بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا

كلية الدراسات العليا

بحث مقدم لنيل درجة الماجستير في الإحصاء بعنوان

المقارنة بين طرق تقدير النماذج غيرالخطية غير القابلة للتحويل للتنبؤ لدالة الناتج المحلي الاجمالي (2017-1979)

Comparison between Estimation Methods of Non Transformable Nonlinear Models to Forecast Growth Domestic Product GDP (1979-2017)

إعداد الدارسه:

لينا سرالختم سيداحمد الخليفة

إشراف الدكتورة

عفراء هاشم عبداللطيف

2019 م – 1440هـ

الآيـة

قال تعالى :

وَقُلِ اعْمَلُوا فَسَيَرَى اللَّهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُهُ وَالْمُؤْمِنُونَ ۖ وَسَتُرَدُّونَ إِلَىٰ عَالِمِ الْغَيْبِ وَالشَّهَادَةِ فَيُنَبِّئُكُمْ بِمَا كُنْتُمْ تَعْمَلُونَ

صدق الله العظيم

سورة التوبة الآية 105

الاهـداء

الى تلك المنارة التي تضئ حياتي .. من حمتني من جور الأيام .. من أرضعتني
الحنان و أسكنتني قلبها و أشعرتني بالأمان ..
الى أمي
الى الوحيد الذي لن يتكرر في حياتي حبه .. من حماني في قلبه.. أواني من قسوة
الحياة و خبأني في دفئه ..
الى أبي
الى السند في الحياة الدنيا و الرفيق الى الاخرة .. من بدأني في قلبه حرفا و كتبني
كتابا عن الحياة .. من علمني معنى الروح التي تسكن اليها .. من جسد معنى المودة
في حياتي و الرحمة ..
الى زوجي ..
الى شحنات التفاؤل .. ضوء الليال الحزينة .. و هدية الدنيا ..
الى بناتي
الى بهجة الحياة .. و روح الجماعة ..
الى عائلتي الكريمة
الى ذلك المكان الذي أنتمي اليه .. لجأت اليهم فوهبوني وقتهم و خبرتهم ..
الى قسم الإحصاء ..

الشكر والتقدير

الحمد لله الذي بنعمته تتم الصالحات والصلاة والسلام على معلمنا وهادينا الى صراط الله المستقيم سيدنا محمد عليه افضل الصلاة والتسليم.

الشكر أولا وأخيرا لله عز وجل وطمعا في قوله (لَئِنْ شَكَرْتُمْ لَأَزِيدَنَّكُمْ ۖ)

صدق الله العظيم.

أرغب بإيصال أسمى معاني الشكر لسند العلم و نبع المعرفة و قائدة هذا العمل **الدكتورة/ عفراء هاشم عبداللطيف** و ايضا الشكر موصول **للدكتور/ مبارك حسن مبارك.**و الشكر موصول الى كل أساتذة قسم الاحصاء اللذين بجهودهم مهدوا درب هذا العلم.

المستخلص

تهدف هذه الدراسة إلى التعرف على النماذج غير الخطية متمثلة في Monomolecular, Gompertz , logistic, chapman-Richards, Negative exponential وطرق تقديرها المتمثلة في طريقتي جاوس نيوتن ومارغواردت وتطبيقهما في تقدير دالة الناتج المحلي الإجمالي بالدولار (1979–2017) ولقد تم التوصل إلى إيجاد أقل مقدر بإستخدام معايير مقارنة أكثر دقه وتمت الإستعانة بالحزمة الإحصائية المحوسبة (MiniTap) في التحليل ، وتوصلت الدراسة إلي إستخدام النموذج الأفضل للتقدير والتنبؤ وهو نموذج Monomolecular لأنه يجعل الأخطاء أقل ما يمكن وله أقل قيمة لمعيار AIC ، ويوصي بإستخدامه للتقدير والتنبؤ في دالة الإنتاج المحلي الإجمالي أما بقية النماذج السابق ذكرها إذا اردنا التقدير بها يجب أن نقدر بطريقة مارغواردت لأنها تجعل الخطأ أقل ما يمكن .

Abstract

This study aims at identifying the nonlinear models represented by monomolecular, gompertz, logistic, chapman-Richards, negative exponential, weibull and their assessment methods of Gaws-Neton and Marquardt and their application for assessing domestic product growth in dollars (1979-20017). The study found that less average is reached by using accurate comparative criteria, the computerized statistical package (MiniTap) is also used in the analysis. The study recommends using the best method for assessing and prediction which is monomolecular models since it makes errors as less as possible and has the less value AIC.The study recommends that Monomolecular model should be used for assessing and prediction the total local product function; for other models it is recommended that marquardt is the best model among them because it makes error as less as possible.

قائمة المحتويات

قائمة الجداول

قائمة الاشكال

0-1 تمهيد

يعتبر مفهوم التنبؤ من أهم أهداف علم الإحصاء حيث يمثل الحصول على قيمة مستقبلية للظاهرة ضرورة قصوى تساعد في وضع الخطط والسياسات المستقبلية لهذه الظاهرة. حيث تعتبر القرارات الرشيدة والسليمة هي الهدف الاسمى والغاية المثلى لكل متخذي القرارات سوى إن كان ذلك على الجانب الشخصي للمشاريع الخاصة او كان ذلك على الجانب الكلى الاعم بالنسبة للحكومات . ومما لاشك فيه ان التنبؤ يلعب دور رئيسي وأساسي في اتخاذ القرارات لأنه يمثل استقراء او استكشاف او رحلة عبر الزمن للتعرف على الشكل المستقبلي للظاهرة ووضع الخطط والسياسات التي تلائم هذه التغيرات. ومن اهم الطرق الاحصائية للتنبؤ هي اسلوب الانحدار والذى يعرف بانه اداة إحصائية تقوم ببناء نموذج إحصائي يقدر العلاقة بين متغير يسمى بالمتغير التابع وهو المتغير المدروس من جهة والمتغيرات التي تؤثر عليه والتي تسمى بالمتغيرات المستقلة من جهة ثانية. ومن خلال نماذج الانحدار نستطيع الحصول على نموذج رقمي يوضح العلاقة بين هذه المتغيرات بحيث نستطيع التنبؤ او تقدير قيمة المتغير المعتمد عند قيم محددة للمتغيرات المستقلة. وهناك نوعان اساسيان لنماذج الانحدار هما نماذج الانحدار الخطية والتي يكون ناتج رسم العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغير المعتمد هي خط مستقيم او اقرب الى الخط المستقيم اما النوع الثاني من نماذج الانحدار فيسمى بنماذج الانحدار غير الخطية والتي لها الكثير من الأنواع مثل الانحدار اللوجستي واللوغاريثمي والتربيعي .... الخ .ولنماذج الانحدار بشقيها الخطى وغير الخطى العديد والكثير من التطبيقات في المجالات المختلفة مثل الاقتصاد والعلوم الطبية والصحية و علم الاجتماع ... الخ ويمثل الجانب التطبيقي للانحدار اهمية كبرى لانعكاساته المباشرة على فائدة الانسان.

ويعتبر موضوع التقدير من اهم المواضيع الاحصائية وأكثرها تناولا حيث تم افراد مجالات واسعة من الاحصاء كالإحصاء الاستدلالي لتناول التقدير وطرقه المختلفة و هناك الكثير من طرق التقدير على سبيل المثال طريقة المربعات الصغرى و طريقة العزوم وطريقة بييز ولكل طريقة من هذه الطرق مميزات وعيوب وهناك افضلية لبعض الطرق في حالات محدده.

يعتبر الدخل الذي يمثل قيمة الناتج المحلي من المؤشرات الاقتصادية الهامة التي تقيس مقدرة الاقتصاد الوطني على إنتاج السلع والخدمات ، فأي اقتصاد في العالم يقوم بإنتاج العديد من السلع المختلفة كالقمح واللحوم والسيارات والأدوات الكهربائية ، كما يقوم بإنتاج العديد من الخدمات كخدمات التعليم والصحة والنقل والسياحة، وعندما نقوم بإعطاء قيمة نقدية لهذه السلع

والخدمات التي ينتجها اقتصاد ما خلال فترة زمنية معينة فإن مجموعة هذه القيم هي التي يعبر عنها بالناتج المحلي.

ويمثل الناتج المحلي تدفقاً لأنه يعبر عن ما أنتج من سلع وخدمات خلال فترة زمنية معينة وزيادة حجم الدخل "الناتج" المحلي من سنة لأخرى يعني زيادة ما ينتجه الاقتصاد من السلع و الخدمات ، وهذا بدوره يعني زيادة فرص العمل لأفراد المجتمع مما يزيد من دخولهم فيزيد استهلاكهم ويزيد الاستثمار مما يعمل على زيادة الإنتاج مرة أخرى وهكذا. والعكس صحيح ، فعندما يعجز اقتصاد ما عن زيادة ما ينتجه من سلع وخدمات من سنة لأخرى فهذا يعني زيادة عدد العاطلين عن العمل وانخفاض الدخول وحدوث ركود في المجتمع.

1-1 مشكلة البحث

للوصول الى تنبؤات دقيقة لقيم الظاهرة لابد من استخدام اسلوب مناسب(ليس هنالك اختلاف بين القيمة الحقيقة والقيمة المقدرة) في تقدير معلمات نموذج الانحدار . وينتج عن عدم استخدام اسلوب مناسب لهذه البيانات اختلاف ما بين القيمة الحقيقة والقيمة المقدرة والذى ينتج عنه بالتالي اخطاء في القرارات التي تعتمد على هذه التقديرات .ويعتبر جانب التقدير من الجوانب المهمة فى علم الاحصاء بصورة عامة وفى تحليل نماذج الانحدار بصورة خاصة حيث نجد ان هناك العديد من الطرق التي تستخدم لهذا الغرض. وفى الغالب الاعم تنتج تقديرات مختلفة عن كل اسلوب من اساليب التقدير. وتتمثل مشكلة هذا البحث في تحديد الافضلية النسبية لهذه الطرق أي تحديد أي من الطريقتين افضل وايهما تعطي اخطاء اقل ومعيار اقل في حالة النماذج غير الخطية وبصورة خاصة مقارنه اسلوب مارغواردت مع طريقة جاووس_نيوتن في تقدير الناتج المحلي الاجمالي بالدولار.

2-1 اهمية البحث

من اهمية تطبيق النماذج غير الخطية تنتج اهمية هذا البحث حيث توفر نماذج الانحدار بصوره عامة قيم تقديرية او تنبؤيه للظاهرة ويظل الشيء المهم في هذا البحث والإحصاء عموما هو ايجاد افضل المقدرات التي تعطى قيم قريبه جدا من القيم الحقيقة للظاهرة وتجعل الأخطاء اقل ما يمكن وفى حالة النماذج غير الخطية هناك العديد من طرق تقدير المعلمات لذلك لابد من تناولها بالبحث والدراسة وتحديد افضلية هذه الطرق. كما هناك جانب اخر من الأهمية لهذا البحث يتمثل في الجانب التطبيقي وهي تناول احد المتغيرات الاقتصادية المهمة وهو الناتج المحلي الاجمالي من خلال توقع قيمه المستقبلية.

3-1 اهداف البحث

1. التعرف على النماذج غير الخطية وطرق تقديرها المختلفة
2. التعرف على طريقة مارغواردت فى تقدير معلمات النماذج غير الخطية
3. التعرف علي طريقة جاوس نيوتن في تقدير معلمات النماذج غير الخطية
4. تطبيق طريقة جاوس نيوتن و طريقة مارغواردت فى تقدير النماذج غير الخطية لدالة الناتج المحلي الاجمالي .
5. المقارنة بين مقدرات جاوس نيوتن ومقدرات مارغواردت.
6. التنبؤ لدالة الناتج المحلي الاجمالي.

4-1 فرضيات البحث

1. البيانات كافيه وتتبع التوزيع الطبيعي وغير خطيه.
2. مقدرات طريقة مارغواردت لنماذج الانحدار غير الخطية تعطي نتائج افضل من مقدرات طريقة جاوس نيوتن.
3. يوجد تأثير معنوي من قبل المتغيرات المستقلة مجتمعة علي الناتج المحلي الاجمالي.

5-1 بيانات البحث

تمثلت بيانات الدراسة في الناتج المحلي الاجمالي (المتغير المعتمد) والصادرات (المتغير المستقل) والتي تم جمعها من الجهاز المركزي للإحصاء جمهورية السودان (1979-2017)م.

6-1 منهجية البحث

بغرض الوصول إلى النتائج المطلوبة وتحقيق أهداف البحث تم استخدام المنهج الوصفي والذى يقوم بوصف متغيرات الدراسة باستخدام المقاييس الاحصائية المختلفة كما تم ايضا استخدام المنهج التحليلي بتطبيق طرق التقدير المختلفة لنماذج الانحدار غير الخطية والمقارنة بين هذه الطرق وأخيرا يأتي المنهج الاستنتاجي لاستخلاص استنتاجات الدراسة و اصدار التوصيات المناسبة التي تخدم أهداف البحث.

7-1 الدراسات والبحوث السابقة:

1- حسين، محمد عباس ،(2016) ،استخدام الطريقة التكرارية (جاوس _نيوتن)لتحليل وتقدير النماذج غير الخطية بالتطبيق علي انتاج النفط في السودان للفترة(1997−2015م) باستخدامه طريقة جاوس نيوتن التكرارية التي تتميز بتقدير المعلمات وذلك لصعوبة حل المعادلات الطبيعية التي يتم تكوينها باتباع الطرق الأخرى التقديرية مثل طريقة المربعات الصغرى غير

الخطية او طريقة الترجيح الاعظم ، وذلك تطبيقا علي البيانات الممثلة لإنتاج النفط في السودان وبعض العوامل المؤثرة علي الانتاج مثل الاستهلاك والصادر والسعر خلال الفترة 1997-2015م واوصت الدراسة باستخدام النموذج اللوجيستي لتوفيق البيانات والمفاضلة بين النماذج Monomolecular وgompertz ونموذج Chapman _ Richards وذلك للخروج بأفضل نتائج اكثر دقة عند استخدام فترات زمنية اطول، حتي تتم الاستفادة القصوى من انتاج البترول في السودان .

2- مهدي، ازهر هادي، (2011)، استخدام النماذج الخطية و اللاخطية لقياس قوة تحمل الكونكريت للضغط المسلط عليه، مجلة الهندسة والتكنولوجيا، 30(4) ،99-107.

استخدم طريقة المربعات الصغري في حالة الانحدار الخطي وطريقة مارغواردت في حالة النماذج اللاخطية التي تمتاز بدقة المقدرات.

3- عبد اللطيف، عفراء هاشم، (2005)، تقدير وتحليل نماذج الانحدار اللاخطية (بالتطبيق علي انتاج السكر في السودان) للفترة (1980-2004م) استخدمت طريقة جاوس نيوتن التكرارية التي تتميز بدقة تقدير المعلمات، وذلك لصعوبة حل المعادلات الطبيعية التي يتم تكوينها باتباع الطرق الأخرى التقديرية مثل طريقة المربعات الصغرى غير الخطية او طريقة الترجيح الاعظم ، وذلك تطبيقا علي بيانات انتاج السكر وبعض العوامل المؤثرة علي الانتاج في السودان مثل المساحة المزروعة ، العمالة السعر والصادر خلال الفترة 1990-2004م.
واوصت دراستها علي استخدام النموذج اللوجيستي لتوفيق البيانات والمفاضلة بين النماذج Monomolecular وgompertz ونموذج Chapman _ Richards وذلك للخروج بأفضل نتائج اكثر دقة عند استخدام فترات زمنية اطول، حتي تتم الاستفادة القصوى من انتاج السكر في السودان.

4- في العام 2003 قام الباحثون Necmettin yildirim ,Fatih a kcay , Huseyin Okur ,Derya Yildirim بتقديم ورقة علمية بعنوان :

Parameter Estimation of Nonlinear Models in Biochemistry a Comparative Study on Optimization methods

(قامت هذه الورقة بالمقارنة بين طريقة السمبيلكس و خوارزمية برانت وليفانبرج –مارغورادت والطريقة المباشرة وطريقة شبه نيوتن في تقدير معلمات النماذج غير الخطية وكانت الدراسة التطبيقية على انزيم حركي يعرف باسم ميكايلس منتن .حيث تم استخدام لغة الفورتران لعمل خوارزمية لحل مشكلة القيم الاولية للمقارنة بين الاساليب من حيث عدد الدوال التطويرية , التقارب و زمن الحساب ومن خلال هذه العوامل وجد ان اسلوب السمبلكس افضل اسلوب تليه الطريقة المباشرة).

1-8 اوجه التشابه والاختلاف بين الدراسات السابقة والدراسة الحالية:

اولا: اوجه التشابه :

تم استخدام نفس الطريقة في كل من الدراسات السابقة المشار اليها والدراسة الحالية وايضا تم استخدام النماذج غير الخطية غير القابلة للتحويل.

5- دراسة عفراء، استخدمت طريقة جاوس نيوتن التكرارية واوصت دراستها علي استخدام النموذج اللوجيستي لتوفيق البيانات والمفاضلة بين النماذج Monomolecular وgompertz ونموذج Richards _ Chapman وذلك للخروج بأفضل نتائج اكثر دقة عند استخدام فترات زمنية اطول، حتي تتم الاستفادة القصوى من انتاج السكر في السودان.

6- دراسة محمد، تشابهت مع الدراسة الحالية باستخدامه طريقة جاوس نيوتن التكرارية واوصت الدراسة باستخدام النموذج اللوجيستي لتوفيق البيانات والمفاضلة بين النماذج Monomolecular وgompertz ونموذج Richards _ Chapman وذلك للخروج بأفضل

نتائج اكثر دقة عند استخدام فترات زمنية اطول، حتي تتم الاستفادة القصوى من انتاج البترول في السودان .

ثانيا: اوجه الاختلاف :

اختلفت الدراسة الحالية من دراسة (محمد، عفراء) في تناولها لطريقة مارغواردت لمعرفة افضل نموذج بمعيار اكايكي لاستخدامه في التقدير والتنبؤ.

اما من بقية الدراسات (مهدي، Huseyin Okur ,) اختلفت في تناولها النماذج غير الخطية غير القابلة للتحويل.

1- 8 هيكلية البحث

يحتوى البحث على خمسة فصول تناول الفصل الاول المقدمة ويحتوى على مشكلة واهمية وأهداف و فروض و حدود وإجراءات وهيكلية البحث والدراسات والبحوث السابقة واما الفصل الثاني تناول نماذج الانحدار الخطية وغير الخطية والفصل الثالث تناول طرق تقدير معلمات النماذج غير الخطية والفصل الرابع تناول الجانب التطبيقي ويحتوى على وصف عينة البحث و تقدير معلمات النماذج غير الخطية باستخدام اسلوب جاوس نيوتن, تقدير معلمات النماذج غير الخطية باستخدام اسلوب مارغواردت، و المقارنة بين الاسلوبين اما الفصل الخامس تناول الاستنتاجات والتوصيات التي التوصل اليها من قبل الباحث واخيراً المراجع والملاحق .

