفوفات يمكن الحصول عليها من العلاقات التالية:

$$\left.\begin{aligned}&\gamma_\alpha\gamma_\beta+\gamma_\beta\gamma_\alpha=2\delta_{\alpha\beta}\\&\gamma_\alpha\gamma_5+\gamma_5\gamma_\alpha=0\\&\gamma_5\gamma_5=1\quad,\quad\gamma_5=\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4\end{aligned}\right\} \qquad (A.16)$$

وفي هذه الحالة من المفيد إستخدام العلاقة:

$$TrAB = TrBA \qquad (A.17)$$

والتحقق من صحة هذه العلاقة واضح من التالي:

$$TrAB = \sum_{\sigma_1\sigma'} A_{\sigma\sigma'}.B_{\sigma'\sigma} = \sum_{\sigma_1\sigma'} .B_{\sigma'\sigma}.A_{\sigma'\sigma} = TrBA$$

نسوق القواعد الأساسية لحساب أثر المصفوفات:

أثر حاصل ضرب عدد فردي من المصفوفات γ يساوي الصفر.

$$1- \quad Tr \equiv Tr\underbrace{\gamma_\alpha\gamma_\beta \dots\dots\dots\gamma_\sigma}_{\text{عدد فردي}} = Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta \dots\dots\dots\gamma_\sigma\gamma_5\gamma_5 = -Tr\gamma_5 \underbrace{\gamma_\alpha\gamma_\beta \dots\dots\dots\gamma_\sigma\gamma_5}_{B} =$$

$$-Tr\underbrace{\gamma_\alpha\gamma_\beta \dots\dots\dots\gamma_\sigma\gamma_5}_{B} \; \underbrace{\gamma_5}_{A} = -Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta \dots\dots\dots\gamma_\sigma = 0$$

$$2- \quad Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta = 4\delta_{\alpha\beta} \qquad (A.18)$$

$$Tr\,\gamma_\alpha\gamma_\beta = Tr\left(2\delta_{\alpha\beta} - \gamma_\beta\gamma_\alpha\right) = 2\delta_{\alpha\beta}Tr\,I - Tr\gamma_\beta\gamma_\alpha = 8\,\delta_{\alpha\beta} - Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta$$

من هنا نحصل علي *(A. 18)*. نضرب *(A. 18)* بـــ $a_\alpha b_\alpha$ (*b,a* متجهات رباعيـــة القيـــاس) نحصل علي:

$$Tr\hat{a}\hat{b} = 4ab \;\;;\;\; \hat{a} = a_\alpha\gamma_\alpha$$

$$3 - Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho\gamma_\sigma = 4\left(\delta_{\alpha\beta}\delta_{\rho\sigma} - \delta_{\alpha\rho}\delta_{\beta\sigma} + \delta_{\alpha\sigma}\delta_{\beta\rho}\right) \qquad (A.19)$$

حقيقة:

$$\begin{aligned}
&Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho\gamma_\sigma = Tr\left[2\delta_{\alpha\beta} - \gamma_\beta\gamma_\alpha\right]\gamma_\rho\gamma_\sigma = \\
&8\delta_{\alpha\beta} - Tr\gamma_\beta\left[2\delta_{\alpha\rho} - \gamma_\rho\gamma_\alpha\right]\delta_\sigma = \\
&8\delta_{\alpha\beta}\delta_{\rho\sigma} - 8\delta_{\alpha\rho}\delta_{\beta\sigma} + Tr\gamma_\beta\gamma_\rho\left[2\delta_{\alpha\sigma} - \gamma_\sigma\gamma_\alpha\right] = \\
&8\delta_{\alpha\beta}\delta_{\rho\sigma} - 8\delta_{\alpha\rho}\delta_{\beta\sigma} + 8\delta_{\alpha\sigma}\delta_{\beta\rho} - Tr\gamma_\beta\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_\alpha
\end{aligned}$$

من هنا نجد (A.19):

$$Tr\underbrace{\gamma_\alpha}_{A}\underbrace{\gamma_\beta\gamma_\rho\gamma_\sigma}_{B} = Tr\underbrace{\gamma_\beta\gamma_\rho\gamma_\sigma}_{B}\;\underbrace{\gamma_\alpha}_{A}$$

نضرب *(A. 19)* في $a_\beta b_\sigma$ نجد:

$$Tr\gamma_\alpha\hat{a}\gamma_\rho\hat{b} = 4\left(a_\alpha b_\rho - \delta_{\alpha\rho}(ab) + b_\alpha a_\rho\right) \qquad (A.20)$$

$$4 - Tr\gamma_5 = 0 \qquad (A.21)$$

حقيقة:

$$Tr\gamma_5 = Tr\gamma_5\gamma_1\gamma_1 - Tr\gamma_1\gamma_5\gamma_1 = -Tr\gamma_5\gamma_1\gamma_1 = -Tr\gamma_5 = 0$$

$$5 - Tr\gamma_5\gamma_\alpha\gamma_\beta = 0 \qquad (A.22)$$

لدينا:

$$\left.\begin{aligned} &Tr\gamma_5\gamma_\alpha\gamma_\beta = Tr\gamma_5\left(\frac{1}{2}\right)(\gamma_\alpha\gamma_\beta+\gamma_\beta\gamma_\alpha)+Tr\gamma_5\left(\frac{1}{2}\right)(\gamma_\alpha\gamma_\beta-\gamma_\beta\gamma_\alpha)= \\ &\delta_{\alpha\beta}\,Tr\gamma_5 + iTr\gamma_5\sigma_{\alpha\beta} = i\,Tr\gamma_5\sigma_{\alpha\beta} \\ &\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2i}(\gamma_\alpha\gamma_\beta - \gamma_\beta\gamma_\alpha) \end{aligned}\right\} \qquad (A.23)$$

وهكذا ليس من الصعب التحقق من صحة العلاقة:

$$\sigma_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2}e_{\alpha\beta\rho\sigma}\sigma_{\rho\sigma}\gamma_5 \qquad (A.24)$$

نعوض(A.24) في(A.23) نجد:

$$Tr\gamma_5\gamma_\alpha\gamma_\beta = -\frac{i}{2}e_{\alpha\beta\rho\sigma}Tr\gamma_5\sigma_{\rho\sigma}\gamma_5 = -\frac{i}{2}e_{\alpha\beta\rho\sigma}Tr\sigma_{\rho\sigma} = 0$$

$$6 - Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_5 = 4e_{\alpha\beta\rho\sigma}$$

لدينا:

$$Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_5 = Tr(2\delta_{\alpha\beta} - \gamma_\beta\gamma_\alpha)(\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_5) = -Tr\gamma_\beta\gamma_\alpha\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_5$$

وبشكل مشابه ليس من الصعب إثبات أن $Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_5$ تغير إشارتها عندما تبادل دليل مصفوفتين ما. وهكذا نجد:

$$Tr\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4\gamma_5 = Tr\gamma_5\gamma_5 = TrI = 4$$

وهكذا نحصل علي *(A. 25)*

$$Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta.......\gamma_\rho\gamma_\sigma = Tr\gamma_\sigma\gamma_\rho.......\gamma_\beta\gamma_\alpha \qquad (A26)$$

للحصول علي *(A. 26) نستخدم العلاقة:*

$$C\gamma_\alpha^T C^{-1} = -\gamma_\alpha$$

حيث C: مصفوفة الشحنة المرافقة(أنظر الملحقB).

$$Tr\gamma_\alpha\gamma_\beta........\gamma_\rho\gamma_\sigma = TrC\gamma_\alpha^T C^{-1}C\gamma_\beta^T C^{-1}.......C\gamma_\rho^T C^{-1}C\gamma_\sigma^T C^{-1} =$$
$$Tr(\gamma_\sigma\gamma_\rho........\gamma_\beta\gamma_\alpha)^T = Tr\,\gamma_\sigma\gamma_\rho........\gamma_\beta\gamma_\alpha$$

لقد أُستخدمت المساواة:

$$TrA^T = \sum_\sigma (A^T)_{\sigma\sigma} = \sum_\sigma A_{\sigma\sigma} = TrA \qquad (A.27)$$

