1-2 تمهيد

معظم المشاكل التي يواجهها متخذ القرار في قد تكون غير دقيقة أو غير مؤكدة ، وإن عدم التأكد ينتج من نقص حاصل في البيانات التي يتم جمعها عن مشكلة معينة وتكون هذه البيانات مبهمة او ضبابية وغير دقيقة أو غير كاملة مما يؤدي إلى نقص في المعلومات المراد تحليلها واتخاذ القرار حولها. وفي هذه الحالة يعد عدم التأكد عاملا مهما في اتخاذ القرارات للمشكلة قيد البحث. أما في الوقت الحاضر فقد اجريت دراسات وابحاث عدة أكدت بأن فكرة مفهوم عدم التأكد تستند إلى أنه يمكن وجوده في أي علم من العلوم ولا يمكن أن يهمل ويعد مصدرا مهما، فقد أجريت أبحاث عدة وصيغت القوانين الرياضية لمعالجة مشكلة عدم التأكد وذلك باستخدام أساليب عملية متطورة ومرنة والجمع بينهما وبين القوانين الرياضية بهدف معالجة هذه المشكلة، ويعد أسلوب عدم التأكد من أهم الأساليب لحل مشاكل الأمثلية وذلك لأهمية هذا الموضوع في مواضيع الأمثلية لأنه يشكل أداة مهمة تساهم في التخطيط واتخاذ القرار الأمثل من خلال عملية التي تستند إلى إيجاد الحل الأمثل البديل (أو مجموعة بدائل) من بين بدائل متاحة بهدف تحقيق هدف معين للشركة، كأن يكون هذا الهدف متمثلا في تعظيم الأرباح أو تقليل الخسائر أو تقليل التكاليف أو زيادة في الطاقة الإنتاجية، إذ تلعب نظرية المجموعات الضبابية دورًا رئيسيًا في مجال الحوسبة لأنها توفر بنية رياضية يمكن من خلالها دراسة حالة عدم اليقين على وجهة التحديد بدقه، اذ تعد الضبابية أحد أشكال المنطق اذ تستخدم في بعض الأنظمة الخبيرة وتطبيقات الذكاء الاصطناعي، نشأ هذا المنطق عام 1965على يد العالم لطفي زادة من جامعة كاليفورنيا حيث طوّره ليستخدمه كطريقة أفضل لمعالجة البيانات، لكن نظريته لم تلق اهتماماً حتى عام 1974 حيث استخدم منطق الغموض في تنظيم محرك بخاري، ثم تطورت تطبيقاته حتى وصلت لتصنيع شريحة منطق ضبابي والتي استعملت في العديد من المنتجات كآلات التصوير.هناك العديد من الدوافع التي دفعت العلماء إلى تطوير علم المنطق الضبابي فمع تطور الحاسوب والبرمجيات نشأت الرغبة في اختراع أو برمجة أنظمة يمكنها التعامل مع المعلومات غير الدقيقة على غرار الإنسان لكن هذا ولد مشكلة حيث أن الحاسوب لا يمكنه التعامل إلا مع معطيات دقيقة ومحددة، وقد نتج عن هذا التوجه ما يعرف بالأنظمة الخبيرة أو الذكاء الاصطناعي ويعتبر علم المنطق الضبابي أحد النظريات التي يمكن من خلالها بناء مثل هذه الأنظمة.

المبحث الاول

النظرية الضبابية والمنطق الضبابي و الاستدلال الضبابي

2-2 نظره تاريخيه في المنطق الضبابي (Historical Fuzzy Logic)

العالم الحقيقي معقد وهذا التعقيد ينشأ عادة من عدم اليقين وقد تمكن البشر من معالجة المشاكل المعقدة والغامضة وغير مؤكدة بفضل هبة التفكير، ومع ظهور أجهزة الحاسوب وكثرت الاهتمام في إنشاء الأساليب والتقنيات التي من شأنها أن تسمح للحواسيب بالتفكير في عدم اليقين ،فالمنطق الضبابي هو نظام منطقي يركز على أنماط التفكير التي تكون تقريبية وليست دقيقة. بهذا المعنى ، فإن المنطق الضبابي هو امتداد للأنظمة المنطقية الكلاسيكية متعددة القيم ، ولكن بمسمى مختلفة تمامًا في الروح والمضمون ،(Radim et al:2017) إذ إن نظرية المجموعة التقليدية (الكلاسيكية) تستند على المفهوم الأساس للمجموعة اي ان الكائن او العنصر اما ينتمي او لا ينتمي هذا يعني أن العديد من المشاكل في العالم الحقيقي لا يمكن معالجتها بواسطة نظرية المجموعة الكلاسيكية على العكس من ذلك تقبل نظرية مجموعة الضبابية ، اذ يقدم المنطق الضبابي الاطار العام لحل مشكلة المعلومات التقريبية او غير المحددة تماماً ويوفر الالية اللازمة لاستخدام هذه المعلومات والمعارف(Garrido:2012).اذ تشير بعض النظريات اظهرت مؤخرا أنه من حيث المبدأ يمكن استخدام منطق الضبابي (Fuzzy Logic) لنمذجة أي نظام مستمر، سواء أكان ذلك يستند في مجال الذكاء الاصطناعي(Artificial Intelligence) والذي يسمى اختصارا (AI) ،أو الفيزياء ، أو البيولوجيا أو الطبي، ...إلخ. وفي عام (1965) قام العالم لطفي زادة باقتراح المجموعة الضبابية لأنه لمس حاجة ملحة لتبسيط الانظمة المعقدة وافضل طريقة لمعالجة البيانات .وتم عد المنطق الضبابي امتداد للمنطق الثنائي او (Boolean)، ويعد لطفي زادة اول من فكر بالمنطق الضبابي ومن مؤسسيه، اذ ان المنطق (logic) هو دراسة هيكل ومبادئ الاستدلال الصحيح وأكثر من ذلك على وجه التحديد إذ يحاول تأسيس المبادئ التي تضمن صحة الحجج الاستنتاجية(Garrido:2012). وجاء مفهوم المنطق الضبابي(Fuzzy Logic) من فكرة درجة الانتماء والتي أصبحت العمود الفقري في نظرية المجموعة الضبابية (Fuzzy Set Theory).(Tseng et al:2016)،إذ إن المنطق الضبابي هو منطق يشبه إلى حد كبير كيفية أداء الإنسان هو المنطق الذي يقوم على النظرية

الرياضية للمجموعة الضبابية ، يتيح هذا المنطق التعامل مع الامور بطريقة مختلفة عن منطق (صحيح/خاطئ) (true/false)(Tseng et al:2016) ،إذ يوفر المنطق الضبابي (fuzzy logic) مرونة في التفكير قيمة جدا، مما يجعلنا نأخذ بعين الاعتبار حالات عدم الدقة وعدم الحتمية . وهو وجود قيم منطقية بين [0,1] (Hellmann:2001) لذلك يمكن تعريف المنطق الضبابي (fuzzy logic) بأنه مفهوم أساس يشير إلى جميع النظريات والتقنيات التي تستخدم مجموعة ضبابية اذ يعتبر في الأساس منطق متعدد القيم الذي يسمح بتحديد القيم الوسيطة بين التقييمات التقليدية مثل نعم / لا ، صح / خطأ و أسود / أبيض ... الخ (Garrido:2012)

1-2-2 المجموعات الضبابية (Fuzzy Sets)

ان دراسة المجموعات الضبابية (Fuzzy Sets) استقطبت في السنوات الاخيرة اهتمام العديد من العلماء والباحثين في شتى المجالات النظرية والتطبيقية وفي مختلف المجالات الحياتية ، اذ غالبا ما يتعرض الانسان الى مشاكل معقدة تتطلب منه اتخاذ القرار المناسب باعتماد الافتراضات والمحددات التي قد تكون في طبيعتها غامضة وغير مؤكدة (Uncertainty)، (الزيدي: 2014) ويعد استعمال أسلوب المنطق الضبابي لمعالجة الغموض التي أساسها نظرية المجموعات الضبابية هو الاسلوب الامثل في معالجة هكذا مشاكل تم بناء نظرية المجموعات التقليدية (الكلاسيكية) (Crisp set) على مفهوم انتماء أو عدم انتماء العنصر للمجموعة ولكن في العديد من التطبيقات العملية لا يمكن التعامل مع بعض المشاكل من خلال نظرية المجموعات الاعتيادية حيث لوحظ وجود عضوية جزئية لبعض العناصر وبالتالي تم تطوير نظرية المجموعات الضبابية التي تمتلك مرونة كبيرة في وصف حالات واقعية كثيرة جدا تغطي مدى واسعا من الظواهر الحياتية ، لاحظ الباحث زادة أن الصح والخطأ لا تكفي من أجل تمثيل كافة الأشكال المنطقية وخاصة المشاكل التي تواجهنا حاليا، فالمنطق التقليدي الكلاسيكي يعتمد على 0 أو 1 فقط وهذا ما يعتمد عليه الكثير من العلاقات في حين توجد علاقات أخرى يكون فيها الموضع الذي فيها يمكن اعتباره صحيح جزئيا أو خاطئ جزئيا في نفس الوقت، أوضح (Sivanandam et al:2007) تعريف المجموعة الضبابية على انها وسيلة لنمذجة عدم التأكد المرتبط بالغموض وعدم الدقة ونقص المعلومات المتعلقة بمشكلة معينة. وأشار الى تعريف المجموعة الضبابية على المجموعة الشاملة من العناصر بانها مجموعة من العناصر كل عنصر له درجة انتماء واحدة تقع ضمن الفترة [0,1] ، وان من اهم الفروقات التي يمكن

تمييزها بين المجموعة التقليدية (Crisp Set) والمجموعة الضبابية (Fuzzy Set) هي كما موضحة في الجدول (2–1) (Bai& Wang:2006)

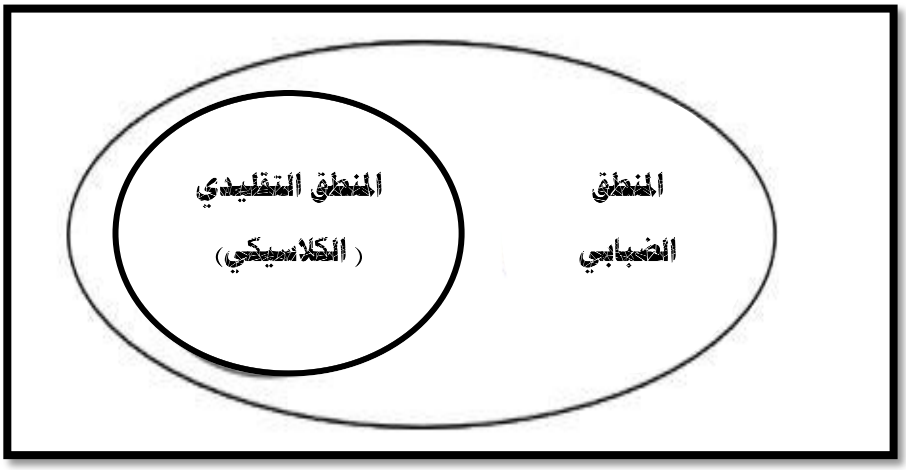
جدول (2–1) يبين الفروق بين المجموعة التقليدية والمجموعة الضبابية