2 – 0 تمهيد

يتناول هذا الفصل مفهوم الانحدار والانواع المختلفة لنماذج الانحدار و سوف يتم تناول نماذج الانحدار غير الخطية بصورة اكثر توسعا لأنها تمثل محور اهتمام البحث. و يمثل هذا الباب اطار نظري للنماذج التي سوف يتم تقديرها في الجانب التطبيقي لهذا البحث.

1-2 مفهوم الانحدار

يشهد العالم تطوراً متسارعاً في جميع مجالات الحياة، ويُعد علم الإحصاء من العلوم المهمة لما له من دور مهم وبارز في تحليل واستخراج النتائج لمختلف البحوث والدراسات في شتى المجالات، كما يستخدم مجموعة من الطرائق والوسائل والقواعد والقوانين المستندة إلى التحليل المنطقي لقياس وتحليل الظواهر والحقائق واستخلاص النتائج. كما يُعد تحليل الانحدار جزءاً مهماً من علم الإحصاء أسلوباً من أساليب الإحصاء التطبيقي عند دراسة الظواهر كافة إذ يحدد بوضوح العلاقة بين المتغيرات على هيئة معادلة ويستدل من تقدير الاستجابة والتنبؤ بها بما يفيد كثيراً في التخطيط والتنمية واتخاذ القرارات الرصينة حولها.

إن تقدير معلمات أي نموذج انحدار هو تفسير للعلاقة بين متغير الاستجابة والمتغير التوضيحي بصيغة رياضية تقديرية، وهناك طرائق مختلفة لتقدير معلمات نموذج الانحدار غير الخطي باعتماد أسلوب المدرسة التقليدية، منها ما يعتمد على معلومات العينة المشاهدة فقط (طريقة الإمكان الأعظم ، طريقة المربعات الصغرى).

تُعد نماذج الانحدار الخطية وغير الخطية من المواضيع المهمة التي لها تطبيقات متعددة، وأن نماذج الانحدار غير الخطية من النماذج التي يصعب تطبيقها، وقد جرت العادة إلى تحويلها إلى نماذج خطية لسهولة تطبيقها.

وإن النماذج بشقيها الخطي وغير الخطي عبارة عن معادلات رياضية قد تكون من الدرجة الأولى وهي الخطية أو من الدرجة الثانية أو الثالثة كنماذج الانحدار غير الخطية الأسية واللوغاريثمية وهي نماذج لا تستخدم بصورة واسعة نظراً لصعوبة تطبيقها. (الراوي، 1987)

2-2 انواع نماذج الانحدار

تنقسم نماذج الانحدار بصورة عامة الي قسمين اساسين النوع الاول نماذج الانحدار الخطي و هي التي تكون فيها العلاقة بين المتغيرات المستقلة و المتغير المعتمد هي علاقة خطية . و القسم الثاني هو نماذج الانحدار غير الخطية والتي تكون فيها العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع هي علاقة غير خطية.

3-2 نماذج الانحدار الخطية:

يمكن ايضا تقسيم هذه النماذج الي قسمين اعتمادا علي عدد المتغيرات المستقلة المستخدمة في النموذج

اولا: تحليل الانحدار الخطي البسيط

يعتبر الانحدار الخطي البسيط أبسط أنواع نماذج الانحدار، بحيث يوجد العديد من العلاقات الاقتصادية التي يمكن قياسها باستخدام هذا الأسلوب، مثل علاقة الإنفاق الاستهلاكي والدخل المتاح، وعلاقة الكمية المطلوبة من السلعة وسعرها، وأيضا مستوى البطالة مع معدل التضخم... سنتطرق إذن في هذا الفصل إلى تحليل الانحدار ذي متغيرين. نعطي أولا الصيغة الرياضية لهذا النموذج مع الفرضيات الأساسية حول الخطأ العشوائي ثم في الفقرة الثانية من هذا الفصل نقوم بتعريف طريقة المربعات الصغرى العادية قصد تقدير معالم النموذج ودراسة خصائص المقدرات مع تشتتاها وفي الجزء الثاني، سنتناول دراسة التوزيع الاحتمالي للمقدرات وبناء فترات الثقة قصد اختبار الفرضيات. (الراوي، 1987)

1- **كتابة النموذج الخطي والفرضيات الأساسية:**

يمكن نمزجه العلاقة بين المتغيرين Y_i و X_i على الشكل :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \_\_\_\_ (1-2)$$
$$i = 1.........n$$

حيث : Y_i يسمى بالمتغير المُفَسَّر أو التابع و X_i بالمتغير المُفَسِّر أو المستقل، β_0 و β_1 هما معلما النموذج.

أما ε_i فيمثل الخطأ في تفسير Y_i، ومنه يمكن كتابته انطلاقا من العلاقة:

$$\varepsilon_i = Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i \_\_\_\_ (2-2)$$

ويرجع وجود حد الخطأ إلى إهمال بعض المتغيرات المستقلة التي يمكن أن تؤثر على المتغير التابع في النموذج و حدوث خطأ في كل من تجميع البيانات وقياس المتغيرات الاقتصادية و يرجع ذلك أيضا إلى الصياغة الرياضية غير السليمة للنموذج.

ويترتب على إسقاط هذا الافتراض حدوث أخطاء تحديد تتمثل في إغفال متغيرات مستقلة هامة في نموذج الانحدار المراد تقديره، أو احتواء هذا النموذج على متغيرات مستقلة غير هامة وفي تغير معاملات الانحدار أي أن معاملات الانحدار قد لا تظل ثابتة أثناء الفترة الزمنية التي تم تجميع البيانات عنها.

فرضيات النموذج :

أ. الفرضية الأولى : الأمل الرياضي للأخطاء معدوم :

$$E(\varepsilon_i)=0, \forall i=1....n$$

ب. الفرضية الثانية : تجانس (ثبات) تباين الأخطاء Homoscedasticity :

وهو ما يعني أن تشتتها حول المتوسط ثابت، ونعبر عنها رياضيا بالكتابة:

$$Var(\varepsilon_i)=E(\varepsilon_i^2)=\sigma^2 \quad ,\forall i=1....n$$

ج. الفرضية الثالثة : عدم وجود ارتباط ذاتي بين الأخطاء: بمعنى أن التباينات المشتركة لأخطاء الملاحظات المختلفة تكون معدومة، وهذا على مختلف مشاهدات مكونات العينة، ونعبر عنها رياضيا كما يلي :

$$Cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=E(\varepsilon_i\varepsilon_j)=0 \quad ,\forall i\neq j \qquad i,j=1....n$$

د. الفرضية الرابعة : الأخطاء مستقلة عن X_i :

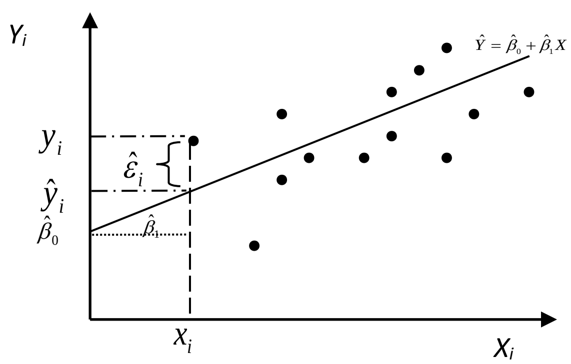
$$Cov(X_i,\varepsilon_i)=0, \forall i=1,...,n$$

2- تقدير معالم النموذج:

طريقة المربعات الصغرى: Ordinary Least Square

إن هذه الطريقة تحاول إيجاد أحسن تصحيح خطي بتقليل مربعات الانحراف (بين المشاهدات الفعلية والمقدرة) $\sum_{i=1}^{n}\hat{\varepsilon}_i^2$ ، حيث: $\hat{\varepsilon}_i=Y_i-\hat{Y}_i$.

الشكل رقم (2-1) : الهدف من طريقة المربعات الصغرى



المصدر: د بسام يونس واخرون من2000م

وهذا ما يمكن كتابته رياضيا بـ :
$$Min\sum_{i=1}^{n}\hat{\varepsilon}_i^2=\underset{\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1}{Min}\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\hat{\beta}_0-\hat{\beta}_1X_i\right)^2$$

والشرط اللازم لتقليل هذه العلاقة هو أن تكون المشتقات الجزئية بالنسبة $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0$ معدومة أي :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial \hat{\beta}_0} \sum_i \left(Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i\right)^2 = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial \hat{\beta}_1} \sum_i \left(Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i\right)^2 = 0 \end{cases} \quad \_\_ \quad (3\text{-}2)$$

بعد حل جملة المعادلين السابقة نتحصل على تقدير معلمتي النموذج :

$$\begin{cases} \hat{\beta}_1 = \dfrac{n\sum_i X_i Y_i - \sum_i X_i \sum_i Y_i}{n\sum_i X_i^2 - \left(\sum_i X_i\right)^2} \\ \hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} \end{cases} \quad \_\_\_\_(4\text{-}2)$$

ومن المفيد استخدام صيغة مكافئة لتقدير $\hat{\beta}_1$:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)\left(Y_i - \bar{Y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2}$$

ويكون النموذج المقدر (خط الانحدار) بطريقة المربعات الصغرى المقدرة (*OLS*) كما يلي:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i \quad \_\_\_\_(5-2)$$

ثانيا: تحليل الانحدار الخطي العام

في الواقع الاقتصادي، لا يمكن الاستعانة بالنموذج ذي متغيرين لتحليل الظاهرة الاقتصادية حيث أن هذه الأخيرة لا تفسَّر فقط بمحدد واحد و إنما ينبغي إدماج جميع المحددات أو العوامل المؤثرة في الظاهرة لكي تكون الدراسة أكثر شمولية. في هذا الفصل، نقوم بدراسة الانحدار العام و ذلك بعرض طريقة لتقدير معالم النموذج و دراسة الخصائص الإحصائية للمقدرات ثم اختبار الفرضيات.

1. الصياغة الرياضية للنموذج الخطي العام :

يستند النموذج الخطي العام على افتراض وجود علاقة خطية ما بين متغير معتمد Y_i وعدد من المتغيرات المستقلة:

$$\begin{aligned} &Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \ldots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i, \_\_\_\_(6-2) \\ &i = 1, \ldots, n \end{aligned}$$

المتغيرات $X_{i1}, \ldots, X_{ij}, \ldots, X_{ik}$ تسمى المتغيرات المُفَسِّرة أو المستقلة للمتغير المفسَّر أو التابع Y_i

وما يجب ملاحظته أن Y_i مشروح من طرف *k* متغير مُفَسِّر و لا يمكن لهذه الأخيرة أن تفسر *Y* بشكل تام، لأنه لا يمكننا في غالب الأحيان حصر جميع الظواهر المؤثرة على *Y* (بعض

الظواهر غير قابلة للتكميم)، لذلك يُدرج حد الخطأ ε_i الذي يتضمن كل المعلومات التي لا تقدمها المتغيرات المفسرة و نفترض عادة بأن المتغيرات المستقلة كلما أخدت بعين الاعتبار كلما كانت المعلومات التي يقدمها الخطأ العشوائي مهملة. نشير فقط إلى أن $\beta_0,\beta_1,....,\beta_k$ هي معالم النموذج، لدينا هنا $(k+1)$ معلم في النموذج. (د بسام يونس واخرون من2000م).

الـ n مشاهدة تعطينا n معادلة :

$$
\begin{aligned}
&i=1: Y_1=\beta_0+\beta_1 X_{11}+\beta_2 X_{12}+.....+\beta_k X_{1k}+\varepsilon_1\\
&i=2: Y_2=\beta_0+\beta_1 X_{21}+\beta_2 X_{22}+.....+\beta_k X_{2k}+\varepsilon_2\\
&.\\
&.\\
&.\\
&i=n: Y_n=\beta_0+\beta_1 X_{n1}+\beta_2 X_{n2}+.....+\beta_k X_{nk}+\varepsilon_n
\end{aligned}
$$

يمكن كتابة هذا النظام على شكل المصفوفات التالية:

$$Y=X\beta+\varepsilon \_\_\_\_\_(7\text{-}2)$$

$$
Y=\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\\\vdots\\\vdots\\Y_n\end{pmatrix},\quad
X=\begin{pmatrix}1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k}\\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nk}\end{pmatrix},\quad
\beta=\begin{pmatrix}\beta_0\\\beta_1\\\beta_2\\\vdots\\\beta_k\end{pmatrix},\quad
\varepsilon=\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\\varepsilon_2\\\vdots\\\vdots\\\varepsilon_n\end{pmatrix}
$$

$Y_{(n\times1)}$: المتغير التابع أو المفسَّر،

$X_{(n\times(K+1))}$: مصفوفة المتغيرات المُفَسِّرة أو المستقلة،

$\beta_{((K+1)\times1)}$: شعاع المعالم،

$\varepsilon_{(n\times1)}$: شعاع الأخطاء.

2. الفرضيات الأساسية للنموذج:

إن بناء نموذج الانحدار الخطي يجب أن يكون مستوفيا لعدد من الفرضيات التي يمكن إجمالها كما يلي:

- ❖ الفرضية الأولى: المتغيرات المُفَسِّرة المهملة في النموذج لها أثر متوسط معدوم $E(\varepsilon)=0$.
- ❖ الفرضية الثانية :

$$
\begin{cases}
\operatorname{var}(\varepsilon_i)=\sigma^2, & \forall i=1........n\\
\operatorname{cov}(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=0, & \forall i\neq j
\end{cases}
$$

حيث أن $\forall i=1........n \quad \mathrm{var}(\varepsilon_i)=\sigma^2$ هي فرضية تجانس التباين "Homoscedasticity" لمختلف الحدود العشوائية، وهذا كفيل بإبعاد الحالة التي تكون فيها الأخطاء تتبع تغيرات قيم المتغيرات المفسرة و $\forall i \neq j \quad Cov(\varepsilon_i , \varepsilon_j)=0$، أي أن الأخطاء ليست مرتبطة ببعضها، وأن نتيجة تجربة لا تؤثر على بقية النتائج. يمكن كتابة هاتين الفرضيتين على الشكل المصفوفات :

$$\Omega_\varepsilon = E(\varepsilon\varepsilon') = \begin{pmatrix} \sigma_\varepsilon^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_\varepsilon^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_\varepsilon^2 \end{pmatrix} = \sigma_\varepsilon^2 I_n \_\_\_\_\_(8-2)$$

تسمى المصفوفة Ω_ε مصفوفة التباينات- التباينات المشتركة للأخطاء.

- الفرضية الثالثة: المصفوفة *X* غير عشوائية وثابتة: تعني بأن قيم المتغيرات المستقلة يمكن مراقبتها، وبالإضافة إلى ذلك نفترض *X* ثابتة لضمان بأن قيم المتغيرات المستقلة لا تتغير من حين لآخر، أي ;

$$\mathrm{cov}(X,\varepsilon) = E(X'\varepsilon) = 0 \_\_\_\_\_(9-2)$$

- الفرضية الرابعة: عدد المشاهدات *n* هو أكبر من عدد المتغيرات المفسرة *k* ، وهي الحالة التي تلغي الارتباط الخطي بين المتغيرات المستقلة.

4-2 نماذج الانحدار غير الخطي:

هي النماذج التي تكون نتائجها في شكل غير مستقيم وتنقسم الي خطيه في المعلمات والمتغيرات كما يمكننا تطبيق طريقة المربعات الصغرى المناسبة بغرض الحصول على نماذج تتسم بالخواص المطلوبة، إلا أنه في بعض الأحيان تواجه الباحث نماذج تتخذ أشكال غير خطية في المتغيرات أو في المعالم أو في المتغيرات والمعالم معاً، وعادةً ما تُقسم تلك النماذج بحسب قابليتها للتحويل الخطي إلى:

أ- نماذج خطية جوهرياً:

وهي نماذج غير خطية أساساً ولكنه يمكن تحويلها إلى صيغ خطية وذلك باستخدام تحويلة رياضية.

ب- نماذج غير خطية جوهرياً:

وهي نماذج لا تخضع للتعديل الخطي أي لا يمكن تحويلها إلى صيغ خطية وذلك كما في الحالة الأولى وفي هذا البحث سوف يتم التطرق علي النماذج غير الخطية التي لا يمكن تحويلها تفصيلا . بسام واخرون من2000م).

5-2خطوات توفيق النماذج غير الخطية:

لتوفيق النماذج غير الخطية نتبع الخطوات الآتية:

أولاً: توضيح الهدف أي أن اختبار الانحدار غير الخطي هو المناسب للبيانات ويستخدم الانحدار غير الخطي لتوفيق البيانات للنماذج التي يعرف فيها المتغير (x) والمتغير (y) كدالة في المتغير (x) والمتغير (y) يجب أن تكون مثل الوزن، درجة الحرارة، ضغط الدم، والانتاجية وغير ذلك.

ثانياً: تجهيز البيانات لإدخالها في البرنامج بمعنى تحديد كل من المتغيرين (x) والمتغير (y).

ثالثاً: الاختبار أو إدخال النموذج يجب تعريف المتغير (x) كدالة في المتغير وكذلك تعرف معلمة أو عدة معلمات ثم ندخل النموذج حسب معادلته أي حسب التوزيع المحدد.

رابعاً: تعريف المعلمات بدقة وتحديد المعلمة الثانية ومعرفة حدود قيم المعلمات.

خامساً: اختبار القيم الابتدائية يجب أن نعرف القيم الابتدائية لكل معلمة إذا اخترنا المعادلة المعيارية.

سادساً: تنفيذ المنحنى المقدر وتفسير قيم المعلمات المقدرة.

- اختبار النماذج غير الخطية:

الغرض من اختبار النماذج غير الخطية هو إيجاد أفضل تقدير لقيم المعلمات في النموذج.

6-2 توفيق النماذج غير الخطية للبيانات:

يترتب على تفسير النتائج المتحصل عليها ويرتكز هذا على خمس نقاط أساسية ممثلة في الآتي:

أولاً: التأكيد من أن المنحنى يمر قريباً من نقاط البيانات.

ثانياً: معنوية تقدير قيم المعلمات.

ثالثاً: معرفة دقة قيم المعلمات المقدرة يأخذ فترة الثقة زائداً أو ناقصاً ضعف الخطأ المعياري.

وقبل اتخاذ القرار أو رفض القيم المقدرة للمعلمات نعيد التجربة مرة آخري.

رابعاً: التأكد من أن النموذج المختار هو المناسب وذلك بمقارنته مع نماذج أخرى تم تقديرها.