أثناء حساب المقطع تبرز أحياناً أهمية العلاقة التالية:

$$\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho = \delta_{\alpha\beta}\gamma_\rho - \delta_{\alpha\rho}\gamma_\beta + \delta_{\beta\rho}\gamma_\alpha - e_{\alpha\beta\rho\sigma}\gamma_\sigma\gamma_5 \qquad (A28)$$

للحصول علي هذه العلاقة نفرق المصفوفة $\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho$ بواسطة الجملة الكلية لمصفوفات ديــراك الستة عشر O^i حيث:

$$O^i\left(O^S=1\,;\,O^V_\alpha=\gamma_\alpha\,;O^T_{\alpha\beta}=\sigma_{\alpha\beta}\,;O^A_\alpha=\gamma_\alpha\gamma_5\,;O^P=\gamma_5\right)$$

نحصل علي الآتي:

$$\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho=\sum_{i=S,V,...}O^iTrO^i\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho\frac{1}{TrO^iO^i} \qquad (A.29)$$

واضح أن التجميع عليi المختلفة عن الصفر يعطي نتيجة مــن أجــل $i=V$, $i=A$. نحصــل علـي:

$$\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho=\gamma_\sigma Tr\gamma_\sigma\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho\left(\frac{1}{Tr\gamma_\sigma^2}\right)+\gamma_\sigma\gamma_5 Tr\gamma_\sigma\gamma_5\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho\left(\frac{1}{Tr(\gamma_\sigma\gamma_5)^2}\right)=$$

$$d_{\alpha\beta\rho\sigma}\gamma_\sigma-e_{\alpha\beta\rho\sigma}\gamma_\sigma\gamma_5 \qquad (A.30)$$

$$d_{\alpha\beta\rho\sigma}=\delta_{\alpha\beta}\delta_{\rho\sigma}-\delta_{\alpha\rho}\delta_{\beta\sigma}+\delta_{\alpha\sigma}\delta_{\beta\rho}$$

واضح أنه من *(A.30)* تأتي *(A.28)* نضرب الآن العلاقة*(A.30)* من اليمــين بــــ $(1+\gamma_5)$ نجد:

$$\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho(1+\gamma_5)=\left(d_{\alpha\beta\rho\sigma}-e_{\alpha\beta\rho\sigma}\right)\gamma_\sigma(1+\gamma_5) \qquad (A.31)$$

وهكـــــذا لــــيس مــــن الصــــعب التأكــــد مــــن صــــحة العلاقــــات التاليــــة:

$$\left.\begin{array}{l} d_{\alpha\beta\rho'\sigma}\,d_{\alpha\beta'\rho\sigma'}=2\left(\delta_{\beta\beta'}\,\delta_{\sigma\sigma'}+\delta_{\beta\sigma'}\delta_{\sigma\beta'}\right); \\ e_{\alpha\beta\rho\sigma}\,e_{\alpha\beta'\rho\sigma'}=2\left(\delta_{\beta\beta'}\,\delta_{\sigma\sigma'}-\delta_{\beta\sigma'}\delta_{\sigma\beta'}\right); \\ d_{\alpha\beta\rho\sigma}\,e_{\alpha\beta'\rho\sigma'}=0 \end{array}\right\} \qquad (A.32)$$

بإستخدام *(A.32)* و*(A.31)* نحصل علي:

$$\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho(1+\gamma_5)\text{.........}\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\rho(1+\gamma_5)=\left(d_{\alpha\beta\rho\sigma}-e_{\alpha\beta\rho\sigma}\right)\gamma_\sigma(1+\gamma_5)\text{ ....}$$

$$\left(d_{\alpha\beta'\rho\sigma'}-e_{\alpha\beta'\rho\sigma'}\right)\gamma_{\sigma'}(1+\gamma_5)=4\delta_{\beta\beta'}\gamma_\sigma(1+\gamma_5)\text{ .... }\gamma_\sigma(1+\gamma_5) \qquad (A.33)$$

ملحق B :

"الحالات المغزلية للجسيمات ذات المغزل ½- مصفوفة الكثافة للجسيمات ذات المغزل ½"

ندرس الحالة $m \neq 0$. ليكنn-متجه فراغي مناسب. نحسب مبدل $\hat{p}$, $\gamma_5 \hat{n}$ $(\hat{p} = \gamma_\alpha p_\alpha)$ و p متجه الإندفاع. لدينا:

$$[\gamma_5 \hat{n}, \hat{p}] = \gamma_5 (\hat{n}\hat{p} + \hat{p}\hat{n}) = 2\gamma_5 (n p) \qquad (B.1)$$

وبهذا الشكل لو أن المتجهان p,n متعامدان فإن:

$$n p = 0 \qquad (B.2)$$

وبالتالي المؤثران $\gamma_5 \hat{n}, \hat{p}$ متبادلان. سوف نفترض أيضاً أن n متجه *واحدة:*

$$n^2 = 1 \qquad (B.3)$$

إذا حققنا الشروط (B-2) فإن السبينور $u(p)$ الذي يحقق معادلة ديراك يساوي:

$$\hat{p}u(p) = imu(p) \qquad (B.4)$$

كذلك التابع الخاص للمؤثر (للعامل) $i\gamma_5\hat{n}$:

$$i\gamma_5\hat{n}u^s(p) = su^s(p) \qquad (B.5)$$

وبضرب هذه المعادلة من اليسار بـــ $i\gamma_5\hat{n}$ والأخذ بعين الإعتبار(B-3) نحصل على:

$$S^2 = 1 \Rightarrow iS = \pm 1$$

نعرف$u(p^\circ)$ إنه سبينور في جملة الإحداثيات الساكنة للجسيمات $p^\circ = (0, im)$ يكون لدينا:

$$u(p) = L(p)u(p^\circ) \qquad (B.6)$$

حيث المصفوفة:

$$L_p = \sqrt{\frac{(p_\circ + m)}{2m}}\left(1 + i\gamma_4\gamma_1\frac{p}{p_\circ + m}\right) = \sqrt{\frac{(p_\circ + m)}{2m}}\left(1 + i\gamma_4\frac{\gamma_p}{p_\circ + m}\right)$$

نضرب (B-5) من اليسار بـــ $L^{-1}(p)$ نحصل علي:

$$iL^{-1}(p)\gamma_5\hat{n}L(p)L^{-1}(p)u^s(p) = sL^{-1}(p)u^s(p) \qquad (B.7)$$

بمساعدة: $L^{-1}\gamma_\alpha L = a_{\alpha\beta}\gamma_\beta$ نجد (في الحالة المنظورة من قبلنا حيث deta=1):

$$L^{-1}(p)\gamma_5\hat{n}L(p) = \gamma_5\hat{n}^\circ \qquad (B.8)$$

حيث: $n_\alpha^\circ = a_{\beta\alpha'}n_\beta$ متجه رباعي القياس في الجملة الساكنة.

