الملاحـق

ملحق رقم(1)

دالة دلتا ديراك:

تعرف دلتا ديراك، $\delta(x)$ ، بالعلاقة التالية:

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases} \qquad \int_a^b \delta(x)\,dx = 1 \ ,,, \quad a < 0 \ ,,, \ b > 0$$

$$\int_a^b f(x)\,\delta(x)\,dx = f(0) \qquad a < 0 \quad ; \quad b > 0$$

بعض خصائص دالة دلتا ديراك المستخدمة في البحث:

$$(1)\quad \delta(x)=\delta(-x)$$

$$(2)\quad x\,\delta(x)=0$$

$$(3)\quad \delta(ax)=-\frac{1}{|a|}\,\delta(x)$$

$$(4)\quad \delta(x^2-a^2)=\frac{1}{2|a|}\left[\delta(x-a)+\delta(x+a)\right]$$

$$(5)\quad \delta[\varphi(x)]=\frac{\sum_i \delta(x-x_i)}{\left[\varphi'(x)\right]} \qquad ;\; x_i \equiv roots\;\; of\;\; \varphi(x)=0$$

$$(6)\quad \delta(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx}\,.dx$$

$$(7)\quad \delta(\vec{r})=\delta(x).\delta(y).\delta(z)=\frac{1}{8\pi^3}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx}\,.dx.dy.dz$$

ملحق رقم(2)

الأداة الرياضية المستخدمة:

أولاً: أُعتمد نظام باولي وديراك وقوانين فاينمان:

لتكن، A^{α} B^{β} ، متجهات رباعية القياس حيث، α β ، تأخذان القيم، 3,2,1,0 في نظام فاينمان، و 4,3,2,1 في نظام باولي.

حاصل الضرب القياسي(A.B)، في نظام فاينمان وباولي وديراك، على الترتيب، هي:

$$(1)\quad (A.B)=A^0\,B^0-\vec{A}\,\vec{B}$$

$$(2)\quad (A.B)=\vec{A}\,\vec{B}-A^0\,B^0$$

$$(3)\quad (A.B)=A^{\alpha}B^{\beta}\,g_{\alpha\beta}$$

حيث الممتد القياسي، $g_{\alpha\beta}$ ، يعطى بالعلاقة:

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{cases} 0 \;; & \alpha \neq \beta \\ 1 \;; & \alpha = \beta = 0 \\ -1 \;; & \alpha = \beta = 1,2,3 \end{cases}$$

المركبات، A^{α} ، تسمى المركبات المخالفة للتغير(contra variant)، للمتجه، A، (أي هي مساقط المتجه، A، الموزية لمحاور الإحداثيات).
أما المركبات الموافقة للتغير(covariant)، للمتجه، A، (أي المساقط العمودية)، فتعطى بالعلاقة:

$$A_{\alpha} = g_{\alpha\beta} A^{\beta}$$

حيث: $A_0 = A^0 \;\; ; \;\; A_k = -A_k \;\; ;; \;\; k = 1, 2, 3$

وبالتالي، حاصل الضرب القياسي يمكن صباغته بالشكل:

$$(A\ B) = A^{\alpha} B_{\beta} = A_{\alpha} B^{\beta} = A_{\alpha} B_{\beta} g^{\alpha\beta}$$

أما في تمثيل ديراك، فإن:

أما المصفوفة، ، فتعرَّف كما يلي:

$$\gamma_5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma_2 \gamma^3 = -i\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

نذكر الآن، بعض خواص الممتد القياسي:

$$g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = 4$$

$$k'_\mu k_\nu g_{\mu\nu} = (k' k)$$

نعرِّف الممتد اللاتناظري، $\varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}$ بالعلاقة:

$$\varepsilon_{0123} = 1 \quad ; \quad \varepsilon_{0312} = -1 \quad ; \quad \varepsilon_{0113} = 0$$

بصورة عامة، هذا الممتد يساوي الواحد عندما تكون الأدلة مرتبة، ويساوي سالب واحد عندما تكون الأدلة غير مرتبة. أما إذا تساوى دليلان فإنه يساوي الصفر.

ثانياً: بعض القواعد المستخدمة لحساب أثر المصفوفة، Tr:

(1) $\gamma_5\,(1+\gamma_5) = (1+\gamma_5)$

(2) $(\gamma_5)^2 = 1$

(3) $\gamma_5\ \gamma_\mu = -\gamma_5\ \gamma_\mu$

(4) $(1\pm\gamma_5)^2 = 2\,(1\pm\gamma_5)$

(5) $(1-\gamma_5)^2 = 0$

(6) $Tr\,(\gamma_\mu\ \ \gamma_5) = 0$

(7) $Tr\,(\gamma_\mu\ \hat{k}\ \gamma_5) = 0$

(8) $Tr\,(\hat{k}\,\gamma_\mu\ \hat{k}\,\gamma_5) = 0$

(9) $Tr\,(\hat{p}^{'}\ \gamma_\mu\ \hat{p}^{'}\ \gamma_5) = -4\,i\ p^{'}_\alpha\ \ p_\beta\ \varepsilon^{\alpha\beta\rho\sigma}$

(10) $Tr\,(\gamma_\mu) = 0$

(11) $Tr\,(\hat{k}) = 0$

(12) $Tr\,(\gamma_\mu\ \ \gamma_\nu) = 4\,g^{\mu\nu}$

(13) $Tr\,(\hat{k}^{'}\ \hat{k}) = 4(k^{'}k)$

(14) $Tr\,(\gamma_\mu\ \gamma_\nu\ \gamma_\alpha) = 0$

(15) $Tr\,(\hat{p}^{'}\ \gamma_\mu\ \hat{p}^{'}\ \gamma_\nu) = 4\left[(p^{'}_\mu\ p_\nu - (p^{'}p)g^{\mu\nu} + p^{'}_\nu\ p_\mu)\right]$

(16) $Tr\,(\hat{k}\,\gamma_\mu) = 4\,\hat{k}_\mu$

(17) $Tr\,(\hat{k}^{'}\hat{k}\ \hat{\delta}\gamma_\nu) = \left[(k^{'}k)\ \delta_\mu - (k^{'}\ \delta)\,k_\mu + (k\ \delta)\,k^{'}_\mu\right]$

(18) $Tr\,(\hat{a}\,\hat{b}\,\hat{c}\,\hat{d}) = 4\left[\,(ab)(cd) + (ad)(bc) - (ac)(bd)\right]$

(19) $(p^{'}_\mu - p_\mu)(k^{'}_\mu - k_\mu) = (p^{'}\ k^{'}) + (p\,k) - (p^{'}\ k) - (p\,k^{'})$