خامساً: عدم الإخلال بأي من افتراضات الانحدار غير الخطي وتتمثل في الآتي:

أ) تعريف المتغير المستقل (x) بدقة.

ب) التغير في المتغير (y) لكل قيمة في المتغير (x) يتبع التوزيع الطبيعي.

ج) تساوي الانحراف المعياري للبواقي ويعرف بتجانس التباين.

د) المشاهدات مستقلة عن بعضها البعض.

7-2 أهم النماذج غير الخطية:

سوف يتم في هذه الجزء استعراض اهم النماذج غير الخطية . والتفاضل الجزئي لمعلماتها واذا لم يأخذ النموذج الشكل المتقارب للصيغة الخطية لبعض تكرار المعالم أي نجد أن خصائص تلك المعالم لا تستوفي شروط المعالم الخطية (عدم التحيز، التقارب للتوزيع الطبيعي وأقل تباين) لذلك يجب استخدام نماذج تقدير متطورة (Ratkowsky 1989).

في كثير من الحالات نجد أن استخدام التفاضلات الجزئية يكون أكثر كفاءة في التقدير من استخدام تحويل المعالم.

1.النموذج الاسي السالب **Negative Exponential Model**

$$Y_t = \beta_0\left(1 - e^{-\beta_1 t}\right) + \varepsilon_t \quad \_\_\_\_\_(10\text{-}2)$$ (Philip 1994)

التفاضل الجزئي للمعالم:

$$Y_t = \beta_0\left(1 - e^{-\beta_1 t}\right) + \varepsilon_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_0} = 1 - e^{-\beta_1 t}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_1} = 0$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_2} = \beta_0 t e^{-\beta_1 t}$$

2.نموذج مونوموكلر: Monomolecular Model

$$Y_t = \beta_0\left(1 - \beta_1 e^{-\beta 2t}\right) + \varepsilon_t \; \_\_\_\_\_(11\text{-}2)$$ (Draper & Smith 1981)

التفاضل الجزئي للمعالم:

$$Y_t = \beta_0\left(1 - \beta_1 e^{-\beta 2t}\right) + \varepsilon_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_0} = 1 - \beta_1 e^{-\beta_2 t}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_1} = -\beta_0 e^{-\beta_2 t}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_2} = \beta_0 \beta_1 t e^{-\beta_2 t}$$

Mitcherlich Model 3.نموذج ميتشلرش :

$Y_t = \beta_0 - \beta_1\beta_2^t + \varepsilon_t$ ______(12-2) (Phillips & Camper 1968)

التفاضل الجزئي للمعالم:

$$Y_t = \beta_0 - \beta_1\beta_2^t + \varepsilon_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_0} = 1$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_1} = -\beta_2^t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_2} = -\beta_1 t \beta_2^{t-1}$$

Gompertz Model **4. نموذج جومبيرتز**

$Y_t = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}} + \varepsilon_t$ ____(13-2) (Hougaard , 1985)

التفاضل الجزئي للمعالم:

$$Y_t = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}} + \varepsilon_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_0} = \exp[-\beta_1 \exp(-\beta_2 t)]$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_1} = [-\beta_0 \exp[-\beta_1 \exp(-\beta_2 t)]][\exp(-\beta_2 t)]]$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_2} = [\beta_0\beta_1 \mathrm{t} \exp[-\beta_1 \exp(-\beta_2 t)]]\ [\exp(-\beta_2 t)]]$$

Logistic Model **5.النموذج اللوجستي:**

$Y_t = \frac{\beta_0}{1+\beta_1 e^{-\beta_2 t}} + \varepsilon_t$ ____(14-2) (Nelder 1961, Oliver 1964)

التفاضل الجزئي للمعالم:

$$Y_t = \frac{\beta_0}{1+\beta_1 e^{-\beta_2 t}} + \varepsilon_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_0} = \frac{1}{1+\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_1} = \frac{-\beta_0 e^{-\beta_2 t}}{(1+\beta_1 e^{-\beta_2 t})^2}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_2} = \frac{\beta_0\beta_1 t}{(1+\beta_1 e^{-\beta_2 t})(e^{-\beta_2 t})}$$

Chapman _ Richards Model **6. نموذج جاب مان- ريتشارد:**

$$Y_t = \beta_0\left(1-\beta_1 e^{-\beta 2t}\right)^{\frac{1}{1-\beta_3}} + \varepsilon_t$$ ___(15-2) (Draper & Smith 1981)

التفاضل الجزئي للمعالم:

$$Y_t = \beta_0\left(1-\beta_1 e^{\beta_2 t}\right)^{\frac{1}{1-\beta_3}} + \varepsilon_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_0} = \left(1-\beta_1 e^{-\beta_2 t}\right)^{\frac{1}{1-\beta_3}}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_1} = \left[\frac{-\beta_0}{1-\beta_3}\right]\left[\left(1-\beta_1 e^{-\beta_2 t}\right)^{\frac{1}{1-\beta_3}-1}\right](e^{-\beta_2 t})$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_2} = \left[\frac{\beta_0\beta_1 t}{1-\beta_3}\right]\left[\left(1-\beta_1 e^{-\beta_1 t}\right)^{\frac{1}{1-\beta_3}-1}\right](e^{-\beta_2 t})$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_3} = \left[\frac{\beta_0}{1-\beta_3}\right]\left[\left(1-\beta_1 e^{-\beta_2 t}\right)^{\frac{1}{1-\beta_3}-1}\right] ln(1-\beta_1 e^{-\beta_2 t})$$

Von Bertalanffy Model **7. نموذج فون بيرتلافي**

$$Y_t = [{\beta_0}^{1-\beta_3} - \beta_1 e^{-\beta 2t}]^{\frac{1}{1-\beta_3}} + \varepsilon_t$$ ____(16-2)

(Bertalanffy 1957, Vanclny1994)

التفاضل الجزئي للمعالم:

$$Y_t = [{\beta_0}^{(1-\beta_3)} - \beta_1 e^{-\beta_2 t}]^{\frac{1}{1-\beta_3}} + \varepsilon_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_0} = ({\beta_0}^{-\beta_3})[{\beta_0}^{(1-\beta_3)} - \beta_1 e^{-\beta_2 t}]^{\frac{1}{1-\beta_3}-1}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_1} = \left[\frac{-e^{-\beta_2 t}}{1-\beta_3}\right]({\beta_0}^{(1-\beta_3)} - \beta_1 e^{-\beta_2 t}]^{\frac{1}{1-\beta_3}-1}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_2} = \left[\frac{\beta_1 t}{1-\beta_3}\right](e^{-\beta_2 t})({\beta_0}^{(1-\beta_3)} - \beta_1 e^{-\beta_2 t})^{\frac{1}{1-\beta_3}-1}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_3} = exp\left[\frac{(1-\beta_3)\ln\left({\beta_0}^{(1-\beta_3)}-\beta_1 e^{-\beta_2 t}\right)^{\frac{1}{1-\beta_3}-1}}{1-\beta_3}\right]$$

$$\left[\left(\frac{\ln\left(\beta_0{}^{(1-\beta_3)}-\beta_1 e^{-\beta_2 t}\right)}{1-\beta_3}\right)-\left(\frac{\ln(\beta_0)\left(\beta_0{}^{(1-\beta_3)}\right)}{\beta_0{}^{(1-\beta_3)}-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}\right)\right]$$

Richards Model 8.نموذج ريتشارد:

$$Y_t=\frac{\beta_0}{[1+\beta_1 e^{-\beta_2 t}]^{\frac{1}{\beta_3}}}+\varepsilon_t$$ ____(17-2) (Richard 1959, Myers1986)

التفاضل الجزئي للمعالم:

$$Y_t=\frac{\beta_0}{[1+\beta_1 e^{-\beta_2 t}]^{\frac{1}{\beta_3}}}+\varepsilon_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_0}=(1+\beta_1 e^{-\beta_2 t})^{\frac{1}{\beta_3}}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_1}=\left(\frac{\beta_0}{\beta_3}\right)\left(1+\beta_1 e^{-\beta_2 t}\right)^{\frac{1}{\beta_3}-1}(e^{-\beta_2 t})$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_2}=\left[\frac{\beta_0\beta_1 t}{\beta_3}\right]\left(1+\beta_1 e^{-\beta_2 t}\right)^{\frac{1}{\beta_3}-1}(e^{-\beta_2 t})$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_3}=\beta_0\left(1+\beta_1 e^{-\beta_2 t}\right)\ln\left(1+\beta_1 e^{-\beta_2 t}\right)\beta_3^{-2}$$

Weibull Model 9. نموذج ويبل :

$$Y_t=\beta_0-\beta_1 e^{-\beta_2 t^{\beta_3}}+\varepsilon_t$$ ____(18-2) (Fe kedulegn, & Colbert,1999)

التفاضل الجزئي للمعالم:

$$Y_t=\beta_0-\beta_1 e^{-\beta_2 t^{\beta_3}}+\varepsilon_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_0}=1$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_1}=-\exp(-\beta_2 t^{\beta_3})$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_2} = -\exp(-\beta_2 t^{\beta_3})(\beta_1 t^{\beta_3})$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \beta_3} = -\exp\left(-\beta_2 t^{\beta_3}\right)\left(\beta_1 \beta_2 ln t_1 t^{\beta_3}\right)$$

1-3 تمهيد

يتم في هذا الفصل تناول طرق تقدير النماذج غير الخطية .حيث تعتبر النماذج غير الخطية أكثر صعوبة في التحديد والتقدير من النماذج الخطية، ويتم الحصول عليها بعد عدة خطوات (تكرارات).اختيار القيم الابتدائية للمعالم يعتبر الخطوة الأولى والمهمة في تقدير النماذج غير الخطية، وهناك طرق خطية يمكن استخدامها للحصول على القيم الابتدائية للنماذج او من خلال القيم التقديرية للباحث. طرق التقدير المستخدمة في الانحدار غير الخطي تتضمن طريقة جاوس – نيوتن Gauss-Newton Method وطريقة مارغواردت Marquardt Method وسنتطرق لهاتين الطريقتين بصورة تفصيلية.

2-3 طريقة جاوس-نيوتن Gauss-Newton التكرارية للتقدير:

من اكثر طرق تقدير النماذج غير الخطية استخداما ولتطبيقها يجب اتباع الخطوات التالية :-

1- البدء بتقدير القيم الابتدائية لكل معلمة في النموذج.

2- توليد نموذج القيم الابتدائية.

3- حساب مجموع مربعات الأخطاء.

4 - نعدل المعالم حتى يكون ممثلاً لنقاط البيانات بصورة جيدة.

5- نكرر الخطوة السابقة حتى نتأكد من تمثيل المنحنى للبيانات.

6- نتوقف عن التكرار عندما تشير التعديلات إلى ثبات قيمة مجموع المربعات SS.

7- نعيد تقدير النتائج للحصول على أدق قيم معتمدة على القيم الابتدائية.

اتباع هذه الطريقة في الانحدار غير الخطي إلى تقدير القيم الابتدائية وأفضل قيم مقدرة في خطوة واحدة وبتكرار حساب القيم الابتدائية عدة مرات نتحصل على أفضل قيم مقدرة للمعلمة التي تعطي أفضل منحنى، بمعنى آخر تقدير:

$$\beta_0 = (\beta_{1.0}, \beta_{2.0}, \ldots\ldots, \beta_{p.0}) \_\_\_\_ (1-3)$$

الصيغة العامة لنموذج الانحدار غير الخطي هي كالآتي:

$$Y_i = f(X_i\,, \beta) + \varepsilon_i \_\_\_\_ \textit{(2-3)}$$

وإيجاد قيمة المعالم التي تستخدم لتصغير مجموعة مربعات الأخطاء تعطى بالصيغة:

$$SSE = \sum_{i=2}^{n} \left[Y_i - f\left(x_i\,, \hat{\beta}\right)\right]^2 \_\_\_\_ (3-3)$$

وحسب هذه الطريقة يجب أولاً وضع المعادلة (2-3) في صيغة سلسلة تايلر (Taylor Series) حول $(\beta) = \beta_0$ التي تعطي فقط حدود خطية كما يلي:

$$f(x_i\,,\beta) = f(x_i\,,\beta_0) + \left(\beta_1 - \beta_{1,0}\right)\left[\frac{\partial f(x_i\,,\beta)}{\partial \beta_1}\right]_{\beta=\beta_0} + \left(\beta_2 - \beta_{2,0}\right)\left[\frac{\partial f(x_i\,,\beta)}{\partial \beta_2}\right]_{\beta=\beta_0} + \dots + \left(\beta_K - \beta_{K,J}\right)\left[\frac{\partial f(x_i\,,\beta)}{\partial \beta_K}\right]_{\beta=\beta_0} \_\_\_ (4\text{-}3)$$

I = 1 , 2 , …. , n

خطية المعادلة أعلاه تظهر في الصيغة التالية:

$$f(x_i\,,\beta) - f(x_i\,,\beta_0) = \gamma_1 W_{1i} + \gamma_2 W_{2i} + \dots + \gamma_p W_{pi} \_\_\_ (5\text{-}3)$$

I = 1 , 2 , … , n

حيث:

W_{ji} = التفاضلات للنموذج غير الخطي لكل المعالم ويضم كل القيم الابتدائية.

$$\gamma_j = \beta_j - \beta_{j,0}$$

γ_p = الفرق بين القيم الابتدائية (وهي تمثل معامل الانحدار) أما الجانب الأيسر من المعادلة (5-3) يمثل الأخطاء.

$\gamma_j - f(x_i\,,\beta_0)$ الذي تم فيه تعويض المعالم بالقيم الابتدائية، عليه أصبح تعديل جاوس-نيوتن للانحدار بالصيغة:

$$\gamma_j - f(x_i\,,\beta_0) \equiv \gamma_j W_{ji} + \gamma_2 W_{2i} + \dots + \gamma_p W_{pi} + \varepsilon \_\_\_\_ (6-3)$$

تحليل الانحدار للمعادلة أعلاه يتم بخطوة واحدة، فتقدير γ_p هو تقدير لمعالم النموذج التي تعتمد على القيم الابتدائية ويتم ذلك حسب الخطوات الآتية:

1. تقدير $\gamma_1, \gamma_2 \dots \dots \gamma_p$ في النموذج $(3-6)$ باستخدام المربعات الصغري الخطية أي نحصل علي $\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_p$
2. حساب الخطوة الاولي $\hat{\beta}_{j,i}$ حسب الصيغة :

$$\hat{\beta}_{j,i} = \hat{\beta}_{j,0} + \hat{\gamma}_{1,j} \qquad j = 1,2, \dots, p$$

3. قيم المعالم من الخطوة (2) تصبح القيم الابتدائية في النموذج $(3-6)$
4. نرجع الي الخطوة الاولي نحسب $\hat{\gamma}_{1.2}, \hat{\gamma}_{2.2}, \dots, \hat{\gamma}_{p.2}$ ثم $\hat{\beta}_{1.2}, \hat{\beta}_{2.2}, \dots, \hat{\beta}_{p.2}$
5. نستمر في هذه العملية حتي يحدث التقارب علي انه بعد مثلا γ تكرار لا يحدث تغير في مجموع مربعات البواقي وتقدير المعالم في كل تعديل تمثل $\hat{\gamma}_S$ الزيادة التي حدثت في التقدير

من الخطوة السابقة حسب الخطوة (2) فاذا حدث تقارب نعمل هذه الزيادة عندما نتحصل علي اصغر مجموع لمربعات الأخطاء عليه فان متجه المقدرات لعدد (s) من التعديلات هو :

$$\hat{\beta}_s = [\hat{\beta}_{1,s}, \hat{\beta}_{2,s}, \dots, \hat{\beta}_{p,s}] \_\_\_\_ (7-3)$$

وهو مرتبط بالتعديل الذي يسبقه بمعني انه مرتبط بالتعديل (s-1)أي ان :

$$\hat{\beta}_s = \beta_{s-1} + (w'_{s-1} w_{s-1})^{-1} w'_{s-1} [y - f(\hat{\beta}_{s-1})]$$

$$= \beta_{s-1} + \gamma_{s-1} \_\_\_\_\_\_ (8\text{-}3)$$

حيث :

$w_{s-1} \equiv$ مصفوفة nxp التي عناصرها هي التفاضلات الجزئية للعالم .

$$w_{s-1} = \left[\frac{\partial f(x_i\,,\ \beta)}{\partial \beta_j}\right]_{\beta=\beta_{s-1}}$$

$Y - f(x_i\,, \hat{\beta}_{s-1}) \equiv$ متجه الأخطاء وهو متجه عناصره (n) يحتوي علي $f(x_i\,, \hat{\beta}_{s-1})$ لتقدير $\hat{\beta}_{s-1}$

نعتمد أي نتيجة للمعاملات التي تتبع التقدير الغير خطي بواسطة طريقة جاوس-نيوتن المعدلة مصفوفة التباين – التغاير لمعاملات الانحدار الخطي وهناك مصفوفة تباين –تغاير للانحدار غير الخطي مماثلة ل$S^2(x'\,x)^{-1}$ بالحالة الخطية وتقدير التباين –التغاير التقريبية للمعالم تعطي ب:

$$Var(\hat{\beta}) = S^2(w'\,w)^{-1} \_\_\_\_\_\_ (9-3)$$

حيث :

W=مصفوفة التفاضلات الجزئية – المعادلة (9-3).

$S^2 \equiv$ مربع متوسط البواقي يعطي بالمعادلة :

$$S^2 = \frac{\sum_{i-1}^{\prime\prime}[v_i - f(x_i\,, \hat{\beta})]}{n-p} \_\_\_\_ (10\text{-}3)$$

2-2-3 صعوبات طريقة جاوس-نيوتن:

عند استخدام طريقة جاوس-نيوتن المعدلة هنالك بعض الصعوبات المتمثلة في تقدير $\hat{\gamma}_s$ ونتيجة لذلك فإن التقارب يكون بطئ مما يتطلب إجراء عدد من التكرارات في بعض الحالات تظهر قيمة $\hat{\gamma}_s$ بإشارة خاطئة مما يؤدي إلى خطأ في طريقة جاوس-نيوتن المعدلة بالتالي زيادة في قيمة مجموع مربعات الخطأ.