من (B-2) و(B-3) وا ضح أن: $n = (n^\circ, io)$

حيث: $(n^\circ)^2 = 1$.من(B-6) و (B-8) نحصل علي:

$$i\gamma_5\hat{n}^\circ u^s(p^\circ) = su^s(p^\circ) \qquad (B.9)$$

معنى هذه المعادلة من السهل إيجاده بواسطة رؤية ديراك- باولي والسبينور $u(p)$ الـــداخل فـــي معادلة ديراك:

$$(\vec{\alpha}\,\vec{p} + m\beta)u(p) = p_\circ u(p) \qquad (B.10)$$

نكتب السبينور بالشكل:

$$u(p) = N\begin{pmatrix}\phi \\ \chi\end{pmatrix} \qquad (B.11)$$

حيث ϕ وχ سبينورات ثنائية المركبة،N-مضروب تنظيم. إذا أخذنا بعين الإعتبـــار أنـــه وفـــق تصور ديراك- باولي β وα تعطى بالعلاقات (B.22) و (B.25) فإنه من(B-11) و(B-10) نحصل على:

$$(\vec{\sigma}\,\vec{p})\chi = (p_\circ - m)\phi \qquad (B.12)$$
$$(\vec{\sigma}\,\vec{p})\phi = (p_\circ + m)\chi \qquad (B.13)$$

من (B-13) نجد:

$$\chi = \left[\frac{\sigma p}{p_\circ + m}\right]\phi \qquad (B.14)$$

إذا كانت السبينورات χ و ϕ مرتبطة بالعلاقة (B-14) فإن المعادلة (B-2) محققة من أجل أي ϕ. في الحقيقة بتعويض العبارة الخاصة بـ χ في (B-12) نحصل علي:

$$\frac{(\sigma p)^2}{p_\circ + m}\phi = \frac{p^2}{p_\circ + m}\phi = (p_\circ - m)\phi$$

وهكذا حل المعادلة (B-10) يملك في تصور ديراك - باولي الشكل العام التالي:

$$u(p) = N\begin{pmatrix} \phi \\ \dfrac{\vec{\sigma}\,\vec{p}}{p_\circ + m}\phi \end{pmatrix} \qquad (B.15)$$

سوف نفرض أن $\phi^{+}\phi = 1$. الثابت N يمكن تحديده *في هذه الحالة من شروط تنظيم السبينور* $u(p)$. *إذا كان:* $u^{+}(p)u = 2p_\circ$

فإن:

$$N = \sqrt{p_\circ + m} \qquad (B.16)$$

وهكذا السبينور $u(p)$ *متعلق بالسبينور في الجملة الساكنة* $u(p^0)$ *بالعلاقة:*

$$u(p^\circ) = L^{-1}(p)u(p) \qquad (B.17)$$

حيث:

$$L^{-1}(p) = \sqrt{\frac{(p_\circ + m)}{2m}}\left(\frac{1 - i\gamma_4\gamma\,\vec{p}}{p_\circ + m}\right) \qquad (B.18)$$

من (B-15), (B-17), (B-18) نحصل على:

$$u(p^\circ) = \sqrt{2m}\begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (B.19)$$

وبهذا الشكل السبينور ϕ يصف الحالة المغزلية للجسيمة في جملتها الساكنة. نكتب الآن (B.9) في تصور ديراك - باولي. بإستخدام (B-19) نجد:

$$\sigma n^\circ \phi^s = s\phi^s \qquad (B.20)$$

السبينوور ϕ^s يصف الحالة المساوية لـ s (مسقط المغزل علي إتجاه n° في الجملة الساكنة. نشير إلي أنه إذا كان n° متجه بإتجاه الإندفاع للجسيمة فإن السبينور $u^r(p)$ يصف الحالة بلولبية محددة. في هذه الحالة:

$$n = \left(\frac{p_\circ}{m}\right)\frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} \quad ; \quad n_\circ = \frac{|\vec{p}|}{m} \tag{B.21}$$

بإستخدام معادلة ديراك نجد من (B-21) و(B-5) العلاقة:

$$\gamma_5\left[\frac{(p_\circ - m\gamma_4)}{|\vec{p}|}\right]u^r(p) = -r\,u^r(p) \tag{B.22}$$

$$\gamma_5\,u^r(p) = -r\,u^r(p) \qquad ,if m \to 0 \tag{B.23}$$

وهكذا معادلة ديراك لا تضع أي حدود على السبينور ϕ الذي يصف الحالة المغزلية للجسيمة في جملتها السكونية (معادلة ديراك تربط فقط المركبات السفلية للسبينور بمركباته العلوية).عند حساب مقطع أي تفاعل لجسيمات مشاركة بـــ مغزل ½ تظهر ضرورة حساب المجموع:

$$\sum_{s=\pm1} u_\alpha^s(p)\,\bar{u}_\beta^s(p) = \Lambda_{\alpha\beta}(p) \tag{B.24}$$

نكتب معادلة ديراك للسبينور $u_+^s(p) = u^s(p)$ بالشكل:

$$(-i)(\gamma p + im)\gamma_4 u_+^s(p) = p_\circ u_+^s(p) \tag{B.25}$$

السبينور $u_-^s(p)$ الذي يقابل الحالة ذات الطاقة $-p_\circ$ والإندفاع $\vec{p}$ يحقق المعادلة :

$$(-i)(\gamma p + im)\,\gamma_4 u_-^s(p) = -p_\circ u_-^s(p) \tag{B.26}$$

بمساعدة (B-25) و (B-26) نجد: $\sum_s u_\alpha^s(p)\bar{u}_\beta^s(p) =$

$$\sum_\rho\left[\frac{(\gamma p + im)\gamma_4 + p_4}{2p_\circ i}\right]_{\alpha\rho}\sum_{\varepsilon=\pm s}\sum\left(u_\varepsilon^s(p)\right)_\rho\left(\bar{u}_\varepsilon^s(p)\right)_\beta = \frac{1}{i}(\gamma p + im)_{\alpha\beta} =$$
$$= \Lambda_{\alpha\beta}(p) \tag{B.27}$$

نشير إلى أنه عند الحصول على المعادلة (B-27) نجد أن الظروف التكاملية تملك الشكل التالي:

$$\sum_{\varepsilon,s}\left(u_\varepsilon^s(p)\right)_\rho\left(\bar{u}_\varepsilon^s(p)\right)_\beta = 2p_\circ(\gamma_4)_{\rho\beta} \tag{B.28}$$

في ظروف الحالة المرافقة للطاقة السالبة،لدينا:

$$\sum_s u_\alpha^s(-p)\bar{u}_\beta^s(-p) = \Sigma_\rho\left[\frac{(-\gamma p + im)\gamma_4 - p_4}{-2i p_\circ}\right]_{\alpha\rho}\sum_s\left(u_\varepsilon^s(-p)\right)_\rho\left(\bar{u}_\varepsilon^s(-p)\right)_\beta =$$
$$= i(-\gamma p + im)_{\alpha\beta} = -\Lambda_{\alpha\beta}(-p) \tag{B.29}$$

لنوجد الآن عبارة لمصفوفة الكثافة للجسيمات النســـبية ذات الســـبين ½. مصـــفوفة الكثافـــة (A.15) يمكن وضعها بالشكل:

$$\rho_{\alpha\beta}(p) = \sum_{s=\pm1} u_\varepsilon^s(p)\bar{u}_\varepsilon^s(p)\rho_s \tag{B.30}$$

حيث ρ_s إحتمال أن يكون للجسيمة لولبية s (مسقط السبين علي إتجاه *n*) ويكـــون الســـبينور متوافقاً مع المساواة (B-5).من شروط التنظيم لدينا:

$$\rho_1 + \rho_{-1} = 1$$

نحدد الإستقطاب ρ:

$$\rho_1 - \rho_{-1} = \rho$$

فنجد:

$$\rho_s = \frac{(1 + s\,p)}{2} \qquad (B.31)$$

بمساعدة(B-5) و(B-30) و(B-31) نجد:

$$\rho(p) = \sum_s \frac{1}{2}(1 + s\,p)\,u^s(p)\,\bar{u}^s(p) = \frac{1}{2}(1 + i\,p\gamma_5\hat{n})\sum_s u^s(p)\bar{u}^s(p) \qquad (B.32)$$

في الختام نحصل على العلاقة التالية لمصفوفة الكثافة للجسيمات النسبية ذات المغزل ½.

$$\rho(p) = \left(\frac{1}{2}\right)(1 + i\gamma_5\hat{\xi})\Lambda(p) \qquad (B.33)$$

هنا:

$$\xi_\alpha = p\,n_\alpha \qquad (B.34)$$

متجه الإستقطاب رباعي القياس حيث:

$$\Lambda(p) = i^{-1}(\hat{p} + im)$$

$$\xi\,p = 0 \quad ; \quad \xi^2 = p^2 \qquad (B.35)$$

في الختام نجد عبارة لمصفوفة الكثافة للنيوترينو اللاكتلوي. وبمـــا أن لولبيـــة النيوترينـــو 1- فإن مصفوفة الكثافة:

$$\rho(k) = u^{(-1)}(k)\bar{u}^{(-1)}(k) \qquad (B.36)$$

حيث $u^{(-1)}(k)$ سبينور يصف النيوترينو ذات الإندفاع k ولولبية تساوي (1-).