المجموعة الضبابية (Fuzzy Set)	المجموعة التقليدية (Crisp set)
1– المجموعة الضبابية لها حدود غامضة او غير واضحة مما يعني أنه يسمح للعضو او العنصر بالانتماء الجزئي للمجموعة .	1– المجموعة التقليدية لها حدود حادة ، مما يعني أن العضو او العنصر ينتمي إلى تلك المجموعة أو لا.
2– الدالة العضوية في مجموعة الضبابية تأخذ جميع القيم بين (0 ،1) .	2– الدالة العضوية في مجموعة التقليدية تتكون من عنصرين اما 0 أو 1 .
3– اكثر مرونة يعالج المشاكل التي لأيمكن معالجتها بواسطة المجموعة الكلاسيكية	3– هذا المفهوم يستخدم في العديد من مجالات ، ولكن وهو أمر يفتقر للمرونة في بعض التطبيقات مثل تصنيف تحليل البيانات وغيرها .
4– مجموعة ضبابية تحتوي على عناصر ذات درجات متفاوتة من العضوية في المجموعة.	4– لا يمكن لأعضاء المجموعة التقليدية أن يكونوا أعضاء ما لم تكن عضويتهم كاملة في تلك المجموعة.

المصدر : (Bai& Wang:2006)

اذ ان الإجابة على أي سؤال يقدمه نظام خبير تصطحب بعامل يقين وهو الذي يعطي المستخدم مؤشر على درجة ثقة هذا النظام في الاستنتاجات، ونظراً للقدر الكبير من عدم اليقين في قاعدة المعارف لأي نظام خبير نموذجي والذي سببه الضبابية وعدم اكتمال البيانات والعشوائية، فان القيم المحسوبة كعامل يقين تفتقر كثيراً للموثوقية، (الطائي:2007). وهذا لا يزال واحد من أوجه القصور الكبير في النظم الخبيرة، ولحل هذه المشكلة جاء المنطق الضبابي ليوفر نظام استنتاجي واحد للتعامل مع الضبابية وعدم اكتمال وعشوائية المعلومات في قاعدة المعارف، ويوفر أسس واضحة لاحتساب عوامل اليقين في شكل ارقام ضبابية، ويوفر أيضا اطارا طبيعيا من اجل تصميم الأنظمة الخبيرة، وفي الواقع قد يثبت ان تصميم النظم الخبيرة هو واحد من اهم تطبيقات المنطق الضبابي (Chan&Kazerooni:2003)، اذ يوضح الشكل (2–1) ان نظرية المجموعات التقليدية او الكلاسيكية هي مجموعة فرعية من نظرية المجموعات الضبابية

الشكل (2-1) يوضح ان المجموعات التقليدية هي مجموعة فرعية من المجموعات الضبابية



المصدر : (Dernoncourt:2013)

3-2 درجة الانتماء (Membership Degrees)

هي مقدار انتماء عنصر معين الى المجموعة الضبابية وتكون هذه الدرجة محصورة بين [1,0] وقد عرَفها (Zadeh:1965) بأنها مجموعة أزواج مرتبة من العناصر مع درجة انتمائها وتتراوح قيم درجة الانتماء ما بين الفترة [0 , 1] ، ويمكن توضيح دالة الانتماء للمجموعة الضبابية كالاتي :

ولتكن $\widetilde{A}$ تُمثل مجموعة ضبابية فأن

$$\widetilde{A} = \{ (M_{\widetilde{A}}(x) , (x_i)); \forall x \in X \} \quad , \ i= 1,2,\dots ,n \qquad \dots\dots(1\text{-}2)$$
$$M_{\widetilde{A}}(x) \in [0 , 1]$$

فإذا كان العنصر لا ينتمي الى $\widetilde{A}$ فأن $M_{\widetilde{A}}(x) = 0$ ، وإذا كان ينتمي كليا فأن$M_{\widetilde{A}}(x) = 1$، فاذا كانت درجة انتماء العنصر 0 فهذا يعني ان العنصر غير موجود في المجموعة الضبابية واذا كانت درجة انتمائه 1 فهذا يعني ان العنصر ينتمي بشكل كلي للمجموعة الضبابية، وباقي الدرجات تتفاوت بين 0 و1 ، فعندما تكون درجة انتماء العنصر 0.5 فهذا يعني ان درجة انتمائه وسط في المجموعة الضبابية ويسمى هذا العنصر بنقطة التوازن، اما العناصر ذو درجة انتماء العالية فتكون درجات انتمائها 0.6 او 0.7 او 0.8 او 0.9 ، والعناصر ذو درجات انتماء ضعيفة فان درجة انتمائها تكون 0.1 او 0.2 او 0.3 او 0.4 (صالح: 2016). فمثلا في المجموعة التقليدية أذا كانت U مجموعه و S مجموعة جزئية من U ،وكانت μ_S دالة

تعطي كل عنصر من عناصر المجموعة U درجة انتمائه الى المجموعة S ، فاذا كان العنصر X ينتمي للمجموعة S فأن $\mu_S = 1$ ، أما أذا كان العنصر X لا ينتمي للمجموعة S فأن $\mu_S = 0$ وتعرف دالة العضوية في هذه الحالة كالأتي (Radim et al:2017):

$$\mu_s : U \rightarrow \{0,1\}$$

في المجموعة الضبابية يمكن للعنصر X أن ينتمي للمجموعة S فبذلك تكون درجة انتمائه للمجموعة $\mu_S = 1$ وأن العنصر X لا ينتمي للمجموعة S فتكون درجة انتمائة $\mu_S = 0$ وقد ينتمي للمجموعة S بدرجة معينة وفي هذه الحالة تعرف الدالة العضوية كالأتي :

$$\mu_s : U \rightarrow [0,1]$$

نلاحظ هنا أننا استبدلنا أقواس المجموعة بأقواس المدة هذا يعني أن دالة العضوية في المجموعة التقليدية تأخذ فقط أحدى القيمتين 0 أو 1 أما في المجموعة الضبابية فتأخذ أي درجة في الفترة [0, 1]. وتوجد عدة صيغ للتعبير عن المجموعة الضبابية منها :

1- يمكن تمثيل المجموعة الضبابية على شكل أزواج مرتبة .

$$\tilde{A} = \{x, M_{\tilde{A}}(x)\} = \{(1,0.4),(2,0.7),(3,1),(4,0.7),(5,0.4),(6,0.1)\} \quad .....(2\text{-}2)$$

2- يمكن التعبير عنها بذكر دالة انتمائها فقط ، فمثلا $(\tilde{A})$ تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من 5

$\tilde{A} =$ {تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من 5 }

$$M_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & x < 5 \\ \dfrac{1}{1+(x-5)^2} & x \geq 5 \end{cases} \quad .....(3\text{-}2)$$

3- يمكن تمثيل المجموعة الضبابية بالشكل التالي :

اذا كانت قيم مجموعة (x) منتهية .

$$\tilde{A} = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \left(M_{\tilde{A}}(x_i) \ / x_i \right) \right\}$$

$$\tilde{A} = M_{\tilde{A}}(x)/x_1 + M_{\tilde{A}}(x)/x_2 + ... + M_{\tilde{A}}(x)/x_n \quad .....(4\text{-}2)$$

اذا كانت قيم مجموعة (x) غير منتهية .

$$or\ \tilde{A} = \int_x M_{\tilde{A}}(x) \ / x \quad ....(5\text{-}2)$$

4-2 مميزات نظرية المجموعة الضبابية

1- ان نظرية المجموعات الضبابية تعرف بدوال انتماء تعكس ترتيبا معينا للعناصر الموجودة في المجموعة الشاملة بحيث تكون القيمة الرقمية لتلك الدالة تمثيلا رياضيا للصفة المميزة او التعبير اللغوي التي اوجدت على أساسها تلك المجموعات الضبابية ، وهذه الدوال تحدد درجة عضوية كل عنصر من العناصر الى المجموعة وهذه الدوال محددة بين [0,1] وهذا يتناقض مع المجموعات التقليدية والتي يجب ان تكون عضوية كل عضوا كامله او غير كاملة. (بطيخ: 2014)

2- المجموعة الضبابية عبارة عن مجموعة تحتوي على عناصر ذات درجات متفاوتة او جزئية من العضوية في المجموعة أي تسمح بانتماء العناصر جزئيا لها . (الزبيدي: 2017)

3- في المجموعات التقليدية وظيفتها تحديد كل عناصرها ب [0,1] أي ينتمي 1 او لا ينتمي يكون 0 اما المجموعة الضبابية تطبق عندما لا تكون هنالك حدود معروفة بصورة واضحة (Sivanandam : 2007)

5-2 دالة الانتماء (Membership Function)

ان دالة الانتماء تمثل أحد أجزاء الزوج المرتب في المجموعة الضبابية ويرتبط بناؤها بطبيعة المجموعة وخواصها وهي ذات أهمية كبيرة في تكوين المجموعة الضبابية حيث انها تعتبر مقياسا لمعرفة مدى انتماء كل عنصر من عناصر المجموعة الضبابية الى المجموعة وهنالك طريقتان لتحديد دالة الانتماء وهي :

1. **الاعتماد على الخبرة البشرية:** تمثل دوال الانتماء جزء من المعرفة البشرية، اذ ان المجموعة الضبابية تستعمل في اغلب الأحيان لصياغة المعرفة الإنسانية، هذا الجانب يعطي صيغة مرنة لدالة الانتماء مع الحاجة الى عمل توليفات دقيقة ، وهذه الحالة تعطي مرونة لدالة الانتماء العضوية مع الحاجة لصياغة دالة بصورة مطابقة للمجموعة(حامد واخرون: 2011)
2. **استعمال البيانات لتحديد دالة الانتماء:** يتم أولاً تحديد هيكل دالة الانتماء، ومن ثم صياغة معلمات دالة الانتماء بالاعتماد على تلك البيانات وللتعبير عن دوال الانتماء في المجموعات الضبابية هناك اسلوبان (حسن: 2013):

أ. **الاسلوب العددي (Numerical Approach):** يعبر هذا الأسلوب عن درجة الانتماء كمتجه من الاعداد تعتمد ابعاده مستوى الانقطاع، أي بمعنى اخر هو عدد من العناصر المتقطعة في المجموعة الشاملة.