تحل هذه المشكلة باستخدام بعض من تعديلات جاوس-نيوتن المعدلة، فمعظم البرامج الخاصة بتحليل الانحدار غير الخطي تؤدي إلى تحسين الحل الذي يخضع لحساب $\hat{\gamma}_s$ من معادلات الإنحدار عندما تشير النتائج المتحصل عليها إلى ذلك. (Hougaard ,1985)

3-3 طريقة Marquartdt التكرارية في التقدير:

هي طريقة لتقدير معلمات سطوح الاستجابة غير الخطية بطريقة المربعات الصغري، وقد تطورت هذه الطريقة من قبل Marquartdt في عام (1963)، وتفترض هذه الطريقة وجود تقديرات أولية$\beta_1, \beta_2, \dots., \beta_k$ للمعلمات $, , \beta_{10}, \beta_{20}, \dots, \beta_{k0}$بحيث تستعمل جميع المعلومات المتاحة، ويعتبر التقدير الأولي الجيد طريقة سريعة للاقتراب من الحل، وتلعب الخبرة هنا دوراً كبيراً في اختبار القيم الأولية من البيانات مباشرة من خلال التجربة وتكون القيم الأولية لـ β_0بحيث يكون:

$$\acute{\beta}_0 = (\beta_{1,0}, \beta_{2,0}, \dots, \beta_{k,0})\_\_\_\_\_\_\text{(11-3)}$$

ولإيجاد قيم $\hat{\beta}$ التي تجعل مجموع مربعات الخطأ أقل ما يمكن كما في المعادلة التالية، نتبع الخطوات التالية:

1- نبدأ بالدالة غير الخطية المفترضة في المعادلة

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i, \beta_i)]^2\_\_\_(12{-}3\_)$$

$$y_i = \beta_0 e^{x_i \beta_i}\_\_\_\_(13{-}3)$$

و لغرض تمثيل الدالة غير الخطية للمعادلة اعلاه في سلسلة تايلر ل $\beta = \beta_\beta$ واخذ الحدود الخطية لها نحصل علي الصيغة الاتية:

$$f(x_i, \beta) = f(x_i, \beta_0) + (\beta_1 - \beta_{1,0}) \left[\frac{\partial f(x_i, \beta)}{\partial \beta_1}\right]_{\beta=\beta_0} - (\beta_2 - \beta_{2,0}) \left[\frac{\partial f(x_i, \beta)}{\partial \beta_2}\right]_{\beta=\beta_0} + \cdots\cdots + (\beta_k - \beta_{k,0}) \left[\frac{\partial f(x_i, \beta)}{\partial \beta_k}\right]_{\beta=\beta_0}\_\_\_\_\_\_\textit{(14-3)}$$

حيث $i = 1, 2, \dots\dots., n$

2- ان المعادلة السابقة توضح في الاساس عملية التحويل من الشكل غير الخطي الي الشكل الخطي لها ويمكن كتابته المعادلة بالصورة التالية:

$$f(x_i,\beta_0) - f(x_i,\beta) = y_1 w_{1i} + y_2 w_{2i} + \cdots\cdots + y_k w_{ki} \_\_\_\_\_ (15\text{-}3)$$

وان w_{ij} تمثل مشتقة الدالة غير الخطية بالنسبة للمعلمة β_J ول $j = 1\,,2\,,\ldots\ldots k$

$$w_{ji} = \left[\frac{\partial f(x_i,\beta)}{\partial \beta_j}\right]_{\beta=\beta_0}$$

$$\therefore y_j = \beta_j - \beta_{J,0}$$

$$\_\_\_ (16\text{-}3)$$

وبذلك يمكن كتابة الطرف الايسر من المعادلة بالشكل التالي $y_j - f(x_i,\beta_0)$

3- من الملاحظ ان w_{ji} اصبحت معروفة وتمثل متغيرات الانحدار في النموذج الخطي في حين y_i تمثل الفرق بين المعالم والقيم الاولية لها وتمثل معامل الانحدار

4- نتيجة لذلك فان طريقة Marquartdt تبني علي اساس نموذج الانحدار لخطي المتعدد

$$y_j - f(x_i,\beta_0) = \gamma_1 w_{1i} + \gamma_2 w_{2i} + \cdots\cdots + \gamma_k w_{ki} \_\_\_\_ (17\text{-}3)$$

حيث

$$y_j - f(x_i,\beta_0) = \gamma_s w_{si}$$

$$i = 1\,,2\,,3\,,\cdots,n$$

$$s = 1,2\,,\cdots,k$$

$$\grave{\omega} s[y_i - f(x_i,\beta_0)] = \left[\grave{\omega} s \omega s + \lambda\ \ I\ \right]\partial s$$

حيث ان اضافة λ يؤكد عل تتابع الخطوات وبهذه الحالة يمكن تقدير المعلمات بطريقة المربعات الصغري حيث ان (w_s)

$$w_s = \left[\frac{\partial f(x_i,\beta)}{\partial f Q_i}\right]_{\beta_s=\beta_s-1} \_\_\_\_\_ (18-3)$$

وبذلك يمكننا تقدير معلمات النموذج اللوجستي بطريقة Marquartdt t من خلال المعادلة (15-3)و تحويلاتها فان العلاقة تصبح

$$w_{kj} = \frac{\partial f(x_i,\beta)}{\partial \beta_k} = \frac{x_k e^{-(\beta_0+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+\cdots+\beta_k x_k)}}{\left[1+e^{-(\beta_0+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+\cdots+\beta_k x_k)}\right]^2} \_\_\_\_ (19\text{-}3)$$

$$\gamma_k = \beta_k - \beta_{k,0}$$

ويمكن كتابة الطرف الايسر من المعادلة (19-3)بالشكل التالي

$$y_j = f(x_i, \beta_0)$$

وبذلك تصبح المعادلة(3-19) كالاتي

$$y_j - f(x_i, \beta_0) = \gamma_0 w_{oj} + \gamma_1 w_{1j} + \cdots\cdots + \gamma_k w_{kj} \text{\_\_\_\_\_} \textit{(20-3)}$$

$$y_j - f(x_i, \beta_0) = \gamma_s w_{si}$$

حيث

$$s = 1, 2, \cdots, k$$

$$w_s[y_i - f(x_i, \beta_0] = w_s w_s y s_s \text{\_\_\_\_\_} \textit{(21-3)}$$

ثم نضيف قيمة (λ) فتصبح المعادلة(3-21) كالاتي:

$$w_s[y_i - f(x_i, \beta)] = [w_s w_s = \lambda\ I] \text{\_\_\_} \textit{(22-3)}$$

وتستمر بالعمل في تكرار خطوات Marquardt حتي نتحصل علي المعلمات النهائية.

3-4 المقارنة بين النماذج غير الخطية:

1- **أسلوب المقارنة بين النماذج**: قبل اختيار أسلوب إحصائي لمقارنة النماذج علينا معرفة الآتي:

أولاً: في بعض الأحيان يستخدم النموذج المعقد (يضم عدة سنوات) في التقدير لأنه من غير الصحيح مقارنته مع نماذج بسيطة تحتوي على معلمة واحدة لذلك نجد أنه في كثير من الأحيان تكون نتائج استخدام النماذج غير الخطية المعقدة غير معروفة بسبب عدم حدوث تقارب أو بسبب عدم وجود معكوس للمصفوفة أو القسمة على الصفر وغير ذلك. لذلك يجب التأكد من الآتي:

1) النموذج المستخدم هو المناسب للبيانات.

2) إذا كان تطبيق النماذج غير الخطية يعطي رسالة بوجود خطأ فهذا يعني أنه لا يمكن استخدام هذا النموذج لتقدير البيانات.

3) القيم الابتدائية تم حسابها بصورة صحيحة.

4) إذا أردنا أن نتأكد من أن النموذج المستخدم هو الصحيح نعيد التحليل بزيادة عدة نقاط للبيانات.

ثانياً: لا يمكن مقارنة النماذج إحصائياً إذا كان أحد النماذج يقدر قيم غير مناسبة للمعلمات المقدرة وفترة الثقة الطويلة. أي نقارن النموذجين (مثلاً) إذا كانت نتائج التقدير كلا من النموذجين مناسبة ثم نوجد جودة توفيق النموذج وذلك من خلال قيم مجموع المربعات التي تساعد التمييز بين النماذج عليه، لمقارنة النماذج لا يكفي فقط لمعرفة النموذج الملائم لتقدير البيانات بأقل قيمة لمجموع المربعات بل تحتاج لاستخدام أسلوب إحصائي للمقارنة.

.(Jolivet 2003)

2- اختيار أسلوب للمقارنة بين النماذج:

يمكن الاختيار بأحد الأسلوبين:

1- تعتمد الطريقة الأولى تحليل التباين واختبار الفرضيات إلى تحليل الاختلاف بين مجموع المربعات للنموذجين وتعرف هذه الطريقة باختبار مجموع المربعات الإضافي حيث نتحصل على قيمة اختبار (F) والقيمة الاحتمالية (p-value).

2- الطريقة الثانية لمقارنة النماذج لا تعتمد على اختبارات الفروض بل على نظرية المعلومات وتعرف هذه الطريقة بمعيار أكايكي للمعلومات (Akaik's Information Criterion) ويرمز له اختصاراً بـ (AIC) وسنتطرق إلى كل من الطريقتين بالتعميق لاحقاً، وعند مقارنة تقدير نموذجين لنفس البيانات علينا مراعاة الآتي:

قيم المتغير التابع لا يجب أن تكون متشابهة في كل من المتغيرين وقيم المتغير التابع التقديرين لنفس البيانات وليس من المناسب استخدام طرق مقارنة النماذج لمقارنة تقدير مجموعة من البيانات مع تقدير نفس مجموعة البيانات ناقصاً القيم البعيدة.

(1) **الطريقة الأولى**: المقارنة باستخدام مجموع المربعات الإضافي:

عند مقارنة نموذجين مرتبطين فالنموذج الذي فيه مجموع المربعات صغيرة يكون هو الأفضل لتقدير المعالم – ويعتمد اختبار F بمجموع المربعات الإضافي على الاختلاف بين مجموع المربعات للنموذجين ويهتم بعدد نقاط البيانات وعدد المعالم بالنموذج التي تستخدم لحساب قيمة اختبار F ثم حساب القيمة الاحتمالية التي عند مقارنتها بمستوى المعنوية (significance level) عادة تأخذ 0.05 أن تحدد أي النموذجين هو الأصح.

وإذا كانت القيمة الاحتمالية صغيرة، فهناك احتمالين:

1- النموذج المعقد "عادة يضم معلمات كثيرة" هو الأصح.

2- النموذج البسيط "عادة يضم معلمات قليلة" هو الأصح.

صياغة اختبار F بمجموع المربعات الإضافي:

يستخدم اختبار F لمقارنة تقدير النماذج غير الخطية ويتناسب ذلك مع تحليل التباين الأحادي الذي يستخدم لمقارنة المتوسطات (متوسط المعاملات أو المجموعات).

(2) **الطريقة الثانية**: المقارنة باستخدام معيار أكايكي للمعلومات:

يرمز له اختصاراً بـ AIC وهي مشتقة من (Akaik’s Information Criterion) ويعتمد على نظرية المعلومات ويستخدم هذا المعيار لمقارنة النماذج المرتبطة والنماذج غير المرتبطة على عكس اختبار F الذي يستخدم لمقارنة النماذج المرتبطة فقط، فهذا المعيار يجمع بين نظرية المعلومات، نظرية الترجيح الأعظم ومفهوم (entropy information)

.(Jolivet 2003)

3- كيفية المقارنة:

إذا قبلنا الافتراض المعتاد للانحدار الغير خطي تبعثر نقاط البيانات حول المنحنى يتبع التوزيع الطبيعي فإن معادلة AIC:

$$AIC = nLn\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2K \quad \_\_\_ (23\text{-}3)$$

حيث:

n = عدد نقاط البيانات

K = عدد المعالم المقدرة زائد واحد (لأن الانحدار الخطي تقدير لمجموع المربعات بعدد المعالم).

SSE = مجموع مربعات الأخطاء

ويمكن أن تكون قيمة AIC موجبة أو سالبة ولن نهتم بالقيمة او بالإشارة فالنموذج الذي يعطي قيمة صغيرة لـ AIC هو الأفضل.

تصحيح AIC:

عندما يكون (n < k) فإن قيمة AIC تكون صغيرة جداً، لذلك فإن قيمة (AICc) تصحيح AIC تكون أكثر دقة والتي تحسب من الصيغة:

$$AICc = AIC + \frac{2K(K+1)}{N-K-1} \_\_\_\_\_\_ (24\text{-}3)$$

n و k معرفة سابقاً.

ويستخدم AICc فقط للحساب عندما يكون عدد نقاط البيانات على الأقل ضعفي عدد المعالم ما يساعد في معرفة مدى أفضلية النموذج المقدر وذلك من خلال حساب الاحتمالية التالية:

$$probability = \frac{e^{0.5}}{1+e^{0.5\Delta}}$$

حيث $\Delta \equiv$ قيمة الاختلاف بين معدل تصحيح AIC.

فإذا كانت قيمة AICc متساوية، فإن الاختلاف يساوي صفر، بمعنى أنه لا توجد اختلافات بين النماذج باستخدام AIC حسب الخطوات التالية:

1- تقدير النموذج الأول باستخدام الانحدار اللاخطي.

2- نستخرج قيمة مجموع المربعات من نتيجة الانحدار اللاخطي، أي نستخرج قيمة SS.

3- نعرف n لتكون عدد نقاط البيانات، مع مراعاة قيم المتغير y المكررة.

4- نعرف k لتكون عدد المعالم المقدرة بواسطة الانحدار اللاخطي زائداً واحد (لا تحسب من المعلمة الثانية).

5- نحسب AICc من المعادلة:

$$AICc = nLn\left(\frac{SS}{n}\right) + 2K + \frac{2K(K+1)}{N-K-1}$$

6 - نعيد الخطوات أعلاه من (1) إلى (5) للنموذج الآخر.

7- النموذج الذي له أقل قيمة لـ AICc هو الأفضل.

8- نحسب الاختلافات في معدل AICc من الصيغة:

$$Evidence\ ratio = \frac{1}{e^{0.5\Delta AICc}}$$

تحليل التباين الأحادي باستخدام AICc:

تطرقنا فيما سبق لتحليل التباين لمقارنة النماذج باستخدام مجموع المربعات الإضافي، هنا سوف نقارن باستخدام AICc:

فرضية العدم: كل المتوسطات متساوية

ضد الفرضية البديلة: المتوسطات ليست متطابقة.

حيث نختار النموذج الذي له قيمة لـ AICc وتكون نسبة احتمالية كبيرة ومن خلال Evidence ration نتعرف على نسبة أفضلية النموذج.

4-0 تمهيد

يتضمن الفصل الرابع الجانب التطبيقي للبحث والذي يكون عبارة عن تطبيق جميع الاساليب التي تم عرضها سابقا في الباب الثاني والثالث. حيث يتم في بداية هذا الباب وصف متغيرات البحث من خلال المقاييس الوصفية لها ثم تقدير وتحليل النماذج غير الخطية والمقارنة بين الطرق المختلفة للتقدير وتحديد افضلية أي طريقة من الطرق ويتم ذلك باستخدام الحزمة الإحصائية (Minitab).

4-1 بيانات البحث:

تعتبر المتغيرات الاقتصادية من اهم المتغيرات التي يجب تطبيقها في مواضيع الانحدار وذلك نسبة لأهمية التنبؤ بالسلوك المستقبلي لهذه المتغيرات لان هذه المتغيرات دوما ترتبط بالأرباح والخسائر والتخطيط الاستراتيجي للدول. تم في هذا البحث استخدام بيانات الناتج المحلي الاجمالي في تناول فرضيات البحث حيث تم اخذ بيانات الناتج المحلي الاجمالي بالدولار والذي يمثل المتغير المعتمد خلال الفترة (1979 -2017) وكذلك تم اخذ المتغير المستقل (الصادرات) لنفس الفترة الزمنية والذي له تأثير مباشر علي الناتج المحلي الاجمالي.

Y ≡الناتج المحلي الاجمالي

X ≡ الصادرات

4-2 وصف متغيرات البحث :

جدول رقم (4-1): المقاييس الوصفية لمتغيرات البحث

المتغيرات / المقاييس	الناتج الاجمالي المحلي	الصادرات
العدد	39	39
الوسط الحسابي	587.5	10.429
الانحراف المعياري	162.7	5.606
التباين	26467.9	31.429
معامل الاختلاف	27.69	53.76
اصغر مفردة	406.4	3.335
اكبر مفردة	972.7	24.096
المجموع	22912.2	406.718

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

من الجدول (4-1) نلاحظ ان الوسط الحسابي للناتج الاجمالي المحلي 587.5 والصادرات 10.429 وانحراف الناتج الاجمالي المحلي 162.7 والصادرات 5.606 والاختلاف للناتج الاجمالي المحلي 27.69 والصادرات 53.76.

4-3 اختبار كفاية البيانات:

الفرضيات :

H_0: البيانات كافية

H_1: البيانات غير كافية

جدول رقم (4-2): كفاية البيانات

Kaiser_Meyer_Olkin Measure of Sampling Adequacy		0.500
Bartlett's Test of Sphericity	قيمة مربع كاي التقريبية	17.046
	درجة الحرية	1
	القيمة الاحتمالية	.000

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ من جدول رقم (4-2) ان قيمة (K.M.O=0.500)و هي تقع في المدي بين (1-0.5) وكانت القيمة المعنوية لاختبار مربع كأي هي (Sig.= 0.000) وهذا يدل علي كفاية البيانات.

4-4 اختبار طبيعية البيانات:

1- اختبار طبيعة متغير الصادرات

H_0: بيانات الصادرات طبيعية

H_1 : بيانات الصادرات غير طبيعية

جدول رقم (4−3): اختبار طبيعة متغير الصادرات

الاختبار	حجم العينة	القيمة الاحتمالية
Kolmogorov_Smirnov	39	**0.099**

المصدر : اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ من الجدول (4−3) أن القيمة المعنوية للاختبار هي 0.09 وعند مقارنتها بمستوى المعنوية 0.05 نجدها أكبر وهذا يعني ان بيانات الصادرات غير معنوية أي انها تتبع التوزيع الطبيعي.