إذا أخذنا بالإعتبار أن:

$$\gamma_5 u^r(k) = -r\,u^r(k)$$

حيث r اللولبية.نجد:

$$\rho(k) = \frac{1+\gamma_5}{2}\sum_{r=\pm 1} u^r(k)\bar{u}^r(k) = \frac{1+\gamma_5}{2}\Lambda(k) \qquad (B.37)$$

حيث:

$$\Lambda(k) = \Lambda^{-1}\hat{k}$$

الملحق C:

تحويلات فيرتز: نأخذ العنصر المصفوفي التالي:

$$\left[\bar{u}(k')Au(k)\right]\left[\bar{u}(p')Bu(p)\right] \qquad (C.1)$$

حيث B,A مصفوفات إختيارية. من الواضح جداً أن:

$$\left(\bar{u}(k')Au(k)\right)\left(\bar{u}(p')Bu(p)\right)=\bar{u}_{\sigma'}(k')\bar{u}_{\rho'}(p')u_{\sigma}(k)u_{\rho}(p)A_{\sigma'\sigma}\,B_{\rho'\rho} \qquad (C.2)$$

سوف نعتبر الأدلة ρ',σ' مثبتة ونفرق $A_{\sigma'\sigma}\,B_{\rho'\rho}$ أو ننشر بواسطة مصفوفات ديراك الســـتة عشرة:

$$\left(O^{s}=1, O^{V}_{\alpha}=\gamma_{\alpha}, O^{T}_{\alpha\beta}=\sigma_{\alpha\beta}, O^{A}_{\alpha}=\gamma_{\alpha}\gamma_{5}, O^{p}=\gamma_{5}\right)$$

فنحصل على:

$$A_{\sigma'\sigma}\,B_{\rho'\rho}=\sum_{i=S,V,T,A,P}\left(C^{i}\right)_{\sigma'\rho}\left(O^{i}\right)_{\rho'\sigma} \qquad (C.3)$$

$$\left(C^{i}\right)_{\sigma'\rho}=\sum_{i=S,V,T,A,P}a^{ij}\left(O^{j}\right)_{\sigma'\rho} \qquad (C.4)$$

وبهذا الشكل:

$$A_{\sigma'\sigma}\,B_{\rho'\rho}=\sum_{i,j}a^{ij}\left(C^{i}\right)_{\rho'\sigma}\left(O^{i}\right)_{\sigma'\rho} \qquad (C.5)$$

نضرب (C.5) بـــ $O^{i'}{}_{\sigma\rho}, O^{i'}{}_{\rho'\sigma}$ ونطبق عملية التجميع على $\sigma',\rho,\rho',\sigma$ آخذين بعين الإعتبار أن:

$$TrO^{i}O^{j}=Tr\left(O^{i}\right)^{2}\delta_{ij}$$

فنجد التالي:

$$a^{ij}=\frac{TrAO^{i}BO^{j}}{Tr\left(O^{i}\right)^{2}Tr\left(O^{j}\right)^{2}} \qquad (C.6)$$

من (C.5)،(C.2)،(C.6) نحصل على تحويلات فيرنر التالية:

$$\left(\bar{u}(k')Au(k)\right)\left(\bar{u}(p')Bu(p)\right)=\sum_{ij}a^{ij}\left(\bar{u}(p')O^{i}u(k)\right)\left(\bar{u}(k')O^{j}u(p)\right) \qquad (C.7)$$

لنأخذ كمثال عنصر مصفوفي نموذجي:

$$\left(\bar{u}(k')\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})u(k)\right)\left(\bar{u}(p')\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})u(p)\right)$$

نقوم بالتجميع علي α حيث نجد:

$$\left.\begin{aligned} Tr\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})(1;\sigma_{\alpha\beta};\gamma_{5})\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})O^{j}&=0\\ Tr\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})O^{i}\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})(1;\sigma_{\alpha\beta};\gamma_{5})&=0\end{aligned}\right\} \qquad (C.8)$$

وهكذا لو كان في(C.7) الدليلين (j,i) تأخذ الخيارات S,T,P فـــإن الثوابــت الموافقـــة a^{ij} تتحول إلي صفر أي $\left(a^{S,T},a^{SP},a^{TS},a^{TP},a^{PS},a^{PT}\right)$ يساوي الصفر وهــذا يعنـــي أن الثوابــت المختلفة من الصفر هي فقط التالية:

$$a^{VA}_{\mu\upsilon}=a^{AV}_{\mu\upsilon}=a^{AA}_{\mu\upsilon},a^{VV}_{\mu\upsilon}=\frac{1}{16}Tr\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})\gamma_{\mu}\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})\gamma_{\upsilon} \qquad (C.9)$$

نأخذ بعين الإعتبار أن:

$$\begin{aligned}(1+\gamma_{5})^{2}&=2(1+\gamma_{5})\\ \gamma_{\alpha}\gamma_{\mu}\gamma_{\alpha}&=(2\delta_{\alpha\mu}-\gamma_{\mu}\gamma_{\alpha})\gamma_{\alpha}=-2\gamma_{\mu}\end{aligned}$$

نجد:

$$a^{VV}_{\mu\upsilon}=-\delta_{\mu\upsilon} \qquad (C.10)$$

أخيراً نحصل على قانون التحويل:

$$\begin{aligned}&\left(\bar{u}(k')\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})u(p)\right)\left(\bar{u}(p')\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})u(k)\right)=\\ &=-\left(\bar{u}(k')\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})u(p)\right)\left(\bar{u}(p')\gamma_{\alpha}(1+\gamma_{5})u(k)\right)\end{aligned} \qquad (C.11)$$

الملحق D:

"ملحق للتبعثر العميق اللامرن للإلكترونات المستقطبة على النيوكليونات المستقطبة"

النموذج البارتوني

ننظر في التبعثر العميق اللامرن للإلكترونات المستقطبة على النيوكليونات المستقطبة في التقريب البارتوني. في أساس النموذج البارتوني يحتل مكاناً إقتراح مفاده أن الفوتون الإفتراضي يمتص من قبل مكونات النيوكليون (البارتونات) ولذلك في مجال التبعثر العميق اللامرن يمكن التخمين أن البارتونات حرة بالنظر للتفاعل:

$$\gamma + q_i \to q_i \qquad (D.1)$$

العنصر المصفوفي المرافق:

$$e_{q_i} N_{p_i} N_{p_f} \left[\bar{u}(p_f)\gamma_\alpha u(p_i)\right] \qquad (D.2)$$

حيث p_f, p_i - إندفاعات البارتونات الإبتدائية والنهائية.

$N_p = (2\pi)^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2p_\circ}}\right)$ معامل التنظيم المعياري. e_{q_i} - شحنة الكوارك q_i

لو أن النيوكليون الإبتدائي مستقطب فإن البارتونات المركب منها أيضاً مستقطبة. لتحديد دور التفاعل (D.1) في $W_{\alpha\beta}(p,q,\xi)$ نجد:

$$\left.\begin{aligned}
&\left[W_{\alpha\beta}(p,q,\xi)\right]_{q_i,s} = \frac{p_\circ}{M}(-1)\sum_{r_i,r_i',r_f}\int\frac{1}{4p_{io}}\left[\bar{u}^{rf}(p_f)\gamma_\alpha u^{r_i}(p_i)\right]\rho_{r_i,r_i'}\times\\
&\times\left(\bar{u}^{r_i'}(p_i)\gamma_\beta u^{r_f}(p_f)\right)\delta(p_f - p_i - q)\frac{d p_f}{p_{f\circ}}e_{q_i}^2\ f_{q_i}^s(x_i)dx_i =\\
&= \frac{p_\circ}{M}\int\frac{1}{4p_{io}}\times Tr\gamma_\alpha\frac{1}{2}(1+i\gamma_5\hat{s})(\hat{p}_i + im_{q_i})\gamma_\beta(\hat{p}_f + im_{q_i})\times\\
&\delta(p_f - p_i - q)\frac{d p_f}{p_{f\circ}}e_{q_i}^2\ f_{q_i}^s(x_i)dx_i
\end{aligned}\right\} \qquad (D.3)$$