ب. **الاسلوب الدالي (Functional Approach):** يقوم هذا الأسلوب بتعريف دالة الانتماء للمجموعات الضبابية بشكل تحليلي (Analytic)، والذي يسمح بحساب درجة الانتماء لكل عنصر في المجموعة الشاملة. وأشار (عوض واخرون:2008) الى وجود عدة اشكال من دوال الانتماء الضبابية المستعملة لتحديد درجة انتماء عناصر المجموعة، من اشهرها دوال الانتماء الخطية ودوال الانتماء اللاخطية ، دوال الانتماء الخطية تأخذ شكلاً خطياً (مستقيم او مثلث او شبه منحرف)، اما دوال الانتماء اللاخطية فهي تحقق انسيابية اكبر لدرجات الانتماء التي تأخذها العناصر على طول هذا التابع ويشكل حالة وسط بين التفاؤل والتشاؤم لقيم الانتماء، وبشكل عام يجب ان تتوفر مجموعة من المعايير في دوال الانتماء الضبابية مهما كان نوعها (درويش:2016)

- قيم تابع الانتماء تكون محصورة بين 0 و1.
- العناصر الموجودة في مركز المجموعة يجب ان تكون قيمة درجة عضوية انتمائها تساوي واحد، بحيث نضمن انتماء باقي العناصر الى المجموعة.
- يجب ان يمتد تابع الانتماء بطريقة مناسبة من مركز المجموعة الى الحدود.

6-2 انواع دوال الانتـماء (Types of Membership Functions)

تأخذ دوال الانتماء اشكال عديدة ومنها نذكر(Chaira : 2019)

1-6-2 دوال الانتماء الخطية (Linear Membership Function)

تمثل قيم انتماء العناصر الى المجموعة الضبابية التي تكون على شكل خط مستقيم ، ومن أهم أشكال دوال الانتماء الخطية :

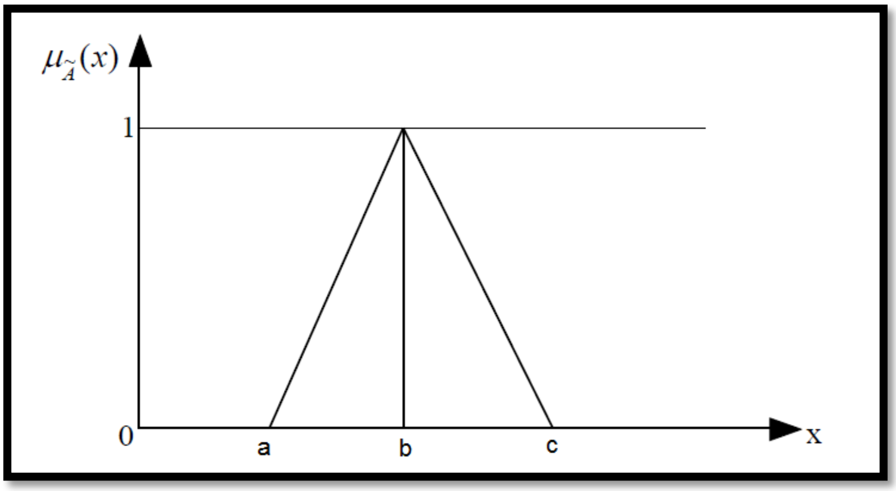
أ. دالة الانتماء المثلثية (Triangular Membership Function)

يُقال أن $\widetilde{A}$ يمثل رقم ضبابي مثلثي ، حيث أن $\widetilde{A}=(a,b,c)$ إذا كانت دالة انتمائه وفق الصيغة التالية(Isabels & Uthra: 2012)

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a \le x \le b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{if } b \le x \le c \\ 0 & \text{other wise} \end{cases} \quad .....(6\text{-}2)$$

والموضحة بالشكل (2−2)

الشكل (2-2) يمثل دالة الانتماء من نوع المثلثية



المصدر :(Isabels & Uthra: 2012)

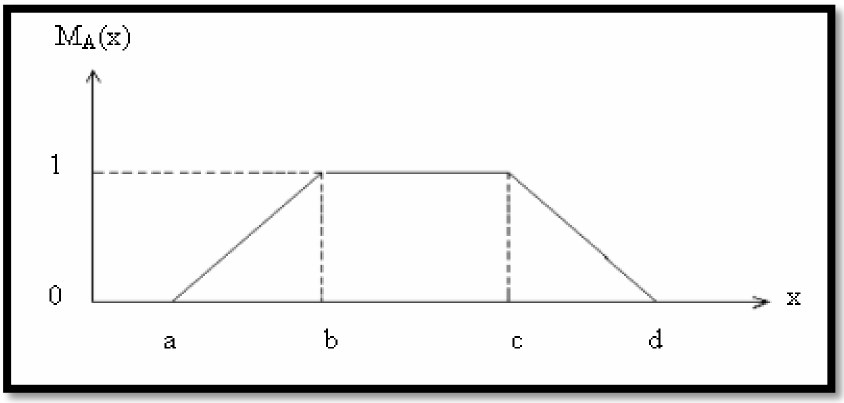
ب. دالة الانتماء شبه المنحرف (Trapezoidal Membership Function)

يُقال أن $\tilde{A}$ يمثل رقم ضبابي شبه منحرف حيث أن $\tilde{A}$ = (a , b , c ,d) إذا كانت دالة انتمائه بالصيغة التالية (Isabels & Uthra: 2012)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{a-x}{a-b} & \text{if } a \le x \le b \\ 1 & \text{if } b \le x \le c \\ \frac{c-x}{c-d} & \text{if } c \le x \le d \\ 0 & \text{other wise} \end{cases} \quad ....(7\text{-}2)$$

والموضحة بالشكل (2-3):

الشكل (2−3) يُمثل دالة الانتماء من نوع شبه المنحرف



المصدر : (Uthra & Isabels: 2012)

2-6-2 دوال الانتماء اللاخطية (Non-Linear Membership Function)

تمثل قيم انتماء العناصر الى المجموعة الضبابية التي تكون على شكل منحني (غير خطي) ومن أهم أشكال دوال الانتماء غير الخطية :

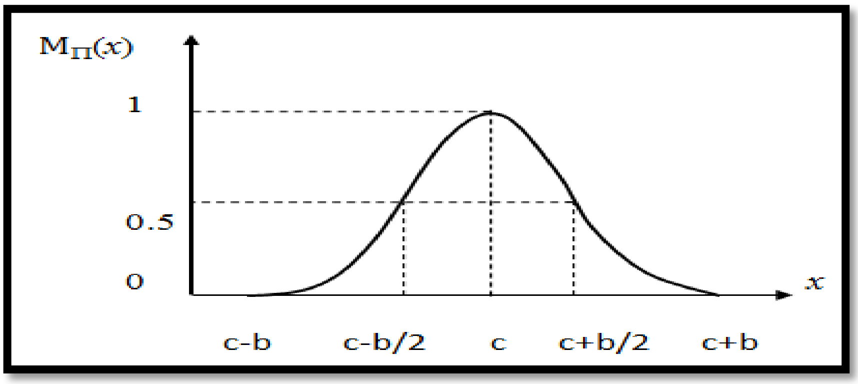
أ. دالة الانتماء Π (Π - Membership Function)

وهي داله تمتلك تقريبا شكل الناقوس (Roughly Bell Shape) ، اذ ان دوال من هذا النوع تكون بديلا جيدا للدوال المثلثية التي تمتلك نقطتي انقلاب $c \pm \frac{b}{2}$ عند كل جانب من الدالة وكما هي موضحة بالصيغة التالية (خيرة : 2015)

$$M_{\tilde{A}}(x;\text{b,c})=\begin{cases} \text{S}(\,x,\ \text{c-b}\ ,\ \text{c-b/2}\ ,\ \text{c}) & if\ \ x \le \text{c} \\ \\ \text{1-S}(\,x,\ \text{c+b}\ ,\ \text{c+b/2}\ ,\ \text{c}) & if\ \ x \ge \text{c} \end{cases} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(8\text{-}2\ )$$

اذ يمكن توضيحها كما في الشكل (2−4)

الشكل (2-4) يُمثل دالة الانتماء من نوع Π



المصدر : (خيرة : 2015)

ب. دالة الانتماء الاسية (Exponential Membership Function)

تعتبر هذه الدالة من بين اهم انواع الدوال غير الخطية التي تطرق اليها العديد من الباحثين ولذلك لسببين رئيسيين الاول هو سهولة تحويل المسألة الى مسألة خطية وثانيهما تمثل مرونة هذا النوع من الدوال واعتبار التمثيل الأسي حسبهما أكثر واقعية لتمثيل العديد من المشاكل.

ويمكن تمثيل دالة الانتماء الاسية كما موضح بالصيغة التالية:(Li & Lee : 1991)

$$M(x)=\begin{cases} 1 & \text{if} \quad Z^k < Z_l^k \\ \dfrac{\exp\left(\dfrac{-\alpha(Z^k - Z_l^k)}{Z_l^k - Z_l^k}\right) - \exp(-\alpha)}{1-\exp(-\alpha)} & \text{if} \quad Z_l^k < Z^k < Z_u^k \\ 0 \quad Z^k > Z_u^k & \text{and} \quad \alpha \to \infty \end{cases} \qquad ....(9-2)$$

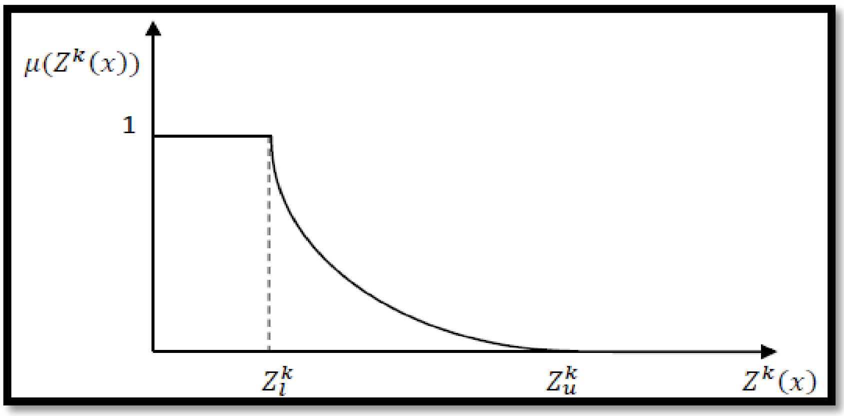
حيث ان

α -: عامل الضبابية تتراوح قيمته بين (0 , ∞) أي $0 < \alpha < \infty$

Z_u^k Z_l^k تمثل الحد الادنى و الحد الادنى

ويمكن توضيحها كما في الشكل (2-5)

شكل (2−5) دالة انتماء من نوع الاسية



المصدر : (Li & Lee، 1991)

