الفصل الأول: المقدمة

1-1 تمهيد:

استدعى التقدم الكبير الذي تشده المجالات العلمية والاجتماعية، استدعى التوسع في استخدام البيانات والحوجة لاستخدام البيانات كأحد الأدوات المهمة لاتخاذ القرارات بناءاً على تحليل موضوعي للبيانات المتاحة، فلم يعد اتخاذ القرار ميزة علمية فقط، بل أصبح ضرورةً والتزاماً لجودة البحوث والدراسات، ففي أغلب الظروف لايستطيع الدارسون تنفيذ دراساتهم على كل أفراد المجتمع، فضلاً عن بعض الدراسات التي يصعب فيها حصر أفراد المجتمع حصراً شاملاً، لذلك تستخدم عينة يتم سحبها من المجتمع بطريقة محددة لتمثل المجتمع، وفي علم الاحصاء توجد أساليب متعددة لاختيار العينات لايجاد تقديرات جيدة يمكن تعميمها علي أفراد المجتمع بأكمله وأهم هذه الاساليب هو أسلوب الاستدلال الاحصائي ومن خلاله نستنتج تقديرات دقيقة قدر الامكان للوصول الى قيمة أو أكثر من قيم معلمات المجتمع، وتتم عملية التقدير اما بالوصول لقيمة محددة مأخذوة من بيانات عينة من المجتمع، نحاول جعلها أقرب مايمكن من قيمة المعلمة الحقيقية، أو بحساب حدود يتوقع أن تقع القيمة الحقيقة للمعلمة ضمنها باحتمال معين، فكلما كان هذا الاحتمال كبيراً كلما اقترينا من القيمة الحقيقة للمعلمة ضمن مدى الثقة المحدد. وبما أن غاية أساليب العينات هى الوصول الى احجام عينات تمثل المجتمعات تمثيلاً كافياً، فلا بد لها أن تعتمد أسلوب تقدير كفء ينتهي الي تقديرات ذات دقة عالية، هذا وتتفاوت أساليب التقدير في درجة دقتها بناءاً على أسلوب التقدير ذاته ومتغيرات الدراسة وحجم

العينة المختار. ففي الحالات التي تعتمد على متغير واحد حول الظاهره موضوع الدراسة، تكون تقديرات معالم المجتمع أقل دقة نسبياً مقارنةً مع نتائج الظاهرة في حالة الاعتماد على متغير الدراسة ومتغير آخر مساعد له. إلّا أن هناك ندرة في استخدام اساليب التقدير التي تعتمد علي المتغيرات المساعدة وهذا ما يدفع الدارس ويشجعه لمحاولة استخدام هذه الاساليب ذات الدقة العالية نسبياً والتي يندر استخدامها في مجال دراسات ومسوحات العينات الاحصائية، لما يتوقع أن تضيفه للدراسات السابقة في هذا المجال، وأساليب التقدير التي تعتمد على المتغير المساعد والتي تود الدارسة معرفتها وتطبيقها ما أمكن هي أسلوب التقدير بالنسبة بين متغيرين وأسلوب التقدير بخط الانحدار من خلال المعاينة العشوائية البسيطة والمعاينة المنتظمة في حالة توفر الامكانات والشروط الخاصة بذلك، وكلا التقديران يعتمدان علي المتغير المساعد علي الرغم من اختلاف الشروط الخاصة بهما، لكن يتوقع أن تزيد دقة التقديرات باستخدامهما من خلال المتغير المساعد، وهنا نود معرفة المفاهيم النظرية لدراسة المتغيرات المساعدة باسلوب التقدير بالنسبة والتقدير بخط الانحدار وامكانية تطبيقهما للوصول الى تقديرات يتوقع أن تزيد من دقة مقدرات معالم المجتمع.

1-2 مشكلة الدراسة:

إنّ الحوجة لتقديرات دقيقة ومضبوطة تعد هدفاً علمياً سامياً، فضلاً عن كونها غاية لأساليب المعاينة الاحصائية، ولا تتحقق هذه الغاية إلاّ من خلال استخدام أساليب تقدير ذات كفاءة عالية، ومن هنا تظهر مشكلة الدراسة والتي تتمثل في أن العديد من أساليب التقدير تعتمد علي متغير الدراسة فقط، في حين يمكن الاعتماد على متغير الدراسة

ومتغير آخر مساعد له، فالتقديرات التي تعتمد علي متغير الدراسة فقط هي أقل دقة نسبياً، وتتجلى مشكلة هذه الدراسة بصورة أوضح في ندرة استخدام أساليب التقدير التي تعتمد على المتغير المساعد والتي تزيد من الدقة المطلوبة في عملية التقدير.

1-3 أهمية الدراسة:

الأهمية العلمية: تكتسب الدراسة أهميتها العلمية من خلال أهمية الحاجة للوصول الى تقديرات احصائية دقيقة ومضبوطة من بيانات العينة تصلح لاستخدامها كمقدرات لمعالم المجتمع، اذ تعد من الدراسات النادرة التي تطبق مثل هذه الأساليب في مجال العينات وهى بذلك تفتح مجالاً واسعاً للدارسين من خلال توفير اطار نظري قابل للتطبيق على شتى أنواع البيانات.

الأهمية العملية: تكتسب الدراسة بعدها العملي من كونها تمكّن من المفاضلة بين أساليب التقدير التي تعتمد على متغير الدراسة فقط والتقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار اذ يمكن الاستفادة من تطبيقاتها في معالجة بعض مشاكل التقدير.

1-4 أهداف الدراسة:

تهدف الدراسة الى تحليل أثر المتغيرات المساعدة على زيادة دقة تقديرات معالم المجتمع في المعاينة العشوائية البسيطة والمعاينة المنتظمة وذلك من خلال:

- التعرف على مفهوم المتغير المساعد
- التعرف على متغير الدراسة والمتغير المساعد
- التعرف على أسلوبي التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار

- المفاضلة بين أساليب التقدير التي تستخدم متغير الدراسة فقط وتلك التي تستخدم التقدير بالنسبة بين متغيرين وبخط الانحدار
- معرفة الشروط التي تمكن من استخدام التقدير بالنسبة بين متغرين والتقدير بخط الانحدار
- تطبيق جميع النظريات الخاصة بشروط التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار

1-5 فرضيات الدراسة:

- التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر دقة من التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في المعاينة العشوائية البسيطة.
- التقدير بخط الانحدار أكثر دقة من التقدير بالنسبة بين متغيرين اذا كان خط الانحدار لا يمر بنقطة الاصل في المعاينة العشوائية البسيطة.
- التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر دقة من التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في المعاينة المنتظمة.
- التقدير بخط الانحدار أكثر دقة من التقدير بالنسبة بين متغيرين اذا كان خط الانحدار لا يمر بنقطة الاصل في المعاينة المنتظمة.
- التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين يتساويان في الدقة اذا كان خط الانحدار يمر بنقطة الأصل في المعاينة العشوائية البسيطة.
- التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين يتساويان في الدقة اذا كان خط الانحدار يمر بنقطة الأصل في المعاينة المنتظمة.

6-1 منهجية الدراسة:

تتبع هذه الدراسة المنهج الوصفي والاستدلالي من خلال ايراد المفاهيم والنظريات الخاصة بمفهوم المتغير المساعد باستخدام أسلوبي التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار للمعاينة العشوائية البسيطة والمعاينة المنتظمة وتقديم وصف مفصّل لكيفية عمل اسلوبي التقدير والشروط الخاصة بكل منهما ومن ثَم محاولة تطبيق هذه المفاهيم النظرية تطبيقاً عملياً تنتهي به الى تقدير لمعالم المجتمع المختلفة، فمن هذا المنهج نخلص لاثبات المفاهيم والنظريات عملياً ونستدل من خلاله على معالم المجتمع باستخدام مفهوم المتغيرات المساعدة باسلوبي التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار استدلالاً يزيد من دقة تقديرات معالم المجتمع للمعاينة العشوائية البسيطة والمعاينة المنتظمة.

7-1 مجتمع وعينة الدراسة:

تعتمد هذه الدراسة على مصادر البيانات الثانوية والأولية، حيث تشمل البيانات الثانوية الأجور اليومية للعامليين بشركة بُهيات الشروق بولاية الخرطوم، كما تشمل أيضاً معدلات الطلاب بالسنة الأولى بكلية الاقتصاد وتنمية المجتمع بجامعة السلام، بينما تتمثل البيانات الأولية في أعداد المتعلمين تعليماً جامعياً باحدى المناطق الريفية بجنوب ولاية القضارف، تم أخذ جميع البيانات في شكل أزواج من القيم (X_i, Y_i) لاستيفاء مفهوم المتغيرات المساعدة وأساليب تطبيقاتها في الدراسة.

8-1 الدراسات السابقة:

1- دراسة: محسن، شهاب مهدي، (2013)، عن أثر المتغيرات المساعدة على زيادة دقة تقديرات المعاينة العشوائية البسيطة المزدوجة، هدفت الدراسة الى التعرف على اثر

المتغيرات المساعدة في زيادة دقة تقديرات المعاينة العشوائية البسيطة المزدوجة، استخدم فيها الباحث التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار من حيث الشروط والنظريات المتعلقة بهما، ومن خلال الجانب النظري والتطبيقي توصل الباحث الى عدة نتائج أهمها: ان التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر دقة من تقديرات المعاينة العشوائية البسيطة المزدوجة التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في حالة وجود علاقة معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من 50%، وأن التقدير بخط الانحدار أكثر دقة من التقدير بالنسبة بين متغيرين وتقديرات المعاينة العشوائية البسيطة المزدوجة التي تعتمد على متغير الدراسة فقط اذا كان خط الانحدار لايمر بنقطة الأصل، في المعاينة العشوائية البسيطة المزدوجة التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين متساويان في الدقة اذا كان خط الانحدار يمر بنقطة الأصل.

2- دراسة: سبيل، آدم عبدالله عثمان، (2011)، عن أثر المتغيرات المساعدة على زيادة دقة تقديرات معالم المجتمع في المعاينة الطبقية، هدفت الدراسة معرفة أثر المتغيرات المساعدة في زيادة دقة تقديرات المعاينة العشوائية الطبقية، استخدم فيها الباحث التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار من حيث الشروط الواجب توفرها لكل منهما والنظريات المتعلقة بهما، من خلال الجانبين النظري والتطبيقي توصلت الدراسة الى عدة نتائج أهمها: أن التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر دقة تقديرات المعاينة العشوائية الطبقية التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في حالة وجود علاقة معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من50% داخل كل طبقة، وأن التقدير بخط الانحدار أكثر دقة من التقدير بالنسبة بين متغيرين وتقديرات المعاينة العشوائية الطبقية التي تعتمد على

متغير الدراسة فقط اذا كان خط الانحدار لايمر بنقطة الأصل داخل كل طبقة، في المعاينة العشوائية الطبقية التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين متساويان في الدقة اذا كان خط الانحدار يمر بنقطة الأصل.

3- دراسة: كويستيو(QUESTIIO,1998) عن مقدرات النسبة غير المنحازة ونوع المنتج في العينة المنتظمة، هدفت الدراسة الى التعرف على مقدرات النسبة غير المنحازة ونوع المنتتج في العينة المنتظمة لتقدير متوسط المجتمع$\overline{Y}$ من متغير الدراسة y باستخدام المعلومات الخاصة بالمتغير المساعد x في العينة المنتظمة، توصلت الدراسة الى تعبيرات الاختلاف المتعلقة بالمقدرات المقترحة وتمت مقارنتها بالمقدر العادي غير المنحاز وهو$\bar{y}^*$ ومقدر النسبة $\bar{y}^*{}_R$ الذي وضعه Swain(1964) ومقدر المنتج $\bar{y}^*{}_P$ الذي وضعه Shukla، فوجد أن المقدرات المقترحة هي أكثر كفاءة من المقدر غير المنحاز المعتاد $\bar{y}^*$ ومقدر النسبة $\bar{y}^*{}_R$ ومقدر المنتج $\bar{y}^*{}_P$.

4- دراسة: الكسابة، وصفي عبدالكريم، هاني سعيد (2012)، هدفت الدراسة الى معرفة أثر حجم العينة في زيادة دقة التقديرات في المعاينة العشوائية البسيطة، استخدمت الدراسة المنهج الوصفي الاستدلالي، توصلت الدراسة الى عدة نتائج أهمها: أن دقة التقديرات تتناسب طردياً مع حجم العينة أي كلما زاد العينة ازدادت دقة التقديرات، وكلما قل حجم العينة قلت دقة التقديرات، أوصت الدراسة الباحثين بضرورة استخدام حجم عينة كبير للحصول على تقديرات ذات دقة معقولة.

5- دراسة: القصاب، موفق محمد توفيق، عبدالمحمود، شذى عبدالنافع، (2013)، هدفت الدراسة الي كيفية تقدير حجم العينة في المعاينات العشوائية المختلفة وهي: المعاينة

البسيطة، الطبقية، المنتظمة والعنقودية (المتعددة المراحل). تم تقدير حجم العينة في المعاينات المختلفة نظرياً وتطبيقيا ومن خلال الجانب النظري والتطبيقي توصلت الدراسة الى عدة نتائج أهمها: أنه لتقدير حجم العينة في جميع المعاينات يجب على الباحث تحديد الدقة المطلوبة (الخطأ المسموح به) وتحديد مستوى الدلالة الاحصائية ومعرفة ما اذا الغرض من حجم العينة هو تقدير نسبة مجمتع واحد أو لتقدير الفرق بين نسبتين أو لتقدير متوسط واحد أو لتقدير الفرق بين متوسطين أو كان لتقدير المجموع الكلي. وتبيّن أيضاً أن حجم العينة يتناسب عكسياً مع الخطأ المسموح به وأنه يتناسب طردياً مع مستوى الدلالة الاحصائية.

6- دراسة: الطالبي، محمد صالح، (2011)، عن العلاقة بين التكلفة وحجم العينة في المعاينة العشوائية الطبيقية، هدفت الدراسة الى كيفية الموائمة بين حجم العينة والتكلفة في المعاينة العشوائية الطبقية، استخدم فيها الباحث المنهج الوصفي الاستدلالي لتحقيق أهدافه، وتوصل الى أنه وللموائمة بين حجم العينة والتكلففة يجب تحديد عدة عوامل وهي: أن تكون االتكلفة الكلية محددة مسبقاً، أن تكون تباينات الطبقات ثابتة، أن تكون تكلفة الوحده الواحدة في الطبقة ثابتة وأن تكون التكلفة بين الطبقات اما ثابتة أومختلفة.

1-9 هيكل الدراسة:

تحتوي هذه الدراسة على خمسة فصول، تبدأ بالفصل الأول وفي متنه مقدمة عامة (تمهيد)، مشكلة الدراسة، أهمية الدراسة ، أهداف الدراسة ، فروض الدراسة ، منهجية الدراسة ، مجتمع وعينة الدراسة، الدراسات السابقة وهيكل الدراسة، ويحتوي الفصل الثاني على تمهيد ودراسة الحالة، وفي الفصل الثالث تتعرف الدراسة على الخطوات الاساسية

لتصميم العينة، مميزات البحث بأسلوب المعاينة، المعاينة الاحتمالية، المعاينة غير الاحتمالية ومصادر الخطأ في العينات، كما يشتمل الفصل على التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط، التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار والمقارنة بينهما، أما الفصل الرابع يحتوي على الجانب التطبيقي للنظريات في الفصل الثالث، فضلاً عن حساب الكفاءة النسبية للتقديرات والتفسير واختبار فرضيات الدراسة. بينما يحتوي الفصل الخامس على نتائج وتوصيات الدراسة.

الفصل الثاني: دراسة الحالة

2-1 تمهيد:

في هذا الفصل تتعرض الدراسة الى وصف مفصّل لخطة الدراسة وكيفية تنفيذها وطبيعة البيانات المستخدمة وأسلوب جمعها وحدود الدراسة ومتغيرات ومتغيراتها ودرجة ارتباطها ببعضها وملائمتها لتفيذ الدراسة، فضلاً عن الأسلوب الاحصائي المستخدم للمفاضلة بين دقة التقديرات الاحصائية التي تتحصل عليها الدراسة من خلال التقديرات الناتجة عن متغير الدراسة فقط، وتلك التي تعتمد على المتغير المساعد باستخدام أسلوبي التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار.

2-2 حدود الدراسة:

يتم اعتماد بيانات أجور العامليين لسنة 2016م كمتغير للدراسة والأجور للسنة السابقة 2015م كمتغير مساعد، كما يتم اعتماد أعداد المتعلمين تعليماً جامعياً كمتغير للدراسة وعدد أفراد الأسرة كمتغير مساعد، بينما يتم اعتماد نتيجة نهاية العام لطلاب السنة الأولى كمتغير للدراسة ونتيجة الفصل الدراسي الأول لذات الطلاب كمتغير مساعد. عليه يتم تنفيذ الدراسة على المعاينة العشوائية البسيطة والمعاينة المنتظمة بالاعتماد على مصارد البيانات الثانوية والأولية، في حالة المعاينة العشوائية البسيطة تحرص الدراسة على اجرائها على العينات الكبيرة ($n \geq 30$) والعينات الصغيرة ($n < 30$) وذلك للتأكد من تغطية الدراسة لحالات المعاينة العشوائية البسيطة الكبيرة والصغيرة معاً. كما تحرص الدراسة على التطبيق على بيانات من مصادر ثانوية وأخرى أولية بغرض التعرف

التقديرات الاحصائية الممكنة الناتجة عن استخدام مصادر بيانات مختلفة، ثم الحصول التقديرات الاحصائية التي تؤيد أو تدحض فرضيات الدراسة باستخدام أسلوبي التقدير بالنسبة بين متغيرين وبخط الانحدار في المعاينة العشوائية البسيطة والمنتظمة.

2-3 بيانات المعاينة العشوائية البسيطة الأولى من المصادر الثانوية:

قام الدارس باجراء دراسة للتعرف على الأجور بشركة الشروق للبهيات لتقدير المتوسط والمجموع الكلي للأجر اليومي للعام2016 ولتحقيق هذا الغرض شملت الدراسة مستويات الأجور للعام 2015، بالتالي تضمنت الدراسة مستويات الأجور للعامين في الاعتبار وتم عمل التقديرات اعتماداً عليها لمقارنتها مع التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط من حيث دقة النتائج طُبقت على عند استخدام حجم العينة الكبير($n \geq 30$) وحجم العينة الصغير($n < 30$).

يتكون مجتمع الدراسة بشركة الشروق للبهيات (عدد العاملين) من 450 عاملاً، وكان متوسط الأجر اليومي للعاملين في العام 2015 هو 58 جنيهاً، ولتقدير المتوسط والمجموع الكلي للأجر اليومي للعام2016 تم اختيار عينة عشوائية بسيطة 76عاملاً في شكل أزواج (X_i, Y_i)حيث: X_i تمثل مشاهدات العام2015(متغير مساعد) ، Y_i تمثل مشاهدات العام2016 (متغير الدراسة).