هنا $f_{q_i}^s(x_i)$ كثافة الإحتمال لظهور كوارك في النيوكليون ذو إندفاع $\hat{p}_i = x_i p$ (حيثp إندفاع النيوكليون) وإستقطاب s_α . m_{q_i} كتلة الكوارك. لدينا

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{4}Tr\gamma_\alpha(1+i\gamma_5\hat{s})(\hat{p}_i+imq_i)\gamma_\beta(\hat{p}_f+imq_i)=\\&=L_{\alpha\beta}(p_i,p_f)+m_{q_i}e_{\alpha\beta\rho\sigma}.q_\rho.s_\sigma\end{aligned}\right\}\qquad(D.4)$$

$$L_{\alpha\beta}(p_i,p_f)=(p_i)_\alpha(p_f)_\beta+\frac{1}{2}q^2\delta_{\alpha\beta}+(p_i)_\beta(p_f)_\alpha.\qquad(D.5)$$

وهكذا نجد:

$$\left.\begin{aligned}&\int\delta(p_f-p_i-q)\frac{d\,p_f}{p_{f\circ}}=2\int\delta(p_f-p_i-q)\delta(p_f^2+im_{q_i}^2)d\,p_f=\\&=2\delta(2p_iq+q^2)=\left(\frac{1}{M\upsilon}\right)\delta(x_i-x)\quad;\quad x=\frac{q^2}{(-2pq)}=\frac{q^2}{2M\upsilon};\\&\upsilon=\frac{-pq}{M}\end{aligned}\right\}\qquad(D.6)$$

العبارة (D.5) من اللائق كتابتها بصورة أُخرى. بمكان p_f,p_i تدخل المتجهات

$$p_f-p_i=q\quad;\quad p_f+p_i=n$$

نحصل على:

$$L_{\alpha\beta}(p_i,p_f)=\left(\frac{q^2}{2}\right)\delta_{\alpha\beta}-\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}+\frac{n_\alpha n_\beta}{2}\qquad(D.7)$$

وهكذا آخذين بالحسبان (D.6) نحصل على:

$$n=2p_i+q=2x\left(\frac{p+q}{2x}\right)=2x\left(p-\left(\frac{pq}{q^2}\right)q\right)\qquad(D.8)$$

بمساعدة (D.3)،(D.8) نحصل على:

$$\left.\begin{aligned}&[W_{\alpha\beta}(p,q,\xi)]_{q_i,s}=[\frac{1}{2M}\left(\delta_{\alpha\beta}-\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\right)+\frac{x}{\upsilon}\frac{1}{M^2}\left(p_\alpha-\frac{pq}{q^2}q_\alpha\right).\left(p_\beta-\frac{pq}{q^2}q_\beta\right)+\\&\frac{m_{q_i}}{2M^2\upsilon_x}e_{\alpha\beta\rho\sigma}.q_\rho.s_\sigma]e_{q_i}^2f^s{}_{q_i}(x)\end{aligned}\right\}(D.9)$$

ننظر في تشتت الإلكترونات المستقطبة على النيوكليونات المستقطبة طولياً. في هذه الحالة يكون شكل متجه الإستقطاب الرباعي للنيوكليون.

$$\xi=\left(\left(\frac{p_\circ}{M}\right)æ\,;\,\left(i\frac{|\vec{p}|}{M}\right)\right)\qquad(D.10)$$

حيث æ متجه الواحدة في إتجاه إندفاع النيوكليون. لولبية البارتونات يمكن أن تساوي1 أو1-.
إذا كانت لولبية البارتون تساوي 1 أو1- فإن متجه الإستقطاب الموافق يملك الشكل:

$$S^{\pm}=\pm x\left(\frac{p_{\circ}}{m_{q_i}}\right)æ,\ \left(i\frac{|\vec{p}|}{m_i}\right) \qquad (D.11)$$

بمقارنة (D.10) و (D.11) نجد:

$$S_{\alpha}{}^{\pm}=\pm \mathrm{x}\left(\frac{M}{m_{q_i}}\right)\xi_{\alpha} \qquad (D.12)$$

نقوم بعملية التجميع علي لولبية البارتونات وكذلك التجميع علـــي أشـــكال البارتونـــات الممكنـــة وبمساعدة (D.9) و (D.11) نحصل علي العبارة التالية من أجل التنسور $W_{\alpha\beta}(p,q,\xi)$

$$\left.\begin{aligned} &W_{\alpha\beta}(p,q,\xi)=\left(\delta_{\alpha\beta}-\frac{q_{\alpha}q_{\beta}}{q^2}\right)\frac{1}{2M}\sum_{q_i}e_{q_i}^2 f_{q_i}(x)\\ &+\frac{1}{M^2}\left(p_{\alpha}-\frac{pq}{q^2}q_{\alpha}\right)\left(p_{\beta}-\frac{pq}{q^2}q_{\beta}\right)\frac{x}{\upsilon}\sum_{q_i}e_{q_i}^2 f_{q_i}(x)+\\ &e_{\alpha\beta\rho\sigma}.q_{\rho}.\xi_{\sigma}\frac{1}{2M\upsilon}\sum_{q_i}e_{q_i}^2\left(f_{q_i}^{(+)}(x)-f_{q_i}^{(-)}(x)\right)\end{aligned}\right\} \qquad (D.13)$$

هنـــا $\left(f_{q_i}^{(+)}(x)\,,\,f_{q_i}^{(-)}(x)\right)$كثافـــة البارتونـــات ذات اللولبيـــة الموافقـــة(والمعاكســـة) للولبيـــة النيوكليون.حيث:

$$f_{q_i}(x)=f_{q_i}^{(+)}(x)+f_{q_i}^{(-)}(x)$$

واضح جداً أن العلاقتين (D.9) و (D.12) تعودان إلي حادثة البارتونات وكذلك البارتونـــات المضادة. في (D.13) نقوم بتجميع علي أشكال البارتونات وجميع أشكال البارتونات المضادة.

أول حدين من العبارة (D.13) يحددان التنسور $W_{\alpha\beta}(p,q,o)=W_{\alpha\beta}(p,q)$ الذي يدخل فـــي مقطع التشتت للالكترونات على النيوكليونات غير المستقطبة. نقارن (D.13) بـــالمفكوك العـــام للتابعين W_2,W_1 فنجد:

$$W_1=\frac{1}{2M}\sum_{q_i}e_{q_i}^2 f_{q_i}(x)\,;W_2=\frac{x}{\upsilon}\sum_{q_i}e_{q_i}^2 f_{q_i}(x) \qquad (D.14)$$

كما هو ملاحظ من هذه العبارة فإن التوابع التي لا أبعاد لها $\upsilon W_2\,;2MW_1$ تعتمد في التقريـــب البارتوني فقط علي المتغير x وعلي:

$$\upsilon W_2=x.2.M.W_1$$

الحد الثالث في (D.13) يعتبر نتيجة إستقطاب النيوكليون في $W_{\alpha\beta}(p,q,\xi)$. في الحالة العامة الحد المستقطب الموصوف بتابعي بناء يملك الشكل التالي:

$$\left.\begin{array}{l} W_{\alpha\beta_{\sigma}}(p,q)\xi_{\sigma} = M G_1 e_{\alpha\beta\rho\sigma}.q_{\rho}\xi_{\sigma} + M^{-1}G_2 e_{\alpha\beta\rho\sigma}.Q_{\sigma} \\ Q_{\sigma} = p_{\sigma}(q\xi) - \xi_{\sigma}(qp) \end{array}\right\} \qquad (D.16)$$