1− اختبار طبيعية الناتج المحلي الإجمالي

H_0: بيانات الناتج الاجمالي تتبع التوزيع الطبيعي

H_1 : بيانات الناتج الاجمالي لا تتبع التوزيع الطبيعي

جدول رقم(4−4): اختبار طبيعية الناتج المحلي الإجمالي

الاختبار	حجم العينة	القيمة المعنوية
Kolmogorov_Smirnov	39	**0.309**

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م)

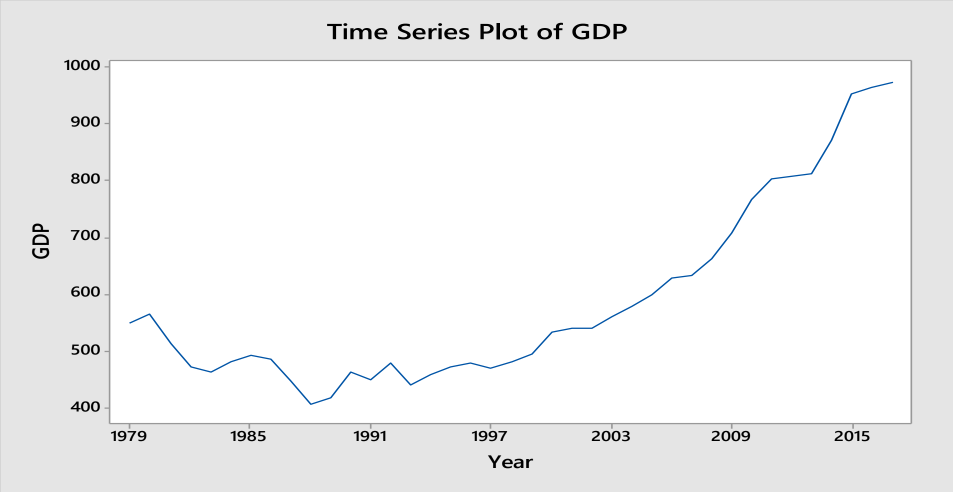
نلاحظ من الجدول (4−4) أن القيمة المعنوية للاختبار هي 0.309 وعند مقارنتها بمستوى المعنوية 0.05 نجدها أكبر وهذا يعني ان بيانات الناتج المحلي الإجمالي غير معنوية أي انها تتبع التوزيع الطبيعي.

كما ونلاحظ من الجداول (4−2) و(4−3) و (4−4) ان بيانات الصادرات والناتج المحلي الإجمالي كافية وتتبع التوزيع الطبيعي مما يدل على تحقق الفرضية الأولى.

5-4 اختبار عدم خطية البيانات:

1- متغير الناتج المحلي الإجمالي:

شكل (4-1): شكل انتشار الناتج المحلي الإجمالي

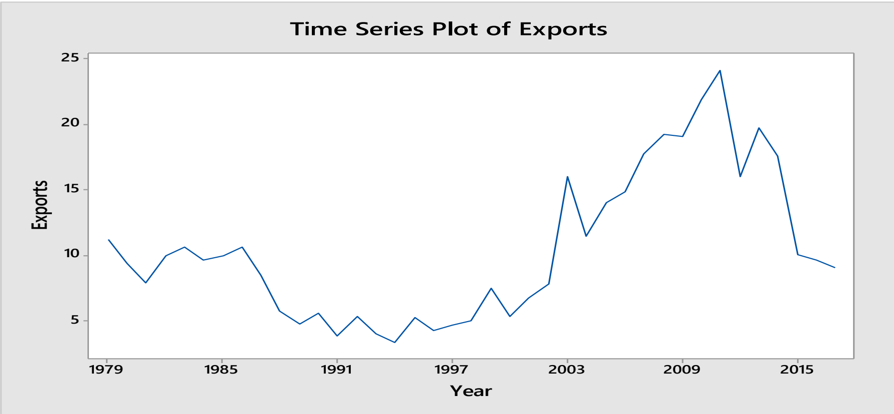


المصدر: أعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ من شكل الانتشار(4-1)ان الناتج المحلي الاجمالي في سنة (1979-1980)في نقصان ومن عام (1980-1997) تذبذب بين الزيادة والنقصان ومن العام 1997 حتي 2017 كانت الزيادة العظمي هذا التذبذب يجعل البيانات تأخذ شكل المنحني أي عدم ظهورها في خط مستقيم مما يدل علي ان بيانات الناتج المحلي الاجمالي غير خطية .

2- متغير الصادرات:

شكل (4-2): شكل انتشار الصادرات



المصدر: أعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

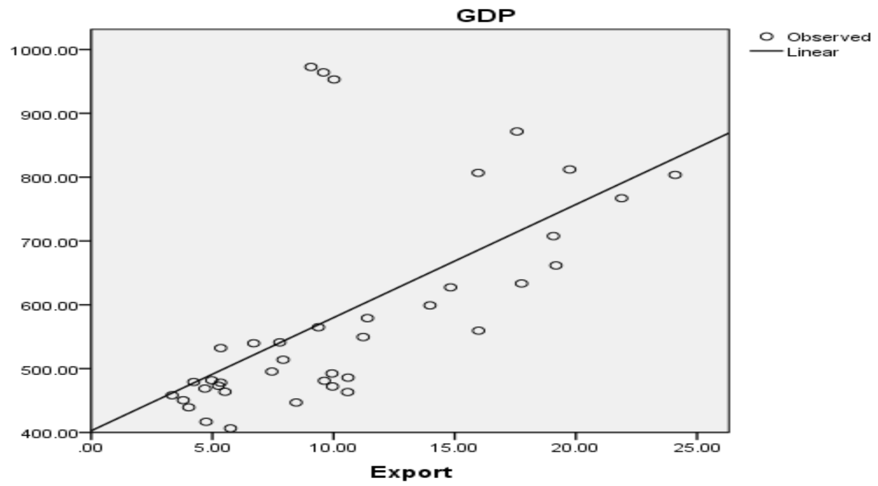
نلاحظ من شكل الانتشار (4-2) ان البيانات في نقصان في سنة 1979 وزياده في لسنه 1980 وانخفاض كلي حتي سنة 1990وتذبذب من (1991-2000) ثم ارتفاع الصادرات في العام 2009 ونقصانها حتي العام 2017. هذا التذبذب يجعل البيانات تأخذ شكل المنحني أي عدم ظهورها في خط مستقيم مما يدل علي ان بيانات الصادرات غير خطية .

- **وللتأكد من ان البيانات غير خطية نختبر الفرضية التالية:**

بيانات الناتج المحلي الاجمالي والصادرات خطية: H_o

بيانات الناتج المحلي الاجمالي والصادرات غير خطية : H_1

شكل رقم (4-3):عدم خطية النموذج



المصدر: إعداد الباحثة من برنامج SPSS(2018م).

جدول رقم(4-5): قيم اختبار F

معادلة	معامل التحديد	اختبارF	درجة الحرية للبسط	درجة الحرية للمقام	القيمة الاحتمالية
خطي	.373	22.023	1	37	0.000

المصدر: إعداد الباحثة من برنامج SPSS(2018م).

نلاحظ من الشكل رقم (4-3) والجدول رقم (4-5) ان الناتج المحلي الاجمالي والصادرات لا تمثل خط مستقيم اي عندما نقارن (sig=0.000) مع (0.05) نجد sig اقل من 0.05 أي انه تم رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل أي ان النموذج غير خطي، مما يؤكد صحة الفرضية الثانية.

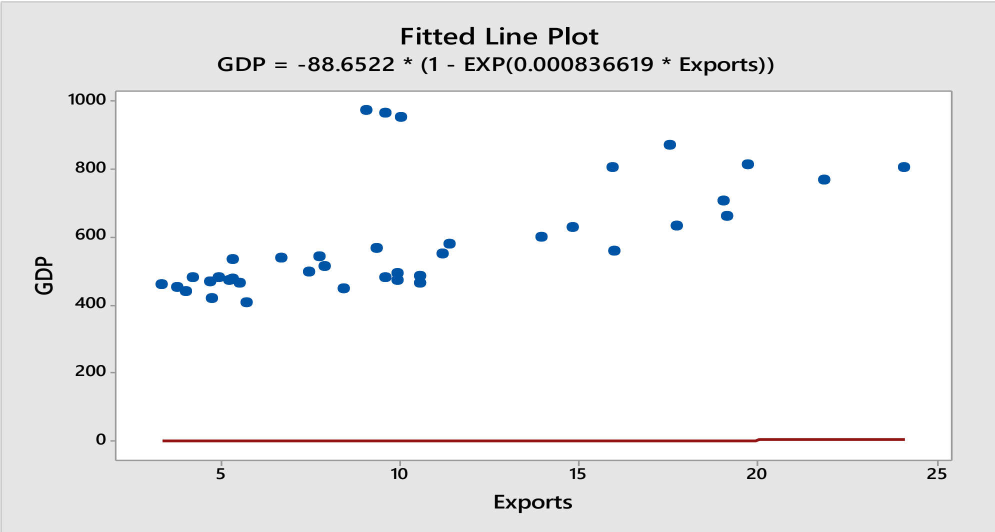
6-4 تقدير وتحليل النماذج غير الخطية:

1.The Negative Exponential Growth Model

أ) تقدير النموذج باستخدام طريقة جاوس نيوتن:

شكل رقم (4-4): العلاقة بين الناتج المحلي الإجمالي والصادرات

للنموذج Negative Exponential بطريقة جاوس نيوتن



المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4-6): تقدير معلمات نموذج Negative Exponential بطريقة جاوس نيوتن

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	0.5	-88.6522	4410608
B_1	0.3	-0.0008	41

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ ان الخطأ القياسي لمعلمة المقطع كبيره مقارنة بالخطأ القياسي للمعلمة الاولي .

عليه فان المعادلة المقدرة هي:

$$\widehat{GDP} = -88.6522 * (1 - EXP(0.000836619 * Exports))$$

جدول رقم(4−7): مقاييس مفاضلة نموذجNegative Exponential بطريقة جاوس نيوتن

القيمة	المقياس
0.00001	التفاوت Tolerance
200	اكبر تكرار Max iterations
14427754	مجموع مربعات الخطأ SSE
37	درجات الحرية DF
389939	متوسط مربعات الخطأ MSE
624.451	الانحراف المعياري S
200	تكرارات البرنامج Iterations

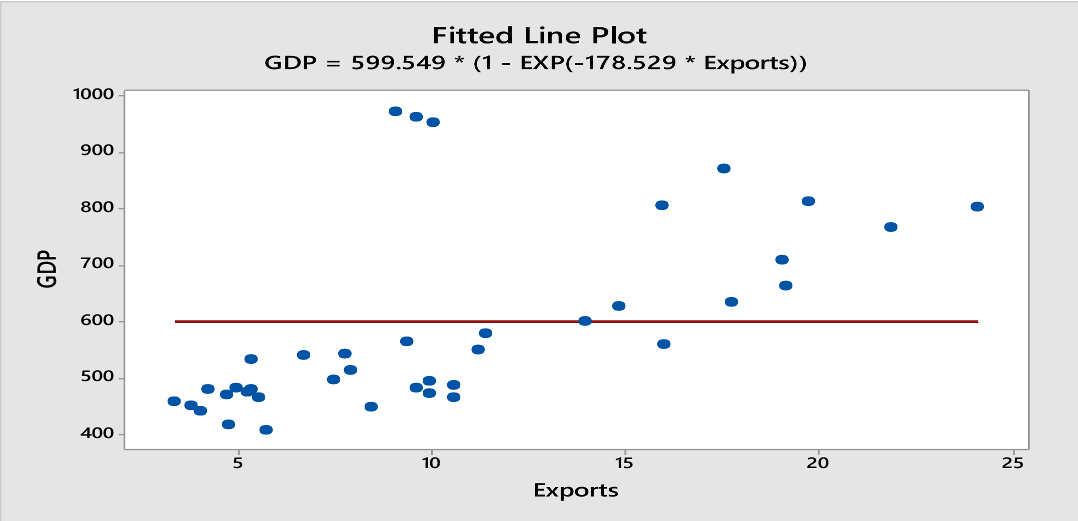
المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول يوضح عدد التكرارات وهي 200مره التي تم التوصل إليها بعد ثبات قيم مجموع مربعات الخطأ SSE=1442775 وتم التوصل الي القيم المقدرة كما موضحه في الجدول (4−6).

ب) تقدير النموذج باستخدام اسلوب مارغواردت:

شكل رقم (4−5): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات

نموذج Negative Exponentialبطريقة مارغواردت



المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم (4–8): تقدير معلمات Negative Exponential بطريقة مارغواردت

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	0.5	599.549	48.0612
B_1	0.3	178.529	0.0406

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ ان الخطأ القياسي لمعلمة المقطع كبيره مقارنة بالخطأ القياسي للمعلمة الاولي .

عليه فان المعادلة المقدرة هي

$\widehat{GDP}$ = 599.549 * (1 - EXP(-178.529 * Exports))

جدول رقم(4–9) : مقاييس مفاضلة النموذج Negative Exponential بطريقة مارغواردت

المقياس	القيمة
Tolerance التفاوت	0.00001
Max iterations اكبر تكرار	200
SSE مجموع مربعات الخطأ	1011450
DF درجات الحرية	37
MSE متوسط مربعات الخطأ	27336.5
S الانحراف المعياري	165.338
Iterations تكرارات البرنامج	200

المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول يوضح عدد التكرارات وهي 200مره التي تم التوصل إليها بعد ثبات قيم مجموع مربعات الخطأ SSE=1011450 وتم التوصل الي القيم المقدرة كما موضحه في الجدول(4–8).

ج) المقارنة بين طريقتي التقدير للنموذج Negative Exponential:

نستخدم اسلوب مقارنة بين النماذج وهو اسلوب اكايكي حسب الصيغة التالية:–

$$AIC = nLn\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2K$$

لدينا من الجداول $(4-7)$قيمة 14427754=SSEلجاوس نيوتن و جدول$(4-9)$ قيمة ال 1011450=SSE لمارغواردت ومن ثم نعوض مباشرة في الصيغة اعلاه علما بان عدد المعلمات 2=K .

– قيمة اكايكي لجاوس نيوتن

$$AIC = 39\ln\left(\frac{14427754}{39}\right) + 4 = 504.02$$

– قيمة اكايكي لمارغواردت

$$AIC = 39\ln\left(\frac{1011450}{39}\right) + 4 = 402.37$$

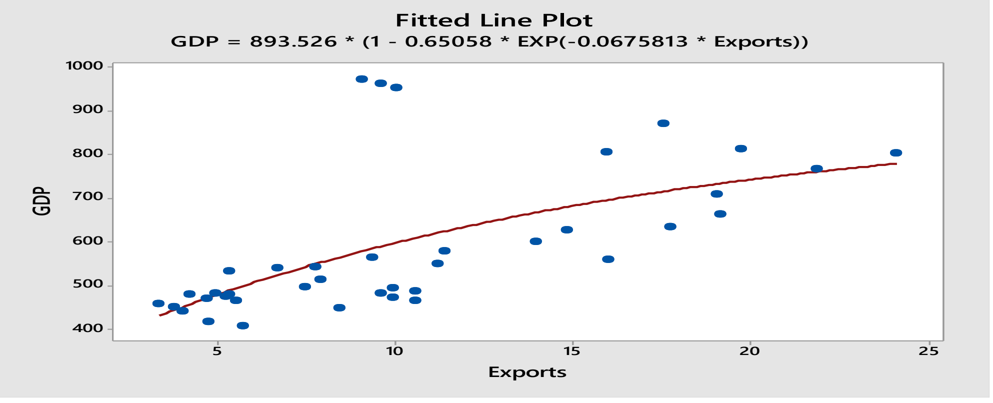
من خلال النتائج نلاحظ ان طريقة مارغواردت في التقدير افضل من طريقة جاوس نيوتن (402.37=AIC) عند التطبيق في النموذج الأسي السالب لتقدير الناتج المحلي الاجمالي .

2. Monomolecular Growth Model:

أ) تقدير نموذج Monomolecular باستخدام طريقة جاوس نيوتن:

شكل رقم (4-6) : العلاقة بين الناتج المحلي الإجمالي والصادرات

لنموذج Monomolecular بطريقة جاوس نيوتن



المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم (4−10): تقدير معلمات نموذج Monomolecular بطريقة جاوس نيوتن

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	0	893.526	338.031
B_1	0.1	0.651	0.093
B2	0.2	0.068	0.085

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ ان الخطأ القياسي لمعلمة المقطع كبيرة مقارنة بالخطأ القياسي للمعلمة الاولي الثانية.

عليه فان المعادلة المقدرة هي :

$$\widehat{GDP} = 893.526 * (1 - 0.65058 * EXP(-0.0675813 * Exports))$$

جدول رقم (4-11): مقاييس مفاضلة نموذج Monomolecular بطريقة جاوس نيوتن

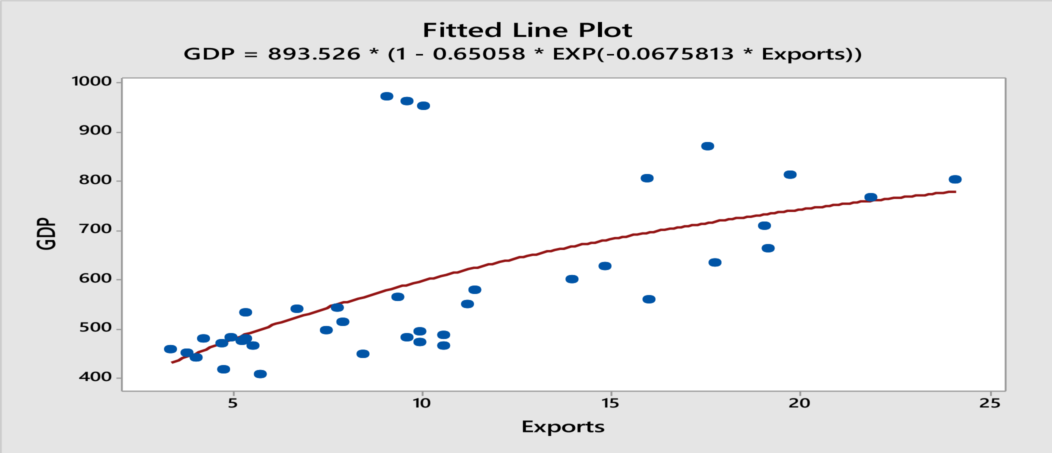
المقياس	القيمة
التفاوت Tolerance	0.00001
اكبر تكرار Max iterations	200
مجموع مربعات الخطأ SSE	619942
درجات الحرية DF	36
متوسط مربعات الخطأ MSE	17220.6
الانحراف المعياري S	131.227
تكرارات البرنامج Iterations	11

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول يوضح لنا عدد التكرارات =11 التي كررها البرنامج حتي توصل الي ثبات مجموع مربعات الخطأ ، ومجموع مربعات الخطأ=619942 ودرجات الحرية=36 ومتوسط مجموع الأخطاء= 17220.6.