2-4 بيانات المعاينة العشوائية البسيطة الثانية من المصادر الأولية:

نُفذت دراسة لمعرفة دور التعليم الجامعي في تحقيق مؤشرات التنمية في احدى المناطق الريفية بجنوب القضارف، تم جمع بيانات الدراسة بالاستبيان وكان من بين الأسئلة سؤال يهتم بعدد المتعلمين تعليماً جامعياً وسؤال آخر يهتم بعدد أفراد الأسرة، ولتوضيح مدى

تباين تطبيقات التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار، قامت الدراسة باعتماد عدد الأفراد المتعلمين تعليماً جامعياً كمتغر للدراسة، بينما تم اعتماد عدد أفراد الأسرة كمتغير مساعد لوجود ارتباط وثيق بينهما ولتوفر معلومات سابقة عن عدد أفراد الأسرة ، تم حساب التقديرات المطلوبة باستخدام التقدير بالنسبة بين متغيرين وبخط الانحدار ومقارنتها مع التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط وذلك في حالة العينات الكبيرة ($n \geq 30$)، والعينات الصغيرة ($n < 30$). كان عدد الأسر بالمنطقة (حجم المجتمع) 730 أسرة، ومتوسط عدد أفراد الأسرة 8 فرداً، ولتقدير المتوسط والمجموع الكلي للمتعلمين تعليماً جامعياً بين أفراد الأسرة، تم اختيار عينة عشوائية بسيطة من 164 أسرة في شكل أزواج(Y_i , X_i) حيث X_i تمثل عدد الأفراد بالأسرة، Y_i تمثل عدد المتعلمين تعليماً جامعياً بالاسرة لتمثل حجم العينات الكبيرة، كما تم اختيار عينة استطلاعية حجمها 19 أسرة في شكل أزواج من القيم لتمثل حجم العينات الكبيرة.

2-5 بيانات المعاينة المنتظمة من المصادر الأولية:

أُجريت الدراسة لتقييم الأداء الأكاديمي لطلاب السنة الأولى بكلية الاقتصاد وتنمية المجتمع بجامعة السلام من خلال تقدير المتوسط والمجموع الكلي لنتيجة نهاية العام، وللتأكد من صحة التقدير أخذت الدراسة نتيجة الطلاب في الفصل الدارسي الأول في الاعتبار، بالتالي تضمنت الدراسة نتيجة الطلاب في بداية ونهاية العام، وتم حساب التقديرات اعتماداً عليها لمقارنتها مع التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط من حيث دقة النتائج.

يتكون مجتمع الدراسة من معدلات جميع الطلاب بالسنة الأولى بكلية الاقتصاد وتنمية بجامعة السلام لدفعة معينة وكان عددهم 695 طالباً، وكان متوسط الأداء الأكاديمي المحقق من قبل طلاب الدفعة السابقة هو المعدل 1.90 ، ولتقدير المتوسط والمجموع الكلي للأداء الأكاديمي للدفعة الحالية تم اختيار عينة منتظمة مكونة من معدلات 70 طالباً بالبعد K=10 بعدما وقع الاختيار عشوائياً على الاسم الثالث في قائمة النتيجة ليكون بداية الاختيار والتي جميعها أخذت في شكل أزواج من القيم (Y_i, X_i) حيث: X_i تمثل معدلات الفصل الدراسي الأول(متغير مساعد) ، Y_i تمثل معدلات نهاية العام (متغير الدراسة).

الفصل الثالث: الجانب النظري

3-1 تمهيد:

في هذا الفصل نتعرض للجانب النظري للدراسة ممثلاً في المفاهيم النظرية لأسلوبي التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار، باستخدام مفهوم المتغير المساعد في التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار بغرض زيادة دقة تقديرات معالم المجتمع محل الدراسة، ولنرى ما اذا كان لأسلوب التقدير بالنسبة بين المتغيرين أفضل من التقديرات التي سنحصل عليها عندما لا يمر خط الانحدار بنقطة الأصل، أما أسلوب التقدير بخط الانحدار فهو أيضاً يزيد من دقة التقديرات اعتماداً على المتغير المساعد عندما لا يمر خط الانحدار بنقطة الأصل وربما يكون الأفضل على الاطلاق بين التقديرات المرجية. إن طريقة التقدير بالنسبة بين المتغيرين والتقدير بخط الانحدار لا تعتبر نوعاً من أنواع المعاينة الاحتمالية، وإنما هما أسلوبان للتقدير من خلال طرق المعاينات الاحتمالية والغرض منها زيادة دقة تقديرات معالم المجتمع المختلفة، نتناول في هذا الفصل هذاين الاسلوبين من حيث الشروط الخاصة باستخدام كلٍ منهما، واثبات النظريات المتعلقة بهما، ومن ثم اجراء المقارنة بين دقة التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار مع دقة التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط من خلال تطبيقهما على المعاينة العشوائية البسيطة والمعاينة المنتظمة.

3-2 مميزات البحث بالمعاينة:

في البحث بالمعاينة العديد من الميزات التي تحعلها في كثير من الأحيان أفضل من الحصر الشامل للمجتمع وذلك لمعرفة صفات وخصائص هذا المجتمع ومن أهمها:

1. اختصار الوقت والجهد اللازمين لاتمام البحث وكذلك تقليل التكلفة المادية.
2. يعطي استخدام العينة مجال أوسع ومعرفة اكبر تمكننا من الحصول من مفردات العينة على بيانات اكثر مما نستطيع الحصول عليه من افراد المجتمع كله.
3. يؤدي استخدام المعاينة في كثير من الاحيان الى الحصول على نتائج أكثر دقة وذلك بسبب امكانية استخدام اشخاص متدربين تدريباً عالياً.
4. لاتوجد طريقة جديدة لمعرفة الدقة الناتجة عند اجراء حصر شامل إلا باختيار عينة ودراستها ومقارنة نتائجها بنتائج الحصر الشامل.
5. قد لا يغني استخدام الحصر الشامل عن استخدام العينة فقد وجد انه عند اجراء تعداد شامل فان بعض البيانات الخاصة لايمكن الحصول عليها إلا باستخدام العينة كما أنه غالباً ما يتم اجراء أبحاث باستخدام العينة بين كل تعدادين شاملين متتاليين.
6. كما يمكن عمل بحوث بالعينة يستحيل تنفيذها بالحصر الشامل فمثلاً لايستطيع الطبيب أن يسحب كل دم لتحديد (الهيموجلوبين)أو عناصر الدم الأخري لكرويات الدم أو الصفائح الدموية[1] .

(1) عبدالرحمن محمد أبو عمة، الحسيني عبدالبر راضي، محمد محمود ابراهيم هندي، مقدمة في المعاينة الاحصائية، الرياض، جامعة الملك سعود، عمادة شؤون المكتبات (1990) .

3-3 الخطوات الاساسية لتصميم العينة:

قبل القيام بأخذ عينة يجب تحديد المعلومات المطلوبة لهذه العينة، ولماذا نريدها، والهدف من أخذها، وما أهميتها وكيفية استخدامها ولماذا نحبذ استخدام اسلوب العينة للحصول على هذه البيانات. الاجابة على هذه الاسئلة توضح لنا ما اذا كان الضروري اجراء المعاينة أو كان بالإمكان الحصول على هذه المعلومات من مصادر أخرى تغني عن ذلك الاجراء. فاذا كان من الضروري اجراء المعاينة فيجب أن يكون هدفنا هو الحصول على عينة تعطي نتائج ذات دقة معينة بأقل تكلفة ممكنة، فيما يلي مجموعة الخطوات الرئيسية لاجراء المعاينة وبلوغ الأهداف المرجوة والحصول على نتائج دقيقة وصحيحة بمستوى جيد وهي:

- تحديد المشلكة وعنوان الموضوع وما يراد تحقيقة.
- تحديد وتعريف المجتمع المراد معاينتة وسحب العينة منه.
- تحديد مقدار البيانات والمعلومات المطلوب جمعها.
- تحديد طريقة جمع وقياس البيانات، كالاتصال المباشر أو بالبريد.
- تحديد درجة الدقة المطلوبة.
- تحديد الاطار(The Frame) والاطار هو قائمة تدرج فيها الوحدات الاحصائية التي يمكن اعتبارها وحدات معاينة.
- اجراء اختبار سابق(pre-test) أي القيام ببحث تجريبي على مجموعة من مفردات المجتمع كعينة اختبارية.

- تنظيم العمل الميداني(Field work) عن طريق تدريب وتهيئة العدادين المختصين بجمع البيانات تدريباً جيداً على طرائق جمع البيانات وطرائق القياس المختلفة قبل البدء في العمل.
- تلخيص وتحليل البيانات واتخاذ الاجراءات اللازمة على المقدرات لمعالم المجتمع وقياس دقتها مما يساعدنا في تصميم أسلوب المعاينة في المستقبل لدراسة مماثلة(1).

3-4 أنواع المعاينات:

هنالك عدة طرق لاختيار عينة من بين مفردات مجتمع ما، وتنقسم المعاينات بصورة عامة الى معاينات احتمالية أو(عشوائية) (probability sampling) ومعاينات غير احتمالية (not probability sampling).

3-4-1 المعاينة الاحتمالية: (probability sampling)

في المعاينة الاحتمالية يتم اختيار العينات على أساس قانون الاحتمالات، حيث يتم سحب وحدات المعاينة بتتابع لكل منهما احتمال معروف حين يقوم الباحث بتحديد اطار العينة ويتم اختيار العينة بحيث يكون لكل مفردة فرصة متساوية في الاختيار وفقاً لعملية السحب الممتابعة لوحدات عينة احتمالية اما أن تكون بارجاع وفيها تكون الوحدات المسحوبة مستقلة عن السحبة التابعة لها. أو تكون بدون ارجاع وفيها تكون الوحدات المسحوبة متناسبة عن السحبة التابعة لها. وتمم عمليات السحب بطريقة عشوائية لا يتدخل الباحث في وحدات المعاينة أو عناصر العينة. كما لايجوز للباحث الاستعاضة

(1) عبدالمجيد حمزة الناصر، صفاء يونس الصفاوي، العينات نظري وتطبيقي، جامعة بغداد، جامعة الموصل، وزارة التعليم العالي (2001) .

عن بعض الوحدات المختارة بوحدات أخرى أسهل في الحصول فيه على بيانات تستخدم العينات الاحتمالية في أي معاينة للحصول نتائج ذات دقة وتقديرات لمعالم المجتمع مثل (متوسط العينات النسبية) يمكننا تعميمها على المجتمع الكلي محل الدراسة وقياس وحساب أخطاء المعاينة، هذا وتنقسم المعاينات الاحتمالية الى عدة أنواع وهى:

3-4-1-1 المعاينة العشوائية البسيطة: Simple Random Sampling

تعرف هذه الطريقة لاختيار العينة في بعض الاحيان بطريقة القرعة (lottery method) من الناحية النظرية تعتبر هذه الطريقة من أحسن الطرق لاختيار عينة عشوائية، لاجراء الاختيار يتم اعطاء كل مفردة من مفردات المجتمع (اطار المعاينة) رقما يتم تسجيله على قصاصة ورق بحيث تكون القصاصات متساوية الحجم ولها نفس الشكل. ومن ثم توضع القصاصات داخل صندوق ويتم خلطها جيداً ثم يقوم الباحث أو من ينوب عنه بسحب قصاصة تلو الأخرى حتى يكتمل اختيار العينة المطلوبة، ومن عوائق اختيار العينات بهذه الطريقة أن حدم المجتمع قد يكون كبيراً ولكنه في هذه الحالة يتم الاستعانة بالحاسوب في اعداد أرقام عشوائية أو الاستعانة بجداول الأرقام العشوائية وفي بعض الأحيان تكون العينة العشوائية البسيطة غير ممثلة للمجتمع المأخوذه منه تمثيلاً صادقاً، فمثلاً قد تكون المفردات التي لها أرقام متجاورة أكثر تجانس من الوحدات المتباعدة الارقام وفي مثل هذه الحالات يفضل العشوائية المنتظمة.

3-4-1-2 المعاينة العشوائية المنتظمة: Systematic Random Sampling

تعرف هذه الطريقة بطريقة القفز الثابت (constant skip method) ومن تسميتها يتضح أن الطريقة مبنية على نظام معين لاختيار العينة. فالمفردة الوحيدة في هذه العينة يتم اختيارها عشوائياً هي المفردة الاولى، ومن ثم يضاف مقدار ثابت للرقم الذي يمثل المفردة الأولى للحصول على الرقم الذي يمثل المفردة الثانية، ويضاف هذا المقدار الثابت للرقم الذي يمثل المفردة الثانية للحصول على الرقم الذي يمثل المفردة الثالثة كما في اختيار العينة العشوائية البسيطة، وهكذا نضيف مقداراً ثابتاً للرقم الذي نحصل عليه في كل مرة ولتحديد المقدار الثابث الذي يضاف الى كل رقم للحصول على الرقم الذي يليه نقسم حجم مفردات المجتمع (اطار العينة) على حجم العينة المطلوبة.

من خصائص العينة العشواية المنتظمة السرعة والسهولة في التطبيق الا أنه لا يجب استخدام هذه الطريقة في حالة عدم وضوح اطار العينة، وفي الحالات التي يتغير فيها اطار العينة بصورة دورية مما قد يؤدي الى اختيار عينة قد تكون متحيزة.

3-4-1-3 المعاينة العشوائية الطبقية: Stratified Random Sampling

تعتبر المعينة العشوائية الطبقية من العينات الشائع استخدامها، في هذه الطريقة يقسم المجتمع الى اقسام تسمى طبقات (strata)، ويفترض في هذا أن تكون مفردات كل طبقة متجانسة بالنسبة للخصائص المطلوب دراستها وباختيار عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة من هذه الطبقات وبجمع هذه العينات العشوائية البسيطة نحصل على العينة الطبقية المطلوبة. وتستخدم العينة الطبقة عندما يكون المجتمع غير متجانس، في هذه الحالة يتم تقسيم المجتمع الى طبقات بحيث تكون مفردات كل طبقة متجانسة بالنسبة الخصائص

المطلوب دراستها وفى ذات الوقت تكون الطبقات غير متجانسة فيما بينها بالنسبة لنفس الخصائص وفي كثير من الأحيان يتم اختيار العينة الطبقية بحيث تكون مفردات كل طبقة في العينة مساوية نسبة مفردات نفس الطبقة في المجتمع وتسمى العينة بالعينة النسبية. والمعاينة الطبقية شائعة الاستعمال في التطبيقات الاحصائية وأسباب استخدامها بصوره عامة هي:

أولاً: لمعرفة بيانات ذات دقة محددة لأقسام معينة في المجتمع يفضل تقسيم المجتمع الى طبقات ومعاملة كل طبقة على حدة بصورة مستقلة والمجتمع مستقل.

ثانياً: الاسباب الادارية وقد تكون هذه الطريقة مناسبة اكثر من غيرها في الطريقة لانه قد يرى القائمون بالبحث أن من الافضل تقسيم المنطقة الى وحدات ادارية تدار كل (طبقة) أو وحده حسب اطار خارجي.

ثالثاً: عند دراسة خاصية معينة في المجتمع قد نجد أنها تختلف اختلافاً كبيراً فالاجراءات المختلفة قد تكون مثلاً عند معاينة الدخل نجد أن هنالك أحياءاً دخل أفرادها صغيراً وبعضها يكون دخل أفرادها متوسط وأخري يكون دخل أفرادها كبيراً، وهنا تستخدم المعاينة الطبقية اذا ماكان المطلوب الحصول على تقديرات أعلى دقة.

رابعاً: يقسم المجتمع غير المتجانس الى مجتمعات فرعية كلٌ فيها متجانس تماما بحيث يمكننا الحصول على تقدير دقيق لمتوسط كل طبقة عن طريق عينة مأخوذه منه بصورة مستقلة وبتوحيد التقديرات بجميع الطبقات يمكن الحصول على تقدير دقيق لمعالم المجتمع غير المتجانس.

3-4-1-4 المعاينة العنقودية (عينة المجموعات أو المساحات) Cluster or Area Sampling

في هذا النوع من المعاينات نجد اطار العينة يتكون من قائمة تشمل مجموعات الأفراد والأشياء وليس الأفراد والأشياء في حد ذاتها بل مضامينها، يتم أخذ عينة من هذه المجوعات ثم يقوم الباحث بجمع وتسجيل البيانات عن كل مفردة من مفردات المجموعات التي تم اختيارها مثلاً لأخذ عينة عنقودية في مدينة كبيرة فإننا نبدأ بعمل قائمة عناقيد أو مساحات (clusters) في المرحلة الثانية يتم اختيار عينة عشوائية من شوارع هذه المدينة ثم بعد ذلك تجمع البيانات عن السكان في تلك الشوارع التي تم اختيارها وهذه عينة قد تكون غير ممثلة للمجتمع وذلك لأننا لانعرف شي عنه أي المساحات (الشوارع) التي تم اختيارها.

3-4-1-5 المعاينة متعددة المراحل: Multi-Stage Sampling

من فوائد استخدام هذه الطريقة هو تقليل الوقت والتكلفة عند القيام باختيار عينات من مجتمعات كبيرة جداً، فاذا أردنا مثلاً اختيار عينة تتكون من (20000) مواطن من سكان السودان يمكننا اخختيار أربعة ولايات عشوائية ثم خمسة مدن عشوائياً من كل وحدة من هذه الولايات الأربعة ثم نختار (10) مناطق سكنية عشوائياً من كل مدينة من هذه المدن، وأخيراً يمكننا أن نختار(100) شخص عشوائياً من كل منطقة من المناطق الـ(200) حتى تكتمل العينة الى (20000)شخص. في المرحلة الأخيرة يمكننا أن نحصر اختيار العينة على المواطنون الذين يعيشون في شارع واحد من شوارع كل منطقة، اذاً في اختيار عينة متعددة المراحل يمكن أن نستخدم لها طريقة العينة متعددة المراحل ويمكن ان نستخدم لها

المعاينة العنقودية، ويمكننا أيضاً ان نستخدم المعاينة الطبقية مع المعاينة متعددة المراحل وخاصةً في الدراسات التي يكون الغرض منها استبيان رأي الناخبيين في بلد ماحيث يتم تقسيم البلد الى دوائر انتخابية حسب نتائج الانتخابات السابقة يتم اختيار عينة عشوائية تمثل كل نتائج الطيف السياسي حيث يتضمن ذلك تمثيل كل الآراء، وفي المرحلة الثانية يتم اختيار عينة عشوائية من المدن داخل البلد، والمرحلة الأخيرة نقوم باختيار الشوارع أو الأفراد داخل المدينة.

3-4-2 المعاينة غير الاحتمالية: Non-probability Sampling

في هذا النوع من المعاينات لا يتم سحب وحدات المعاينة حسب قانون الاحتمال وبالتالي لا يكون لوحدات المعاينة احتمال معروف، وفيها يمون للباحث حرية اختيار العينة التي تعبر عن وجهة نظره دون التقيد بتحديد اطار العينة ولا يمكن حساب خطأ المعاينة لها، نلاحظ بأننا لانستطيع حساب دقتها أو الاعتماد على تقديرات المعالم منه، وتعتمد هذه الأمور فيها على خبرة الباحث ورايه الشخصي في تمثيل العينة المختارة للمجتمع محل الدراسة، وقد تختلف في ذلك الآراء من شخص لآخر، وتعتمد العينة غير الاحتمالية على التحيز فقط وأحياناً يكون الخطأ النايج من التحيز أصغر بكثير من الخطأ العشوائي لعينة احتمالية مماثلة، وهي تستخدم لاعطاء تقديرات تقريبية عن المجتمع محل الدراسة ولا يعتمد عليها عادة في تقديرات أخرى هامة وذلك لعدم امكانية قياس الدقة فيها، ونذكر فيما يلي انواع من العينات غير الاحتمالية:

3-4-2-1 المعاينة الاستطلاعية: Pilot Survey Sampling

تستخدم المعاينة الاستطلاعية قبل اجراء المعاينة وذلك لمحاولة معرفة تكاليف وحدة المعاينة، وكذلك نسبة الممتنعين عن الاجابة عن كل أسئلة الاستمارة الاحصائية أو نسبة الممتنعين عن بعض أسئلتها.