الحد الثاني من (D.15) يقود للحد الأول. ومن أجل تبيان ذلك من المفيد إســتخدام الجملـــة: $q_{\circ} = 0$ في هذه الجملة:

$$\left.\begin{array}{l} p = (|p|æ; i\, p_{\circ}); \\ q = (-|q|æ, io); |q| = 2|p|x\ ; \\ \xi = \left(\left(\dfrac{p_{\circ}}{M}\right)æ; i\dfrac{|p|}{m}\right) \end{array}\right\}. \qquad (D.17)$$

لدينا:

$$Q = -p\left(\frac{p_{\circ}}{M}\right)|q| + \left(\frac{p_{\circ}}{M}\right)æ|p||q| = 0 \qquad (D.18)$$

وهكذا نحصل:

$$Q_{\circ} = -p_{\circ}\left(\frac{p_{\circ}}{M}\right)|q| + \left(\frac{|p|}{M}\right)|p||q| = -\frac{M}{q} = -2Mx|p| \qquad (D.19)$$

فنكتب:

$$Q = a\xi + bq_i \qquad (D.20)$$

من (D.17) و(D.18) ينتج:

$$o = a\left(\frac{p_{\circ}}{M}\right)æ - b|q|æ$$

ومن هنا نحصل:

$$b = \left(\frac{p_{\circ}}{M|q|}\right)a = \left[-\frac{(q\xi)}{q^2}\right]a \qquad (D.21)$$

وهكذا نجد:

$$Q_{\circ} = -2M^2x\left(\frac{|p|}{M}\right) = -2M^2x\xi_{\circ} \qquad (D.22)$$

العلاقات (D.22) و(D.21) يمكن كتابتها في شكل مساواة رباعية المتجهات:

$$Q_{\alpha} = -2M^2x\left[\xi_{\alpha} - \left(\frac{q\xi}{q^2}\right)q_{\alpha}\right] \qquad (D.23)$$

نعوض الآن هذه العلاقة في (D.15) ونقارن العلاقة المتحصل عليها مع (D.13) فنجد:

$$2M^2\upsilon(G_1-2xG_2)=\sum_{q_i}e_{q_i}^2\left(f_{q_i}^{(+)}(x)-f_{q_i}^{(-)}(x)\right) \qquad (D.24)$$

ومن أجل الحصول على العلاقة الثابتة التي دخلت فيها التوابع G_1,G_2 ننظر تشتت الإلكترونات على النيوكليونات في حالة الإستقطاب العرضي. في هذه الحالة:

$$\xi=(\rho,io) \qquad (D.25)$$

حيث ρ متجه الواحدة المتعامد مع المتجه æ.

مسقط سبين البروتونات على الإتجاه ρ يمكن أن يساوي 1 وكذلك 1- في هذه الحالة نحصل علي:

$$S^{\pm}=(\pm\rho,io)$$

وبهذا الشكل

$$S_\alpha^{\pm}=\pm\xi_\alpha \qquad (D.26)$$

بإستخدام (D.9) و(D.25)و (D.15) نحصل على:

$$2M\upsilon(MG_1+\upsilon G_2)=\frac{1}{Mx}\sum_{q_i}m_{q_i}e_{q_i}^2\left(h_{q_i}^{(+)}(x)-h_{q_i}^{(-)}(x)\right) \qquad (D.27)$$

هنا $h_{q_i}^{(+)}(x),h_{q_i}^{(-)}(x)$ كثافة البارتونات من الشكل q_i العرضية اللولبية المتوافقة مع لولبية النيوكيلونات (المتعاكسة اللولبية للنيوكلونات). وهكذا إذا كان النموذج البارتوني صحيحاً فإن مركبات التوابع G_2 , G_1 الداخلة في العلاقات (D.27)،(D.24) تعتمد فقط علي x، نطرح (D.24) من (D.27) نحصل على:

$$M\upsilon^2\left(1+\frac{2xM}{\upsilon}\right)G_2=g_2(x) \qquad (D.28)$$

في المجال $\upsilon >> M$ للتشتت العميق اللامرن نجد أن:

$$M\upsilon^2G_2\approx g_2(x) \qquad (D.29)$$

من(D.27) نجد خلال ذلك:

$$M^2\upsilon G_1=g_1(x) \qquad (D.30)$$

فرضية التدرج حول توابع البناء المستقطبة. G_2 , G_1 تقوم على إفتراض أنه خلال $q^2\to\infty$, $\upsilon\to\infty$ وأن x المثبتة والتوابع $M^2\upsilon G_1$ و $M\upsilon^2G_2$ تتعلق بالمتغيرx. كما هو واضح من (D.29) (D.30) التدرج يمتلك مكاناً في النموذج البارتوني. نضع في (D.24) مكان G_2 , G_1 التابعين g_2 , g_1 نحصل على:

$$2\left(g_1(x)-2x\left(\frac{M}{\upsilon}\right)g_2(x)\right)\approx 2g_1(x)=\sum_{q_i}e_{q_i}^2\left(f_{q_i}^{(+)}(x)-f_{q_i}^{(-)}(x)\right) \qquad (D.31)$$

بمساعدة هذه العلاقة نحصل في الخاتمة على قاعدة مجموع بيوركن. ننظــر الآن فـــي أمـــر العنصر المصفوفي:

$$ {}_p\langle p|A_\alpha^3|p\rangle_p \qquad (D.32) $$

المتجه $|p\rangle_p$ يصف بروتون ذو إندفاع p ولولبية تساوي 1 أما التيار المحـــوري A_α^3 يعتبـــر أيزو متجه ثلاثي المركبة:

$$ A_\alpha^i = \overline{N}\gamma_\alpha\gamma_5\left(\frac{\tau_i}{2}\right)N \quad ; \quad N=\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} $$

لدينا:

$$ {}_p\langle p|A_\alpha^3|p\rangle_p = g_A^{\circ}(2\pi)^{-3}\left(\frac{1}{2p_\circ}\right)\overline{u}(p)\gamma_\alpha\gamma_5 u(p) \qquad (D.33) $$

بإستخدام خصائص التيار A_α^i ببساطة نبين إن:

$$ {}_p\langle p|A_\alpha^3|p\rangle_p = \left(\frac{1}{2}\right){}_p\langle p|\left(A_\alpha^1 + iA_\alpha^2\right)|p\rangle_p \qquad (D.34) $$

من هذه العلاقة نجد:

$$ g_A^{\circ} = \frac{F_A(o)}{2} = \frac{g_A}{2} \qquad (D.35) $$

حيث g_A:

هذا الثابت g_A يمكن الحصول عليه من تفكك بيتا للنيوترون ومـــن هـــذه التجـــارب تبـــين أن $g_A \approx 1.25$. لننظر في أمر العنصر المصفوفي (D.33) في جملة فيها إندفاع النيوكليون كبيـــر بالمقارنة مع كتلته. في هذه الجملة يمكن النظر إلي النيوكليون وكأنه مجموعة جســيمات أوليـــة (نقطية) لها إندفاعات محدده (إندفاعات البارتونات). السبينور $u(p)$ يصف البروتون ذو الإندفاع p واللولبية المساوية للواحد. واضح جداً أن:

$$ u(p)\overline{u}(p) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(1 + i\gamma_5\xi\!\!/\right)\Lambda(p) \qquad (D.36) $$

حيث:

$$ \xi = \left[\left(\frac{p_\circ}{M}\right)æ, i\frac{|\vec{p}|}{M}\right] \qquad (D.37) $$

x: متجه الواحدة في إتجاه الإندفاع $\vec{p}$ من (D.33) (D.36) نحصل علي:

$$
\left.\begin{aligned}
&{}_p\langle p|A_\alpha^3|p\rangle_p=\frac{1}{2}g_A\,\frac{1}{(2\pi)^3}\frac{1}{2p_\circ}Tr\gamma_\alpha\gamma_5\,\frac{1}{2}\left(1+i\gamma_5\hat{\xi}\right)\frac{1}{i}\left(\hat{p}+iM\right)=\\
&=\frac{1}{2}g_A\,\frac{1}{(2\pi)^3}\frac{1}{p_\circ}i\;\xi_\alpha\;M
\end{aligned}\right\}\qquad(D.38)
$$