ج. دالة الانتماءhyperbolic

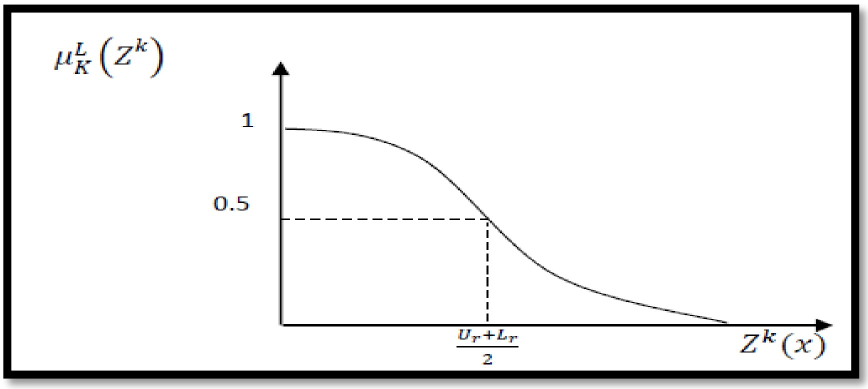
هي إحدى دوال الانتماءغير خطية التي ويعتبر Leberling أول من اقترح هذا النوع من الدوال اذ إن شكل منحنى هذه الدالة محدب من جهة ومقعر من جهة أخرى و الصيغة الرياضية لدالة هي كالاتي (Zangiabadi & Maleki، 2013)

$$\mu_K^H\left(Z^K(X)\right)=\begin{cases} 1 & if \quad Z_K \le L_K \\ \frac{1}{2}\tan h\left(\frac{U_K+L_K}{2}-Z_K(X)\alpha_K\right)+\frac{1}{2} & if \quad L_K \le Z_K \le U_K \\ 0 & if \quad Z_K \ge U_K \end{cases} \quad ....(10\text{-}2)$$

حيث ان $\alpha_k = \dfrac{6}{U_k - L_k}$

اذ يمكن توضيحها كما في الشكل (2−6)

الشكل (2-6) دالة الانتماء من نوع hyperbolic



المصدر : (Zangiabadi & Maleki : 2013)

د. دالة اللوجستيك - Logistic Functions

هي دالة غير خطية تحتوي عاملا مهما هو عامل الضبابية α وتتراوح قيمتها $(0<\alpha<\infty)$ (Vasant, & Barsom:2006) الذي يقيس درجة الضبابية ، فعندما α →0 فهذا يشير إلى عدم وجود ضبابية أما إذا اقتربت α إلى ∞ فان الضبابية تكون كبيرة جدا ، ويمكن التعبير عنها كما في الصيغة التالية:(Vasant, & Bhattacharya:2007)

$$M(x)=\begin{cases}1 & x<x^a\\ \dfrac{w}{1+u\,e^{\alpha x}} & x^a<x<x^b\\ 0 & x>x^b\end{cases} \qquad ....(11-2)$$

$M(x)$:- درجة انتماء (x) وتتراوح قيمتها بين 0 ، 1 أي $0<M(x)<1$

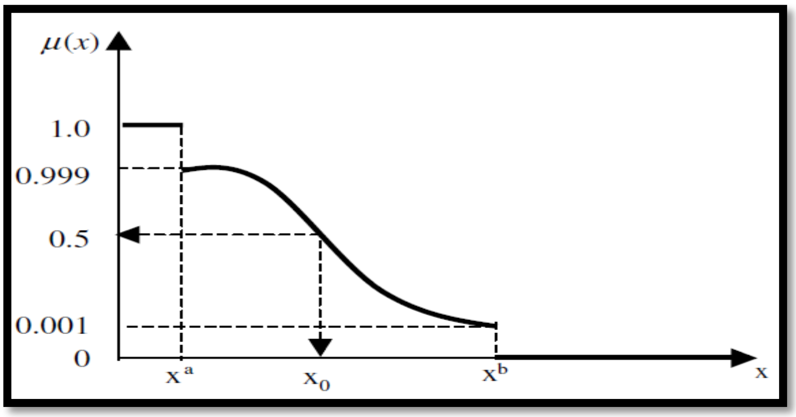
$x^a,\ x^b$:- الحد الأعلى والحد الأدنى لقيم (x)

α :- عامل الضبابية الذي يحدد شكل دالة الانتماء ، وتتراوح قيمته بين (0 , ∞) أي $0<\alpha<\infty$

$w,\ u$:- قيم ثابتة

وكما هي موضحة في الشكل (2-7)

شكل (2−7) دالة انتماء من نوع اللوجستيك



المصدر : (Vasant, & Bhattacharya:2007)

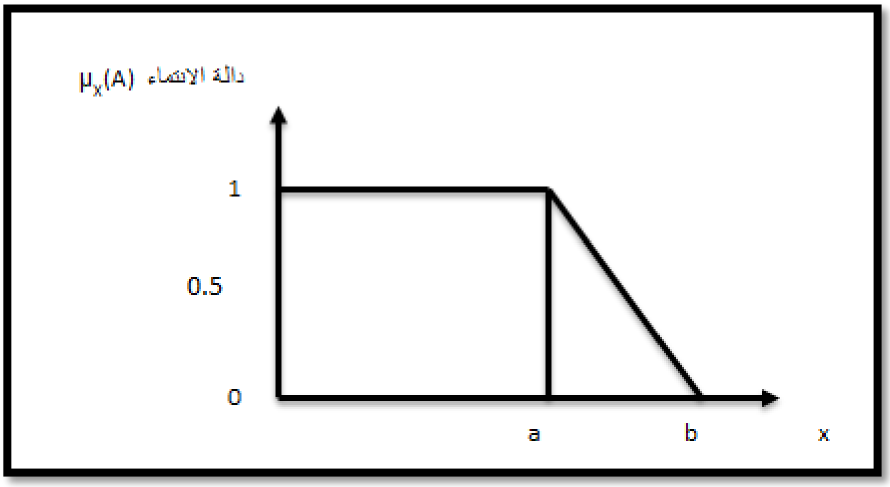
هـ . دالة الانتماء المستمرة (Continuous Membership function)

تتكون هذه الدالة من معلمتين (a ،b) ويمكن التعبير عنها بالصيغة الأتية (ناجي:2011)

$$\mu_{\varphi}(x،a،b) \quad = \quad \begin{cases} 0 & if x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & if a \leq x \leq b \\ 1 & if x \geq b \end{cases} \qquad .....(12-2)$$

اذ يمكن توضيحها كما في الشكل(2−8)

الشكل (2−8) دالة الانتماء من نوع المستمرة



المصدر : (ناجي،2011)

7-2 البرمجة الخطية Linear Programming

يعد أسلوب البرمجة الخطية linear programming من أكثر اساليب البرمجة الرياضية تطورا ، اذ يساعد الإدارة في اتخاذ القرارات التي تهدف الى الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة ، فهي تستخدم في حل كثير من المشاكل التي تهدف الى تعظيم أو تصغير دالة الهدف بدلالة عدد من المتغيرات المرتبطة بعلاقة خطية ومقيدة بعدد من القيود الخطية ، اذ تكون قيم معاملات انموذج البرمجة الخطية معروفة وثابتة في ظل ظروف اعتيادية (حسن &جابر : 2012:) فالأنموذج العام للبرمجة الخطية يكتب بالصيغة الاتية :- (طه:2011)

$$Maximize\ or\ Minimize\ Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$s.t$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \left[\le, \ge, =\right] b_i \quad , i = 1,2,\dots, m \quad \dots\dots\dots\dots (13-2)$$

$$x_j \ge 0 \qquad j = 1,2,\dots\dots n$$

حيث

$$c_j \in R_n\ , b_i \in R_m\ , a_{ij} \in R_{n*m}$$

Z قيمة دالة الهدف

$x_j \quad j = 1,2,\dots\dots, n$ متغيرات القرار

$c_j \quad j = 1,2,\dots\dots, n$ معاملات دالة الهدف

$b_i \quad i = 1,2,\dots\dots, m$ الطرف الأيمن للقيود (الموارد المتاحة)

$a_{ij} \quad \begin{cases} i = 1,\dots, m \\ j = 1,\dots, n \end{cases}$ معاملات القيود(استخدامات الموارد المتاحة)

ان غياب صفة التأكد على الاقل عن احدى قيم معاملات الانموذج مؤشر الى عدم امكانية استخدام اسلوب البرمجة الخطية الاعتيادية في الحصول على قيم متغيرات القرار وقيمة دالة الهدف في ظل ظروف ضبابية ، لذا يتم اللجوء الى استخدام أسلوب البرمجة الخطية الضبابية للتغلب على تلك المشكلة والحصول على قيم لمتغيرات القرار وافضل القيم لدالة الهدف.

8-2 البرمجة الخطية الضبابية Fuzzy Linear Programming

البرمجة الخطية الضبابية هي من مشاكل الأمثلية التي تعاني معاملاتها من عدم الدقة واليقين، بمعنى أدق قيم معاملات دالة الهدف والقيود والموارد المتاحة لا تعرف بشكل دقيق(2019: Nasseri at al) ، والشكل العام لمشكلة البرمجة الخطية الضبابية:
(Kumar& Kaur:2016)

$$
\begin{aligned}
& Max \quad \tilde{z} = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \\
& \quad s.t \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \le \tilde{b}_i \quad , i = 1, 2, \ldots, m \\
& \qquad \qquad x_j \ge 0 \ \ , j = 1, 2, .., n
\end{aligned}
\qquad \ldots\ldots..(14\text{-}2)
$$

حيث

$\tilde{z}$ قيم دالة الهدف

x_j متجه متغيرات القرار

$\tilde{c}_j , \tilde{b}_i , \tilde{a}_{ij}$ فتمثل معاملات ضبابية لأنموذج مشكلة البرمجة الخطية الضبابية واعتمادا على هذا ظهرت حالات عديدة للضبابية في معاملات مشاكل الأمثلية التي يمكن تصنيفها كالاتي:

المجموعة 1: تتضمن مشكلات البرمجة الخطية الضبابية في هذه المجموعة أرقاماً ضبابية لمعاملات متغيرات القرار في دالة الهدف(Maleki at al:2000)

$$
\begin{aligned}
& \tilde{Z} \approx Maximize \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad , i = 1, 2, \ldots m \\
& \qquad \qquad x_j \ge 0 \quad , j = 1, 2, \ldots, n
\end{aligned}
\qquad \ldots\ldots..(15\text{-}2)
$$

$\tilde{c}_j$ معاملات دالة الهدف الضبابية

$j = 1,2,\ldots\ldots,n \quad x_j$ متغيرات القرار

$i = 1,2,\ldots\ldots,m \quad b_i$ الطرف الأيمن للقيود (الموارد المتاحة)

$\begin{cases} i = 1,\ldots,m \\ j = 1,\ldots,n \end{cases} \quad a_{ij}$ معاملات القيود(استخدامات الموارد المتاحة)