3-4-2-2 المعاينة قبل الاختبار: Pre-test Sampling

تمثل محاولة أخذ فكرة عامة عن الاستمارة الاحصائية ومدي تجاوب وحدات المعاينة وفهم الأسئلة بالمعاينة قبل الاختبار، ومثال ذلك كأن نختار أحد الشوارع الرئيسية في احدى المدن على أساس ليمثل أصدق تمثيل ونجري البحث عليه.

3-4-2-3 معاينة الحصص: Quota Sampling

يجب أن يتوفر لدى الباحث المعلومات الأساسية عن المجتمع محل الدراسة وقد تتمثل هذه المعلومات في الأوزان النسبية للمركبات حتى يتسنى له تحديد عدد وحدات المعاينة لكل طبقة من طبقات هذا المجتمع ومتال على ذلك اذا أراد الباحث دراسة الرأي العام في برنامج اعلامي معين فانه يقسّم المجتمع الى طبقات من الشباب وكبار السن لكل من الجنسين ثم يحدد نسبة كل طبقة في المنطقة المحددة للبحث، ثم تحدد الحصص لكل طبقة ويسمى هذا النوع من المعاينة بمعاينة الحصص ويقوم العداد بملء الاستمارة الاحصائية لكل حصة من أقرب وحدات معاينة لكل طبقة حتى يتم جمع كل البيانات المطلوبة.

3-4-2-4 المعاينة بالصدفة: Haphazard Sampling

ويقصد بالمعاينة بالصدفة أن يأخذ الباحث العينة دون أي تخطيط ومن أمثلتها اختيار عينة من فئران التجارب التي تصل اليها يده داخل القفص الذي توجد به الفئران.

3-4-2-5 المعاينة التطوعية: Volunteer Sampling

وهي أن يأخذ الباحث عينة من المتطوعين مثلاً عينة من المرضى الذين يأتون للفحص في معمل معين تطوعياً.

3-4-2-6 المعاينة المتيسرة: Convenience Sampling

وهي أن يأخذ الجزء السهل من المجتمع محل الدراسة ومثال على ذلك أن يأخذ الباحث عينة من صناديق التفاح أعلى الشاحنة لفحصها.

3-4-2-7 المعاينة العمدية: Purposive Sampling

في هذه الحالة يختار الباحث عمداً وبصورة مقصودة وحدات معينة لاعتقاده أن تلك تمثل المجتمع المطلوب دراسته لسهولة جمع البيانات منها بسبب قربها من مركز البحث أو لأي سبب آخر[1].

3-5 مصادر الأخطاء في العينات:

إن الاخطاء التي نقع فيها عند استخدام أسلوب المعاينة كأسلوب جمع البيانات تسمى أخطاء المعاينة الكلية ويمكن تقسيمها الى نوعين من الأخطاء وهما:

خطأ المعاينة العشوائي وخطأ التحيز (Bias Error)

[1] بسام يونس،عادل موسى، مبادئ الاحصاء، جامعة السودان (2005) .

1-5-2 خطأ المعاينة العشوائي:Random Sampling Error

عند اختيار المعاينة العشوائية هنالك خطأ يتنج عن الاختلاف أو التشتت(variation) بين قيم الوحدات التي تتكون منها العينة تلك الوحدات التي لم تشأ الصدفة أن ندخلها في العينة وهذا الخطأ يسمى خطأ المعاينة العشوائي إن الحجم المتوسط لأخطأ المعاينة العشوائية يعتمد على:

- حجم العينة .
- مدى تشتت مفرداتها.
- طريقة اختيار الوحدات (بطريقة العينة البسيطة أو المنتظمة...الخ)

ويقلل خطأ المعاينة العشوائي بالآتي:

- زيادة حجم العينة.
- طريقة الاختيار المناسب التي تقلل من اختلاف قيم الوحدات الوحدات الاحصائية كالأسلوب الطبقي أو العينة المنتظمة ...الخ.
- يمكن أن نقدر خطأ المعاينة كنا نقدر معالم المجتمع بحساب الانحراف المعياري لمتوسطات العينات الممكنة الذي يسمى الخطأ المعياريS.E ونستخدمه للحكم على دقة الوسط الحسابي في المعاينات العشوائية وتقدير حجم العينة.

2-5-3 خطأ التحيز: Bias Error

ويعرف بأنه انحراف متوسط جميع تقديرات معلمة المجتمع للعينات الممكنة عن القيمة الحقيقة لهذه المعلمة ويتصف التحيز بأنه ثابت القيمة وتوجد صعوبة في تقليله أو التخلص منه.

إن خطأ التحيز لايقل اذا زاد حجم العينة، بينما نجد أن خطأ المعاينة العشوائي يقل بزيادة حجم العينة.

خطأ التحيز ثلاثة أنواع:

3-5-2-1 خطأ التحيز في الاختيار:

توجد عدة طرق لاختيار وحدات العينة التي تؤدي لخطأ التحيز وهي:

الاختيار غير العشوائي للعينة: حيث تعتمد بعض طرق الاختيار على خاصية معينة كالاعتماد دليل الهاتف عند دراسة الدخل والانفاق.

التحيز المقصود: وفيه يتعمد الباحث ادخال بعض الوحدات.

استبدال وحدة بوحدة أخرى غير مدرجة ضمن اطار العينة.

عدم التمكن من استكمال وصول الاستمارات.

كيفية التقليل من أخطاء التحيز الناتجة من الاختيار:

- اختيار جميع وحدات العينة عشوائياً باستخدام احدى طرق المعاينة الاختيار العشوائي.
- عدم استبدال أية وحدة تم اختيارها بوحدة أخرى
- استكمال الاجابات لجميع الأسئلة.
- اجراء البحث التجريبي (العينة الاستطلاعية) لكشف التحيز المقصود وغير المقصود.
- تدريب الباحثين بشكل جيد على جميع البيانات والتقيد بالتعليمات.

3-5-2-2 خطأ التحيز في التقدير:

وهو الخطأ الذي نقع فيه ويتعلق بالتقدير أو طرق التحليل المناسبة.

3-5-2-3 خطأ التحيز الناتج عن التعريف الخاطئ لوحدة المعاينة:

عندما نقوم بتجديد وحدة المعاينة يجب تعريفها تعريفاً واضحاً بشكل يقلل من أخطاء التحيز التي تنتج اذا كانت الوحدة غير معرفة تعريفاً واضحاً.

3-5-3 أخطاء أخرى شائعة في العينات:

- أخطاء عدم الاستجابة وذلك نسبة لعدم تحديث الاطار.
- أخطاء التبويب ومعالجة البيانات.
- أخطاء الطباعة.
- اخطاء تفسير النتائج على الرغم من صحة طرق التقدير وأساليب التحليل[1].

3-6 المعاينة العشوائية البسيطة: Simple Random Sampling (SRS)

هي طريقة لاختيار n من الوحدات من بين مجتمع حجمه N من الوحدات بحيث يكون لكل مفردة من المفردات المختارة نفس الاحتمال في الظهور ضمن مفردات العينة، في بعض الأحيان تسمى هذه الطريقة بالمعاينة العشوائية(Random Sampling) أن بعض الكُتاب يسمون هذا النوع من المعاينة بالمعاينة العشوائية غير المقيدة(Unrestricted Random Sampling)

3-6-1 حساب المقدرات التي تعتمد علي متغير الدراسة فقط:

مجموع قيم الصفة للظاهرة المدروسة ولكافة مفردات المجتمع:

---

(1) www.Arab-api.org/course13/2010

$$Y = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_N = \sum_{i=1}^{N} Yi$$

مجموع قيم الصفة للظاهرة المدروسة ولكافة مفردات العينة:

$$y = y_1 + y_2 + \ldots + y_N = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

الوسط الحسابي لقيم الظاهرة في المجتمع:

$$\bar{Y} = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i}{N}$$

الوسط الحسابي لقيم الظاهرة في العينة:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_N}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i}{n}$$

التباين بين قيم مفردات المجتمع:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \bar{Y})^2}{N}$$

تقدير التباين بين قيم مفردات المجتمع:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \bar{Y})^2}{N-1}$$

تقدير التباين بين مقيم مفردات العينة:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}$$

تباين متوسط القيم للعينة يحسب كالآتي:

$$V\langle\bar{y}\rangle = (1 - \frac{n}{N}) \frac{s^2}{n} = (1\text{-}f) \frac{s^2}{n}$$

$f = \frac{n}{N}$ هو كسر المعاينة وأن $(1-f)$ هو معامل التصحيح في المجتمع المحدد

وأن تباين مجموع القيم للعينة يحسب كالآتي:

$$V\langle y\rangle = N^2 (1 - \frac{n}{N}) \frac{s^2}{n} = N^2 (1\text{-}f) \frac{s^2}{n}$$

وأن الخطأ المعياري(Standard Error) والذي يرمز له اختصاراً (S.E) يحسب كالآتي:

$$S.E\langle\bar{y}\rangle = \sqrt{V\langle\bar{y}\rangle}$$

$$S.E\langle y\rangle = \sqrt{V\langle y\rangle}$$

لقياس حدود الثقة للمعلمات سواء كان للمتوسط أو المجموع[1]:

$$\bar{y} \pm (Z)S.E\langle\bar{y}\rangle$$

$$y \pm (Z)S.E\langle y\rangle$$

3-7 التقدير بالنسبة بين متغيرين في المعاينة العشوائية البسيطة:

The Ratio estimate in simple random sampling:

إن الغرض من طريقة التقدير بالنسبة بين متغيرين هو الحصول على زيادة في دقة التقديرات المطلوبة بالاستفادة من وجود ارتباط بين (X_i , Y_i)، فاذا كانت Y_i هي القيمة الحالية للظاهرة المراد تقديرها، وكانت X_i هي القيمة السابقة (في فترة زمنية ماضية) أو أي قيمة أخرى مرتبطة بالقيمة الحالية للظاهرة المدروسة.

اذا كنا ندرس ظاهرتين أو صفتين معاً ونود ايجاد الخصائص الاحصائية لنسبة هاتين الصفتين من متوسط، مجموع، كما بينا أنه لدينا نوعين من القياسات للعينة بحجم(n):

$y_1, y_2, \ldots, y_n \;;\; x_1, x_2, \ldots, x_n$

ونقدر النسبة R بـ $\hat{R}$ حيث

$$\hat{R} = \frac{\sum y_i}{\sum x_i} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$$

(1) عبدالرحمن محمد أبو عمة، الحسيني عبدالبر راضي، محمد محمود ابراهيم هندي، مقدمة في المعاينة الاحصائية، الرياض، جامعة الملك سعود، عمادة شؤون المكتبات (1990) .

نظرية(3−7−1):

اذا كانت x_i ,y_i هي قيم بصفتين في عينة حجمها (n) واذا كانت (n) كبيرة فإن $\hat{R}$ هي تقدير غير متحيز الى R ، وأن تباينها يعطى بالصيغة التالية:

$$V\langle\hat{R}\rangle = \frac{(1-f)}{n\bar{X}} \frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - Rx_i)^2}{N-1}$$

أولاً نبرهن أن:

$$E(\hat{R}) = R$$

$$\hat{R} - R = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} - R = \frac{\bar{y}-R\bar{x}}{\bar{x}}$$

وعلى افتراض أن حجم العينة (n) كبير جداً فإن الوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ سوف لا يختلف عن كثير عن الوسط الحسابي للمجتمع وعليه فإننا سنعوض عن $\bar{X}$ بـ $\bar{X}$ في مقام الكسر أعلاه:

$$\hat{R} - R = \frac{1}{\bar{x}} (\bar{y} - R\,\bar{X})$$

وبأخذ التوقع للطرفين:

$$E(\hat{R} - R) = \frac{1}{\bar{x}} E(\bar{y} - R\,\bar{X})$$

حيث أن $\bar{X}$ ،R ثوابت وبما أن $\bar{X}$ هي تقدير غير متحيز الى $\bar{X}$ وأن $\bar{y}$ هو تقدير غير متحيز الي $\bar{Y}$ إذاً :

$$E(\hat{R} - R) = \frac{1}{\bar{x}} (\bar{Y} - R\bar{X}) = 0$$

أي أن

$$E(\hat{R} - R) = 0$$

$$\therefore E(\hat{\mathbf{R}}) = \mathbf{R}$$

ثانياً نبرهن أن:

$$V\langle \hat{R} \rangle = \frac{(1-f)}{n\bar{X}} \frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - Rx_i)^2}{N-1}$$

معلوم لدينا أن:

$$\hat{R} - R = \frac{1}{\bar{X}} (\bar{y} - R\,\bar{X})$$

فبتربيع طرفي المعالة ثم أخذ التوقع لهما نحصل على:

$$E\left(\hat{R} - R\right)^2 = \frac{1}{\bar{X}^2} E(\bar{y} - R\,\bar{X})^2$$

أن المقدار $(\bar{y} - R\,\bar{X})$ هو عبارة الوسط الحسابي للعينة التي متغيرها

$d_i = y_i - RX_i \qquad\qquad i = 1,2,3,\dots,n$

والوسط الحسابي لهذه المتغيرات

$$\bar{d} = \bar{y} - R\,\bar{X}$$

وبالنسبة لقياسات المجتمع (D_i)

$D_i = Y_i - RX_i \qquad\qquad i = 1,2,3,\dots,N$

فان الوسط الحسابي هو

$$\bar{D} = \bar{Y} - R\bar{X} = 0$$

وعلى هذا الافتراض فإن تباين النسبة $\hat{R}$ سيكون:

$$V\langle \hat{R} \rangle = E\left(\hat{R} - R\right)^2 = \frac{1}{\bar{X}^2} E(\bar{y} - R\,\bar{X})^2 = E\left(\bar{d}\right)^2 = \frac{1}{\bar{X}^2} E\left(\bar{d} - \bar{D}\right)^2$$

$$V\langle \hat{R} \rangle = \frac{1}{\bar{X}^2} V\langle \bar{d} \rangle$$

وحسب البرهان السابق فإن تباين $\bar{d}$ هو $V\langle \bar{d} \rangle = \frac{\sigma^2 d}{n}(1-f)$ حيث $\frac{\sigma^2 d}{n}$ هو تباين القياسات d_i، وأن $f = \frac{n}{N}$ هو كسر المعاينة وعلية يكون تباين النسبة $\hat{R}$ كما يلي:

$$V\langle\widehat{R}\rangle = \frac{1}{\bar{X}^2}\,\frac{\sigma^2 d}{n}\,(1-f)$$

وبما أن تباين الـ d_i هو:

$$\sigma^2 d = \frac{\sum_{i=1}^{N}(D_i - \bar{D})^2}{N-1}$$

إذاً:

$$V\langle\widehat{R}\rangle = \frac{(1-f)}{n\bar{X}^2}\,\frac{\sum_{i=1}^{N}(D_i - \bar{D})^2}{N-1}$$

وعليه تباين النسبة $\widehat{R}$ يصبح كما يلي:

$$\therefore \mathbf{V\langle\widehat{R}\rangle} = \frac{(1-f)}{n\bar{X}^2}\,\frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - Rx_i)^2}{N-1}$$

نظرية (3-7-2):

إن تقدير المجموع الكلي $\widehat{Y}$ والوسط الكلي $\widehat{\bar{Y}}$ باستخدام النسبة بين متغيرين وأن $\widehat{\bar{Y}}_R$ هي تقدير غير متحيز الي $\bar{Y}$ وأن $\widehat{Y}_R$ هي تقدير غير متحيز الي $\widehat{Y}$:

$$\widehat{Y}_R = \widehat{R}X \qquad , \widehat{\bar{Y}}_R = \widehat{R}\bar{X}$$

حيث أن:

$$\sum_{i=1}^{N} X_i = X \;,\quad \sum_{i=1}^{N} y_i = Y \;,\quad R = \frac{Y}{X} \;,\quad \widehat{R} = \frac{y}{x} \;,\quad \widehat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{\bar{X}}}$$

$$E(\widehat{\bar{Y}}_R) = \bar{X}\,E(\widehat{R}) = R\bar{X} = \bar{X}\,\frac{\bar{Y}}{\bar{\bar{X}}} = \bar{Y}$$

$$\Rightarrow \mathbf{E\langle\widehat{\bar{Y}}_R\rangle = \bar{Y}}$$

$$E(\widehat{Y}_R) = N\bar{X}\,E(\widehat{R}) = N\bar{X}\,R = N\bar{X}\,\frac{\bar{Y}}{\bar{X}} = N\bar{Y} = Y$$

$$\Rightarrow E\langle\widehat{Y}_R\rangle = Y$$

نظرية (3-7-3):

أن تباين تقدير المجموع الكلي يعطي بالصيغة التالية:

$$V\langle\hat{Y}_R\rangle = \frac{N^2(1-f)}{n}\frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - RX_i)^2}{N-1}$$

البرهان:

$$\hat{Y}_R = \hat{R}X = N\bar{X}\,\hat{R}$$

نأخذ التباين للطرفين:

$$V(\hat{Y}_R) = N^2\bar{X}^2 V(\hat{R})$$

حيث أن $N\bar{X}$ كمية ثابتة

$$V(\hat{Y}_R) = \frac{N^2\bar{X}^2\ (1-f)}{n\bar{X}^2}\ \frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - RX_i)^2}{N-1}$$

$$\therefore \mathbf{V(\hat{Y}_R)} = \frac{N^2(1-f)}{n}\frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - Rx_i)^2}{N-1}$$

نظرية(3−7−4):

أن تباين تقدير الوسط الحسابي للمجتمع يعطى بالصيغة التالية:

$$V(\hat{\bar{Y}}_R) = \frac{(1-f)}{n}\frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - RX_i)^2}{N-1}$$

$$\hat{\bar{Y}}_R = \hat{R}X$$

وبأخذ التباين لطرفي المعادلة نحصل على:

$$V(\hat{\bar{Y}}_R) = \bar{X}^2 V(\hat{R})$$

$$V(\hat{\bar{Y}}_R) = \frac{\bar{X}^2\ (1-f)}{n\bar{X}^2}\ \frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - RX_i)^2}{N-1}$$

$$\therefore \mathbf{V(\hat{\bar{Y}}_R)} = \frac{(1-f)}{n}\ \frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - RX_i)^2}{N-1}$$

نظرية(3-7-5):

إن تباين تقدير المجموع الكلي $\hat{Y}_R$ يعطى بالصيغة التالية[1]:

$$V(\hat{Y}_R) = \frac{N^2\bar{Y}^2\ (1-f)}{n}\ [\,C_{yy} - 2\rho\, C_{xy} + C_{xx}\,]$$

حيث أن

$$C_{yy} = \frac{\sigma^2 y}{\bar{y}^2},\quad C_{xx} = \frac{\sigma^2 x}{\bar{x}^2},\quad C_{xy} = \frac{\sigma_x\,\sigma_y}{\bar{x}\bar{y}},\quad \rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\,\sigma_y}$$