ب) تقدير النموذج باستخدام طريقة مارغواردت:

شكل رقم (4-7): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات لنموذج Monomolecular بطريقة مارغواردت



المصدر : اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4–12): تقدير معلمات نموذج Monomolecular بطريقة مارغواردت

الخطأ القياسي S.E	القيمة المقدرة	القيمة الابتدائية	المعلمة
338.031	893.526	0	B_0
0.093	0.651	0.1	B_1
0.085	0.068	0.2	B2

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ ان الخطأ القياسي لمعلمة المقطع كبيرة مقارنة بالخطأ القياسي للمعلمتين الاولي والثانية. عليه فان المعادلة المقدرة هي :

$$\widehat{GDP}=893.526 * (1 - 0.65058 * EXP(-0.0675813 * Exports))$$

جدول رقم(4–13): مقاييس مفاضلة نموذج Monomolecular بطريقة مارغواردت

القيمة	المقياس
0.00001	التفاوت Tolerance
200	اكبر تكرار Max iterations
619942	مجموع مربعات الخطأ SSE
36	درجات الحرية DF
17220.6	متوسط مربعات الخطأ MSE
131.227	الانحراف المعياري S
11	تكرارات البرنامج Iterations

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول(4−13) يوضح لنا عدد التكرارات وهي11 التي كررها البرنامج حتي توصل الي ثبات مجموع مربعات الخطأ , ومجموع مربعات الخطأ هي 619942 ودرجات الحرية هي 36 ومتوسط مجموع الأخطاء وهو 17220.6

ج) المقارنة بين طريقتي التقدير للنموذجMonomolecular :

نستخدم اسلوب مقارنة بين النماذج وهو اسلوب اكايكي حسب الصيغة التالية:−

$$AIC = nLn\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2K$$

لدينا من الجداول (4-11) قيمة SSE=619942لجاوس نيوتن و جدول (4−13) قيمة ال SSE=619942 لمارغواردت ومن ثم نعوض مباشرة في الصيغة اعلاه علما بان عدد المعلمات K=3 .

− قيمة اكايكي لجاوس نيوتن

$$AIC = 39\ln\left(\frac{619942}{39}\right) + 6 = 383.27$$

− قيمة اكايكي لمارغواردت

$$AIC = 39\ln\left(\frac{619942}{39}\right) + 6 = 383.27$$

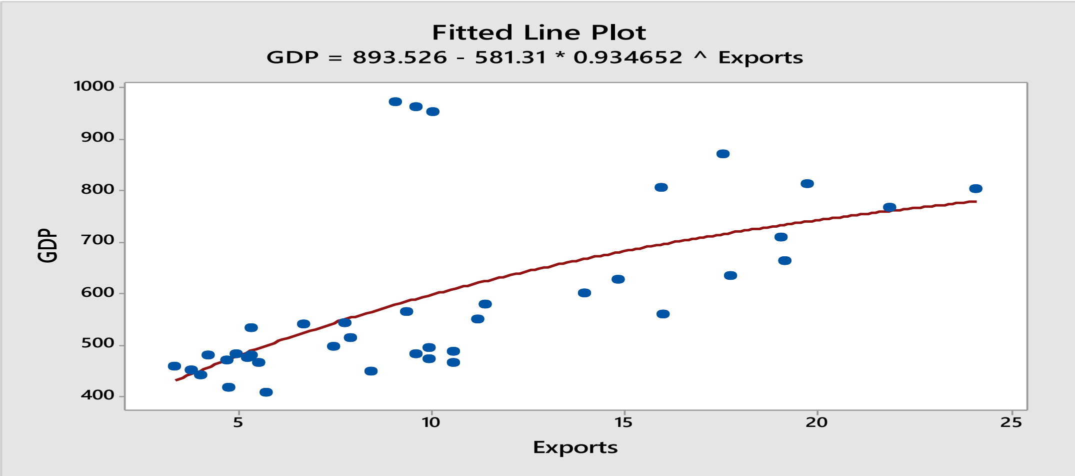
من خلال النتائج نلاحظ ان طريقة مارغواردت في التقدير تعطي نفس نتائج طريقة جاوس نيوتن (AIC=383.27) عند التطبيق في نموذج مونوموكلر لتقدير الناتج المحلي الاجمالي .

3.Mitcherlich Model:

أ)تقدير النموذج باستخدام طريقة جاوس نيوتن:

شكل رقم (4-8): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات

لنموذجMitcherlich بطريقة جاوس نيوتن



المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4-14): تقدير معلمات نموذج **Mitcherlich** بطريقة جاوس نيوتن

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	0.50	893.526	338.031
B_1	0.30	581.310	237.036
B2	0.20	0.935	0.079

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ ان الخطأ القياسي لمعلمة المقطع كبيرة مقارنة بالخطأ القياسي للمعلمتين الاولي والثانية .

عليه فان المعادلة المقدرة هي

$$\widehat{GDP} = 893.526 - (581.31 * 0.934652 \wedge \text{Export})$$

جدول رقم (4-15): مقاييس مفاضلة النموذج نموذج **Mitcherlich** بطريقة جاوس نيوتن

المقياس	القيمة
Tolerance التفاوت	0.00001
Max iterations اكبر تكرار	200
مجموع مربعات الخطأ SSE	619942
درجات الحرية DF	36
متوسط مربعات الخطأ MSE	17220.6
الانحراف المعياري S	131.227
تكرارات البرنامج Iterations	17

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول يوضح لنا عدد التكرارات=17 التي كررها البرنامج حتي توصل الي ثبات مجموع مربعات الخطأ , ومجموع مربعات الخطأ=619942 ودرجات الحرية=36 ومتوسط مجموع الأخطاء=172260.

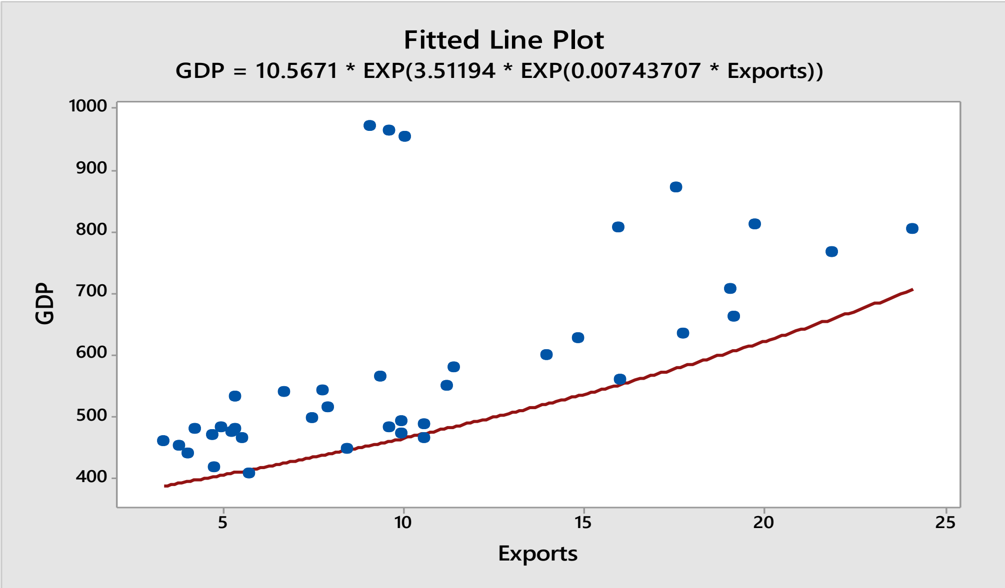
ب)تقدير النموذج بطريقة مارغواردت :

*اذا كان تطبيق النماذج غير الخطية يعطي رساله بوجود خطأ فهذا يعني انه لا يمكننا استخدام هذا النموذج لتقدير البيانات كما ذكر مسبقا في هذا البحث في الفصل الثالث.

4. Gompertz Mode:

أ) تقدير النموذج باستخدام طريقة جاوس نيوتن:

شكل رقم (4-9): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات لنموذج **Gompertz** بطريقة جاوس نيوتن



المصدر اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4−16): تقدير معلمات نموذج gompertz بطريقة جاوس نيوتن

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	0	10.5671	677.950
B_1	1	-3.5119	63.916
B_2	0.5	-0.0074	0.123

المصدر اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ ان الخطأ القياسي لمعلمة المقطع كبيرة مقارنة بالخطأ القياسي للمعلمتين الاولي والثانية .

عليه فان المعادلة المقدرة هي :

$$\widehat{GDP} = 10.5671 * \text{EXP}(3.51194 * \text{EXP}(0.00743707 * \text{Exports}))$$

جدول رقم(4–17): مقاييس مفاضلة النموذج gompertz بطريقة جاوس نيوتن

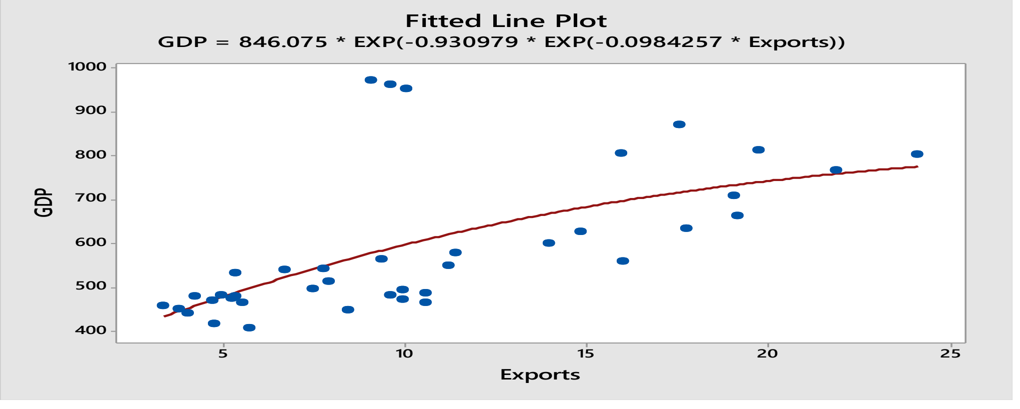
المقياس	القيمة
التفاوت Tolerance	200
اكبر تكرار Max iterations	0.00001
مجموع مربعات الخطأ SSE	1123178
درجات الحرية DF	36
متوسط مربعات الخطأ MSE	31199.4
الانحراف المعياري S	176.633
تكرارات البرنامج Iterations	2

المصدر اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول (4–17)يوضح لنا عدد التكرارات هي 2 التي كررها البرنامج حتي توصل الي ثبات مجموع مربعات الخطأ, ومجموع مربعات الخطأ هي 1123178 ودرجات الحرية هي 36 ومتوسط مجموع الأخطاء هو 31199.4.

ب)تقدير النموذج باستخدام اسلوب مارغواردت:

شكل رقم (4-10): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات لنموذج gompertz بطريقة مارغواردت



المصدر اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم (4−18): تقدير معلمات نموذج gompertz بطريقة مارغواردت

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	0	846.075	224.566
B_1	1	0.931	0.204
B_2	0.5	0.098	0.088

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول اعلاه يوضح القيم الابتدائية التي تم افتراضها من اجتهاد الباحث والقيم المقدرة التي تم تقديرها من النموذج والخطأ القياسي.

عليه فان المعادلة المقدرة هي :

$$\widehat{GDP} = 846.075 * EXP(-0.930979 * EXP(-0.0984257 * Exports))$$

جدول رقم (4−19): مقاييس مفاضلة النموذج gompertz بطريقة مارغواردت

المقياس	القيمة
Tolerance التفاوت	200
Max iterations اكبر تكرار	0.00001
SSE مجموع مربعات الخطأ	620699
DF درجات الحرية	36
MSE متوسط مربعات الخطأ	17241.6
S الانحراف المعياري	131.307
Iterations تكرارات البرنامج	200

المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول(4−19) يوضح لنا عدد التكرارات هي 200 التي كررها البرنامج حتي توصل الي ثبات مجموع مربعات الخطأ, ومجموع مربعات الخطأ هي 620699 ودرجات الحرية هي 36ومتوسط مجموع الأخطاء هو 17241.6.

ج) المقارنة بين طريقتي التقدير للنموذج Gompertz:

نستخدم اسلوب مقارنة بين النماذج وهو اسلوب اكايكي حسب الصيغة التالية:−

$$AIC = nLn\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2K$$

لدينا من الجداول (4−18) قيمة SSE=1123178 لجاوس نيوتن و جدول(4−19) قيمة ال SSE=620699 لمارغواردت ومن ثم نعوض مباشرة في الصيغة اعلاه علما بان عدد المعلمات K=3 .

– قيمة اكايكي لجاوس نيوتن

$$AIC = 39 \ln\left(\frac{1123178}{39}\right) + 6 = 406.45$$

– قيمة اكايكي لمارغواردت

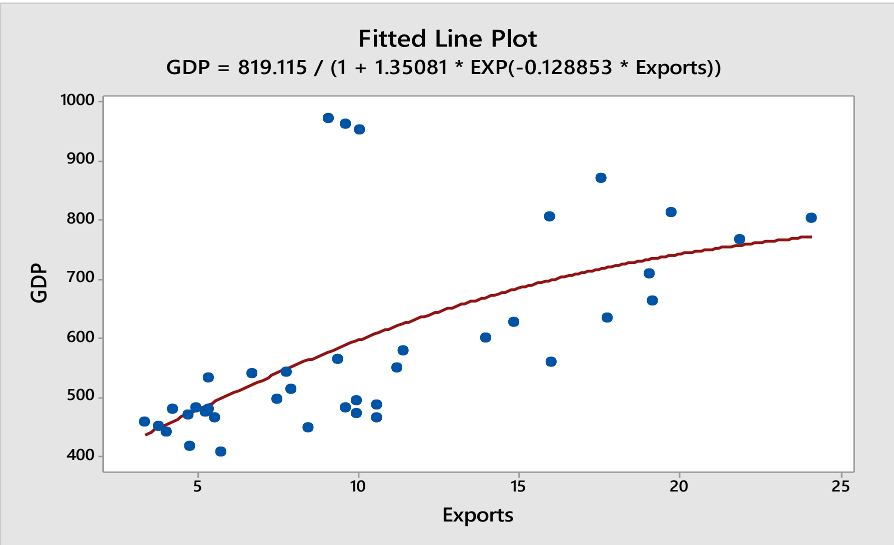
$$AIC = 39 \ln\left(\frac{620699}{39}\right) + 6 = 383.32$$

من خلال النتائج نلاحظ ان طريقة مارغواردت في التقدير افضل من طريقة جاوس نيوتن (AIC=383.32)عند التطبيق في نموذج جومبيرتز لتقدير الناتج المحلي الاجمالي .

5.Logistic Model:

أ) تقدير النموذج استخدام طريقة جاوس نيوتن:

شكل رقم (4-11): يوضح العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات للنموذج Logistic بطريقة جاوس نيوتن



المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم (4−20): تقدير معلمات النموذج Logistic بطريقة جاوس نيوتن

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	0	819.115	171.302
B_1	1	1.351	0.410
B_2	0.5	0.129	0.129

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ ان الخطأ القياسي لمعلمة المقطع كبيره مقارنة بالخطأ القياسي للمعلمة الاولي .

عليه فان المعادلة المقدرة هي :

$$\widehat{GDP} = 819.115 / 1 + (1.351 * EXP(0.129 * Export))$$

جدول رقم(4−21): مقاييس مفاضلة النموذج Logistic بطريقة جاوس نيوتن

المقياس	القيمة
Tolerance التفاوت	0.00001
Max iterations اكبر تكرار	200
SSE مجموع مربعات الخطأ	621632
DF درجات الحرية	36
MSE متوسط مربعات الخطأ	17267.6
S الانحراف المعياري	131.406
Iterations تكرارات البرنامج	15

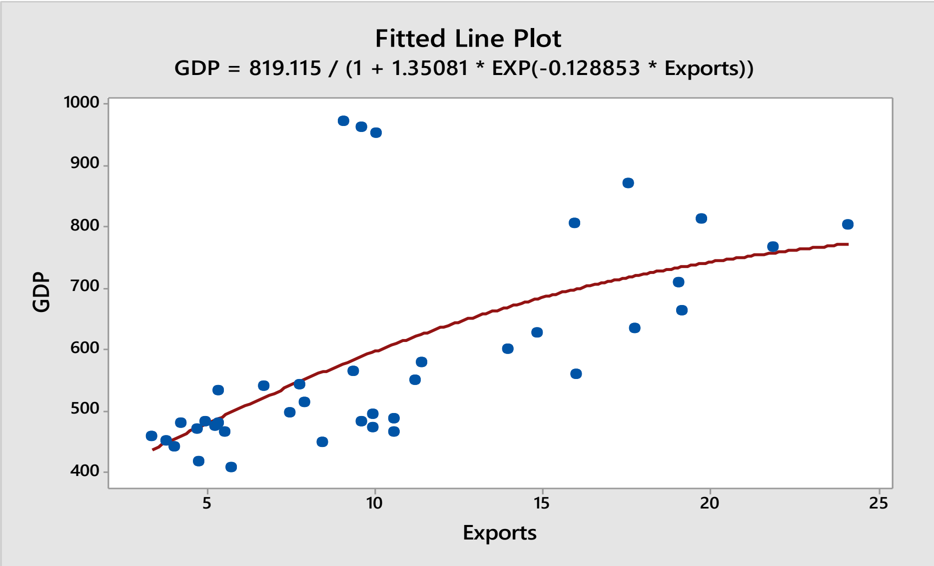
المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول(4−21) يوضح عدد التكرارات وهي 15مره التي تم التوصل إليها بعد ثبات قيم مجموع مربعات الخطأ SSE هي 621632 وتم التوصل الي القيم المقدرة كما موضحه في الجدول(4-20).

ب) تقدير النموذج باستخدام اسلوب مارغواردت:

شكل رقم (4-12): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي و الصادرات

للنموذج Logistic بطريقة مارغواردت



المصدر اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول(4-22): تقدير معلمات النموذج Logistic بطريقة مارغواردت

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	0	819.115	171.302
B_1	1	1.351	0.410
B_2	0.5	0.129	0.093

المصدر ;اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ ان الخطأ القياسي لمعلمة المقطع كبيره مقارنة بالخطأ القياسي للمعلمة الاولي .

عليه فان المعادلة المقدرة هي :

$$\widehat{GDP} = 819.115 / 1 + (1.351 * EXP(0.129 * Export))$$

جدول(4−23): مقاييس مفاضلة النموذج Logistic بطريقة مارغواردت

المقياس	القيمة
التفاوت Tolerance	200
اكبر تكرار Max iterations	0.00001
مجموع مربعات الخطأ SSE	621632
درجات الحرية DF	36
متوسط مربعات الخطأ MSE	17267.6
الانحراف المعياري S	131.406
تكرارات البرنامج Iterations	15

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول(4−23) يوضح لنا عدد التكرارات هي 200 التي كررها البرنامج حتي توصل الي ثبات مجموع مربعات الخطأ , ومجموع مربعات الخطأ هو621632 ودرجات الحرية هي 36 ومتوسط مجموع الأخطاء هو 17267.6.

ج) المقارنة بين طريقتي التقدير للنموذجLogistic :

نستخدم اسلوب مقارنة بين النماذج وهو اسلوب اكايكي حسب الصيغة التالية:−

$$AIC = nLn\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2K$$

لدينا من الجداول (4−16)قيمة SSE=621632لجاوس نيوتن و جدول(4−18) قيمة ال SSE=621632 لمارغواردت ومن ثم نعوض مباشرة في الصيغة اعلاه علما بان عدد المعلمات K=3 .