المجموعـة 2: تتضـمن مشكلات البرمجـة الخطيـة الضـبابية في هذه المجموعـة أرقامًا ضـبابية لمعاملات متغيرات القرار في القيود والجانب الأيمن من القيود (Xinwang:2001)

$$
\begin{aligned}
& Z = Maximize \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
& \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \le \tilde{b}_i \ , i = 1, 2, ..., m \\
& x_j \ge 0 \ , j = 1, 2, .., n
\end{aligned}
\qquad \text{........(16-2)}
$$

اذ ان

$\tilde{a}_{ij}, \tilde{b}_i$ معاملات القيود والموارد المتاحة ضبابية

$x_j \quad j = 1,2,....., n$ متغيرات القرار

$c_j \quad j = 1,2, ,....., n$ معاملات دالة الهدف

المجموعــة 3: تتضــمن مشــكلات البرمجــة الخطيــة الضــبابية فــي هــذه المجموعــة أرقامًــا ضــبابية لمعــاملات متغيــرات القــرار فــي دالــة الهــدف ، ومعــاملات متغيــرات القــرار فــي القيود والجانب الأيمن من القيود(Hatami & Agrell:2013)(Mahdavi :2006 (& Nasseri

$$
\begin{aligned}
& \tilde{Z} \approx Maximize \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \\
& \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \le \tilde{b}_i \ , i = 1, 2, ..., m \\
& x_j \ge 0 \ , j = 1, 2, .., n
\end{aligned}
\qquad \text{........(17-2)}
$$

اذ ان

$\tilde{c}_j, \tilde{a}_{ij}, \tilde{b}_i$ معاملات القيود والموارد المتاحة و معاملات دالة الهدف ضبابية

$x_j \quad j = 1,2,....., n$ متغيرات القرار

المجموعة 4: تتضـمن مشكلات البرمجـة الخطيـة الضـبابية في هذه المجموعـة أرقامًا ضـبابية لمتغيرات القرار والجانب الأيمن من القيود (Mahdavi& Nasseri:2007)

$$
\begin{aligned}
& \tilde{Z} \approx Maximize \sum_{j=1}^{n} c_j \tilde{x}_j \\
& \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \tilde{x}_j \le \tilde{b}_i \ , i = 1, 2, ..., m \\
& \tilde{x}_j \ge 0 \ , j = 1, 2, .., n
\end{aligned}
\qquad \text{........(18-2)}
$$

$\tilde{x}_j, \tilde{b}_i$ متغيرات القرار والموارد المتاحة ضبابية

$c_j \quad j = 1,2,,....., n$ معاملات دالة الهدف

$a_{ij} \begin{cases} i = 1,...,m \\ j = 1,...,n \end{cases}$ معاملات القيود(استخدامات الموارد المتاحة)

المجموعة 5: تتضمن مشكلات البرمجة الخطية الضبابية في هذه المجموعة أرقامًا ضبابية لمتغيرات القرار ومعاملات متغيرات القرار في دالة الهدف والجانب الأيمن من القيود (2010: Ebrahimnejad& Nasseri)

$$\tilde{Z} \approx Maximize \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j \tilde{x}_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \tilde{x}_j \le \tilde{b}_i \;, i = 1, 2, ..., m \qquad ....(19\text{-}2)$$

$$\tilde{x}_j \ge 0 \;, j = 1, 2, .., n$$

$\tilde{x}_j, \tilde{b}_i, \tilde{c}_j$ متغيرات القرار والموارد المتاحة و معاملات دالة الهدف ضبابية

$a_{ij} \begin{cases} i = 1,...,m \\ j = 1,...,n \end{cases}$ معاملات القيود(استخدامات الموارد المتاحة)

المجموعة 6: تتضمن مشكلات البرمجة الخطية الضبابية في هذه المجموعة أرقامًا ضبابية في متغيرات القرار ومعاملات متغيرات القرار في القيود والجانب الأيمن من القيود.
(Saati& Tavana:2012)

$$\tilde{Z} \approx Maximize \sum_{j=1}^{n} c_j \tilde{x}_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \tilde{x}_j \le \tilde{b}_i \;, i = 1, 2, ..., m \qquad ....(20\text{-}2)$$

$$\tilde{x}_j \ge 0 \;, j = 1, 2, .., n$$

$\tilde{x}_j, \tilde{b}_i, \tilde{a}_{ij}$ متغيرات القرار والموارد المتاحة و معاملات القيود(استخدامات الموارد المتاحة) ضبابية

c_jمعاملات دالة الهدف

المجموعة 7: مشاكل البرمجة الخطية الضبابية في هذه المجموعة ، تسمى مشاكل البرمجة الخطية ضبابية بالكامل (FFLP) ، تنطوي على أرقام ضبابية في متغيرات القرار ، ومعاملات متغيرات القرار في دالة الهدف ، ومعاملات متغيرات القرار في القيود والجانب الأيمن من القيود (Hosseinzadeh at al:2009)

$$\tilde{Z} \approx Maximize \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j \tilde{x}_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \tilde{x}_j \leq \tilde{b}_i \;, i = 1, 2, ..., m \qquad \text{........(21-2)}$$

$$\tilde{x}_j \geq 0 \;, j = 1, 2, .., n$$

$\tilde{x}_j, \tilde{b}_i, \tilde{c}_j, \tilde{a}_{ij}$ متغيرات القرار والموارد المتاحة و معاملات دالة الهدف و معاملات القيود(استخدامات الموارد المتاحة) ضبابية.

2- 9 طرق ازالة الضبابية Methods of elimination fuzzy

سنعرض في هذه الجانب الطرائق المستخدمة في ازالة الضبابية من انموذج البرمجة الخطية التي تعاني جميع او بعض معاملاتها من الضبابية لتحديد مجاميع قيم متغيرات القرار التي تعطي مجموعة افضل الحلول الممكنة

أ. طريقة مركز الثقل (Center Of Gravity)

يمكن ازالة الضبابية باستخدام طريقة مركز الثقل باستخدام احد المعادلتين التاليتين ، اذ تستخدم المعادلة (2−22) اذ كانت دالة الانتماء من النوع شبه المنحرف، اما المعادلة (2−23) فتستخدم اذ كانت دالة الانتماء من النوع المثلثية (kahraman,C & Yavuz, M : 2010)

$$\chi_{cog} = \frac{a+b+c+d}{3} + \frac{ab+cd}{3(d+c-b-a)} \qquad \text{.........(22-2)}$$

$$\chi_{cog} = \frac{a+b+c}{3} \qquad \text{..........(23-2)}$$

ب. طريقة الوسيط: (Median)

يمكن ازالة الضبابية باستخدام طريقة الوسيط اذ يتم التعبير عن الوسيط الضبابي f_{med} بالمعادلة التالية:

$$\int_{a_\alpha}^{f_{med}} \mu_F(x)dx = \int_{f_{med}}^{b_\alpha} \mu_F(x)dx = \frac{1}{2}\int_{a_\alpha}^{b_\alpha} \mu_F(x)dx \qquad \text{..........(24-2)}$$

حيث a و b هي نقاط النهاية في المتغير الأساسي للمجموعة الضبابية F حيث ان a < b لعينة j ، وتمثل α قيمة وسيطة ضبابية $S^{\alpha}_{med-p,j}$ ويكمن ان تحسب كما يلي

$$S^{\alpha}_{med-p,j} = \frac{1}{3}\left(p^{\alpha}_{a,j} + p_{b,j} + p^{\alpha}_{c,j}\right), j = 1,2,...,m \qquad ....(25-2)$$

، اذ تستخدم المعادلة (2−26) اذ كانت دالة الانتماء من النوع المثلثية، اما المعادلة (2−27) فتستخدم اذ كانت دالة الانتماء من النوع شبه المنحرف.

(Kahraman,C & Yavuz, M : 2010)

$$\chi_{med} = \frac{a+b+c}{3} \qquad ....(26-2)$$

$$\chi_{med} = \frac{a+b+c+d}{4} \qquad ....(27-2)$$

ج. طريقة متوسط درجة التمثيل العددي The Graded Mean Integration Representation (GMIR)

يمكن ازالة الضبابية باستخدام طريقة مركز الثقل باستخدام احد المعادلتين التاليتين ، اذ تستخدم المعادلة (2−28) اذ كانت دالة الانتماء من النوع المثلثية، اما المعادلة (2−29) فتستخدم اذ كانت دالة الانتماء من النوع شبه المنحرف(Kahraman,C & Yavuz M : 2010)

$$\chi_{gmir} = \frac{a+2b+c}{4} \qquad ....(28-2)$$

$$\chi_{gmir} = \frac{a+2b+2c+d}{6} \qquad ....(29-2)$$

د. طريقة الرتب الحصينة (Robust Ranking Method)

أول من أقترحها Ronald yager في سنة 1981 ولإزالة حالة التضبيب نستخدم المعادلة التالية: (Isabels & Uthra، 2012) (Srinivasan:2013)

$$R(\tilde{c}) = \int_0^1 0.5(C^L_{\alpha} + C^U_{\alpha})d\alpha \qquad ....(30-2)$$

حيث تمثل:

α : مستوى القطع المراد استعماله لإزالة التضبيب للبيانات .

C^L: تمثل الحد الأدنى للمجموعة الضبابية من البيانات .

C^U: تمثل الحد الأعلى للمجموعة الضبابية من البيانات .