البرهان:

$$\hat{Y}_R = N\bar{X}\,\hat{R}$$

نأخذ التباين لطرفي المعادلة

$$V(\hat{Y}_R) = N^2\bar{X}^2\, V(\hat{R})$$

$$V(\hat{Y}_R) = \frac{N^2\bar{X}^2\ (1-f)}{n\bar{X}^2}\,\frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - RX_i)^2}{N-1}$$

$$\therefore \mathbf{V(\hat{Y}_R)} = \frac{N^2(1-f)}{n}\,\frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - RX_i)^2}{N-1}$$

اذا أضفنا وطرحنا الى المربع $\bar{Y}$ فإن:

$$V(\hat{Y}_R) = \frac{N^2(1-f)}{n}\,\frac{\sum_{i=1}^{N}\langle(Y_i-\bar{Y})-(RX_i-\bar{Y})\rangle^2}{N-1}$$

$$V(\hat{Y}_R) = \frac{N^2(1-f)}{n}\,\frac{\sum_{i=1}^{N}\langle(Y_i-\bar{Y})-(RX_i-R\bar{X})\rangle^2}{N-1}$$

$$= \frac{N^2(1-f)}{n}\,\frac{\sum_{i=1}^{N}\langle(Y_i-\bar{Y})-R(X_i-\bar{X})\rangle^2}{N-1}$$

$$= \frac{N^2(1-f)}{n}\,\frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i-\bar{Y})^2 - 2R\sum_{i=1}^{N}(Y_i-\bar{Y})(X_i-\bar{X}) + R^2\sum_{i=1}^{N}(X_i-\bar{X})^2}{N-1}$$

$$V(\hat{Y}_R) = \frac{N^2(1-f)}{n}\,\frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i-\bar{Y})^2}{N-1} - 2R\,\frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i-\bar{Y})(X_i-\bar{X})}{N-1} + R^2\,\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i-\bar{X})^2}{N-1}$$

$$V(\hat{Y}_R) = \frac{N^2(1-f)}{n}\,[\sigma^2_y - 2R\,\sigma_{xy} + R^2\,\sigma^2_x]$$

---

[1] عبدالمجيد حمزة الناصر، صفاء يونس الصفاوي، العينات نظري وتطبيقي، جامعة بغداد، جامعة الموصل، وزارة التعليم العالي (2001) ص27

نضرب ونقسم الطرف الأيمن بالمقدار $(\bar{Y}^2)$

$$V(\hat{\bar{Y}}_R)=\frac{\bar{Y}^2N^2(1-f)}{n}[\frac{\sigma^2 y}{\bar{Y}^2}-2R\frac{\sigma_{xy}}{\bar{Y}^2}+R^2\frac{\sigma^2 x}{\bar{Y}^2}]$$

$$V(\hat{\bar{Y}}_R)=\frac{\bar{Y}^2N^2(1-f)}{n}[C_{yy}-2\frac{\bar{y}}{\bar{x}}\frac{\sigma_{xy}}{\bar{Y}^2}+\frac{\bar{Y}^2}{\bar{x}^2}\frac{\sigma^2 x}{\bar{Y}^2}]$$

$$V(\hat{\bar{Y}}_R)=\frac{\bar{Y}^2N^2(1-f)}{n}[C_{yy}-2\frac{\sigma_{xy}}{\bar{x}\bar{y}}+\frac{\sigma^2 x}{\bar{x}^2}]$$

$$V(\hat{\bar{Y}}_R)=\frac{\bar{Y}^2N^2(1-f)}{n}[C_{yy}-2\frac{\sigma_{xy}}{\bar{x}\bar{y}}+C_{xx}]$$

$$V(\hat{\bar{Y}}_R)=\frac{\bar{Y}^2N^2(1-f)}{n}[C_{yy}-2\rho\frac{\sigma_x\sigma_y}{\bar{x}\bar{y}}+C_{xx}] \qquad ,\text{where } \rho=\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}$$

$$V(\hat{\bar{Y}}_R)=\frac{\bar{Y}^2N^2(1-f)}{n}[c_{yy}-2\rho c_{xy}+c_{xx}]$$

$$\therefore \mathbf{V(\hat{Y}_R)}=\frac{Y^2(1-f)}{n}[c_{yy}-2\rho c_{xy}+c_{xx}]$$

حيث أن:

$$\bar{Y}^2N^2=Y^2$$

لقياس حدود الثقة للمعلمات سواء أكان للوسط أو المجموع:

$$\bar{y}_R \pm (Z)S.E\langle\bar{y}_R\rangle$$

$$y_R \pm (Z)S.E\langle y_R\rangle$$

3-8 التحيز في تقدير النسبة بين متغيرين $\hat{\mathbf{R}}$:

يحسب مقدار التحيز في تقدير النسبة $\hat{R}$ باستخدام المعاينة للفرق $(\bar{x}-\bar{X})$ صفرياً من تعريف $\hat{R}$ نلاحظ أن

$$\hat{R}=\frac{y}{x}=\frac{\bar{y}}{\bar{x}}=\frac{\bar{y}+\bar{y}-\bar{Y}}{\bar{x}+\bar{x}-\bar{X}}=\frac{\bar{Y}\langle 1+\frac{(\bar{y}-\bar{Y})}{\bar{Y}}\rangle}{\bar{X}\langle 1+\frac{(\bar{x}-\bar{X})}{\bar{X}}\rangle}$$

$$\hat{R}=\frac{\bar{y}}{\bar{x}}\langle 1+\frac{(\bar{y}-\bar{Y})}{\bar{Y}}\rangle\langle 1+\frac{(\bar{x}-\bar{X})}{\bar{X}}\rangle-1$$

باستخدام مفكوك تايلور للمقدار $\langle 1+\frac{(\bar{x}-\bar{X})}{\bar{X}}\rangle$-1 نحصل على:

$$\hat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \langle 1 + \frac{(\bar{y} - \bar{Y})}{\bar{Y}} \rangle \langle 1 - \frac{(\bar{x} - \bar{X})}{\bar{X}} - \dots \rangle$$

$$\hat{R} = R\langle 1 + \frac{(\bar{y} - \bar{Y})}{\bar{Y}} - \frac{(\bar{x} - \bar{X})}{\bar{X}} + \frac{(\bar{x} - \bar{X})^2}{\bar{X}^2} - \frac{(\bar{x} - \bar{X})(\bar{y} - \bar{Y})}{\bar{X}\bar{Y}} + \frac{(\bar{y} - \bar{Y})(\bar{x} - \bar{X})^2}{\bar{Y}\bar{x}^2} + \cdots \rangle$$

بأخذ التوقع لطرفي المعادلة أعلاه واستخدام التقريب تبعاً لصغر المقدار $(\bar{X} - \bar{x})$ والذي نميزه في ثلاثة حالات كما يلي:

الحالة الأولى:

عندما $\bar{X} \cong \bar{x}$ أي أن $\bar{x}$ تكون قريبة جداً من $\bar{X}$ وهذه الحالة تحدث اذا كان حجم العينة (n) كبير جداً فتصبح المعادلة كما يلي:

$$E(\hat{R}) = R + \frac{RE\,(\bar{y} - \bar{Y})}{\bar{Y}} = R$$

حيث $E\,(\bar{y} - \bar{Y}) = 0$ من ذلك وجدنا أن

$$\mathbf{E(\hat{R}) = R}$$

الحالة الثانية:

عندما يكون المقدار $\frac{(\bar{x} - \bar{X})}{\bar{X}}$ صغير جداً بحيث يمكن اهماله لاقترابه من الصفر واهمال الحدود التالية له عندئذ تصبح المعادلة كما يلي:

$$E(\hat{R}) = E\{R\,\langle 1 + \frac{(\bar{y} - \bar{Y})}{\bar{Y}} - \frac{(\bar{x} - \bar{X})}{\bar{X}} + 0 \dots \rangle\}$$

بأخذ التوقع نحصل

$$\mathbf{E(\hat{R}) = R}$$

حيث أن $E\,(\bar{y} - \bar{Y}) = 0$ ، $E\,(\bar{x} - \bar{X}) = 0$ أي ان النسبة $\hat{R}$ تقدير غير متحيز للنسبة R أيضاً.

المرحلة الثالثة:

هي عندما يكون $(\bar{x}-\bar{X})^2$ صغير جداً بحيث يمكن اهمال الحدود التي تلي المقدار $\frac{(\bar{x}-\bar{X})(\bar{y}-\bar{Y})}{\bar{X}\bar{Y}}$ لشدة صغرها تصبح المعادلة كما يلي:

$$\hat{R} = R\left\langle 1 + \frac{(\bar{y}-\bar{Y})}{\bar{Y}} - \frac{(\bar{x}-\bar{X})}{\bar{X}} + \frac{(\bar{x}-\bar{X})^2}{\bar{X}^2} - \frac{(\bar{x}-\bar{X})(\bar{y}-\bar{Y})}{\bar{X}\bar{Y}} + \cdots \right\rangle$$

$$\hat{R} - R = R\left\langle \frac{(\bar{y}-\bar{Y})}{\bar{Y}} - \frac{(\bar{x}-\bar{X})}{\bar{X}} + \frac{(\bar{x}-\bar{X})^2}{\bar{X}^2} - \frac{(\bar{x}-\bar{X})(\bar{y}-\bar{Y})}{\bar{X}\bar{Y}} + \cdots \right\rangle$$

بأخذ التوقع لطرفي المعادلة ينتج:

$$E(\hat{R} - R) = R\left\langle 0 - 0 + \frac{E(\bar{x}-\bar{X})^2}{\bar{X}^2} - \frac{E(\bar{x}-\bar{X})(\bar{y}-\bar{Y})}{\bar{X}\bar{Y}} + \cdots \right\rangle$$

$$E(\hat{R} - R) = R\left\langle \frac{1}{\bar{X}^2} V(\bar{x}) - \frac{1}{\bar{X}\bar{Y}} Cov(\bar{x},\bar{y}) \right\rangle$$

$$E(\hat{R} - R) = R\left\langle \frac{1}{\bar{X}^2} \frac{1-f\,\sigma_x^2}{n} - \frac{1}{\bar{X}\bar{Y}} \frac{1-f\,\sigma_{xy}}{n} \right\rangle$$

$$E(\hat{R} - R) = \frac{R\langle 1-f\rangle}{n\bar{X}^2}\left[\sigma_x^2 - \frac{\bar{X}}{\bar{Y}}\sigma_{xy}\right] = \frac{\langle 1-f\rangle}{n\bar{X}^2}\left[R\sigma_x^2 - \sigma_{xy}\right]$$

$$E(\hat{R} - R) = \frac{\langle 1-f\rangle}{n\bar{X}^2}\left[R\sigma_x^2 - \rho\,\sigma_x\sigma_y\right]$$

ومن ذلك يكون التحيز δ هو

$$\boldsymbol{\delta = \frac{\langle 1-f\rangle}{n\bar{X}^2}\left[R\sigma_x^2 - \rho\,\sigma_x\sigma_y\right]} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (1)$$

ويكون التحيز صفراً اذا كان

$$[R\sigma_x^2 - \rho\,\sigma_x\sigma_y] = 0$$

أي أن:

$$R\sigma_x^2 = \rho\,\sigma_x\sigma_y$$

أو يكون:

$$R\,\sigma_x = \rho\,\sigma_y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (2)$$

والشرط الأخير لعدم التحيز في هذه الحالة والمعطى في المعادلة (2) يتحقق عندما يكون خط انحدار Y على X يمر بنقطة الأصل، ولإثبات ذلك نفترض أن خط انحدار Y على X والمار بنقطة الأصل هو

$$Y_i = BX_i$$

ومن ذلك

$$B = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$$

أي أن النسبة R تساوي معامل الانحدار B أي أن R = B وبأخذ الطرف الأيسر من المعادلة (2)

$$R\,\sigma_x = \rho\,\sigma_y = \frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i-\bar{Y})(X_i-\bar{X})}{\sum_{i=1}^{N}(X_i-\bar{X})^2}\,\sigma_x = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x\sigma_y}\,\sigma_y$$

$$\mathbf{R\,\sigma_x = B\sigma_x = \rho\,\sigma_y}$$

أي أن الطرف الايمن يساوي الطرف الأيسر وهو المطلوب حيث

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i-\bar{Y})(X_i-\bar{X})}{\sum_{i=1}^{N}(X_i-\bar{X})^2} = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x\sigma_y}$$

$$\rho = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x\sigma_y}$$

نظرية (3-8-1):

يمكن كتابة التحيز $\delta = E(\hat{R} - R)$ الموضح في العلاقة (1) في صيغة أخرى باستخدام معامل الاختلاف C_x, C_y [1]

$$E(\hat{R} - R) = \frac{\langle 1-f\rangle}{n\bar{X}^2}\,[R\sigma_x^2 - \rho\,\sigma_x\sigma_y] = \frac{\langle 1-f\rangle}{n}\,[\frac{R\sigma_x^2}{n} - \frac{\rho\,\sigma_x\sigma_y}{n}]$$

$$E(\hat{R} - R) = \frac{\langle 1-f\rangle}{n}\,R[\frac{\sigma_x^2}{\bar{X}^2} - \rho\,\frac{\bar{X}}{\bar{Y}}\,\frac{\sigma_x\sigma_y}{\bar{X}^2}] = \frac{\langle 1-f\rangle}{n}\,R[C_{xx} - \rho C_{xy}]$$

(1) عبد الرحمن محمد أبو عمة ، الحسيني عبدالبر راضي، محمد محمود ابراهيم هندي، مقدمة في المعاينة الاحصائية، الرياض، جامعة الملك سعود، عمادة شؤون المكتبات (1990) ص318 .

$$\therefore \delta = E(\hat{R} - R) = \frac{\langle 1-f \rangle}{n} R[C_{xx} - \rho C_{xy}]$$

أو يكون

$$\delta = E(\hat{R} - R) = \frac{\langle 1-f \rangle}{n} R[C_x^2 - \rho C_x C_y]$$

3-9 التقدير بخط الانحدار في المعاينة العشوائية البسيطة:

Regression Estimation in Simple Random Sampling:

إن التقدير من خط الانحدار يماثل التقدير بالنسبة حيث أنهما مصممان لغرض الحصول على دقة أعلى وذلك باستخدام المعلومات الاضافية عن طريق المتغير المعتمد Y_i والذي يرتبط بالمتغير المساعد X_i ارتباطاً عالياً. ويكون التقدير بخط الانحدار أعلى دقة من التتقدير بالنسبة بين متغيرين اذا كانت العلاقة بين Y_i, X_i خطية تقريباً ولا يمر فيها خط الانحدار من نقطة الأصل، ويستخدم التقدير من خط الانحدار في حالات كثيرة، فمثلاً اذا أمكننا الحصول بطريقة سهلة على قيمة لصفة ما لكل وحدة وكذلك أمكننا بطريقة أو بأخرى كثيرة التكاليف للحصول على القيمة الصحيحة X_i لنفس الصفة لعينة عشوائية بسيطة فإنه يمكن استخدام أي من التقديرات للحصول على التقدير الدقيق للمتوسط أو القيمة الكلية. كما يكون هذا التقدير مفيداً اذا كانت لدينا طريقتان أحدهما كبيرة التكاليف إلا أنها دقيقة. والأخرى قليلة التكاليف غير أنها تقريبية فنقوم بتطبيق الطريقتين على عينة من المجتمع ونطبق الطريقة القليلة التكاليف على المجتمع كله ثم نقارن الطريقة الاخيره بالطريقة الأكثر دقة من العينة ونعدل القيمة التي نحصل عليها من المجتمع فنحصل على تقدير أكثر دقة، فمثلاً قد يستطيع مختص علم الحشرات أن يحصل على تقدير سريع عن الحشرات الموجودة على مجموعة من النباتات وذلك بأن يلقي نظرة سريعة

عليها بحيث يمكن تعيين العدد الصحيح بأخذ عينة ومقارنتها بالتقدير السريع لها، والتقدير من خط الانحدار متسق غير أنه متحيز ولكن يمكن اهماله في العينات الكبيرة.

اذا رمزنا للقياسات الأولية (المساعدة) بالرمز X والى القياسات الأساسية بالرمز Y فإن علاقة الانحدار الخطي التي سنفترضها تكون:

$$\bar{y}_{lr} = \bar{y} + b\,(\bar{X} - \bar{x})$$

حيث أن :

$\bar{y}$ هو الوسط الحسابي لقياسات y_i في العينة العشوائية ذات الحجم (n).

$\bar{X}$ هو الوسط الحسابي لقياسات x_i في العينة العشوائية ذات الحجم (n).

$\bar{X}$ هو الوسط الحسابي في المجتمع.

$\bar{y}_{lr}$ هو الوسط الحسابي المقدر بطريقة الانحدار الخطي.

3-9-1 التقدير بطريقة الانحدار عندما يكون معامل الانحدار (β) معلوم:

في كثير من الاحصاءات المدروسة قد نلجأ الي تقدير معامل الانحدار حيث يتم تحديد ذلك عن طريق دراسات أو معلومات سابقة. وقد نحصل على دراسة خاصة في زمن غير بعيد عن وقت القيام بالدراسة على نفس الظاهرة التي درست فعندئذ تكون قيمة معامل الانحدار قريبة الى الواحد. وهذا معناه أن التقدير بطريقة الانحدار يكون بالشكل التالي:

$$\bar{y}_{lr} = \bar{y} + (\bar{X} - \bar{x})$$

حيث أن :

$\bar{y}$ هو الوسط الحسابي الحالي.

$\bar{X}$ هو الوسط الحسابي من دراسة سابقة.

$\bar{X}$ هو الوسط الحسابي للمجتمع.

كما يمكن كتابة هذه الصيغة كما يلي :

$$\bar{y}_{lr} = \bar{X} + (\bar{y} - \bar{x})$$

وهذه الصيغة تعطي تفسيراً آخراً للتقدير بطريقة الانحدار ($\bar{y}_{lr}$) حيث الآن يساوي القيمة التقديرية (التخمينية) للوسط الحسابي الحقيقي مضافاً ليه مقدار التحيز (أي الفرق بين تقدير الوسط الحسابي في الدراسة الحالية والدراسة السابقة).