− قيمة اكايكي لجاوس نيوتن

$$AIC = 39\ln\left(\frac{621632}{39}\right) + 6 = 385.38$$

− قيمة اكايكي لمارغواردت

$$AIC = 39\ln\left(\frac{621632}{39}\right) + 6 = 385.38$$

من خلال النتائج نلاحظ ان طريقة مارغواردت في التقدير تعطي نفس نتائج طريقة جاوس نيوتن

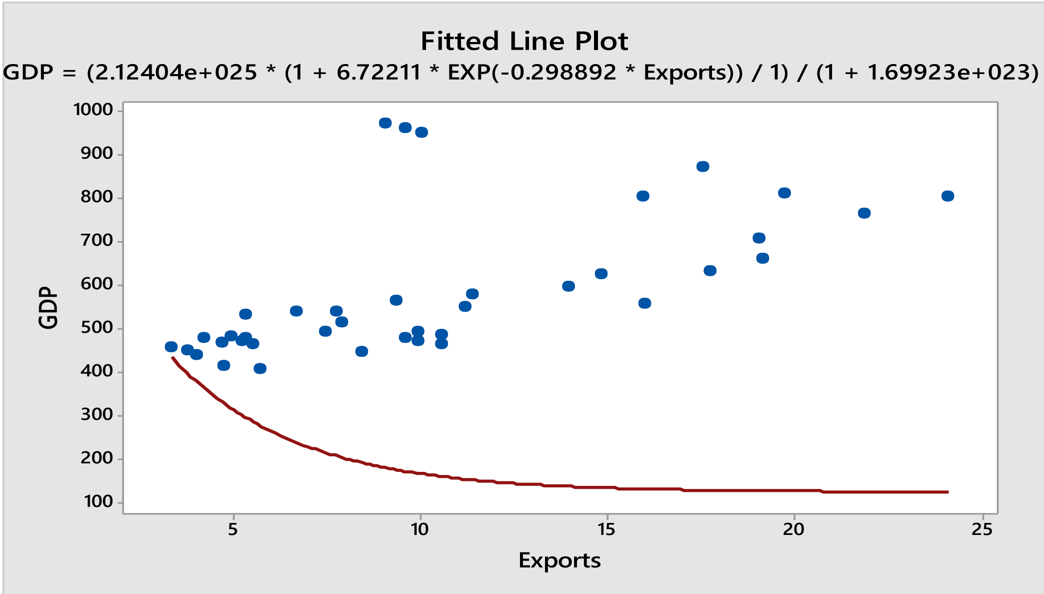
(AIC=385.38)عند التطبيق في النموذج الأسي السالب لتقدير الناتج المحلي الاجمالي .

6. Chapman _ Richards Model:

أ)تقدير النموذج باستخدام طريقة جاوس نيوتن:

شكل رقم (4-13): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي و الصادرات

لنموذج Chapman _ Richardsبطريقة جاوس نيوتن



المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4-24): تقدير نموذج Chapman _ Richardsبطريقة جاوس نيوتن

الخطأ القياسي S.E	القيمة المقدرة	القيمة الابتدائية	المعلمة
*	2.12404E+025	100	B_0
*	-6.72211E+00	50	B_1
*	2.98892E+01	0.3	B_2
*	1.69923E+23	0.2	B_3

المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

من الجدول (4-24) فإن القيم الابتدائية التي تم افتراضها من اجتهاد الباحث والقيم المقدرة التي تم تقديرها من النموذج وكما نلاحظ عدم ظهور الخطأ القياسي وهذا لا يعني بان هنالك لا يوجد خطا.

عليه فان المعادلة المقدرة :

$\widehat{GDP}$=(2.12404E+025*(1+6.72211E+00*EXP(0.298892*Exports))/1

القيمة	المقياس
200	Tolerance التفاوت
0.00001	Max iterations اكبر تكرار
7393518	SSE مجموع مربعات الخطأ
35	DF درجات الحرية
211243	MSE متوسط مربعات الخطأ
459.612	S الانحراف المعياري
5	Iterations تكرارات البرنامج

(1+169923e+023)

المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

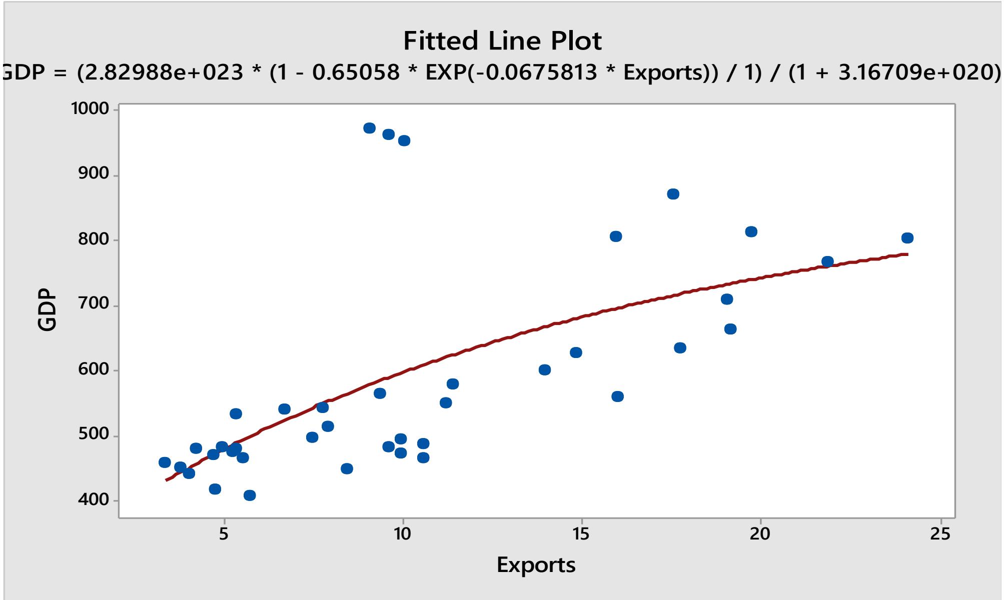
جدول رقم(4−25): مقاييس مفاضلة نموذج Chapman _ Richards بطريقة جاوس

نيوتن الجدول (4-25) نلاحظ عدد التكرارات هي 5 التي كررها البرنامج حتي توصل الي ثبات مجموع مربعات الخطأ, ومجموع مربعات الخطأ هو 7393518 ودرجات الحرية هي 35 ومتوسط مجموع الأخطاء هو 211243.

ب) تقدير النموذج باستخدام طريقة مارغواردت :

شكل رقم (4-14): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات

لنموذج Chapman _ Richards بطريقة مارغواردت



المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

عليه فان المعادلة المقدرة :

$\widehat{GDP}$=(2.82988E+23*(1-6.50580E-01*EXP(-6.72813E-02*Exports))/1)(1+3.16709E+20)

جدول رقم(4−26): تقدير نموذج Chapman _ Richards بطريقة مارغواردت

الخطأ القياسي S.E	القيمة المقدرة	القيمة الابتدائية	المعلمة
*	2.82988E+23	100	B_0
*	6.50580E-01	50	B_1
*	6.72813E-02	0.3	B_2
*	-3.16709E+20	0.2	B_3

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

من الجدول (4−26)القيم الابتدائية التي تم افتراضها من اجتهاد الباحث والقيم المقدرة التي تم تقديرها من النموذج وكما نلاحظ عدم ظهور الخطأ القياسي وهذا لا يعني بان هنالك لا يوجد خطا.

جدول رقم(4−27): مقاييس مفاضلة نموذج Chapman _ Richardsبطريقة

مارغواردت

القيمة	المقياس
200	Tolerance التفاوت
0.00001	Max iterations اكبر تكرار
619942	مجموع مربعات الخطأ SSE
35	درجات الحرية DF
17712.6	متوسط مربعات الخطأ MSE
133.089	الانحراف المعياري S
200	تكرارات البرنامج Iterations

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول (4−27) يوضح لنا عدد التكرارات هي 200 التي كررها البرنامج حتي توصل الي ثبات مجموع مربعات الخطأ ، ومجموع مربعات الخطأ هو 619942 ودرجات الحرية هي 35 ومتوسط مجموع الأخطاء هو 17712.6.

ج) المقارنة بين طريقتي التقدير لنموذج Chapman _ Richards:

نستخدم اسلوب مقارنة بين النماذج وهو اسلوب اكايكي حسب الصيغة التالية:−

$$AIC = nLn\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2K$$

لدينا من الجداول(4−25)قيمة SSE=7393518لجاوس نيوتن و جدول(4−27) قيمة SSE=619942 لمارغواردت ومن ثم نعوض مباشرة في الصيغة اعلاه علما بان عدد المعلمات K=4 .

− قيمة اكايكي لجاوس نيوتن

$$AIC = 39\ln\left(\frac{7393518}{39}\right) + 8 = 481.94$$

– قيمة اكايكي لمارغواردت

$$AIC = 39 \ln\left(\frac{619942}{39}\right) + 8 = 385.27$$

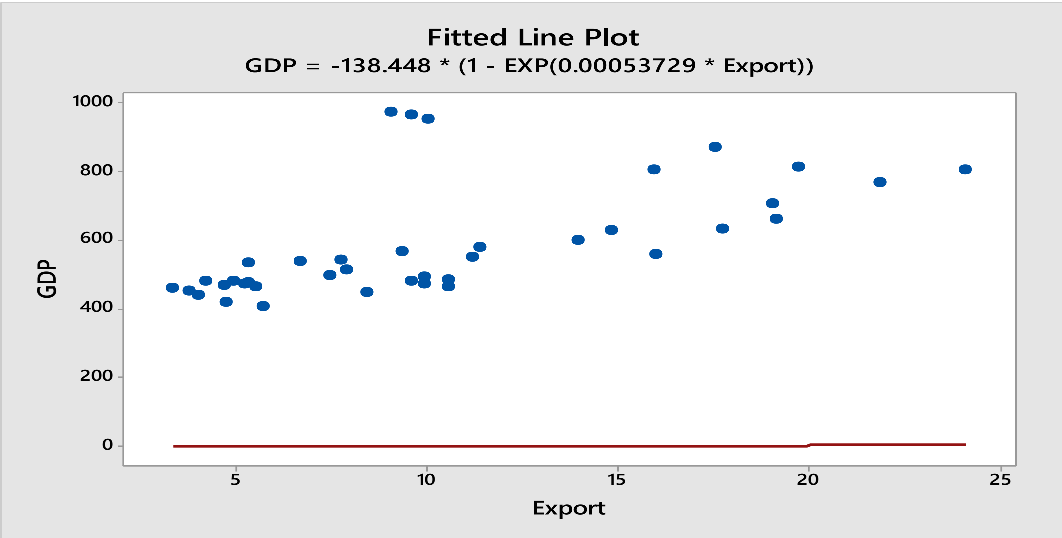
من خلال النتائج نلاحظ ان طريقة مارغواردت في التقدير افضل من طريقة جاوس نيوتن (AIC=385.27) عند التطبيق في النموذج الأسي السالب لتقدير الناتج المحلي الاجمالي .

7. Von Bertanffy Model

أ)تقدير النموذج باستخدام طريقة جاوس نيوتن :

شكل رقم (4-15): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات

لنموذج Von Bertanffy بطريقة جاوس نيوتن



المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4–28): تقدير معلمات نموذج Von Bertalanffy بطريقة جاوس نيوتن

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	100	587.496	*
B_1	200	200	*
B_2	300	300	*
B_3	400	400	*

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول اعلاه يوضح القيم الابتدائية التي تم افتراضها من اجتهاد الباحث والقيم المقدرة التي تم تقديرها من النموذج وكما نلاحظ عدم ظهور الخطأ القياسي وهذا لا يعني بان هنالك لا يوجد خطا.

عليه فان المعادلة المقدرة هي:

$$\widehat{GDP} = 587.493 * (1 - 200 * EXP(-300 * Export)) \wedge (1 / 1 - 400)$$

جدول رقم(4−29): مقاييس مفاضلة نموذج **Von Bertanffy** بطريقة جاوس نيوتن

القيمة	المقياس
200	Tolerance التفاوت
0.00001	Max iterations اكبر تكرار
1005782	SSE مجموع مربعات الخطأ
35	DF درجات الحرية
28736.6	MSE متوسط مربعات الخطأ
169.519	S الانحراف المعياري
2	Iterations تكرارات البرنامج

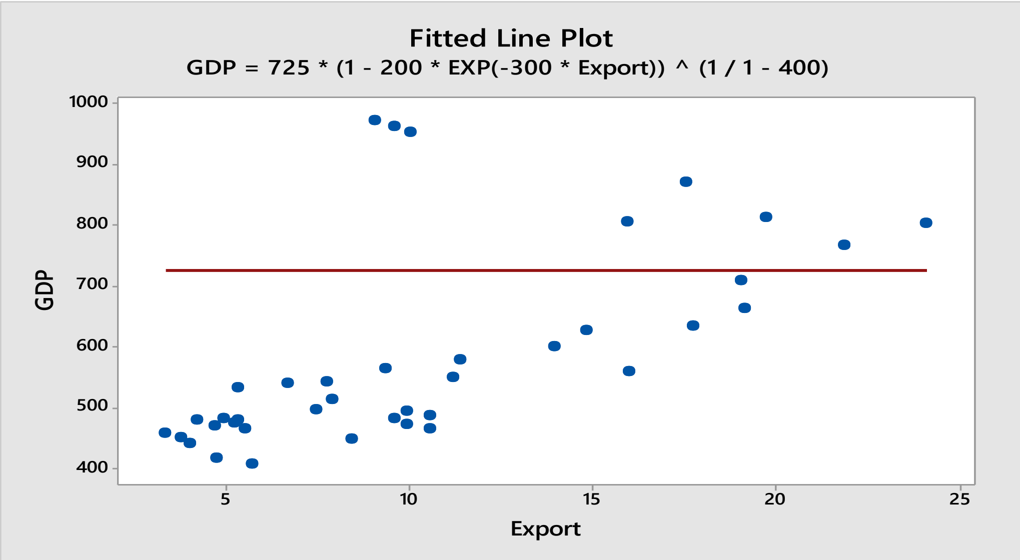
المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول يوضح لنا عدد التكرارات هي2 التي كررها البرنامج حتي توصل الي ثبات مجموع مربعات الخطأ , ومجموع مربعات الخطأ هي 1005782ودرجات الحرية هي 35 ومتوسط مجموع الأخطاء هو 28736.6.

ب)تقدير النموذج باستخدام اسلوب مارغواردت:

شكل رقم (4-16): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات

نموذج Von Bertanffy بطريقة مارغواردت



المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4−30): تقدير معلمات نموذج Von Bertanffy بطريقة مارغواردت

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	100	725	*
B_1	200	200	*
B_2	300	300	*
B_3	400	400	*

المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول اعلاه يوضح القيم الابتدائية التي تم افتراضها من اجتهاد الباحث والقيم المقدرة التي تم تقديرها من النموذج وكما نلاحظ عدم ظهور الخطأ القياسي وهذا لا يعني بان هنالك لا يوجد خطا.

$$\widehat{GDP} = 725 * (1 - 200 * EXP(-300 * Export)) \wedge (1 / 1 - 400)$$

جدول رقم(4−31): مقاييس مفاضلة نموذج Von Bertanffy بطريقة مارغواردت

القيمة	المقياس
200	Tolerance التفاوت
0.00001	Max iterations اكبر تكرار
1743204	SSE مجموع مربعات الخطأ
35	DF درجات الحرية
49805.8	MSE متوسط مربعات الخطأ
223.172	S الانحراف المعياري
200	Iterations تكرارات البرنامج

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

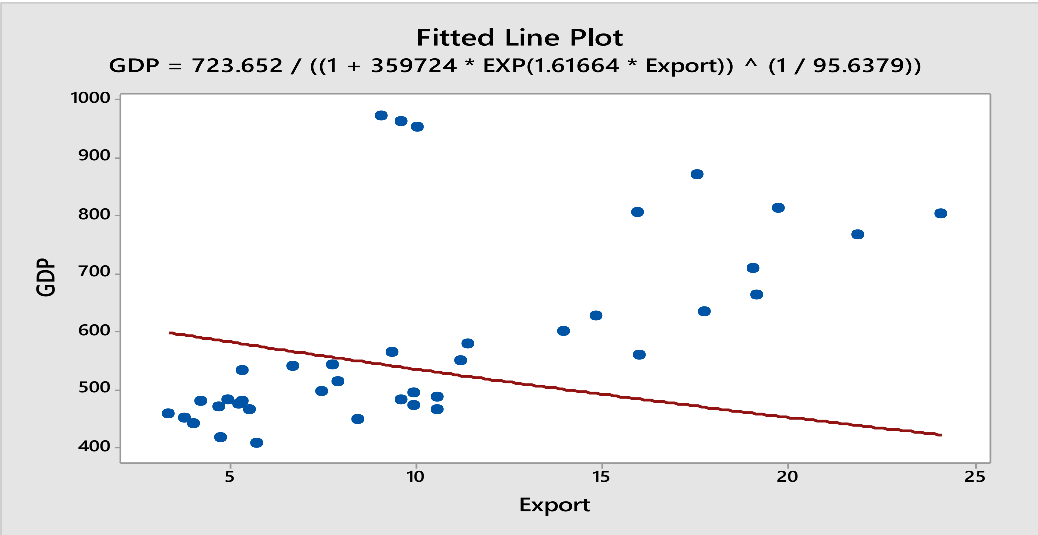
- **تم استبعاده من المقارنة وذلك لا نه لا يقوم بتقدير القيم الابتدائية ويجعل الخطأ اكبر ما يمكن.**

8.Richards Model:

أ)تقدير النموذج باستخدام طريقة جاوس نيوتن:

شكل رقم (4-17): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات

لنموذج Richards بطريقة جاوس نيوتن



المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4−32): تقدير معلمات نموذج Richards بطريقة جاوس نيوتن

الخطأ القياسي S.E	القيمة المقدرة	القيمة الابتدائية	المعلمة
*	724	100	B_0
*	359724	50	B_1
*	-2	0.2	B_2
*	96	0.3	B_3

المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول اعلاه يوضح القيم الابتدائية التي تم افتراضها من اجتهاد الباحث والقيم المقدرة التي تم تقديرها من النموذج وكما نلاحظ عدم ظهور الخطأ القياسي وهذا لا يعني بان هنالك لا يوجد خطا بل يعني انه لا يمكننا تقدير بيانات الناتج المحلي الاجمالي بنموذج ريتشارد بطريقة جاوس نيوتن.