: α – cut

أن α–cut للرقم الضبابي $\tilde{A}(x)$ تعرف كالأتي :

$$A(\alpha)=\{x / M(x) \geq \alpha , \alpha \in [0,1]\}$$

و. طريقة التقييد و التجزئة (Bound And Decomposition Method)

في هذه الطريقة سوف يتم إيجاد الحل ألأمثل الضبابي للبرمجة الخطية الضبابية عن طريق تجزئة النموذج الضبابي إلى ثلاث نماذج اعتيادية (Crisp Linear Programming) وحل كل منها على انفراد .(Jayalakshmi & Pandian :2012)

اذ كان لدينا النموذج الضبابي الآتي :

$$Max \quad or \quad Min \quad (M_1, M_2, M_3) = \sum_{j=1}^{n} (p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j)$$

Subject to

$$\left.\begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n} (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, z_j) \{\preceq, \approx, \succeq\} (b_i, g_i, h_i), for\ all \quad i = 1,2,...,m \\ (x_j, y_j, z_j) \succeq \tilde{0} \qquad , j = 1,2,...,n \\ x_j \leq y_j \leq z_j \qquad , i = 1,2,...,m \end{array}\right\} \ldots (31\text{-}2)$$

حيث أن :

(M_1, M_2, M_3): قيمة دالة الهدف الضبابية

(x_j, y_j, z_j):متغيرات القرار الضبابية

(p_j, q_j, r_j): معاملات دالة الهدف الضبابية

(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}): معاملات الطرف الأيسر للقيود الضبابية (الاحتياجات الضبابية من الموارد المتاحة)

(b_i, g_i, h_i): معاملات الطرف الأيمن الضبابية من القيود (الموارد المتاحة الضبابية)

بعد إجراء عملية التجزئة فان النموذج سيتحول إلى الشكل الاتي :

$$Max \quad (M_1) = \sum_{j=1}^{n} \text{ lower value of } \left((p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j) \right)$$

$$Max \quad (M_2) = \sum_{j=1}^{n} \text{ middle value of } \left((p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j) \right)$$

$$Max \quad (M_3) = \sum_{j=1}^{n} \text{ upper value of } \left((p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j) \right)$$

Subject to

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n} \text{lower value of } (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, z_j) \{\le, =, \ge\} (b_i), \text{for all} \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ \sum_{j=1}^{n} \text{middle value of } (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, z_j) \{\le, =, \ge\} (g_i), \text{for all} \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ \sum_{j=1}^{n} \text{upper value of } (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, z_j) \{\le, =, \ge\} (h_i), \text{for all} \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ (x_j, y_j, z_j) \ge 0 \quad , j = 1, 2, \ldots, n \end{array} \right\} \ldots (32\text{-}2)$$

إن خوارزمية حل طريقة التقييد والتجزئة تكون كالأتي:

1- نقوم بتجزئة النموذج الضبابي إلى ثلاث نماذج وهم :

❖ نموذج المستوى ألأوسط(Middle level problem (MLP

حيث أن :

نموذج المستوى الاوسط يُمثل القيم الوسطى من كل الأرقام الضبابية في النموذج الضبابي وان متغيرات القرار تكون مقيدة بشرط عدم ألسالبيه .

$$(MLP) \quad Max \quad (M_2) = \sum_{j=1}^{n} \text{ middle value of } \left((p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j) \right)$$

Subject to

$$\left.\begin{array}{l}\sum_{j=1}^{n} middle\,value\,of\ \left(a_{ij},b_{ij},c_{ij}\right)\otimes\left(x_j,y_j,z_j\right)\{\le,=,\ge\}(g_i),for\ all\quad i=1,2,\dots,m\\ \left(x_j,y_j,z_j\right)\ge 0\qquad ,j=1,2,\dots,n\end{array}\right\}\dots(33\text{-}2)$$

❖ نموذج المستوى الأعلى Upper level problem (ULP) .

حيث أن : أنموذج المستوى الأعلى يُمثل القيم العليا من كل الأرقام الضبابية في النموذج الضبابي .

$$(ULP)\quad Max\quad \left(M_3\right)=\sum_{j=1}^{n}\ upper\,value\,of\ \left(\left(p_j,q_j,r_j\right)\otimes\left(x_j,y_j,z_j\right)\right)$$

subject to

$$\left.\begin{array}{l}\sum_{j=1}^{n} upper\,value\,of\ \left(a_{ij},b_{ij},c_{ij}\right)\otimes\left(x_j,y_j,z_j\right)\{\le,=,\ge\}(b_i,g_i,h_i),for\ all\quad i=1,2,\dots,m\\ \sum_{j=1}^{n} upper\,value\,of\ \left(\left(p_j,q_j,r_j\right)\otimes\left(x_j,y_j,z_j\right)\right)\ge M_2\\ \left(x_j,y_j,z_j\right)\ge 0\qquad ,j=1,2,\dots,n\end{array}\right\}\dots(34\text{-}2)$$

❖ نموذج المستوى ألأدنى Lower level problem (LLP)

حيث أن :أنموذج المستوى الأدنى يُمثل القيم الدنيا من كل الأرقام الضبابية في النموذج الضبابي.

$$LLP\quad Max\quad \left(M_1\right)=\sum_{j=1}^{n}\ lower\,value\,of\ \left(\left(p_j,q_j,r_j\right)\otimes\left(x_j,y_j,z_j\right)\right)$$

subject to

$$\left.\begin{array}{l}\sum_{j=1}^{n} lower\,value\,of\ \left(a_{ij},b_{ij},c_{ij}\right)\otimes\left(x_j,y_j,z_j\right)\{\le,=,\ge\}(b_i,g_i,h_i),for\ all\quad i=1,2,\dots,m\\ \sum_{j=1}^{n} lower\,value\,of\ \left(\left(p_j,q_j,r_j\right)\otimes\left(x_j,y_j,z_j\right)\right)\le Z_2\\ \left(x_j,y_j,z_j\right)\ge 0\qquad ,j=1,2,\dots,n\end{array}\right\}\dots(35\text{-}2)$$

2– نقوم بحل النماذج الثلاثة (MLP) و (ULP) و (LLP) على التوالي لإيجاد حلول النماذج الثلاثة ويتم تجميع حلول النماذج الثلاثة للحصول على الحل الضبابي الأمثل.

3- بعد إيجاد الحل ألأمثل الضبابي نحول هذه القيم المثلى الضبابية إلى قيم اعتيادية باستعمال احد طرق ازالة الضبابية ومقارنتها مع القيم الاعتيادية المّحصلة من خلال الطرق الاخرى ألتي تم بها تحويل الأنموذج الضبابي إلى أنموذج اعتيادي .

ز. طريقة دالة الرتب (Ranking Function Method)

في هذه الطريقة سوف يتم إيجاد الحل ألأمثل الضبابي للبرمجة الخطية الضبابية باستعمال دالة الرتب (Ranking Function) لمعالجة دالة الهدف و إجراء العمليات الجبرية على القيود و تحويل الأنموذج الضبابي إلى أنموذج خطي تقليدي (Crisp Model)

(Najafi et al :2013)(Rajarajeswari1 at al :2014)(Kumar at al :2011)

- يتم تحويل المتغير الضبابي $\tilde{X}_i$ إلى (x_j, y_j, t_j) ومعاملات دالة الهدف $\tilde{C}_j$ الى (p_j, q_j, r_j) و معاملات الطرف الايمن $\tilde{a}_{ij}$ الى (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) ومعاملات الطرف الايمن $\tilde{b}_i$ الى (b_i, g_i, h_i) كما في الانموذج التالي

$$Max \quad or \quad Min \quad (M_1, M_2, M_3) = \sum_{j=1}^{n} (p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j)$$

Subject to

$$\left.\begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n} (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, z_j) \{\preceq, \approx, \succeq\} (b_i, g_i, h_i), for\ all \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ (x_j, y_j, t_j) \succeq \tilde{0} \qquad , j = 1, 2, \ldots, n \end{array}\right\} \ldots(36\text{-}2)$$

حيث أن :

(M_1, M_2, M_3): قيمة دالة الهدف الضبابية

(x_j, y_j, z_j):متغيرات القرار الضبابية

(p_j, q_j, r_j): معاملات دالة الهدف الضبابية

(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}): معاملات الطرف الأيسر للقيود الضبابية (الاحتياجات الضبابية من الموارد المتاحة)

(b_i , g_i , h_i): معاملات الطرف الأيمن الضبابية من القيود (الموارد المتاحة الضبابية)

- نقوم معالجة دالة الهدف باستعمال دالة الرتب $\Re$ والحصول على دالة هدف جديدة ، وأجراء العمليات الجبرية على القيود الضبابية و تحويلها إلى قيود اعتيادية ، حيث أن دالة الرتب $\Re$ هي :

$$Max \quad or \quad Min \quad (M_1, M_2, M_3) = \Re\left(\sum_{j=1}^{n}(p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j)\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \otimes x_j \le,=,\ge b_i \\ \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \otimes y_j \le,=,\ge g_i \\ \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \otimes z_j \le,=,\ge h_i \\ y_j - x_j \ge 0, z_j - y_j \ge 0 \quad , j = 1, 2, \ldots, n \end{array}\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(37\text{-}2)$$

$$\Re = \frac{a + 2b + c}{4} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(38\text{-}2)$$

- يتم حل الأنموذج الاعتيادي و إيجاد القيم المثلى للمتغيرات x_j , y_j , t_j .
- يتم إيجاد الحل ألأمثل الضبابي وذلك عن طريق تجميع القيم المثلى للمتغيرات وتشكيل الرقم الضبابي ألأمثل $\tilde{X}_j=(x_j, y_j, z_j)$ اضافة الى إيجاد قيمة داله الهدف الضبابية المثلى
- $\tilde{M}_j= (M_1, M_2, M_3)$.
- بعد إيجاد الحل ألأمثل الضبابي نحول هذه القيم المثلى الضبابية إلى قيم اعتيادية باستعمال احد طرق ازالة الضبابية السابقة

ج. **طريقة التمثيل لتكامل الوسط التدريجي وأسلوب باسكال**

Graded Mean Integration Representation Method

اقترح الباحثانChen و Hseih وسط تدريجي لتمثيل الأعداد الضبابية بصورة عامة ، وقام الباحثS.Muruganandam بوصف الأعداد الضبابية بصورة عامـة حيث فرض L^{-1}, R^{-1}

دالة معكوسة لـ R , L على التوالي ، ووسط تدريجي h-level للأرقام الضبابية العامة $A=(a_1,a_2,a_3:w)$ وهو $h[L^{-1}(h)+R^{-1}(h)]/2$ ، لأزالة التضبيب من قيمة p(A) وذلك با تكامل الوسط التدريجي الذي يعبر عن للأعداد الضبابية بصورة عامة مقسوم على قيمة التكامل للوسط التدريجي h–level وكالأتي : (Sk. Khadar Babu et al، 2013)

$$p(A)= \frac{\int_0^h \left[\frac{L^{-1}(h)+R^{-1}(h)}{2}\right] dh}{\int_0^w h\, dh} \qquad \text{.....(39-2)}$$

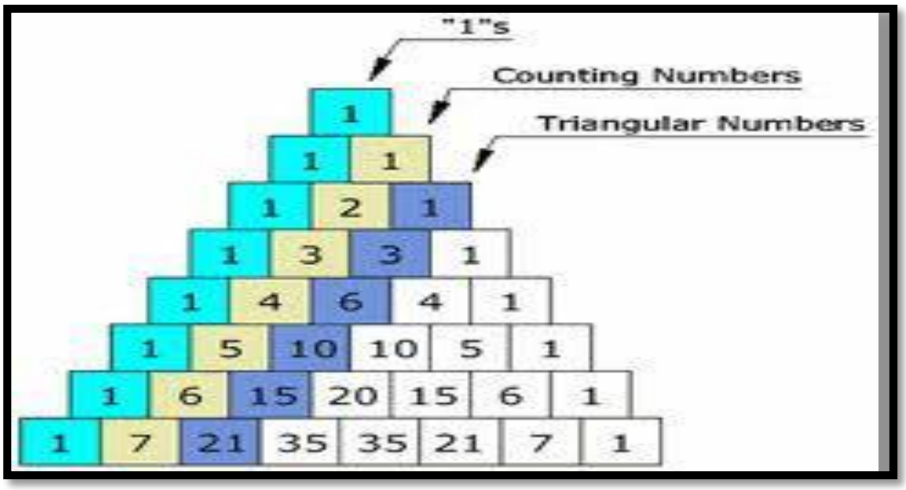
عندماh بين (w ,0) و $0<w\leq 1$

$$P(A) = \frac{1}{2}\,\frac{\int_0^h \int h[a_1+h(a_2-a_1)-h(a_3-a_2)]dh}{\int_0^1 h\ \ dh};.$$

$$P(A) = \frac{a_1+4a_2+a_3}{6} \qquad \text{.....(40-2)}$$

وقد طور هذا الأسلوب ليكون أكثر عمومية وللمقارنة مع أسلوب باسكال يتم ذلك بتطبيق بعض الاختبارات الإحصائية ويمكن لهذا الأسلوب أن يحل معاملات ضبابية متعدد فقط نضيف ونقسم على المجموع الكلي لأرقام باسكال الثلاثية كما موضح بالشكل رقم (2–9) ويسمى بأسلوب باسكال للوسط التدريجي ألمثلثي .