نظرية (3-9-2):

في المعاينة العشوائية البسيطة اذا افترضنا أن $\bar{y}_{lr} = \bar{y} + \beta(\bar{X} - \bar{x})$ فأن ($\bar{y}_{lr}$) هو تقدير غير متحيز الى الوسط الحسابي الحقيقي $\bar{Y}$ وبعبارة أخرى $E(\bar{y}_{lr}) = \bar{Y}$

البرهان :

$$\bar{y}_{lr} = \bar{y} + \beta(\bar{X} - \bar{x})$$

$$E\langle\bar{y}_{lr}\rangle = E\langle \bar{y} + \beta(\bar{X} - \bar{x})\rangle = E\langle\bar{y}\rangle + \beta E\langle\bar{X} - \bar{x}\rangle$$

$$E\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \bar{Y} + \beta E\langle\bar{X} - \bar{x}\rangle = \bar{Y} + \beta\langle\bar{X} - \bar{x}\rangle$$

$$\therefore\ \mathbf{E\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \bar{Y}}$$

نظرية(3-9-3) :

في المعاينة العشوائية البسيطة اذا افترضنا أن $\bar{y}_{lr} = \bar{y} + \beta(\bar{X} - \bar{x})$ فأن تباين ($\bar{y}_{lr}$) يعطى بالصيغة التالية:

$$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\left[\sigma_y^2 - 2\beta\sigma_{xy} + \beta^2\sigma_x^2\right]$$

البرهان:

$\bar{y}_{lr} = \bar{y} + \beta(\bar{X} - \bar{x})$

$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = E\langle\bar{y}_{lr} - \bar{Y}\rangle^2 = E\langle\bar{y} + \beta(\bar{X} - \bar{x}) - \bar{Y}\rangle^2$

$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = E\langle(\bar{y} - \bar{Y}) - \beta(\bar{x} - \bar{X})\rangle^2$

$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \{E(\bar{y} - \bar{Y})^2 - 2\beta E(\bar{x} - \bar{X})(\bar{y} - \bar{Y}) + \beta^2 E(\bar{x} - \bar{X})^2\}$

$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = V\langle\bar{y}\rangle - 2\beta Cov(\bar{x}, \bar{y}) + \beta^2 V\langle\bar{x}\rangle$

$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\sigma_y^2 - 2\beta\frac{(1-f)}{n}\sigma_{xy} + \beta^2\frac{(1-f)}{n}\sigma_x^2$

$\therefore \mathbf{V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}[\sigma_y^2 - 2\beta\sigma_{xy} + \beta^2\sigma_x^2]}$

برهان آخر:

لنأخذ المتغير u_i حيث

$u_i = \bar{y} - \beta(\bar{x} - \bar{X})$

وأن تباين هذه المتغيرات

$\sigma_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(U_i - \bar{U})^2}{N-1}$

وأن التقدير غير المتحيز الى σ_u^2 هو

$s_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2}{n-1}$

ونستنتج أن تقدير التباين $V\langle\bar{y}_{lr}\rangle$ هو

$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\sigma_u^2 = \frac{(1-f)}{n}\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{U})^2}{n-1}$

$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\frac{\sum_{i=1}^{n}\langle\bar{y} + \beta(\bar{X} - \bar{x}) - \bar{Y}\rangle 2}{n-1}$

$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{\sum_{i=1}^{N}(\bar{y} - \bar{Y})^2 - 2\beta_0\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - \bar{X})^2(\bar{y} - \bar{Y}) + \beta^2\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - \bar{X})^2}{n-1}$

$\therefore \mathbf{V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}[\sigma_y^2 - 2\beta\sigma_{xy} + \beta^2\sigma_x^2]}$

نظرية (3−9−4):

بعض الأسئلة حول طريقة التقدير بخط الانحدار عندما يكون معامل الانحدار معلوم

(3−9−4−1) ماهي أفضل قيمة الى معامل الانحدار β ؟

حسب النظرية(3−9−3): نجد أن:

$$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\left[\sigma_y^2 - 2\beta\sigma_{xy} + \beta^2\sigma_x^2\right]$$

بأخذ المشتقة الأولى الى b_0 نحصل على:

$$\frac{\partial V}{\partial b_0} = \frac{(1-f)}{n}\left[0 - 2\sigma_{xy} + 2\beta\sigma_x^2\right]$$

$$0 = \frac{(1-f)}{n}\left[-2\sigma_{xy} + 2\beta\sigma_x^2\right] = \left[-\sigma_{xy} + \beta\sigma_x^2\right]$$

$$\sigma_{xy} = \beta\sigma_x^2$$

$$\therefore \boldsymbol{\beta} = \frac{\boldsymbol{\sigma_{xy}}}{\boldsymbol{\sigma_x^2}}$$

(3−9−4−2) التباين في النهاية الصغرى بالنسبة الى $\bar{\mathbf{y}}_{\mathbf{lr}}$ يكون:

$$V_{min}\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\sigma_y^2\langle 1-\rho^2\rangle$$

البرهان :

حسب النظرية (3−9−3): نجد أن:

$$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\left[\sigma_y^2 - 2\beta\sigma_{xy} + \beta^2\sigma_x^2\right]$$

ولكن $\beta = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$ ، اذاً

$$V_{min}\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\left[\sigma_y^2 - 2\left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}\right)\sigma_{xy} + \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}\right)^2\sigma_x^2\right]$$

$$V_{min}\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\left[\sigma_y^2 - 2\left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}\right)^2\right]$$

$$V_{min}\langle \bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\left[\sigma_y^2 - \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}\right)^2\right]$$

$$V_{min}\langle \bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\sigma_y^2\left[1 - \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}\right)^2\right]$$

$$\therefore \mathbf{V_{min}\langle \bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\sigma_y^2 \langle 1-\rho^2 \rangle}$$

(3-4-9-3) العلاقة بين معامل الانحدار β ومعامل الارتباط ρ :

بما أن: $\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = b_0$ بضرب الطرف الأيمن في $\frac{\sigma_y}{\sigma_y}$ نحصل على

$$b_0 = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}\,\frac{\sigma_y}{\sigma_y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}\,\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \rho\,\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

$$\therefore \boldsymbol{\beta = \rho\,\frac{\sigma_y}{\sigma_x}}$$

$$\bar{y}_{lr} = \bar{y} - \beta(\bar{x} - \bar{X})$$

$$\therefore \boldsymbol{\bar{y}_{lr} = \bar{y} - \rho\,\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(\bar{x} - \bar{X})}$$

نظرية (3-9-5):

اذا كانت ($\hat{\beta}$) هي تقدير لمعامل الانحدار (β) بطريقة المربعات الصغرى وكان:

$\bar{y}_{lr} = \bar{y} - \hat{\beta}(\bar{x} - \bar{X})$ في المعاينة العشوائية البسيطة وبحجم (n) فإن [1]

$$V_{min}\langle \bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\sigma_y^2 \langle 1-\rho^2 \rangle$$

البرهان:

نفرض أن

$$e_i = y_i - \bar{Y} - \beta(x_i - \bar{X}) \;, \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

بأخذ المعدل لهذه العلاقة نحصل على

(1) عبدالمجيد حمزة الناصر، صفاء يونس الصفاوي، العينات نظري وتطبيقي، جامعة بغداد، جامعة الموصل، وزارة التعليم العالي (2001) ص113.

$$\bar{e} = \bar{y} - \bar{Y} - \beta(\bar{x} - \bar{X})$$

كما أن

$$\bar{y}_{lr} = \bar{y} - \hat{\beta}(\bar{x} - \bar{X})$$

وبالتعويض عن قيمة $\bar{y}$ نجد أن

$$\bar{y}_{lr} = \bar{Y} + \hat{\beta}(\bar{x} - \bar{X}) + \bar{e} - \hat{\beta}(\bar{x} - \bar{X})$$

$$\bar{y}_{lr} - \bar{Y} = (\beta - \hat{\beta})(\bar{x} - \bar{X}) + \bar{e}$$

$$\bar{y}_{lr} - \bar{Y} = \bar{e}$$

نربع طرفي المعادلة ثم نأخذ التوقع لها

$$E\langle \bar{y}_{lr} - \bar{Y} \rangle^2 = E\langle \bar{e} \rangle^2$$

$$V\langle \bar{y}_{lr} \rangle = \frac{(1-f)}{n} \sigma_e^2$$

لكن

$$\sigma_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(e_i - \bar{e})^2}{N-1}, \quad E\langle \bar{e} \rangle = 0$$

$$V\langle \bar{y}_{lr} \rangle = \frac{(1-f)}{n} \frac{\sum_{i=1}^{N}(e_i - \bar{e})^2}{N-1}$$

$$V\langle \bar{y}_{lr} \rangle = \frac{(1-f)}{n} \frac{\sum_{i=1}^{N}(e_i)^2}{N-1} = \frac{(1-f)}{n} \frac{\sum_{i=1}^{N}\langle(\bar{y} - \bar{Y}) - \beta(\bar{x} - \bar{X})\rangle^2}{N-1}$$

$$V\langle \bar{y}_{lr} \rangle = \frac{\{\sum_{i=1}^{N}(\bar{y} - \bar{Y})^2 - 2\beta\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - \bar{X})(\bar{y} - \bar{Y}) + \beta^2\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - \bar{X})^2\}}{N-1}$$

$$V\langle \bar{y}_{lr} \rangle = \frac{\{\sum_{i=1}^{N}(\bar{y} - \bar{Y})^2 - 2\beta^2\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - \bar{X})^2 + \beta^2\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - \bar{X})^2\}}{N-1}$$

$$V\langle \bar{y}_{lr} \rangle = \frac{\{\sum_{i=1}^{N}(\bar{y} - \bar{Y})^2 - \beta^2\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - \bar{X})^2\}}{N-1}$$

وبما أن معامل الارتباط

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{N}(xi - \bar{X})(yi - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(xi - \bar{X})^2\sum_{i=1}^{N}(yi - \bar{Y})^2}}$$

نضرب الطرف الأيمن بالمقدار $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2}}$

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})(yi-\bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2\sum_{i=1}^{N}(yi-\bar{Y})^2}}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2}}$$

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})(yi-\bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2}}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{N}(yi-\bar{Y})^2}}$$

$$\rho = \beta\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{N}(yi-\bar{Y})^2}}$$

نربع الطرفين

$$\rho^2 = \beta^2\frac{\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{N}(yi-\bar{Y})^2}$$

$$\rho^2\sum_{i=1}^{N}(y_i-\bar{y})^2 = \beta^2\sum_{i=1}^{N}(xi-\bar{X})^2$$

$$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{\{\sum_{i=1}^{N}(\bar{y}-\bar{Y})^2-\beta^2\sum_{i=1}^{N}(\bar{x}-\bar{X})^2\}}{N-1}$$

$$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{\{\sum_{i=1}^{N}(\bar{y}-\bar{Y})^2-\rho^2\sum_{i=1}^{N}(\bar{x}-\bar{X})^2\}}{N-1}$$

$$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\frac{\sum_{i=1}^{N}(\bar{y}-\bar{Y})^2}{N-1}\langle 1-\rho^2\rangle$$

$$V\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\sigma_y^2\langle 1-\rho^2\rangle$$

$$\therefore \mathbf{V_{min}\langle\bar{y}_{lr}\rangle = \frac{(1-f)}{n}\sigma_y^2\langle 1-\rho^2\rangle}$$

لقياس حدود الثقة للمعلمات سواء أكان للوسط أو للمجموع:

$$\bar{y}_{Lr} \pm (Z)S.E\langle\bar{y}_{Lr}\rangle$$

$$y_{Lr} \pm (Z)S.E\langle y_{Lr}\rangle$$

10-3 مقارنة بين تقدير تباين العدد الكلي للنسبة بين متغيرين $V(\hat{Y}_R)$ وتقدير تباين العدد الكلي في المعاينة العشوائية البسيطة $V(\hat{Y}_{simp})$:

نظرية (3-10-1):

في المعاينة العشوائية البسيطة بحجم عينة (n) واذا كانت (n) كبيرة كفاية فإن تقدير تباين العدد الكلي للنسبة بين متغرين يكون أكثر دقة من تقدير تباين العدد الكلي في المعاينة العشوائية البسيطة اذا تحققت العلاقة التالية:

$$\rho > \frac{\sigma_x}{2\sigma_y} R \quad OR \quad \rho > \frac{C_x}{2C_y}$$

البرهان:

$$V(\hat{Y}_{simp}) = V(N\bar{Y}) = N^2 V(\bar{Y}) = \frac{N^2 (1-f)}{n} \sigma_y^2$$

$$V(\hat{Y}_R) = = \frac{N^2 (1-f)}{n} [\sigma_y^2 - 2R\sigma_{xy} + R^2\sigma_x^2]$$

$$V(\hat{Y}_{simp}) - V(\hat{Y}_R) > 0 \quad OR \quad V(\hat{Y}_{simp}) > V(\hat{Y}_R)$$

$$\frac{N^2 (1-f)}{n} \sigma_y^2 - \frac{N^2 (1-f)}{n} [\sigma_y^2 - 2R\sigma_{xy} + R^2\sigma_x^2] > 0$$

$$2R\sigma_{xy} + R^2\sigma_x^2 > 0 \quad OR \quad 2R\rho\sigma_x\sigma_y + R^2\sigma_x^2 > 0$$

$$\boldsymbol{\rho > \frac{\sigma_x}{2\sigma_y} R \quad OR \quad \rho > \frac{C_x}{2C_y}}$$

حيث أن

$$C_x = \frac{\sigma_x}{\bar{X}} , \quad C_y = \frac{\sigma_y}{\bar{Y}}$$

وعليه فإن $V(\hat{Y}_{simp}) > V(\hat{Y}_R)$ اذا تحققت العلاقة :

$$\rho > \frac{\sigma_x}{2\sigma_y} R \quad OR \quad \rho > \frac{C_x}{2C_y}$$

واذا كانت $C_x \leq C_y$ أي أن يكون $1 \leq \frac{C_y}{C_x}$ وهذا معناه أن استخدام التقدير بالنسبة

بين متغيرين أكثر كفاءة عندما $\rho = \frac{1}{2}$

3−10-2 قياس الكفاءة النسبية:Measure of Relative Efficiency

$$\text{Eff}\,(\hat{\bar{Y}}_{simp}\,,\hat{\bar{Y}}_{R}) = \frac{V\,(\hat{\bar{Y}}_{simp})}{V\,(\hat{\bar{Y}}_{R})} = \frac{\sigma_y^2}{[\sigma_y^2 - 2R\rho\sigma_x\sigma_y + R^2\sigma_x^2]}$$

$$\text{Eff}\,(\hat{\bar{Y}}_{simp}\,,\hat{\bar{Y}}_{R}) = \frac{1}{\left[1 + \frac{R^2\sigma_x^2}{\sigma_y^2} - 2R\frac{\rho\sigma_x\sigma_y}{\sigma_y^2}\right]}$$

$$\text{Eff}\,(\hat{\bar{Y}}_{simp}\,,\hat{\bar{Y}}_{R}) = \frac{1}{\left[1 + \frac{C_x^2}{C_y^2} - 2\rho\frac{C_x}{C_y}\right]}$$

ومن ذلك $\text{Eff}\,(\hat{\bar{Y}}_{simp}\,,\hat{\bar{Y}}_{R}) > 1$ عندما يكون $\rho > \frac{C_x}{2C_y}$

فمثلاً اذا كانت $\text{Eff}\,(\hat{\bar{Y}}_{simp}\,,\hat{\bar{Y}}_{R}) = 2$ هذا يعني أننا نحتاج فقط لنصف حجم العينة اذا استخدمنا تقديرات النسبة للحصول على نفس الكفاءة من العينة الكاملة باستخدام أسلوب المعاينة العشوائية البسيطة.

3−11 علاقة التقدير بالنسبة بين متغيرين مع التقدير بخط الانحدار:

لاحظ أن التقدير بالنسبة بين متغيرين$\hat{\hat{\bar{Y}}}$ لمتوسط المجتمع $\bar{Y}$ هو حالة خاصة من التقدير بواسطة خط الانحدار عندما تكون $\hat{\beta} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$ أي عندما يمر خط الانحدار بنقطة الأصل، وبالتالي فإن:

$$\hat{\hat{\bar{Y}}} = \bar{y} - \hat{\beta}\,(\bar{x} - \bar{X}) = \bar{y} - \frac{\bar{y}}{\bar{x}}(\bar{x} - \bar{X}) = \bar{y} - \bar{y} + \frac{\bar{y}}{\bar{x}}\bar{X}$$

$$\hat{\hat{\bar{Y}}} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}\bar{X} = \hat{R}\bar{X}$$

ونود التأكد من أنه عندما $\hat{\beta} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$ فإن $\hat{a} = 0$ وهذا يعني أن خط الانحدار يمر بنقطة الأصل.

3-12 مقارنة تباين التقدير لمتوسط المجتمع من المعاينة العشوائية البسيطة بالنسبة بين متغيرين وبخط الانحدار:

$$V(\hat{\bar{\bar{Y}}}_{simp}) = \frac{(1-f)}{n}\sigma_y^2$$

$$V(\hat{\bar{\bar{Y}}}_{R}) = \frac{(1-f)}{n}\left[\sigma_y^2 - 2R\sigma_{xy} + R^2\sigma_x^2\right]$$

$$V(\hat{\bar{\bar{Y}}}_{lr}) = \frac{(1-f)}{n}\sigma_y^2\left[1-\rho^2\right]$$

سبق أن أوصحنا أن التقدير بالنسبة بين متغيرين أفضل من التقدير بالمعاينة العشوائية البسيطة عندما يكون معامل الارتباط قوياً أي عندما $\rho = \frac{1}{2}$ ، يلاحظ أن التقدير بخط الانحدار يكون أفضل من التقدير بالنسبة بين متغيرين اذا كان:

$$\frac{(1-f)}{n}\sigma_y^2\left[1-\rho^2\right] < \frac{(1-f)}{n}\left[\sigma_y^2 - 2R\sigma_{xy} + R^2\sigma_x^2\right]$$

$$-\sigma_y^2\rho^2 < \left[-2R\sigma_{xy} + R^2\sigma_x^2\right]$$

$$-\sigma_y^2\rho^2 < \left[-2R\rho\sigma_x\sigma_y + R^2\sigma_x^2\right]$$

$$\sigma_y^2\rho^2 > \left[2R\rho\sigma_x\sigma_y - R^2\sigma_x^2\right]$$

$$\sigma_y^2\rho^2 - 2R\rho\sigma_x\sigma_y + R^2\sigma_x^2 > 0$$

والعلاقة الأخيرة يمكن كتابتها كمربع فرق بين مقدارين أي أن:

$$\left\{\rho\sigma_y - R\sigma_x\right\}^2 > 0 \quad \text{OR} \quad \left\{\rho\frac{\sigma_y}{\sigma_x} - R\right\}^2 > 0$$

والعلاقة الأخيرة تنص أن التقدير بخط الانحدار أفضل دائماً وأكثر دقة من التقدير بالنسبة بين متغيرين، وتتساوى بينهما الدقة فقط عندما يمر خط الانحدار بنقطة الأصل[1].

13-3 المعاينة المنتظمة: Systematic Sampling

أسلوب المعاينة المنتظمة واسع الانتشار وكثير الاستعمالات في التطبيقات العملية، وذلك لقلة تكاليفها وسهولة اجرائها حيث أنها أسهل وأكثر دقة من المعاينة العشوائية البسيطة في كثير من المواضع. لتوضيح كيفية اجراء المعاينة المنتظمة لنفترض أننا نريد اختيار عينة من 40 طالباً من الطلاب الدارسين لأحد المقررات في أحد الفصول الدراسية ونفترض أن طلاب ذلك المقرر600 طالباً موزعين على عشر شُعب، كل شعبة بها 60 طالباً مسجلين في أربعة كشوفات، كل كشف به 15 طالباً، فاذا أردنا اختيار عينة باستخدام أسلوب المعاينة المنتظمة فإننا نختار اسماً واحداً من كل 15 اسماً بحيث نبدأ في اختيار الاسم الأول من الكشف الأول بطريقة عشوائية ولنفترض أنه وقع الاختيار على الرقم 3 فيكون الاسم الثالث من الكشف الأول هو العنصر الأول من العينة ثم نضيف 15 على ترتيب المفردة الأولى (المختارة) لنحصل ترتيب المفردة الثانية ولتكن 18 وهكذا نضيف هذا البعد الثابت15 بانتظام على الترتيب الذي يسبقه لنحصل على بقية مفردات العينة وتسمى هذه الطريقة للمعاينة بالمعاينة المنتظمة وتمتاز هذه الطريقة بتوفير كثير من الوقت والجهد، وتعتبر أكثر كفاءة عن العينة العشوائية البسيطة خاصة فيما اذا كان حجم المجتمع كبيراً. يجب أن يكون تحديد العنصر الأول وطول الفترة

(1)عبدالرحمن محمد أبو عمة ، الحسيني عبدالبر راضي، محمد محمود ابراهيم هندي، مقدمة في المعاينة الاحصائية، الرياض، جامعة الملك سعود، عمادة شؤون المكتبات (1990) ص342.