عليه فان المعادلة المقدرة هي :

$\widehat{\text{GDP}}$ = 723.652 / ((1 + 359724 * EXP(1.61664 * Export)) ^ (1 / 95.6379))

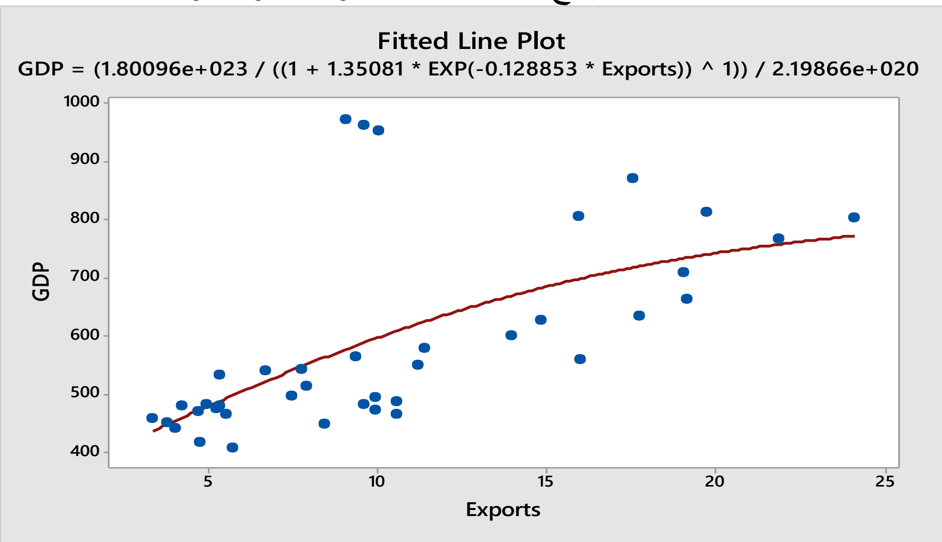
جدول رقم(4−33): مقاييس مفاضلة نموذج Richards بطريقة جاوس نيوتن

القيمة	المقياس
200	اكبر تكرار Max iterations
0.00001	التفاوت Tolerance
1582432	SSE
35	DFE
45212.3	MSE
212.632	S
200	iterations

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

ب) تقدير النموذج باستخدام اسلوب مارغوارت:

شكل رقم (4-18): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات
لنموذج Richards بطريقة مارغوارت



المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4–34): تقدير معلمات نموذج Richards بطريقة مارغوارت

المعلمة	القيمة الابتدائية	القيمة المقدرة	الخطأ القياسي S.E
B_0	100	1.80096E+23	*
B_1	50	1.35081E+00	*
B_2	0.2	1.28853E-01	*
B_3	0.3	2.19866E+20	*

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4–35): مقاييس مفاضلة نموذج Richards بطريقة مارغوارت

المقياس	القيمة
التفاوت Tolerance	0.00001
اكبر تكرار Max iterations	200
مجموع مربعات الخطأ SSE	621632
درجات الحرية DF	35
متوسط مربعات الخطأ MSE	17760.9
الانحراف المعياري S	133.270
تكرارات البرنامج Iterations	200

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

الجدول(4–35) نلاحظ ان عدد التكرارات وهي 200مره التي تم التوصل اليها بعد ثبات قيم مجموع مربعات الخطأ SSE=621632 وتم التوصل الي القيم المقدرة كما موضحه في الجدول (4–34).

ج) المقارنة بين طريقتي التقدير لنموذج Richards:

نستخدم اسلوب مقارنة بين النماذج وهو اسلوب اكايكي حسب الصيغة التالية:-

$$AIC = nLn\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2K$$

لدينا من الجداول (4-33)قيمة SSE=1582432لجاوس نيوتن و جدول (4-35) قيمة SSE=621632 لمارغواردت ومن ثم نعوض مباشرة في الصيغة اعلاه علما بان عدد المعلمات K=4 .

- قيمة اكايكي لجاوس نيوتن

$$AIC = 39\ln\left(\frac{1582432}{39}\right) + 8 = 421.82$$

- قيمة اكايكي لمارغواردت

$$AIC = 39\ln\left(\frac{621632}{39}\right) + 8 = 385.38$$

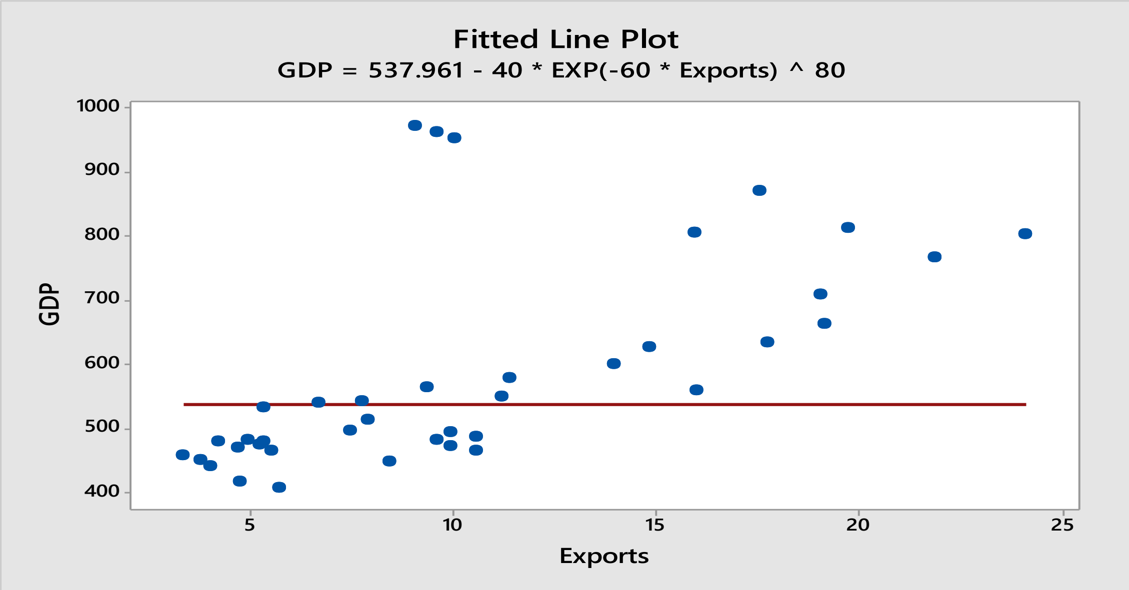
من خلال النتائج نلاحظ ان طريقة مارغواردت في التقدير افضل من طريقة جاوس نيوتن (AIC=385.38) عند التطبيق في نموذج ريتشارد لتقدير الناتج المحلي الاجمالي .

9.Weibull Model:

أ) تقدير النموذج باستخدام طريقة جاوس نيوتن:

شكل رقم (4-19): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات

لنموذج Weibull بطريقة جاوس نيوتن



المصدر : اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم(4−36): تقدير معلمات نموذج Weibull بطريقة جاوس نيوتن

الخطأ القياسي S.E	القيمة المقدرة	القيمة الابتدائية	المعلمة
*	587.493	20	B_0
*	40.000	40	B_1
*	60.000	60	B_2
*	80.000	80	B_3

المصدر : اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

عليه فان المعادلة المقدرة:

$$\widehat{GDP} = 537.961 - 40 * EXP(-60 * Export)\text{^}80$$

جدول رقم(4–37): مقاييس مفاضلة نموذج Weibull بطريقة جاوس نيوتن

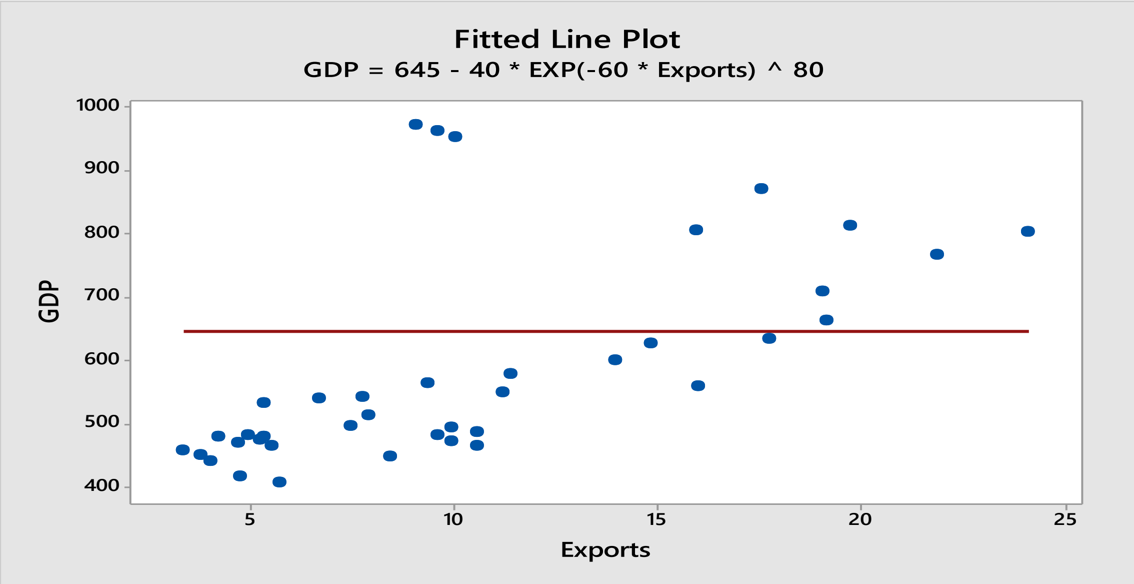
القيمة	المقياس
200	التفاوت Tolerance
0.00001	اكبر تكرار Max iterations
654502	مجموع مربعات الخطأ SSE
24	درجات الحرية DF
27270.9	متوسط مربعات الخطأ MSE
165.139	الانحراف المعياري S
2	تكرارات البرنامج Iterations

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

ب) تقدير النموذج بطريقة مارغواردت:

شكل رقم (4-20): العلاقة بين الناتج المحلي الاجمالي والصادرات

نموذج Weibull بطريقة مارغواردت



المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

جدول رقم (4−38): تقدير معلمات نموذج Weibull بطريقة مارغواردت

الخطأ القياسي S.E	القيمة المقدرة	القيمة الابتدائية	المعلمة
*	325	20	B_0
*	40	40	B_1
*	60	60	B_2
*	80	80	B_3

المصدر :اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

علية فان المعادلة المقدرة هي:

$$\widehat{GDP} = 645 - 40 * EXP(-60 * Export)^{\wedge}80$$

جدول رقم (4−39): مقاييس مفاضلة نموذج Weibull بطريقة مارغواردت

القيمة	المقياس
2	التفاوت Tolerance
0.00001	اكبر تكرار Max iterations
975306	مجموع مربعات الخطأ SSE
24	درجات الحرية DF
40637.8	متوسط مربعات الخطأ MSE
201.588	الانحراف المعياري S
200	تكرارات البرنامج Iterations

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

• تم استبعاده من المقارنة وذلك لا نه لا يقوم بتقدير القيم الابتدائية ويجعل الخطأ اكبر ما يمكن.

معايير المقارنة بين النماذج غير الخطية:

جدول رقم(4-40):معايير المقارنة

Models	MSE		SSE		AIC	
	Gauss_Newton	Marquartdt	Gauss_ Newton	Marquartdt	Gauss_ Newton	Marquartdt
Negative Exponential	389939	165.338	14427754	1011450	504.02	402.37
Monomolecular	**17220.6**	**17220.6**	**619942**	**619942**	**383.27**	**383.27**
Gompertz	31199.4	17241.6	1123178	620699	406.45	383.32
Logistic	17267.6	17267.6	621632	621632	383.38	383.38
Chapman _ Richards	211243	17712.6	7393518	619942	481.94	385.27
Richards	45212.3	17760.9	1582432	621632	421.82	385.38

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab (2018م).

نلاحظ من الجدول (4-40) وعند المقارنة بين كل النماذج بالمعايير الموضحة أن نموذج Monomolecular هو الأفضل لأن له اقل قيمة لمعيار (AIC=383.27) ثم يليه نموذج جومبيرتز (AIC=383.32) ثم يليه النموذج اللوجيستي (AIC=383.38) ثم يليه نموذج جابمان ريتشارد (AIC=385.27) ثم يليه نموذج ريتشارد (AIC=385.38) ثم يلسه النموذج الأسي السالب (AIC=402.37) .

4-7التنبؤ:

وللتنبؤ لعدد اربعة سنوات لاحقة تم استخدام النموذج الافضل Monomolecular وفقا لقيم معلماته المقدرة بطريقة مارغواردت وتم التوصل للقيم التنبؤية التالية:

معادلة النموذج:

$$Y_t = \beta_0\left(1 - \beta_1 e^{-\beta 2t}\right) + \varepsilon_t$$

المعادلة المقدرة:

$\widehat{GDP}$= 893.526 * (1 - 0.65058 * EXP(-0.0675813 * Exports))

جدول رقم $(41-4)$: التنبؤ بنموذج Monomolecular

العام	الناتج المحلي الاجمالي المقدر
2018	578.60
2019	601.76
2020	777.53
2021	893.52

المصدر: اعداد الباحثة من برنامج Minitab 2018م

5-1 النتائج:

من خلال نتائج البحث تم الوصل الي الاستنتاجات التالية

1. بيانات البحث والخاصة بالناتج المحلي الاجمالي والصادرات كافية و تتبع التوزيع الطبيعي .
2. بيانات البحث غير خطية لان الصادرات والناتج المحلي الاجمالي في تذبذب . أي ان الصادرات والناتج المحلي الاجمالي لا تمثل خط مستقيم أي يمكننا استخدام البيانات في دراسة النماذج غير الخطية .
3. من خلال تطبيق نماذج (Negative Exponential ,Monomolecular, Gompertz, Logistic, Chapman _ Richards, Richards) علي بيانات الناتج المحلي الاجمالي و الصادرات تم التوصل الي ان الاسلوب الافضل للتقدير هو اسلوب مارغواردت. وذلك باستخدام معيار المقارنة اكايكي ومتوسط مربعات الأخطاء.
4. من خلال تطبيق نماذج (Mitcherlich ,Weibull ,Von Bertanffy) علي بيانات الناتج المحلي الاجمالي و الصادرات لم يتم الحصول علي التقديرات لذلك تم استبعادهم.
5. من خلال النتائج تم الوصل الي ان نموذج Monomlecular هو افضل نموذج للتنبؤ.

5-2 التوصيات:

1- استخدام البيانات خلال الفترة الزمنية المدروسة او بإضافة فترات زمنية اخري يعني ان البيانات كافية وطبيعية .

2- عند دراسة الناتج المحلي والعلاقة مع الصادرات يجب التأكد من خطية او عدم خطية البيانات لان النماذج غير الخطية قد تعطي نتائج افضل من النموذج الخطي.

3- في المجالات التطبيقية والباحثين يوصي باستخدام اسلوب مارغواردت لتقدير النماذج غير الخطية.

4- يوصي في الدراسات المستقبلية بأخذ فترات زمنية طويلة ومحاولة تقدير قيمة الناتج المحلي الاجمالي من خلال الصادرات ب استخدام نماذج (Weibull ,Von Bertanffy, Mitcherlich) .

5- للتنبؤ بالقيم المستقبلية للناتج المحلي الاجمالي يوصي باستخدام المعادلة الناتجة لنموذج Monomlecular بطريقة مارغواردت او جاوس نيوتن لانهما يعطيان نفس النتائج.

المراجع

1.ابراهيم ،بسام يونس و انمار امين حاجي وعادل موسي يونس، (2001م)،" الاقتصاد القياسي"، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا

2. حسين، محمد عباس ،(2016) ،استخدام الطريقة التكرارية (جاوس _نيوتن)لتحليل وتقدير النماذج غير الخطية بالتطبيق علي انتاج النفط في السودان للفترة(1997−2015م)

3.عبد اللطيف، عفراء هاشم، (2005)، تقدير وتحليل نماذج الانحدار اللاخطية (بالتطبيق علي انتاج السكر في السودان) للفترة (1980−2004م).

4. مهدي، ازهر هادي، (2011)، استخدام النماذج الخطية واللاخطية لقياس قوة تحمل الكونكريت للضغط المسلط عليه، مجلة الهندسة والتكنولوجيا ، بغداد، العراق المجلد 30 العدد 4 . ص99− 107

1- Bates, D.M.; Watts, D.G. 1988. Nonlinear regression analysis
2- and sons
3- Gorge .p.BOX AND George .C.TIAO (1973)(Bayesian Inference in Statistical Analysis) ADDISON WESLEY
4- Harve Motulsky and Arthur christopoulos (2003)(Fitting Models to Biological Data Using Linear and Non linear and its applications. John Wiley, New York, NY, USA. 365p
5- G.A.F.Seber ,C.J.Wild(2003)(Nonlinear Regression) John Wiley Regression) PRISM.
6- Hougaard, P. (1985). (The Appropriateness of the asymptotic distribution in a nonlinear regression model in relation to curvature). Journal of the Royal Statistical Society, Serie B 47: 103-114.
7- Ratkowsky, D.A. (1989).(Handbook of Nonlinear Regression Models). Marcel Dekker, New York, NY, USA. 241p.

8- Ronald Christensen (1997)(Log linear Models and Logistic Regression) Springer

9- Santos, S.A.; Souza, G.S.; Oliveira, M.R.; Sereno, J.R.B. 1999. (Using nonlinear models to describe height growth curves in Pantaneiro horses) . Pesquisa Agropecuária Brasileira 34: 1133-1138.

10- S. Huet , A.Bouvier, MA Poursat E.Jolivet(2003)(Statistical Tools for Nonlinear Regression) springer .

البيانات المستخدمة في التحليل

السنه	الناتج المحلي الاجمالي	الصادرات
1979	549.52	11.22
1980	564.83	9.38
1981	513.95	7.92
1982	472.02	9.96
1983	463.27	10.58
1984	480.98	9.62
1985	492.41	9.94
1986	485.88	10.60
1987	446.92	8.46
1988	406.42	5.75
1989	416.67	4.74
1990	463.68	5.52
1991	450.52	3.80
1992	478.00	5.34
1993	439.31	4.02
1994	458.28	3.34
1995	473.21	5.25
1996	479.11	4.23
1997	468.74	4.69
1998	481.79	4.97
1999	495.42	7.45
2000	532.25	5.34
2001	539.75	6.70
2002	541.10	7.78
2003	559.43	15.98
2004	579.14	11.40
2005	599.10	13.98
2006	627.34	14.83
2007	633.38	17.76
2008	661.64	19.18

19.07	707.67	2009
21.89	766.92	2010
24.10	803.56	2011
15.97	806.68	2012
19.74	812.05	2013
17.57	871.54	2014
10.02	953.05	2015
9.58	964.06	2016
9.07	972.65	2017

المصدر: الجهاز المركزي للإحصاء