من جهة أخرى نأخذ بعين الإعتبار أن:

$$
A_\alpha^3=\frac{1}{2}\bar{u}\gamma_\alpha\gamma_5u-\frac{1}{2}\bar{j}\gamma_\alpha\gamma_5\,j
$$

في التقريب البارتوني نجد:

$$
\begin{aligned}
&{}_p\langle p|A_\alpha^3|p\rangle_p=\left\{\int\frac{1}{(2\pi)^3}\frac{1}{2p_\circ\chi}iS_\alpha m\left[\left(u^{(+)}(x)-u^{(-)}(x)\right)+\left(\bar{u}^{(+)}(x)-\bar{u}^{(-)}(x)\right)\right]-\right.\\
&\left.-\left[\left(d^{(+)}(x)-d^{(-)}(x)\right)+\left(\bar{d}^{(+)}(x)-\bar{d}^{(-)}(x)\right)\right]\right\}dx\qquad(D.39)
\end{aligned}
$$

هنا $d^{(+)}(x),\,u^{(+)}(x)$ كثافة d,u كوارك الذين لهما لولبية تتفق مع لولبية البروتون. $d^{(-)},\,u^{(-)}$ كثافة d,u كوارك الذين لهما لولبية لاتتفق مع لولبية البروتون. $\bar{d}^{(+)}(x),\,\bar{u}^{(+)}(x)$ كثافة الكواركات المضادة.m كتلة الكوارك.

$$
S_\alpha=x\left(\frac{M}{m}\right)\xi_\alpha\qquad(D.40)
$$

متجه الإستقطاب الكواركي للكواركات التي لها لولبية تساوي الواحدة. بمقارنة (D.38) مع(D.39) والأخذ بعين الإعتبار (D.40) نحصل علي القاعدة الجمعية:

$$
\left.\begin{aligned}
g_A=&\int_0^1\left(u^{(+)}(x)-u^{(-)}(x)\right)+\left(\bar{u}^{(+)}(x)-\bar{u}^{(-)}(x)\right)\\
&-\left(d^{(+)}(x)-d^{(-)}(x)\right)+\left(\bar{d}^{(+)}(x)-\bar{d}^{(-)}(x)\right)dx
\end{aligned}\right\}\qquad(D.41)
$$

المقدار الداخل تحت إشارة التكامل يمكن أن يتعلق بالمساواة التالية:

$$
g_{1p}-g_{1n}
$$

حيث g_{1n},g_{1p} توابع بناء مستقطبة للبروتون والنيوترون علي الترتيب. في الحقيقة من (D.30) نحصل علي التالي:

$$
\left.\begin{aligned}
&2g_{1p}(x)=\left(\frac{4}{9}\right)\left[\left(u^{(+)}(x)-u^{(-)}(x)\right)+\left(\bar{u}^{(+)}(x)-\bar{u}^{(-)}(x)\right)\right]+\\
&\left(\frac{1}{9}\right)\left(d^{(+)}(x)-d^{(-)}(x)\right)+\left(\bar{d}^{(+)}(x)-\bar{d}^{(-)}(x)\right)+2g_1'(x)
\end{aligned}\right\}\qquad(D.42)
$$

هنا $2g_1'$ حصيلة في $2g_{1p}$ للكواركين c,s.

بإستخدام التماثل الشحني من أجل حالة النيوترون نجد:

$$2g_{1p}(x)=\left(\frac{4}{9}\right)\left(d^{(+)}(x)-d^{(-)}(x)\right)+\left(\bar{d}^{(+)}(x)-\bar{d}^{(-)}(x)\right)+ \left.\vphantom{\frac{4}{9}}\right\} \quad (D.43)$$
$$\left(\frac{1}{9}\right)\left[\left(u^{(+)}(x)-u^{(-)}(x)\right)+\left(\bar{u}^{(+)}(x)-\bar{u}^{(-)}(x)\right)\right]+2g_1'(x)$$

بطرح (D.43) من (D.42) نحصل على:

$$2\left(g_{1p}(x)-g_{1n}(x)\right)=\left(\frac{1}{3}\right)\left[\left(u^{(+)}(x)-u^{(-)}(x)\right)+\left(\bar{u}^{(+)}(x)-\bar{u}^{(-)}(x)\right)-\right. \quad (D.44)$$
$$\left.\left(d^{(+)}(x)-d^{(-)}(x)\right)-\left(\bar{d}^{(+)}(x)-\bar{d}^{(-)}(x)\right)\right]$$

وفي الختام من (D.41)،(D.44) نحصل علي قاعدة مجموع بيوركن.

$$\frac{1}{3}g_A = 2\int_0^1 \left(g_{1p}(x)-g_{1n}(x)\right)dx \quad (D.45)$$

التحقق من هذه القاعدة الجمعية يعتبر من أهم التحققات في النموذج البارتوني. نشير إلـــى أن التكامل في الجزء اليمين من العلاقة (D.45) وجد من التجارب القيمة: 0.34 ± 0.05 هذه القيمـــة تتفق مع $\frac{g_A}{3}=0.42$.

ملحق E: نظام فاينمان

لننظر في الإختلاف بين نظام باولي ونظام فاينمان وندخل معادلة ديراك في نظام فاينمان. ليكن $\vec{B},\vec{A}$......متجهات رباعية القياس حيث A^α, B^β تاخذ القيم 3,2,1,0 في نظام فاينمـــان وتأخـــذ القيم4,3,2,1 في نظام باولي.

الضرب السلمي AB يحدد في نظام فاينمان بالشكل التالي:

$$AB = A^\circ B^\circ - \vec{A}\vec{B} \quad (E.1)$$

وهذا الضرب يختلف عن نظيره في نظام باولي بالإشارة فقط،نكتب:

$$AB = A^\alpha B^\alpha g_{\alpha\beta} \quad (E.2)$$

حيث: $g_{\alpha\beta}$ التنسور القياسي ويساوي:

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad (E.3)$$

المركبات A^{α}تدعى المركبات المخالفة للتغير (Contraverient) للمتجه A (أي هي مساقط المتجه A بالتوازي على محاور الإحداثيات). نحدد الآن المركبات الموافقة للتغير(Convarient)، للمتجه A(أي المساقط العمودية).

$$A_{\alpha} = g_{\alpha\beta} A^{\beta} \qquad (E.4)$$

لدينا الآن:

$$A_{\circ} = A^{\circ} \ ; A_{k} = -A^{k} \ ; \ k = 1,2,3 \qquad (E.5)$$

الضرب السلمي AB يمكن صياغته بالشكل التالي:

$$AB = A^{\alpha} B_{\alpha} = A_{\alpha} B^{\alpha} = A_{\alpha} B_{\beta} g^{\alpha\beta} \qquad (E.6)$$

من الواضح أن:

$$g^{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} \qquad (E.7)$$

وبما أن المركبات المخالفة للتغير والمركبات الموافقة للتغير للمتجهات في نظام فاينمان مختلفة فمن الواجب معرفة القيم بالنسبة للأدلة (هل نختار الأدلة العلوية أم السفلية).

نكتب معادلة ديراك بالشكل التالي:

$$\left(i\gamma^{\alpha} \frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} - m \right) \psi(x) = 0 \qquad (E.8)$$

حيث $x^{\circ} = t$.الزمن، x^{i}الإحداثيات. بالنسبة للحالات رباعية الإندفاع:

$$\psi(x) = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} u(p) \exp(-ipx)$$

حيث الإندفاع- p^{i} ،الطاقة $px = p_{\alpha} x^{\alpha}, p^{\circ} = E$

$$(\gamma p - m) u(p) = 0 \qquad (E.9)$$

نضرب الآن (E.9) من اليسار بـــ $(\gamma p + m)$ فنجد:

$$\left((\gamma p)^{2} - m^{2} \right) u(p) = 0 \qquad (E.10)$$

من الواضح أن:

$$(\gamma p)^{2} = p_{\alpha} p_{\beta} \left(\frac{1}{2} \right) \left(\gamma^{\alpha} \gamma^{\beta} + \gamma^{\beta} \gamma^{\alpha} \right) \qquad (E.11)$$

إذا كانت المصفوفات γ تحقق العلاقة:

$$\gamma^{\alpha}\gamma^{\beta}+\gamma^{\beta}\gamma^{\alpha}=2g^{\alpha\beta} \qquad (E.12)$$

فإن $(\gamma\, p)^2 = p^2$ وهكذا ينتج من (E.10) أن معادلة ديراك يملك حلاً من أجل $m^2 = p^2$ وهكذا في نظام فاينمان لدينا:

$$\gamma^{\circ}\gamma^{\circ}=1 \quad ;\gamma^{i}\gamma^{i}=-1 \;;\; i=1,2,3$$

والمصفوفات ذات الأدلة المختلفة ليست تبادلية فيما بينها.