(البعد) بين أي عنصرين بحيث يغطي المجتمع كله حتى نحصل على عدد العناصر في العينة المطلوبة. يستخدم أسلوب العينة المنتظمة بكثرة في كثير من التطبيقات العملية ومن ميزاتها أنها تعتمد على العشوائية في تحديد العنصر الأول من العينة حيث يعتمد عليه تحديد باقي عناصر العينة حيث تنتشر لتشمل المجتمع كله فهى بذلك ممثلة للمجتمع ككل.

3−14 تقدير متوسط المجتمع في المعاينة المنتظمة:

نظرية(3-14-1):

اذا كان لدينا K من العينات وكل عينة بها n من المفردات وأن احتمال سحب أي عينة يكون مساوياً $1/K$ وكانت $N = nK$ فإن متوسط العينة i هو $\bar{x}_i$ هو تقدير غير متحيز لمتوسط المجتمع $\bar{X}$ يعطى بالعلاقة:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$$

يحسب التوقع كالآتي:

$$E(\bar{x}_{sy}) = \frac{1}{K} (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \cdots + \bar{x}_k)$$

$$= \frac{1}{nk} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \bar{X}$$

حيث $\bar{X}$ هو متوسط المجتمع أي أن $E(\bar{x}_{sy}) = \bar{X}$ وهذا يعني أن $\bar{x}_{sy}$ تقديراً غير متحيزاً لمتوسط المجتمع $\bar{X}$

نظرية(3-14-2):

اذا كان لدينا K من العينات وكل عينة بها n من المفردات وأن احتمال سحب أي عينة يكون مساوياً $1/K$ لكن $N \neq nK$ فإن متوسط العينة i هو $\bar{x}_i$ هو تقدير غير متحيز

لمتوسط المجتمع، لنفترض أن لدينا مجتمعاً حجمه $n = 10$ ونود اختيار عينة منتظمة بالبعد $K = 3$ فتكون العينات الممكنةهى: الأولى (x_1, x_4, x_7, x_{10}) والثانية (x_2, x_5, x_8) والثالثة (x_3, x_6, x_9) معنى ذلك أن عدد عناصر العينة الاولى $n = 4$ والثانية $n = 3$ والثالثة $n = 3$ أي أن $N \neq nK$ ولحساب متوسط العينة $\bar{x}_{sy}$ يجب أن نحسب أولاً متوسطات العينات الممكنة كما يلي:

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1 + x_4 + x_7 + x_{10}}{4}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{x_2 + x_5 + x_8}{3}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{x_3 + x_6 + x_9}{3}$$

ولأن احتمال سحب أي عينة يساوي $\frac{1}{3}$ فإن التوقع $E(\bar{x}_{sy})$ هو:

$$E(\bar{x}_{sy}) = \frac{1}{3}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{x_1 + x_4 + x_7 + x_{10}}{4} + \frac{x_2 + x_5 + x_8}{3} + \frac{x_3 + x_6 + x_9}{3}\right]$$

أو

$$E(\bar{x}_{sy}) \neq \frac{1}{10}[x_1 + x_2 + \cdots + x_{10}] = \bar{X}$$

أي أن متوسط العينة$\bar{x}_{sy}$ الذي تم سحبه عندما $N \neq nK$ هو تقدير غير متحيز لمتوسط المجتمع.

نظرية(3-14-3):

اذا كان لدينا K من العينات وكل عينة بها n من المفردات وأن احتمال سحب أي عينة متناسب مع حجم كل عينة يساوي $\frac{n}{N}$ سواءً كانت $N = nK$ أو كانت $N \neq nK$ فإن متوسط العينة i هو $\bar{x}_i$ هو تقدير غير متحيز لمتوسط المجتمع.

أولاً: عندما $N \neq nK$ لنفترض أن $n = 10$ وأن $K = 3$ ثم نختار عشوائياً j ولتكن j $= 7$ فيكون $j = \frac{7}{3}$ فيصبح الناتج $2\ \frac{1}{3}$ وهذا يعني أن باقي القسمة واحد صحيح عليه تصبح عناصر العينة الأولى $(x_1 , x_4 , x_7 , x_{10})$ على الترتيب، وعناصر العينة الثانية (x_2 , x_5 , x_8) وعناصر العينة الثالثة (x_3 , x_6 , x_9) يكون متوسط العينة $\bar{x}_{sy}$ للعينات الممكنة التي متوسطها على التوالي $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ ويكون احتمال حسب أي عينة متناسب حجم العينة أي:

احتمال العينة الأولى هو$\frac{4}{10}$ واحتمال العينة الثانية هو$\frac{3}{10}$ واحتمال العينة الثالثة هو$\frac{3}{10}$

وبذلك يتم توقع العينة المنتظمة $\bar{x}_{sy}$ كالتالي:

$$E(\bar{x}_{sy}) = \frac{4}{10}\bar{x}_1 + \frac{3}{10}\bar{x}_2 + \frac{3}{10}\bar{x}_3$$
$$= \frac{4}{10}\left(\frac{x_1 + x_4 + x_7 + x_{10}}{4}\right) + \frac{3}{10}\left(\frac{x_2 + x_5 + x_8}{3}\right) + \frac{3}{10}\left(\frac{x_3 + x_6 + x_9}{3}\right)$$
$$= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = \bar{X}$$

أي أن متوسط العينة المنتظمة $\bar{x}_{sy}$ تقديراً غير متحيز لمتوسط المجتمع $\bar{X}$.

ويمكن كتابة $(\bar{x}_{sy})$ كالتالي:

$$E(\bar{x}_{sy}) = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{N} \sum_{j=1}^{n} \frac{x_{ij}}{n_i}$$

$$E(\bar{x}_{sy}) = \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}}{N} = \bar{X}$$

نظرية(3-14-4):

اذا كان عدد العينات الممكنة هو N واحتمال سحب أي عينة هو$\frac{1}{N}$ يصبح توقع $\bar{x}_{sy}$ لمتوسط المجتمع هو:

$$E(\bar{x}_{sy}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \bar{x}_i$$

حيث أن:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$$

وكل مفردة تظهر n مرة ويصبح توقع المتوسط $\bar{x}_{sy}$ هو:

$$E(\bar{x}_{sy}) = \frac{1}{Nn}\, n \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$$

$$E(\bar{x}_{sy}) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{ij} = \bar{X}$$

3–15 تباين متوسط المعاينة المنتظمة:

اذا كانت عينة حجمها n أخذت ببعد ثابت K وكانت $N = nK$ فان تباينها يعطى بالصيغة:

$$V(\bar{x}_{sy}) = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_i - \bar{X}) \quad .... \quad (1\text{-}15\text{-}3)$$

يمكن اعادة صياغة $V(\bar{x}_{sy})$ في الصيغة أعلاه باستخدام بعض العمليات الحسابية، حيث من المعروف أن:

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left[(x_{ij} - \bar{X}) + (x_{ij} - \bar{X})\right]^2 \quad ....(2\text{-}15\text{-}3)$$

$$= \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})^2 + 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{N}(x_{ij} - \bar{X})(x_{ij} - \bar{X})$$

أي العلاقة (3-15-2) أعلاه تأخذ الشكل التالي لأن الحد الثالث يكون صفراً.

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X}) = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X}) + n\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X}) \quad ... \ (3\text{-}15\text{-}3)$$

ويمكن كتابة العلاقة (3-11-3)بالصيغة:

$$n\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})^2 = -\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})^2$$

وبتعويض العلاقة (3-11-4) في العلاقة (3-11-1) نحصل على:

$$V(\bar{x}_{sy}) = \frac{1}{nk}\left[-\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})^2\right]$$

$$= \frac{-1}{nk}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_i)^2 + \frac{N-1}{nk}\ S^2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (5\text{-}15\text{-}3)$$

حيث أن:

$$S^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})$$

بالتالي تصبح العلاقة (3-11-5)بالصيغة:

$$V(\bar{x}_{sy}) = \frac{N-1}{N}\ S^2 - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (6\text{-}15\text{-}3)$$

من العلاقة (3-15-6) نلاحظ أن التباين $V(\bar{x}_{sy})$ قد تم تقسيمه الى جزئين، الأول يعتمد المجتمع ككل والثاني يعتمد على التباين بين العينات المنتظمة الممكن حسابها من المجتمع كما هو واضح كلما كان تباين $\bar{x}_{sy}$ صغيراً فإن تباين العينات يكون كبيراً. يلاحظ أن زيادة قيمة الجزء الثاني من العلاقة (3-15-6) دليل على وجود اختلاف كبير داخل العينة المنتظمة رقم(i) وهذا يعني أن العينة غير متجانسة تماماً أي أنها تمثل كثيراً من مفردات المجتمع المختلفة، وهذا يساعد على التعرف على زيادة دقة العينة المنتظمة ومدى تمثيلها للمجتمع. ويمكن كتابة التباين $V(\bar{x}_{sy})$ بدلالة الارتباط ρ داخل أزواج الوحدات في العينة المنتظمة وذلك باستخدام بعض الحسابات الجبرية بالصيغة التالية:

$$V(\bar{x}_{sy}) = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_i - \bar{X})^2$$

$$= \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})}{n}\right)^2$$

$$= \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{n^2}\left[\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})\right]^2$$

$$= \frac{1}{kn^2}\left[\sum_{i=1}^{k}(x_{ij} - \bar{X})^2 + 2\sum_{j<j'}^{n}(x_{ij} - \bar{X})\,(x_{ij} - \bar{X})\right]$$

$$V(\bar{x}_{sy}) = \frac{1}{kn^2}\left[\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{X})^2 + 2\sum_{j<j'}^{n}(x_{ij} - \bar{X})\,(x_{ij} - \bar{X})\right]$$

ويعرف معامل الارتباط بين متغيرين Y,X بالصيغة:

$$\rho = cov(x,y)/\sqrt{V(x)V(y)}$$

$$\rho = \frac{E(x_{ij}-\overline{X})(x_{ij}-\overline{X})}{E(x_{ij}-\overline{X})} \quad \text{...} \quad (8\text{-}15\text{-}3)$$

لاحظ أن بسط الطرف الأيمن للعلاقة (1-8) هو عبارة عن:

$$\frac{1}{kn(n-1)}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(x_{ij}-\overline{X}\right)\left(x_{ij}-\overline{X}\right) \quad \text{....................} \quad (9\text{-}15\text{-}3)$$

أما مقام الطرف الأيمن من العلاقة (3-15-8) هو عبارة $\frac{N-1}{N}S^2$ وبالتعويض من العلاقتين (3-15-8) والعلاقة(3-15-9) في الجزء الثاني من الطرف الأيمن في العلاقة (3-15-7) نحصل على الصيعة:

$$V\left(\overline{x}_{sy}\right) = \frac{1}{kn^2}\left[(N-1)S^2(n-1)S^2(1+(n-1)\rho)\right] \text{.........} \quad (10\text{-}15\text{-}3)$$

أو الصيغة:

$$V\left(\overline{x}_{sy}\right) = \frac{1}{kn^2}\left[(N-1)S^2\,(1+(n-1)\rho)\right] \quad \text{..............} \quad (11\text{-}15\text{-}3)$$

أي انه يمكن كتابة العلاقة (3-15-11) بالصيغة:

$$\mathbf{V\left(\overline{x}_{sy}\right) = \frac{S^2}{n}\left(\frac{N-1}{N}\right)\left(1+(n-1)\rho\right)} \quad \text{.................} \quad \mathbf{(12\text{-}15\text{-}3)}$$

واضح من المعادلة الاخيرة (3-15-12) أنه كلما كان ρ كبيراً وموجباً فان $V\left(\overline{x}_{sy}\right)$ يكون كذلك وبالتالي تقل دقة المعاينة المنتظمة، أما اذا كان ρ صغيراً أو سالباً فان$V\left(\overline{x}_{sy}\right)$ يكون صغيراً وبذلك تزداد دقة التقدير لمتوسط المجتمع باستخدام المعاينة المنتظمة، أما اذا كان $\rho = 0$ فان التباين $V\left(\overline{x}_{sy}\right)$ يكون مساوياً لتباين العينة العشوائية البسيطة.

ومن الواضح اذا كانت ρ موجبة وكبيرة فان ذلك يعني أن الوحدات داخل العينة متجانسة، أما كانت ρ موجبة وصغيرة أو سالبة فهذا يعني أن الوحدات داخل العينة غير متجانسة. والواقع أن تجانس أو عدم تجانس الوحدات داخل العينة المنتظمة هو الذي يحدد دقة وكفاءة تلك العينة ويعتمد التجانس على طبيعة المجتمع الذي تحسب منه العينة المنتظمة.

3-16 تقدير التباين في المعاينة المنتظمة:

يعتمد تقدير التباين $V(\bar{x}_{sy})$ على معلومات عن جميع العينات المنتظمة التي يمكن سحبها من المجتمع وعملياً حينما نريد تقدير التباين فاننا نحصل على ذلك من عينة واحدة لأنه ليس منطقياً أن نحسب مفردات جميع المجتمع لكي نقّدر التباين. ويلاحظ أنه لايوجد تقدير غير متحيز للتباين$V(\bar{x}_{sy})$ من عينة واحدة ولكن تحت ظروف معينة يمكن اعتبار العينة المنتظمة تساوي تقريباً العينة العينة العشوائية البسيطة ولذلك نستطيع أن نستخدم تقدير التباين من العينة العشوائية البسيطة كتقدير لتباين متوسط العينة المنتظمة $V(\bar{x}_{sy})$ ويعتبر ذلك التقدير نتيجة كافية ومفيدة في هذه الحالات ومن المعروف أن تقدير التباين لمتوسط العينة العشوائية البسيطة هو:

$$V(\bar{x}_{ran}) = \frac{S^2}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right) \quad \text{..............................} \quad (1\text{-}16\text{-}3)$$

حيث:

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X}) \quad \text{...................................} \quad (2\text{-}16\text{-}3)$$

ولقياس كفاءة المعاينة المنتظمة بالنسبة للمعاينة العشوائية البسيطة تحسب بالمقدار:

$$\frac{V(\bar{x}_{sy})}{V(\bar{x}_{ran})} = \frac{(N-1)[1+(n-1)\rho]}{n(k-1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3\text{-}16\text{-}3)$$

وتكون هذه الكفاءة مساوية للواحد الصحيح اذا كان :

$$(N-1)[1+(n-1)\rho] = n(k-1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4\text{-}16\text{-}3)$$

أي أن:

$$\rho = \frac{-1}{nk-1} = \frac{-1}{N-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5\text{-}16\text{-}3)$$

وبالتالي فان المعاينة العشوائية البسيطة تعطي دقة المعاينة المنتظمة نفسها.

عندما تكون قيمة N كبيرة ويكون معامل الارتباط ρ صغيراً أي أنه في حالة ما أن يكون الارتباط داخل أزواج الوحدات الموجودة في العينة المنتظمة صغيراً (أي الوحدات داخل العينة المنتظمة غير متجانسة) فان دقة العينة العشوائية البسيطة تساوي تقريباً دقة العينة المنتظمة. في هذه الحالة يمكن استخدام تباين تقدير المتوسط للعينة العشوائية البسيطة كتقدير لتباين المتوسط للعينة المنتظمة أي أن:

$$\hat{V}(\bar{x}_{ran}) = \hat{V}(\bar{x}_{sy}) = = \frac{S^2}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6\text{-}16\text{-}3)$$

3–17 تقدير القيمة الكلية للمجتمع في المعاينة المنتظمة:

اذا كانت القيمة الكلية لمجموع مفردات المجتمع يرمز لها بالرمز x وهي:

$$X = x_1 + x_2 + \ldots + x_N$$

فإن تقدير القيمة الكلية يرمز بالرمز $\hat{X}$ والتي تحسب باستخدام متوسط العينة المنتظمة $\bar{x}_{sy}$ تعطى بالعلاقة:

$$\hat{X}_{sy} = N\,\bar{x}_{sy} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1\text{-}17\text{-}3)$$

كما أن تقدير تباين المقدّر $\hat{X}$ يكون تقريباً هو:

$$V(\widehat{X}_{sy}) = \widehat{V}N(\bar{x}_{sy}) = N^2\widehat{V}(\bar{x}_{sy}) = N^2\left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{S^2}{n}$$

وهذا يعني أن تباين تقدير القيمة الكلية من خلال المعاينة المنتظمة هو نفسه تباين تقدير القيمة الكلية في المعاينة العشوائية البسيطة، وذلك لعدم امكانية الحصول على تقدير غير متحيز للقيمة $\bar{x}_{sy}$ من خلال عينة منتظمة واحدة ولكن عندما يكون المجتمع عشوائي فانه يمكن اعتبار نتائج العينة المنتظمة متماثلة مع نتائج المعاينة العشوائية البسيطة.

3-18 التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار في المعاينة المنتظمة:

The Ratio estimate and line Regression in Systematic Sampling:

إن الغرض من طريقة التقدير بالنسبة بين متغيرين هو الحصول على زيادة في دقة التقديرات المطلوبة بالاستفادة من وجود ارتباط بين (X_i , Y_i). فاذا كانت Y_iهي القيمة الحالية للظاهرة المراد تقديرها، وكانت X_i هي القيمة السابقة (في فترة زمنية ماضية) أو أي قيمة أخرى مرتبطة بالقيمة الحالية للظاهرة المدروسة.

من المعروف أن العينة المنتظمة تعتمد على العشوائية في اختيار العنصر الأول من مفرداتها والذي يُعتمد عليه في تحديد باقي مفردات العينة ، وبما أنه يمكن اعتبار العينة المنتظمة تساوي تقريباً العينة العشوائية البسيطة تحت ظروف معينة[1] منها: (أنه لايوجد تقدير غير متحيز من عينة واحدة)، وبناءاً على هذا نستطيع أن نستخدم المفاهيم والنظريات للتقدير بالنسبة بين متغرين وللتقدير بخط الانحدار في العينة العشوائية البسيطة لتطبق كتقديرات لهذه الأساليب في العينة المنتظمة ويعتبر ذلك التقدير نتيجة كافية ومفيدة تحت هذه الظروف.

(1) عبدالرحمن محمد أبوعمة وآخرون ، المرجع السابق ص234

الفصل الرابع: الجانب التطبيقي

4-1 تمهيد:

في هذا الفصل تقوم الدراسة بتطبيق جميع النظريات التي تحقق أهداف وفرضيات الدراسة الدراسة من خلال اختيار عينة عشوائية بسيطة وعينة منتظمة، للعينات العشوائية البسيطة تم اختيار عينتين عشوائيتين بسيطتين، الأولى تم سحبها من بيانات ثانوية جاهزة لمجتمع العمال بشركة الشروق للبهيات، بينما تم سحب العينة الثانية من بيانات أولية من مجتمع الأسر في احدى المناطق الريفية بولاية القضارف، وأما العينة المنتظمة فتم سحبها من مجتمع الطلاب بالسنة الأولى في كلية الاقتصاد وتنمية المجتمع بجامعة السلام. تم تطبيق المفاهيم النظرية على العينات العشوائية الأولى والثانية في حالتي العينات الكبيرة والصغيرة الى جانب التطبيق على العينة المنتظمة وذلك للخروج بنتائج دقيقة ومضبوطة تغطي الحالات المختلفة لهذه العينات، حيث تمت المقارنة بين نتائج التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار مع نتائج التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط.