شكل (2–9) طريقة التمثيل لتكامل الوسط التدريجي



المصدر : (Sk. Khadar Babu et al، 2013)

وتكون الصيغة العامة لأسلوب باسكال كالأتي :

$$P(A)=\frac{a_1+2a_2+a_3}{4} \quad .....(41\text{-}2)$$

وبعد أجراء بعض الاختبارات الاحصائية من قبل الباحثينHseih، Chen ونتيجة تقارب النتائج بين الأسلوبين أتضح بأن أسلوب باسكال أقرب للواقع لأزاله حالة التضبيب من المعاملات انموذج البرمجة الخطية .

10-2 العمليات الجبرية على المجموعة الضبابية

لنفرض أن الرقمين $\tilde{A},\tilde{B}$ هما رقمان ضبابيان وسنوضح بعض العمليات الجبرية الأساسية على الأرقام الضبابية ، حيث أن : **(**صادق:2016**)**

(Rajarajeswari1 at al :2014)(Ebrahimnejad :2011)(Kumar at al :2011)

$\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$

$\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$

1- الجمع : Sum

$$\tilde{A}\oplus\tilde{B}=(a_1+b_1\ ,\ a_2+b_2\ ,\ a_3+b_3) \quad .....(42\text{-}2)$$

2- الطرح : Difference

$$\tilde{A}\Theta\tilde{B}=(a_1-b_3\ ,\ a_2-b_2\ ,\ a_3-b_1) \quad .....(43\text{-}2)$$

3- الضرب : Product

$$\left.\begin{array}{ll}\tilde{A}\otimes\tilde{B}=(a_1b_1\ ,\ a_2b_2\ ,\ a_3b_3) & ,\quad a_1\geq 0\\ \tilde{A}\otimes\tilde{B}=(a_1b_3\ ,\ a_2b_2\ ,\ a_3b_3) & ,\quad a_1<0\ ,\ a_3\geq 0\\ \tilde{A}\otimes\tilde{B}=(a_1b_3\ ,\ a_2b_2\ ,\ a_3b_1) & ,\quad a_3<0\\ K\tilde{A}=(ka_3\ ,\ ka_2\ ,\ ka_1)\ , & \quad k<0\end{array}\right\} \quad ....(44\text{-}2)$$

4- التقاطع : Intersection وتشير الى العناصر الموجودة في كلا المجموعتين معا ويمكن التعبير عنها منطقيا بالعملية (و) ، (END) بمعنى ان التقاطع المضبب يشير الى درجة الانتماء الاقل في كلا المجموعتين كي يحقق الانتماء لهما، وعليه فان التقاطع لمجموعتين مضببتين A,B يعطى وفق الصيغة التالية

$$\tilde{C}=\tilde{A} \cap \tilde{B} \quad \ldots(45\text{-}2)$$

$$\tilde{M}_C(x)= min \{ M_A(x),M_B(x) \}= M_A(x) \cap M_B(x) , \forall x \in x \quad \ldots(46\text{-}2)$$

وللتوضيح اكثر افرض ان لدينا مجموعتين ضبابيتين الاولى تخص الرجال القصار القامه والثانية تخص الرجال البدناء، فالتقاطع بين المجموعتين في هذه الحالة هم الرجال القصار القامه والرجال البدناء

5- الاتحاد: Union

وتشير الى العناصر الموجودة في كلا المجموعتين ، ويمكن التعبير عنها منطقيا بالعملية (او) ، (OR) بمعنى ان الاتحاد المضبب يشير الى درجة الانتماء الاكبر في كلا المجموعتين كي يحقق الانتماء لهما كلا على حده ، وعليه فان الاتحاد لمجموعتين مضببتين A,B يعطى وفق الصيغة التالية

$$\tilde{C}=\tilde{A} \cup \tilde{B} \quad \ldots(47\text{-}2)$$

$$\tilde{M}_C(x)= max \{ M_A(x),M_B(x) \}= M_A(x) \cup M_B(x), \forall x \in x \quad \ldots(48\text{-}2)$$

وللتوضيح اكثر افرض ان لدينا مجموعتين ضبابيتين الاولى تخص الرجال القصار القامه والثانية تخص الرجال البدناء، فالاتحاد بين المجموعتين في هذه الحالة هم الرجال القصار القامه وبدناء في نفس الوقت

6- المتمم: Complement

وتشير الى كم من العناصر لا ينتمي الى المجموعة المعنية ،وتعني أيضا الى ما محذوف من عناصر تلك المجموعة فان المتممة لمجموعة مضببه A تعطى ضمن الصيغة التالية

$$M_{¢A}(x) = 1\text{-}M_A(x) , \forall x \in x \quad \ldots(49\text{-}2)$$

7- الاحتواء Containment

وتشير الى المجموعات التي تتواجد في مجموعات اخرى مجموعات جزئيه ، بمعنى اخر المجموعة المضببة الجزئية التي تحتوي اصغر درجة انتماء في المجموعة الاكبر درجة انتماء،

وللتوضيح اكثر افرض ان لدينا مجموعة لكل الرجال ذوي الطول الفارع ، ستكون مجموعة الرجال ذوي الطول الفارع جدا مجموعة جزئيه من المجموعة الاولى

11-2 خصائص المجموعة المضببة

للمجموعة المضببة عدة خصائص اهلتها ان تكون كفؤة ومتميزة في ادئها وتطبيقاتها وجعلتها هذه الخصائص تكون الأرضية الصلبة للمنطق الضبابي واهم هذه الخصائص هي : (صادق:2016) (المياحي :2011)

1- المساواة (Equality) :المجموعة المضببة A مساوية الى المجموعة المضببة B اذ وفقط اذا :

$$\mathrm{M_A}(x) = \mathrm{M_B}(x) \;, \forall\, x \in \mathrm{x} \qquad \ldots\ldots\ldots..(50\text{-}2)$$

2- التضمين (Inclusion) :تضمين مجموعة مضببه داخل مجموعة مضببه اخرى بمعنى المجموعة الجزئية

$$\mathrm{M_A}(x) \leq \mathrm{M_B}(x) \;, \forall\, x \in \mathrm{x} \qquad \ldots\ldots\ldots..(51\text{-}2)$$

3- الاصل (Cardinality) : عدد عناصر المجموعة غير المضببة يمثل اصل تلك المجموعة ، اما اصل المجموعة المضببة هو مجموعة قيم دالة الانتماء

$$card_A = M_A(x_1) + M_A(x_2) + \ldots + M_A(x_n) = \sum M_A\,(x_i) \qquad \ldots\ldots\ldots(52\text{-}2)$$

4-المجموعة الفارغة (Empty) : تسمى المجموعة ضبابية مجموعة فارغة اذا وفقط اذا :

$$\mathrm{M_A}(x) = 0 \;, \forall\, x \in \mathrm{x} \qquad \ldots\ldots\ldots(53\text{-}2)$$

5- قطع الفا (α−cut) : ويسمى ايضا مستوى الفا (α−level) وهي مجموعة جزئية اعتياديه يرمز لها بالرمز A_α اذ ان

$$A_\alpha = \mathrm{M_A}(x) \geq \alpha, \forall\, x \in \mathrm{x} \qquad \ldots..(54\text{-}2)$$

6- الاستواء (Normality) : المجموعة الضبابية تكون مستوية اذ كانت على الاقل تحتوي على عنصر واحد اذ ان

$$\mathrm{M_A}(x) = 1 \qquad \ldots\ldots(55\text{-}2)$$

7- القمه (Height) : قمة المجموعة الجزئية المضببة تمثل اكبر درجة انتماء متوفرة لعنصر فيها اي

$$height\ (A) = max_x(\mathrm{M_A}(x)) \qquad \ldots\ldots(56\text{-}2)$$

12-2 انظمة الاستدلال الضبابي (Fuzzy Inference Systems)(FIS)

في عام 1973 قدم العالم لطفي زادة أنموذجه حول التعامل مع الأنظمة المعقدة نوعما من ناحية المعرفة . هذا الانموذج يستند الى فكرة القواعد المضببة المعتمدة بدورها على خصائص المجاميع المضببة، (صادق: 2016) وعملياتها اذ ان الاستدلال الضبابي هو عملية رسم الخرائط والمخططات من مدخل معين الى مخرج معين باستعمال المنطق الضبابي ، وكما هو موضح في الشكل (2-10) ،تتضمن هذه العملية جمع الاجزاء الخاصة بالمنطق الضبابي وهي:

1- دالة الانتماء (MF)

2- عامل او مشغل المنطق الضبابي (Fuzzy Logic Operator)

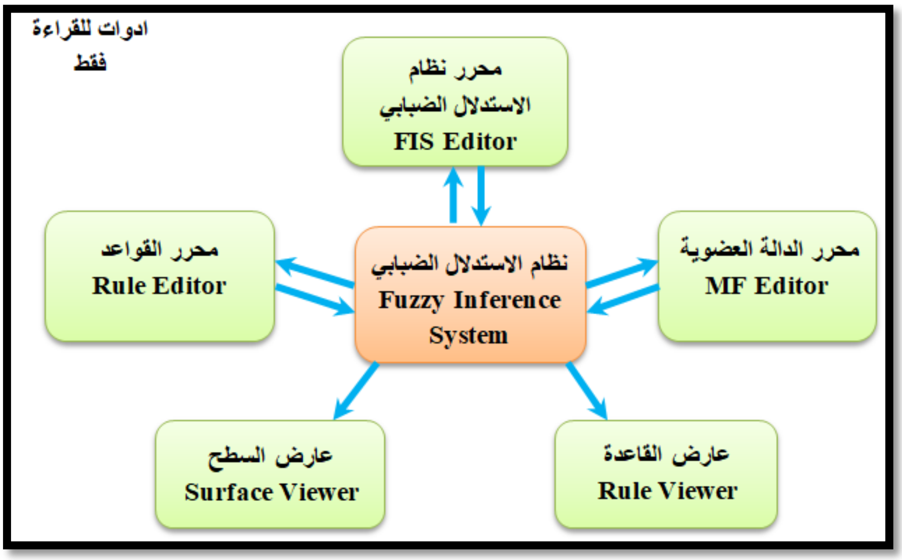
3- قواعد الشرط والنتيجة (IF-Then Rules)