لنحدد مرافق السبينور:

$$\overline{\psi}(x)=\psi^{+}(x)\gamma^{\circ}$$

من (E.8) نحصل علي:

$$i\left(\frac{\partial\overline{\psi}(x)}{\partial x^{\alpha}}\right)\gamma^{\circ}\left(\gamma^{\alpha}\right)^{+}\gamma^{\circ}+\overline{\psi}(x)m=0 \qquad (E.13)$$

نضرب(E.8) من اليسار بـــــ $\overline{\psi}(x)$ ،(E.13) من اليمين بـــ $\psi(x)$ ونجمع فنجد ما يلي:

$$\left(\frac{\partial\overline{\psi}(x)}{\partial x^{\alpha}}\right)\gamma^{\circ}\left(\gamma^{\alpha}\right)^{+}\gamma^{\circ}\psi(x)+\overline{\psi}(x)\gamma^{\alpha}\frac{\partial\psi(x)}{\partial x_{\alpha}}=0 \qquad (E.14)$$

إذا كان:

$$\gamma^{\circ}\left(\gamma^{\alpha}\right)^{+}\gamma^{\circ}=\gamma^{\alpha} \qquad (E.15)$$

فإنه من (E.14) نحصل علي معادلة الإستمرارية:

$$\frac{\partial\overline{\psi}(x)\gamma^{\alpha}\psi(x)}{\partial x_{\alpha}}=0 \qquad (E.16)$$

بما أن $\left(\gamma^{\circ}\right)^2=1$ نجد من (E.15) التالي:

$$\left(\gamma^{\alpha}\right)^{+}=\gamma^{\circ}\gamma^{\alpha}\gamma^{\circ} \qquad (E.17)$$

بهذا الشكل في نظام فاينمان المصفوفة γ° هيرميتية: $\left(\gamma^{\circ}\right)^{+}=\gamma^{\circ}$

$$\left(\gamma^{i}\right)^{+}=-\gamma^{i}$$

معادلة ديراك في الشكل (E.8) يمكن الحصول عليها من المعادلة:

$$\vec{\alpha}(-i)\vec{\nabla}\,\psi(x)+m\beta\psi(x)=\frac{i\partial\psi(x)}{\partial t}$$

إذا ضربنا هذه المعادلة من اليسار بـــ β- نحصل:

$$i\beta\frac{\partial\psi(x)}{\partial t}+i\beta\,\vec{\alpha}\,\vec{\nabla}\,\psi(x)-m\psi(x)=0 \qquad (E.18)$$

بمقارنة (E.8) و (E.18) ننتهي إلي:

$$\gamma^{\circ}=\beta \quad , \quad \gamma^{x}=\beta\,\alpha_{\kappa} \qquad (E.19)$$

في نظام ديراك- باولي(أنظر الملحق B) المصفوفة γ تملك الشكل التالي:

$$\gamma^{\circ}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\quad ; \quad \gamma^{k}=\begin{pmatrix}0 & \sigma_k\\ -\sigma_k & 0\end{pmatrix} \qquad (E.20)$$

المصفوفة γ_5 تحدد في نظام فاينمان بالشكل التالي:

$$\gamma_5=i\gamma^{\circ}\gamma^{1}\gamma^{2}\gamma^{3} \qquad (E.21)$$

من (E.12) و (E.15) نجد:

$$\left.\begin{aligned}\gamma^{\alpha}\gamma_5+\gamma_5\gamma^{\alpha}&=0\\ \gamma_5^{+}=\gamma_5 \quad ; \quad \gamma_5^2&=1\end{aligned}\right\} \qquad (E.22)$$

نحصل علي:

$$\gamma_5=-i\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \qquad (E.23)$$

نشير إلى أن γ_5 المعرفة بالعلاقة (E.21) تختلف بالإشارة عن γ_5المستخدمة من قبلنا.

نحصل بالنسبة للمجموع للحالة السبينية علي التالي:

$$\left.\begin{aligned}\sum_s u_{\alpha}^{s}(p)\ \bar{u}_{\beta}^{s}(p)&=(\hat{p}+m)_{\alpha\beta}\\ \sum_s u_{\alpha}^{s}(-p)\ \bar{u}_{\beta}^{s}(-p)&=(-\hat{p}+m)_{\alpha\beta}\end{aligned}\right\} \qquad (E.24)$$

في الختام التنسور اللامتناظر $e_{\alpha\beta\rho\sigma}$ يحدد بالشكل التالي:

$$e_{0123}=1 \qquad (E.25)$$

$$e^{0123}=-1 \qquad (E.26)$$

بإستخدام (E.26) و(E.25) لدينا:

$$e_{\alpha\beta\rho\sigma}\ e^{\alpha\beta\rho\sigma}=-24\ ;$$

$$e_{\alpha\beta\rho\sigma}\ e^{\alpha'\beta\rho\sigma}=-6\delta_{\alpha}^{\alpha'}\ ;$$

$$e_{\alpha\beta\rho\sigma}\ e^{\alpha'\beta'\rho\sigma}=-2\left[\delta_{\alpha}^{\alpha'}\ \delta_{\beta}^{\beta'}-\delta_{\alpha}^{\beta'}\ \delta_{\beta}^{\alpha'}\right];$$

$$e_{\alpha\beta\rho\sigma}\ e^{\alpha'\beta'\rho'\sigma}=-\begin{vmatrix}\delta_{\alpha}^{\alpha'} & \delta_{\alpha}^{\beta'} & \delta_{\alpha}^{\rho'}\\ \delta_{\beta}^{\alpha'} & \delta_{\beta}^{\beta'} & \delta_{\beta}^{\rho'}\\ \delta_{\rho}^{\alpha'} & \delta_{\rho}^{\beta'} & \delta_{\rho}^{\rho'}\end{vmatrix}=$$

$$=-\left\{\delta_{\alpha}^{\alpha'}\begin{vmatrix}\delta_{\beta}^{\beta'} & \delta_{\beta}^{\rho'}\\ \delta_{\rho}^{\beta'} & \delta_{\rho}^{\rho'}\end{vmatrix}-\delta_{\alpha}^{\beta'}\begin{vmatrix}\delta_{\beta}^{\alpha'} & \delta_{\beta}^{\rho'}\\ \delta_{\rho}^{\alpha'} & \delta_{\rho}^{\rho'}\end{vmatrix}+\delta_{\alpha}^{\rho'}\begin{vmatrix}\delta_{\beta}^{\alpha'} & \delta_{\beta}^{\beta'}\\ \delta_{\rho}^{\alpha'} & \delta_{\rho}^{\beta'}\end{vmatrix}\right\}=$$

$$=-\left(\delta_{\alpha}^{\alpha'}\ \delta_{\beta}^{\beta'}\delta_{\rho}^{\rho'}-\delta_{\alpha}^{\alpha'}\ \delta_{\beta}^{\rho'}\delta_{\rho}^{\beta'}+\ldots\ldots..\right)$$

بالإستقراء نجد أن:

$$e_{\alpha\beta\rho\sigma}\ e^{\alpha'\beta'\rho'\sigma'} = -\begin{vmatrix} \delta_{\alpha}^{\alpha'} & & & \\ \delta_{\beta}^{\alpha'} & & & \\ \delta_{\rho}^{\alpha'} & & & \\ \delta_{\sigma}^{\alpha'} & & & \end{vmatrix}$$