4-2 التطبيق على المعاينة العشوائية البسيطة الأولى في حالة العينات الكبيرة ($n \geq 30$):

الجدول(4-1) يوضح نتائج الاحصاءات الأولية لأجور العاملين اليومية في حالة العينات الكبيرة:

s_x	s_y	s_x^2	s_y^2	$\hat{B}$	$\hat{R}$	$\hat{\rho}$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{X}$	n	N
12.479	11.945	155.746	142.702	0.737	1.20	0.77	49	58	58	76	450

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة اعتماداً على نتائج Spss

4-2-1 ايجاد تقديرات المتوسطات للمعاينة العشوائية البسيطة باستخدام النسبة بين متغيرين وبالانحدار الخطي البسيط:

- تقدير متوسط العينة البسيطة (تقدير المتوسط لكل وحدة):

$$\hat{\hat{\bar{Y}}} = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{4418}{76} = 58$$

- تقدير المتوسط باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$\hat{\hat{\bar{Y}}}_R = \hat{R}\bar{X} \ , \ \hat{R} = \frac{\sum y_i}{\sum x_i} = \frac{4418}{3687} = 1.198 \cong 1.20$$

$$\hat{\hat{\bar{Y}}}_R = \langle 1.20 \rangle * \langle 58 \rangle = 69$$

- تقدير المتوسط باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$\bar{y}_{lr} = \bar{y} + b_0 (\bar{X} - \bar{x})$$

$$b_0 = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0.77 * \frac{11.945}{12.479} = 0.737$$

$$\bar{y}_{lr} = 58 + 0.737 (58 - 49) = 65$$

4-2-2 حساب التباينات الخاصة بتقديرات المتوسطات أعلاه:

- حساب تباين تقدير متوسط العينة البسيطة (تقدير المتوسط لكل وحدة):

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_{simp}) = \frac{(1-f)}{n} \sigma_y^2 \ , \quad f = \frac{n}{N}$$

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_{simp}) = \frac{(1-\frac{76}{450})}{76} * 142.702 = 1.56$$

- حساب تباين تقدير المتوسط باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_R) = \frac{(1-f)}{n} \left[\sigma_y^2 - 2R\rho\, \sigma_y\sigma_x + R^2\sigma_x^2\right] \ , \ f = \frac{n}{N}$$

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_R) = \frac{(1-\frac{76}{450})}{76}\left[142.70 - 2(1.20)(0.77)(11.945)(12.479) + (1.20)^2(155.746)\right]$$

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_R) = 0.99$$

- حساب تباين تقدير المتوسط باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_{lr}) = \frac{(1-f)}{n}\,\sigma_y^2\,[1-\rho^2] \quad , \; f = \frac{n}{N}$$

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_{lr}) = \frac{(1-\frac{76}{450})}{76} * (142.70)(1-(0.77)^2 = 0.63$$

3-2-4 حساب حدود الثقة للمتوسطات:

- حساب حدود الثقة 95% لتقدير متوسط العينة البسيطة(تقدير المتوسط لكل وحدة):

$$Cl = \bar{y}_{simp} \pm (Z)S.E\,(\bar{y}_{simp})$$

$$Cl = 58 \pm 1.96*\sqrt{(1.56)}$$

U.L = 60 , L.L = 55.55

التفسير:

تثق الدراسة باحتمال95% بأن متوسط الأجر اليومي للعمال محصور بين 55.55 و 60

- حساب حدود الثقة 95% لتقدير المتوسط باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$Cl = \bar{y}_R \pm (Z)S.E\,(\bar{y}_R)$$

$$Cl = 69 \pm 1.96*\sqrt{(0.99)}$$

U.L = 70.95 , L.L = 67

التفسير:

تثق الدراسة باحتمال95% بأن متوسط الأجر اليومي للعمال محصور بين 67 و70.95

- حساب حدود الثقة %95 لتقدير المتوسط باستخدام الانحدار الخطي:

$$Cl = \bar{y}_{lr} \pm (Z)S.E(\bar{y}_{lr})$$

$$Cl = 65 \pm 1.96*\sqrt{(0.63)}$$

$$U.L = 66.55 \ , \ L.L = 63.44$$

التفسير:

تثق الدراسة باحتمال%95 بأن متوسط الأجر اليومي للعمال محصور بين 63.44 و66.55

الجدول(4−2) يوضح نتائج تقديرات متوسطات أجور العاملين وتبايناتها في حالة العينات الكبيرة:

$\bar{y}$	$\bar{y}_R$	$\bar{y}_{lr}$	$V(\bar{y}_{simp})$	$V(\bar{y}_R)$	$V(\bar{y}_{lr})$	$\hat{\rho}$	$\hat{R}$	B
58	69	65	1.56	0.99	0.63	0.77	1.20	0.737

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4−2):

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن تقديرات المتوسطات قريبة من بعضها ولكن عند النظر الى تبايناتها نجدها مختلفة، وبالرجوع الى نظرية التقدير والتي تنص في متنها بأن المقدر الجيّد هو الذي يكون له أقل تباين بين تباينات المقدّرات الأخرى، وبالتالي أن تقدير الانحدار ($\bar{y}_{lr}$) هو الأقل تبايناً وهو الأفضل بين المقدّرات الأخرى، ويرجع السبب في ذلك الي زيادة حجم العينة.

4-2-4 ايجاد تقديرات المجموع الكلي للمعانية العشوائية البسيطة باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

- تقدير المجموع الكلي للعينة العشوائية البسيطة (تقدير المجموع لكل وحدة):

$$\hat{Y} = N\bar{y} = 450(58) = 26100$$

- تقدير المجموع الكلي باستخدام النسبة النسبة بين متغيرين:

$$\hat{Y}_R = N\bar{X}\hat{R} = 450(58)(1.20) = 31320$$

- تقدير المجموع الكلي باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$\hat{Y}_{lr} = N\bar{y}_{lr} = 450(65) = 29250$$

5-2-4 حساب تباينات تقديرات المجموع الكلي أعلاه:

- حساب تباين تقدير المجموع الكلي للعينة العشوائية البسيطة:

$$V(\hat{Y}_{simp}) = N^2\, V(\hat{\bar{Y}}_{simp}) = (450)^2(1.56) = 315900$$

- حساب تباين تقدير المجموع الكلي باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$V(\hat{Y}_R) = N^2\, V(\hat{\bar{Y}}_R) = (450)^2(0.99) = 200475$$

- حساب تباين تقدير المجموع الكلي باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$V(\hat{Y}_{lr}) = N^2\, V(\hat{\bar{Y}}_{lr}) = (450)^2(0.63) = 127575$$

الجدول(4-3) يوضح نتائج تقديرات المجموع الكلي لأجور العاملين وتبايناتها في حالة العينات الكبيرة:

y	y_R	y_{lr}	$V(y_{simp})$	$V(y_R)$	$V(y_{lr})$
26100	31320	29250	315900	200475	127575

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4−3):

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن تقديرات العدد الكلي مختلفة قليلاً عن بعضها ولكن عند النظر الى تبايناتها نجدها مختلفة ومتباينة كثيراً، وبالرجوع الى نظرية التقدير والتي تنص في متنها بأن المقدّر الجيّد هو الذي يكون له أقل تباين بين تباينات المقدّرات الأخرى، وبالتالي أن تقدير الانحدار(y_{lr}) هو الأقل تبايناً وهو الأفضل بين المقدّرات الأخرى، ويرجع السبب في ذلك الي زيادة حجم العينة.

4−3 التطبيق على المعاينة العشوائية البسيطة الأولى في حالة العينات الصغيرة ($n < 30$):

الجدول(4−4) يوضح نتائج الاحصاءات الأولية لأجور العاملين اليومية في حالة العينات الصغيرة:

s_x	s_y	s_x^2	s_y^2	$\hat{B}$	$\hat{R}$	$\hat{\rho}$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{X}$	n	N
11.336	11.257	128.516	126.724	0.94	1.13	0.95	52	59	58	20	450

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة اعتماداً على نتائج Spss

الجدول(4−5) يوضح نتائج تقديرات متوسطات أجور العاملين وتبايناتها في حالة العينات الصغيرة:

$\bar{y}$	$\bar{y}_R$	$\bar{y}_{lr}$	$V(\bar{y}_{simp})$	$V(\bar{y}_R)$	$V(\bar{y}_{lr})$	$\hat{\rho}$	$\hat{R}$	B
59	65	64	6	0.80	0.59	0.95	1.13	0.94

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4−5):

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن تقديرات المتوسطات تقترب قيمها من بعضها ولكن عند النظر الى تباينات هذه المقدرات نجدها مختلفة فيما بينها، وبالرجوع الى نظرية التقدير

والتي تنص في متنها بأن المقدّر الجيّد هو الذي يكون له أقل تباين بين تباينات المقدّرات الأخرى، وبالتالي أن تقدير الانحدار $(\bar{y}_{lr})$ هو الأقل تبايناً وهو الأفضل بين المقدّرات الأخرى، ويرجع السبب في ذلك الى نقصان حجم العينة.

الجدول(4−6) يوضح نتائج تقديرات المجموع الكلي لأجور العاملين وتبايناتها في حالة العينات الصغيرة:

y	y_R	y_{lr}	$V(y_{simp})$	$V(y_R)$	$V(y_{lr})$
26550	29493	28800	1215000	162000	119475

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4−6):

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن تقديرات العدد الكلي مختلفة قليلاً فيما بينها ولكن عند النظر الى تباينات هذا العدد الكلي نجدها مختلفة ومتباينة كثيراً، وبالرجوع الى نظرية التقدير والتي تنص في متنها بأن المقدّر الجيّد هو الذي يكون له أقل تباين بين تباينات المقدّرات الأخرى، وبالتالي أن تقدير الانحدر(y_{lr}) هو الأقل تبايناً وهو الأفضل بين المقدّرات الأخرى، ويرجع السبب في ذلك الي نقصان حجم العينة.

4−4 التطبيق الثاني على المعاينة العشوائية البسيطة:

4−4−1 الطريقة التي تمت بها اختيار العينة العشوائية البسيطة الثانية:

مجتمع الدراسة: يتمثل في جميع الأسر بالمنطقة

4-4-2 حجم العينة في حالة العينات الكبيرة ($n \geq 30$):

المجتمع متجانس فيما يتعلق بالظاهرة موضوع الدراسة، عليه تم اختيار عينة عشوائية بسيطة بخطأ مسموح به 5% من المتوسط ومستوى معنوية قدره 5% ولاجراء ذلك تم اختيار عينة استطلاعية حجمها 19 أسرة لتقدير المتوسط والتباين.

$$n = \frac{Z^2 S_d^2}{(\bar{y}d)^2}$$

$$S_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{R}x_i\right)^2}{n-1} = \frac{28.41}{18} = 1.58$$

$$\hat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{3.84}{8.89} = 0.43$$

$$n = \frac{(1.96)^2\,(1.58)}{(0.05*3.84)^2} = 164$$

4-4-2 حجم العينة في حالة العينات الصغيرة ($n < 30$):

أستخدم خطأ مسموح به قدره 10% من المتوسط ومستوى معنوية 5%

$$n = \frac{(1.96)^2\,(1.58)}{(0.10*3.84)^2} = 41$$

حجم العينة الذي تحصلنا عليه من المعادلة أعلاه هو أكبر بطبيعة الحال من أحجام العينات في حالة العينات الصغيرة ، لهذا السبب تعتمد الدراسة العينة الاستطلاعية المكونة من 19 أسرة لتمثل العينات الصغيرة.

5-4 التطبيق الثاني على المعاينة العشوائية البسيطة في حالة العينات الكبيرة $(n \geq 30)$:

الجدول (4-7) يوضح نتائج الاحصاءات الأولية لعدد المتعلمين تعليماً جامعياً في الأسرة في حالة العينات الكبيرة:

s_x	s_y	s_x^2	s_y^2	$\hat{B}$	$\hat{R}$	$\hat{\rho}$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{X}$	n	N
2.180	1.357	4.752	1.843	0.38	0.435	0.617	7	3	8	164	730

المصدر: اعداد الدارس من بيانات الدراسة اعتماداً على نتائج Spss

1-5-4 ايجاد تقديرات المتوسطات للمعاينة العشوائية البسيطة باستخدام النسبة بين متغيرين وباستخدام الانحدار الخطي البسيط:

- تقدير متوسط العينة البسيطة (تقدير المتوسط لكل وحدة):

$$\hat{\bar{Y}} = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{516}{164} = 3$$

- تقدير المتوسط باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$\hat{\bar{Y}}_R = \hat{R}\bar{X} \ , \ \hat{R} = \frac{\sum y_i}{\sum x_i} = \frac{516}{1185} = 0.435$$

$$\hat{\bar{Y}}_R = \langle 0.43 \rangle * \langle 8 \rangle = 3$$

- تقدير المتوسط باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$\bar{y}_{lr} = \bar{y} + b_0 (\bar{X} - \bar{x})$$

$$b_0 = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0.617 * \frac{1.357}{2.180} = 0.384$$

$$\bar{y}_{lr} = 3 + 0.384 (8 - 7) = 3$$

4-5-2 حساب التباينات الخاصة بتقديرات المتوسطات أعلاه:

- حساب تباين تقدير متوسط العينة البسيطة (تقدير المتوسط لكل وحدة):

$$V(\hat{\bar{Y}}_{simp}) = \frac{(1-f)}{n}\,\sigma_y^2 \;, \quad f = \frac{n}{N}$$

$$V(\hat{\bar{Y}}_{simp}) = \frac{(1-\frac{164}{730})}{164} * 1.843 = 0.0087$$

- حساب تباين تقدير المتوسط باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$V(\hat{\bar{Y}}_R) = \frac{(1-f)}{n}\left[\sigma_y^2 - 2R\rho\,\sigma_y\sigma_x + R^2\sigma_x^2\right] \;, \; f = \frac{n}{N}$$

$$\mathbf{V(\hat{\bar{Y}}_R) = \frac{(1-\frac{164}{730})}{164}\,[1.843 - 2(0.435)(0.617)(1.357)(2.180) + (0.435)^2(4.752)]}$$

$$V(\hat{\bar{Y}}_R) = 0.0054$$

- حساب تباين تقدير المتوسط باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$V(\hat{\bar{Y}}_{lr}) = \frac{(1-f)}{n}\,\sigma_y^2\;[1-\rho^2] \;, \; f = \frac{n}{N}$$

$$V(\hat{\bar{Y}}_{lr}) = \frac{(1-\frac{164}{730})}{164} * (1.843)(1-(0.617)^2 = 0.0054$$

4-5-3 حساب حدود الثقة للمتوسطات:

- حساب حدود الثقة 95% لتقدير متوسط العينة البسيطة:

$$Cl = \bar{y}_{simp} \pm (Z)S.E\,(\bar{y}_{simp})$$

$$Cl = 3 \pm 1.96*\sqrt{(0.0087)}$$

$$U.L = 3.18 \;,\; L.L = 2.82$$

التفسير:

نثق الدراسة باحتمال95% بأن متوسط عدد المتعلمين تعليماً جامعياً بالأسرة محصور بين 2.82 و 3.18

- حساب حدود الثقة 95% لتقدير المتوسط باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$Cl = \bar{y}_R \pm (Z)S.E(\bar{y}_R)$$

$$Cl = 3 \pm 1.96*\sqrt{(0.0054)}$$

$$U.L = 3.14 \ , \ L.L = 2.85$$

التفسير:

نثق الدراسة باحتمال95% بأن متوسط عدد المتعلمين تعليماً جامعياً بالأسرة محصور بين 2.85 و3.14

- حساب حدود الثقة 95% لتقدير المتوسط باستخدام الانحدار الخطي:

$$Cl = \bar{y}_{lr} \pm (Z)S.E(\bar{y}_{lr})$$

$$Cl = 3 \pm 1.96*\sqrt{(0.0054)}$$

$$U.L = 3.14 \ , \ L.L = 2.85$$

التفسير:

نثق الدراسة باحتمال95% بأن متوسط عدد المتعلمين تعليماً جامعياً بالأسرة محصور بين 2.85 و 3.14

الجدول(4−8) يوضح نتائج تقديرات متوسطات أعداد المتعلمين في الأسرة وتبايناتها في حالة العينات الكبيرة:

$\bar{y}$	$\bar{y}_R$	$\bar{y}_{lr}$	$V(\bar{y}_{simp})$	$V(\bar{y}_R)$	$V(\bar{y}_{lr})$	$\hat{\rho}$	$\hat{R}$	B
3	3	3	0.0087	0.0054	0.0054	0.617	0.435	0.38

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4-8):

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن تقديرات المتوسطات جميعها متساوية وعند النظر الى تبايناتها نجدها متساوية أيضاً ما عدا تباين تقدير متوسط العينة، وبالرجوع الى نظرية التقدير والتي تنص في متنها بأن المقدر الجيّد هو الذي يكون له أقل تباين بين تباينات المقدّرات الأخرى، وبالتالي أن تقدير النسبة بين متغيرين $(\bar{y}_R)$ وتقدير الانحدار $(\bar{y}_{lr})$ هما الأقل تبايناً وهما الأفضل بين المقدّرات الأخرى.

4-5-4 ايجاد تقديرات المجموع الكلي للمعاينة العشوائية البسيطة باستخدام النسبة بين متغيرين وباستخدام الانحدار الخطي البسيط:

- تقدير المجموع الكلي للعينة العشوائية البسيطة (تقدير المجموع لكل وحدة):

$$\hat{Y} = N\bar{y} = 730(3) = 2190$$

- تقدير المجموع الكلي باستخدام النسبة النسبة بين متغيرين:

$$\hat{Y}_R = N\bar{X}\hat{R} = 730\,(8)(0.435) = 2540$$

- تقدير المجموع الكلي باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$\hat{Y}_{lr} = N\bar{y}_{lr} = 730(3) = 2190$$

5-5-4 حساب تباينات تقديرات المجموع الكلي أعلاه:

- حساب تباين تقدير المجموع الكلي للعينة العشوائية البسيطة (تقدير المجموع لكل وحدة):

$$V(\hat{Y}_{simp}) = N^2\, V(\hat{\hat{Y}}_{simp}) = (730)^2(0.0087) = 4636$$

- حساب تباين تقدير المجموع الكلي باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$V(\hat{Y}_R) = N^2\ V(\hat{\bar{Y}}_R) = (730)^2(0.0054) = 2878$$

- حساب تباين تقدير المجموع الكلي باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$V(\hat{Y}_{lr}) = N^2\ V(\hat{\bar{Y}}_{lr}) = (730)^2(0.0054) = 2878$$

الجدول(4–9) يوضح نتائج تقديرات المجموع الكلي لأعداد المتعلمين تعليماً جامعياً وتبايناتها في حالة العينات الكبيرة:

y	y_R	y_{lr}	$V(y_{simp})$	$V(y_R)$	$V(y_{lr})$
2190	2540	2190	4636	2878	2878

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4–9):

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن تقديرات العدد الكلي متساوية ما عدا تقدير النسبة بين متغيرين وعند النظر الى تبايناتها نجدها متساوية أيضاً ما عدا تباين تقدير متوسط العينة ، وبالرجوع الى نظرية التقدير والتي تنص في متنها بأن المقدر الجيّد هو الذي يكون له أقل تباين بين تباينات المقدّرات الأخرى، وبالتالي أن تقدير النسبة بين متغيرين (y_R) وتقدير الانحدار (y_{lr}) هما الأقل تبايناً وهما الأفضل بين المقدّرات الأخرى.