وقد تم تطبيق انظمة الاستدلال الضبابي ضمن برمجة لغة (MATLAB) بنجاح في كثير من المجالات مثل التحكم الالي وتطبيق البيانات وتحليل القرارات ونظم الخبراء وغيرها من المجالات (Sivanandam et al : 2007) ، ولمعالجة مشكلة الضبابية باستعمال ادوات المنطق الضبابي ضمن برمجة لغة (MATLAB) هناك خمسة ادوات رئيسة لواجهة المستعمل الرسومية (GUI) لبناء وتحليل ومراقبة نظام الاستدلال الضبابي (FIS) وهي

1. محرر نظام الاستدلال الضبابي (FIS Editor) :يعالج محرر نظام الاستدلال الضبابي مسائل على مستوى متقدم للنظام على سبيل المثال كم عدد المدخلات والمخرجات للمتغيرات وما هي مسمياتها
2. محرر دالة الانتماء (MF Editor) : يستعمل لتحديد الاشكال ولجميع انواع دوال الانتماء المرتبطة بكل متغير
3. محرر القواعد (Rule Editor) : يستعمل لتحرير قائمة القواعد التي تحدد سلوك النظام
4. عارض القاعدة (Rule Viewer) : يستعمل لعرض مستند على مخطط الاستدلال الضبابي

5. عارض السطح (Surface Viewer) : يبين كيف يعتمد احد المتغيرات على واحد او اكثر من المدخلات التي نقوم بتكوينها وكذلك ورسم خريطة سطح مخرجات للنظام. & Bystrov (Westin: 2016) (Jang. & Gulley: 1997) وكما مبين في شكل (2−10)

شكل (2−10) مخطط التكوين الاساسي لنظام الاستدلال الضبابي (FIS)



المصدر : (Jang. & Gulley, 1997)

2-12-1 : قواعد الشرط والنتيجة (IF-Then Rules)

المجموعات الضبابية والعوامل او المشغلات الضبابية هي مواضيع و جوانب للمنطق الضبابي ، أي شيء مفيد نحن بحاجة لجعله في جملة مفهومة ، قواعد الشرط والنتيجة (IF-Then Rules) في برمجة لغة (MATLAB) هي الادوات التي تجعل المنطق الضبابي مفيد . (Jang & Gulley, 1997). ولتوضيح مفهوم قواعد الشرط والنتيجة لدينا الفرضية التالية :

نفرض ان (A) تمثل قاعدة شرط ونتيجة ضبابية واحدة لأي انموذج اذا كان (x) هو (A) اذن (y) هو (B) حيث ان (A,B) تمثل القيم اللغوية التي تحددها المجموعات الضبابية على نطاقات (x,y) على التوالي ، اذا كان الجزء من القاعدة (x) هو (A) فيسمى بالعنصر الشرطي او الفرضية (If) اما اذا كان الجزء من القاعدة (y) هو (B) فيسمى بالنتيجة او الاستنتاج (Then) (Bystrov & Westin: 2016)

هذا يعني ان :

Fact 1 : x is A	(الحقيقة الاولى)
Premise 2 : If x is A Then y is B	(الفرضية الثانية)
Conclusion : y is B	(الاستنتاج)

Fact 1 :   y is B   (الحقيقة الاولى)
Premise 2 : If   y is B Then   x is A   (الفرضية الثانية)
Conclusion :   x is A   (الاستنتاج)

ان تفسير قواعد الشرط والنتيجة (IF-Then Rules) هي عملية مكونة من ثلاث اجزاء : (Jang & Gulley: 1997)

1. المدخلات الضبابية (Fuzzify Inputs)

يتم حل جميع العبارات الضبابية للعنصر الشرطي بالاعتماد على درجة انتماء بين [0,1]، اذا كان هناك جزء واحد فقط للعنصر الشرطي، فهذا الجزء يمثل درجة اعتماد القاعدة .

2. تطبيق عامل او مشغل ضبابي (Apply Fuzzy Operator)

اذا كانت هناك اجزاء متعددة للعنصر الشرطي يتم تطبيق عامل المنطق الضبابي وحل العنصر الشرطي الى قيمة واحده بين [0,1]هذا الجزء يمثل درجة اعتماد القاعدة .

3. تطبيق اسلوب التضمين (Apply Implication Method)

يتم استعمال درجة اعتماد القاعدة بأكملها لتكوين مجموعة اخراج ضبابية ينتج عن القاعدة الضبابية تعيين مجموعة ضبابية كاملة في المخرجات ، بشكل عام فأن اعتماد قاعدة واحدة لا تحقق فائدة كبيرة وما يلزم هو اثنين او اكثر من القواعد التي يمكن ان تنافس بعضها البعض

2-12-2 ادارة التصنيف الضبابي (Managing Fuzzy Classification)

تعتبر انظمة التصنيف الضبابي نظير لأنظمة التحكم الضبابي ويتم تمثيلها بواسطة مصفوفة تتكون من عدد من الطبقات (صفوف وأعمدة) تمثل المتغيرات اللغوية وتستعمل لصياغة قواعد الشرط والنتيجة (IF-Then Rules) في لنظام الاستدلال الضبابي (FIS) كما مبين في الجدول (2-2) ، يتم التعبير عن العنصر الشرطي (IF) بمجموعات ضبابية اما الاخراج (Then) فيأخذ القيم الاحتمالية (الاستنتاج) لمجموعة محددة والتي تمثل صفوف المصفوفة بعد ذلك يتم تعيين الناتج الاجمالي لنتيجة القاعدة . (Hudec, 2016)

جدول (2−2) مصفوفة قواعد الشرط والنتيجة (IF−Then Rules)

		الفرضية الثانية للعنصر الشرطي (*IF*)		
		المتغير اللغوي الاول *A*	المتغير اللغوي الثاني *A*	المتغير اللغوي الثالث *A*
الفرضية الاولى للعنصر الشرطي	المتغير اللغوي الاول *A*	الاستنتاج *B* *Then*	الاستنتاج *B* *Then*	الاستنتاج *B* *Then*
	المتغير اللغوي الثاني *A*	الاستنتاج *B* *Then*	الاستنتاج *B* *Then*	الاستنتاج *B* *Then*

(*IF*)	**المتغير اللغوي الثالث** *A*	الاستنتاج *B* *Then*	الاستنتاج *B* *Then*	الاستنتاج *B* *Then*

المصدر : (Hudec: 2016)

2-12-3 : مراحل معالجة الضبابية باستعمال نظام الاستدلال الضبابي (FIS)

في عام 1975 قدم (Ebrahim Mamdani) تطويره المتضمن بناء مسيطرا معتمد على المنطق الضبابي ، وسمي هذا الانموذج بالاستدلال الضبابي او الاستنتاج المضبب ،او انموذج (Mamdani) (صادق:2016) اذ سيتم عرض مراحل معالجة الضبابية باستعمال نظام الاستدلال الضبابي (FIS) ضمن برمجة لغة (MATLAB) في اطار خوارزمية تستند الى ارقام ضبابية من ثلاثة معلمات لها دالة انتماء مثلثية ،اذ تتلخص خطوات المعالجة بالاتي : (Jang & Gulley, 1997)

الخطوه الاولى : المدخلات الضبابية (Fuzzify Inputs)

تتمثل الخطوه الاولى في معالجة الضبابية بتحميل المدخلات الضبابية وتحديد الدرجة التي تنتمي الى كل مجموعة ضبابية اذ تمثل المدخلات (Input) هي قيم رقمية ضبابية مستمرة مقتصرة على الحدث الكلي للمتغير الداخل معرفة وفق دالة الانتماء المستخدمة (خطية لا خطيه) . (Sivanandam et al :2007)

الخطوه الثانية : تطبيق عامل او مشغل ضبابي (Apply Fuzzy Operator)

يتم تحديد نوع دالة الانتماء (MF) لكل جزء من البيانات و لكل قاعدة بواسطة محرر دالة الانتماء (MF Editor) وفق طبيعة الارقام الضبابة المعمول بها في البحث (في حالة الارقام الضبابية المثلثية او حالة الارقام الضبابية الرباعية)(Bai et al, 2006) ، اذا كانت قاعدة العنصر الشرطي لها اكثر من جزء واحد (مدخلين او اكثر) يتم تطبيق العامل الضبابي للحصول على قيمة واحدة تمثل نتيجة العنصر الشرطي لتلك القاعدة ثم تطبيق هذه القيمة على دالة المخرجات .

الخطوه الثالثة : تطبيق الاستدلال الضبابي (Apply Implication Method)

في هذه الخطوة يتم تطبيق الاستدلال الضبابي وهي عملية تحويل المدخلات الضبابية إلى مخرجات ضبابية باستعمال المنطق الضبابي إذ يقوم هذا الجزء بالتوصل إلى نتائج عن طريق قاعدة المعرفة (Rule Base) التي تحتوي على قواعد شرطية بصيغة (IF….THEN) ومن ثم توحيد مخرجات كل قاعدة وتجميعها ضمن مجموعة ضبابية واحدة وتهيئتها لمرحلة المعالجة.

الخطوه الرابعة : تجميع كافة المخرجات (Aggregate All Output)

يعرف التجميع على انه عملية توحيد مخرجات كل القواعد والجمع بينهم في مجموعة ضبابية واحدة ، ان عملية التجميع تحدث لمرة واحدة فقط وان ناتج هذه العملية هو مجموعة ضبابية واحدة لكل متغير ناتج

الخطوه الخامسة : معالجة الضبابية (Defuzzification)

بعد ان تم تجميع المخرجات بشكل مجموعة ضبابية واحدة، يجري في هذه الخطوة تحويل المجموعة الضبابية التي تحمل قيم متعددة الى مخرجات ذات قيمة واحدة ضمن عملية المعالجة، اذ ان هناك خمسة طرق مدمجة ومعتمدة في (Defuzzification) ضمن (FIS Editor) لمعالجة الضبابية وهي : المركز (Centered) ، الشطر (Bisector) ، متوسط القيمة القصوى لمجموعة الاخراج (Mom) ، اكبر من الحد الاعلى (LOM)، اصغر من الحد الاعلى(Som). اضافه الى انه يمكن للباحث اضافه طريقه من خلال الايعاز (Custom).