6-4 التطبيق الثاني على المعاينة العشوائية البسيطة في حالة العينات الصغيرة $(n < 30)$:

الجدول(4-10) يوضح نتائج الاحصاءات الأولية لعدد المتعلمين تعليماً جامعياً في الأسرة في حالة العينات الصغيرة:

s_x	s_y	s_x^2	s_y^2	$\hat{B}$	$\hat{R}$	$\hat{\rho}$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{X}$	n	N
2.826	1.196	7.988	1.433	0.245	0.46	0.58	9	4	8	19	730

المصدر: اعداد الدارس من بيانات الدراسة اعتماداً على نتائج **Spss**

الجدول(4-11) يوضح نتائج تقديرات متوسطات أعداد المتعلمين في الأسرة وتبايناتها في حالة العينات الصغيرة:

$\bar{y}$	$\bar{y}_R$	$\bar{y}_{lr}$	$V(\bar{y}_{simp})$	$V(\bar{y}_R)$	$V(\bar{y}_{lr})$
4	4	4	0.073	0.068	0.049

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4-11):

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن تقديرات المتوسطات جميعها متساوية, ولكن عند النظر الى تبايناتها نجدها مختلفة، وبالرجوع الى نظرية التقدير والتي تنص في متنها بأن المقدر الجيّد هو الذي يكون له أقل تباين بين تباينات المقدّرات الأخرى، وبالتالي أن تقدير الانحدار $(\bar{y}_{lr})$ هو الأقل تبايناً وهو الأفضل بين المقدّرات الأخرى، ويعود السبب في ذلك الى صغر حجم العينة.

الجدول(4−12) يوضح نتائج تقديرات المجموع الكلي لأعداد المتعلمين تعليماً جامعياً وتبايناتها في حالة العينات الصغيرة:

y	y_R	y_{lr}	$V(y_{simp})$	$V(y_R)$	$V(y_{lr})$
2920	2686	2920	38902	36237	26112

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4−12):

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن تقديرات العدد الكلي متساوية ما عدا تقدير النسبة بين متغيرين ولكن عند النظر الى تبايناتها نجدها مختلفة ، وبالرجوع الى نظرية التقدير والتي تنص في متنها بأن المقدر الجيّد هو الذي يكون له أقل تباين بين تباينات المقدّرات الأخرى، وبالتالي أن تقدير الانحدار (y_{lr}) هو الأقل تبايناً وهو الأفضل بين المقدّرات الأخرى.

4−7 التطبيق على المعاينة المنتظمة:

الجدول(4−13) يوضح نتائج الاحصاءات الأولية للأداء الأكاديمي للطلاب:

s_x	s_y	s_x^2	s_y^2	$\hat{B}$	$\hat{R}$	$\hat{\rho}$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{X}$	n	N
0.653	0.702	0.426	0.493	1.03	1.013	0.96	1.79	1.82	1.90	70	695

المصدر: اعداد الدارس من بيانات الدراسة اعتماداً على نتائج Spss

4−7−1 ايجاد تقديرات المتوسطات للمعاينة المنتظمة باستخدام النسبة بين متغيرين وباستخدام الانحدار الخطي البسيط:

- تقدير متوسط العينة المنتظمة (تقدير المتوسط لكل وحدة):

$$\widehat{\bar{Y}} = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{127.09}{70} = 1.82$$

- تقدير المتوسط باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$\hat{\hat{\bar{Y}}}_R = \hat{R}\bar{X} \;,\; \hat{R} = \frac{\sum y_i}{\sum x_i} = \frac{127.09}{125.51} = 1.013$$

$$\hat{\hat{\bar{Y}}}_R = \langle 1.013\rangle * \langle 1.90\rangle = 1.92$$

- تقدير المتوسط باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$\bar{y}_{lr} = \bar{y} + b_0\,(\bar{X} - \bar{x})$$

$$b_0 = \rho\,\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0.96 * \frac{0.702}{0.653} = 1.032$$

$$\bar{y}_{lr} = 1.82 + 1.032\,(1.90 - 1.79) = 1.93$$

4-7-2 حساب التباينات الخاصة بتقديرات المتوسطات أعلاه:

- حساب تباين تقدير متوسط العينة المنتظمة (تقدير المتوسط لكل وحدة):

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_{sy}) = \frac{(1-f)}{n}\,\sigma_y^2 \;,\quad f = \frac{n}{N}$$

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_{sy}) = \frac{(1-\frac{70}{695})}{70} * 0.493 = 0.0063$$

- حساب تباين تقدير المتوسط باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_R) = \frac{(1-f)}{n}\left[\sigma_y^2 - 2R\rho\,\sigma_y\sigma_x + R^2\sigma_x^2\right] \;,\; f = \frac{n}{N}$$

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_R) = \frac{(\mathbf{1}-\frac{\mathbf{70}}{\mathbf{695}})}{\mathbf{70}}\,[\mathbf{0.493} - \mathbf{2}(\mathbf{1.013})(\mathbf{0.96})(\mathbf{0.702})(\mathbf{0.653}) + (\mathbf{1.013})^2(\mathbf{0.426})]$$

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_R) = 0.0005$$

- حساب تباين تقدير المتوسط باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_{lr}) = \frac{(1-f)}{n}\,\sigma_y^2\,[1-\rho^2] \;,\; f = \frac{n}{N}$$

$$V(\hat{\hat{\bar{Y}}}_{lr}) = \frac{(1-\frac{70}{695})}{70} * (0.493)(1-(0.96)^2 = 0.0005$$

الجدول(4-14) يوضح نتائج تقديرات متوسطات الأداء الأكاديمي وتبايناتها:

$\bar{y}$	$\bar{y}_R$	$\bar{y}_{lr}$	$V(\bar{y}_{sy})$	$V(\bar{y}_R)$	$V(\bar{y}_{lr})$	$\hat{\rho}$	$\hat{R}$	B
1.82	1.92	1.93	0.0063	0.0005	0.0005	0.96	1.013	1.03

المصدر: اعداد الدارس من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4-14):

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن تقديرات المتوسطات مختلفة قليلاً فيما بينها، لكن عند النظر الى تبايناتها نجدها متساوية ما عدا تباين تقدير متوسط العينة، وبالرجوع الى نظرية التقدير والتي تنص في متنها بأن المقدر الجيّد هو الذي يكون له أقل تباين بين تباينات المقدّرات الأخرى، وبالتالي أن تقدير النسبة بين متغيرين ($\bar{y}_R$) وتقدير الانحدار ($\bar{y}_{lr}$) هما الأقل تبايناً وهما الأفضل بين المقدّرات الأخرى.

4-7-3 ايجاد تقديرات المجموع الكلي للمعانية المنتظمة باستخدام النسبة بين متغيرين وباستخدام الانحدار الخطي البسيط:

- تقدير المجموع الكلي للعينة المنتظمة (تقدير المجموع لكل وحدة):

$$\hat{Y} = N\,\bar{y} = 695(1.82) = 1265$$

- تقدير المجموع الكلي باستخدام النسبة النسبة بين متغيرين:

$$\hat{Y}_R = N\bar{X}\hat{R} = 695(1.90)(1.013) = 1338$$

- تقدير المجموع الكلي باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$\hat{Y}_{lr} = N\bar{y}_{lr} = 695(1.93) = 1341$$

4-7-4 حساب تباينات تقديرات المجموع الكلي أعلاه:

- حساب تباين تقدير المجموع الكلي للعينة المنتظمة (تقدير المجموع لكل وحدة):

$$V(\hat{Y}_{sy}) = N^2 \, V(\hat{\bar{Y}}_{sy}) = (695)^2(0.0063) = 3043$$

- حساب تباين تقدير المجموع الكلي باستخدام النسبة بين متغيرين:

$$V(\hat{Y}_R) = N^2 \, V(\hat{\bar{Y}}_R) = (695)^2(0.0005) = 242$$

- حساب تباين تقدير المجموع الكلي باستخدام الانحدار الخطي البسيط:

$$V(\hat{Y}_{lr}) = N^2 \, V(\hat{\bar{Y}}_{lr}) = (695)^2(0.0005) = 242$$

الجدول(4−15) يوضح نتائج تقديرات المجموع الكلي للأداء الأكاديمي وتبايناتها:

y	y_R	y_{lr}	$V(y_{sy})$	$V(y_R)$	$V(y_{lr})$
1265	1338	1341	3043	242	242

المصدر: اعداد الدارس من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4−15):

نلاحظ من الجدول أعلاه، أن تقديرات العدد الكلي مختلفة عن بعضها ولكن عند النظر الى تبايناتها نجدها متساوية ما عدا تباين تقدير متوسط العينة ، وبالرجوع الى نظرية التقدير والتي تنص في متنها بأن المقدر الجيّد هو الذي يكون له أقل تباين بين تباينات المقدّرات الأخرى، وبالتالي أن تقدير النسبة بين متغيرين (y_R) وتقدير الانحدار (y_{lr}) هما الأقل تبايناً وهما الأفضل بين المقدّرات.

الكفاءة النسبية وتفسير النتائج واختبار صحة الفرضيات لتطبيقات المعاينة العشوائية البسيطة والمعاينة المنتظمة:

4-8 حساب الكفاءة النسبية لتقديرات المعاينة العشوائية البسيطة الأولى في حالة العينات الكبيرة

الجدول(4-2) يوضح نتائج تقديرات المتوسطات لأجور العاملين وتبايناتها في حالة العينات الكبيرة

$\bar{y}$	$\bar{y}_R$	$\bar{y}_{lr}$	$V(\bar{y}_{simp})$	$V(\bar{y}_R)$	$V(\bar{y}_{lr})$	$\hat{\rho}$	$\hat{R}$	B
58	69	65	1.56	0.99	0.63	0.77	1.20	0.737

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

حساب الكفاءة النسبية للنتائج بالجدول(4-2) أعلاه:

$$Eff(\bar{y}_{simp},\bar{y}_R) = \frac{V(\bar{y}_{simp})}{V(\bar{y}_R)} = \frac{1.56}{0.99} = 1.58$$

$$Eff(\bar{y}_{simp},\bar{y}_{lr}) = \frac{V(\bar{y}_{simp})}{V(\bar{y}_{lr})} = \frac{1.56}{0.63} = 2.48$$

$$Eff(\bar{y}_R,\bar{y}_{lr}) = \frac{V(\bar{y}_R)}{V(\bar{y}_{lr})} = \frac{0.99}{0.63} = 1.57$$

الجدول(4-16) يوضح نتائج الكفاءة النسبية للتقديرات في الجدول(4-2):

$Eff(\bar{y}_{simp},\bar{y}_R)$	$Eff(\bar{y}_{simp},\bar{y}_{lr})$	$Eff(\bar{y}_R,\bar{y}_{lr})$
1.58	2.48	1.57

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4-16):

نلاحظ في الجدول أعلاه، أن الكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_{simp},\bar{y}_R)$ تساوي 1.58 وهذا يعني أن التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر كفاءةً من تقدير العينة العشوائية البسيطة، بناءً

على هذا نحتاج الي واحد وثلثي حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير العينة العشوائية البسيطة، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 76 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات النسبة بين متغيرين، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات العينة العشوائية البسيطة يجب أن نزيد حجم العينة الى 120 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو:

$\rho > \frac{C_x}{2C_y}$ عندما يكون $\mathrm{Eff}(\bar{y}_{\mathrm{simp}}, \bar{y}_{\mathrm{R}}) > 1$

$$\rho > \frac{C_x}{2C_y} \Rightarrow 0.77 > \frac{0.215}{2(0.205)} > 0.52$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون $\rho > \frac{1}{2}$ وعليه فإن $V(\bar{y}_{\mathrm{simp}}) > V(\bar{y}_{\mathrm{R}})$

وهذا يعني أن فرضية الدراسة الأولى والتي تنص على أن التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر دقة من التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في حالة وجود علاقة معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من 50% في المعاينة العشوائية البسيطة قد تحققت.

والكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_{\mathrm{simp}}, \bar{y}_{\mathrm{lr}})$ تساوي 2.48 وهذا يعني أن التقدير بخط الانحدار أكثر كفاءةً من تقدير العينة العشوائية البسيطة، بناءً على هذا نحتاج الي اثنين ونصف حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير العينة العشوائية البسيطة، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 76 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات الانحدار الخطي، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات العينة العشوائية البسيطة

يجب أن نزيد حجم العينة الى 188 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو

$\rho > \frac{C_x}{2C_y}$ عندما يكون $Eff(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_{lr}) > 1$

$$\rho > \frac{C_x}{2C_y} => 0.77 > \frac{0.215}{2(0.205)} > 0.52$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون $\rho > \frac{1}{2}$ وعليه فإن $V(\bar{y}_{simp}) > V(\bar{y}_{lr})$

بينما الكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr})$ تساوي 1.57 وهذا يعني أن التقدير بخط الانحدار أكثر كفاءةً من التقدير بالنسبة بين متغيرين، بناءً على هذا نحتاج الي واحد وثلثي حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير النسبة بين متغيرين، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 76 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات الانحدار الخطي، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات النسبة بين متغيرين يجب أن نزيد حجم العينة الى119 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو $Eff(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr}) > 1$ عندما يكون:

$$\langle B - R\rangle^2 > 0 => \langle 0.737 - 1.20\rangle^2 = 0.21 > 0$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون:$V(\bar{y}_R) > V(\bar{y}_{lr})$ ومن هنا يمكن القول بأن التقدير بخط الانحدار هو أفضل التقديرات على الاطلاق.

$$\therefore V(\bar{y}_{simp}) > V(\bar{y}_R) > V(\bar{y}_{lr})$$

وهذا يعني أن فرضية الدراسة الثانية والتي تنص على أن التقدير بخط الانحدار أكثر دقة من التقدير بالنسبة بين متغيرين اذا كان خط الانحدار لايمر بنقطة الأصل في المعاينة العشوائية البسيطة قد تحققت.

4-9 حساب الكفاءة النسبية لتقديرات المعاينة العشوائية البسيطة الأولى في حالة العينات الصغيرة

الجدول(4-17) يوضح نتائج الكفاءة النسبية للتقديرات في الجدول(4-2):

$\mathrm{Eff}(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_R)$	$\mathrm{Eff}(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_{lr})$	$\mathrm{Eff}(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr})$
7.5	10.15	1.35

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4-17):

نلاحظ في الجدول أعلاه، أن الكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_R)$ تساوي 7.5 وهذا يعني أن التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر كفاءةً من تقدير العينة العشوائية البسيطة، بناءً على هذا نحتاج الي سبعة ونصف أضعاف حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير العينة العشوائية البسيطة، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 20 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات النسبة بين متغيرين، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات العينة العشوائية البسيطة يجب أن نزيد حجم العينة الى 150 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو $\mathrm{Eff}(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_R) > 1$ عندما يكون $\rho > \frac{C_x}{2C_y}$

$$\rho > \frac{C_x}{2C_y} => 0.95 > \frac{0.195}{2(0.191)} > 0.51$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون: $\rho > \frac{1}{2}$ وعليه فإن $V(\bar{y}_{simp}) > V(\bar{y}_R)$

وهذا الشرط يعني أن فرضية الدراسة الأولى والتي تنص على أن التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر دقة من التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في حالة وجود علاقة

معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من 50% في المعاينة العشوائية البسيطة قد تحققت.

والكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_{lr})$ تساوي 10.17 وهذا يعني أن التقدير بخط الانحدار أكثر كفاءةً من تقدير العينة العشوائية البسيطة، بناءً على هذا نحتاج الي عشر أضعاف حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير العينة العشوائية البسيطة، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 20 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات الانحدار الخطي، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات العينة العشوائية البسيطة يجب أن نزيد حجم العينة الى 203 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو

$\text{Eff}(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_{lr}) > 1$ عندما يكون $\rho > \frac{C_x}{2C_y}$

$$\rho > \frac{C_x}{2C_y} => 0.95 > \frac{0.195}{2(0.191)} > 0.51$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون $\rho > \frac{1}{2}$ وعليه فإن $V(\bar{y}_{simp}) > V(\bar{y}_{lr})$

بينما الكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr})$ تساوي 1.35 وهذا يعني أن التقدير بخط الانحدار أكثر كفاءةً من التقدير بالنسبة بين متغيرين، بناءً على هذا نحتاج الي واحد وثلث حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير النسبة بين متغيرين، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 20 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات الانحدار الخطي، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات النسبة بين متغيرين يجب أن نزيد حجم العينة الى27 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو $\text{Eff}(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr}) > 1$ عندما يكون:

$$\langle B - R \rangle^2 > 0 => \langle 0.94 - 1.13 \rangle^2 = 0.036 > 0$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون: $V(\bar{y}_R) > V(\bar{y}_{lr})$ ومن هنا يمكن القول بأن التقدير بخط الانحدار هو أفضل التقديرات على الاطلاق.

$$\therefore V(\bar{y}_{simp}) > V(\bar{y}_R) > V(\bar{y}_{lr})$$

وهذا يعني أن فرضية الدراسة الثانية والتي تنص على أن التقدير بخط الأنحدار أكثر دقة من التقدير بالنسبة بين متغيرين اذا كان خط الانحدار لايمر بنقطة الأصل في المعاينة العشوائية البسيطة قد تحققت.

4–10 حساب الكفاءة النسبية لتقديرات المعاينة العشوائية البسيطة الثانية في حالة العينات الكبيرة

الجدول(4–18) يوضح نتائج الكفاءة النسبية للتقديرات في الجدول(4–8):

$Eff(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr})$	$Eff(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_{lr})$	$Eff(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_R)$
1	1.6	1.6

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4–18):

نلاحظ في الجدول أعلاه، أن الكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_R)$ و $(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_{lr})$ متساوية (1.6) وهذا يعني أن التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار هما أكثر كفاءة من تقدير العينة العشوائية البسيطة، بناءً على هذا نحتاج الي واحد وثلثي حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير العينة العشوائية البسيطة، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 164 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات النسبة بين متغيرين وبخط الانحدار، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات العينة

العشوائية البسيطة يجب أن نزيد حجم العينة الى 262 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو $\mathrm{Eff}(\bar{y}_{\mathrm{simp}}, \bar{y}_{\mathrm{R}}) > 1$ و $\mathrm{Eff}(\bar{y}_{\mathrm{simp}}, \bar{y}_{\mathrm{lr}}) > 1$ عندما يكون: $\rho > \frac{C_x}{2C_y}$

$$\rho > \frac{C_x}{2C_y} => 0.617 > \frac{0.31}{2(0.45)} > 0.344$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون $\rho > \frac{1}{2}$ وعليه فإن:

$$V(\bar{y}_{\mathrm{simp}}) > V(\bar{y}_{\mathrm{R}}) \text{ ، } V(\bar{y}_{\mathrm{simp}}) > V(\bar{y}_{\mathrm{lr}})$$

وهذا يعني أن فرضية الدراسة الأولى والتي تنص على أن التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر دقة من التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في حالة وجود علاقة معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من 50% في المعاينة العشوائية البسيطة قد تحققت.

بينما الكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_{\mathrm{R}}, \bar{y}_{\mathrm{lr}})$ تساوي الواحد الصحيح (1) وهذا يعني أن التقدير بخط الانحدار والتقديربالنسبة بين متغيرين تتساوى كفائتهما، والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو: $\mathrm{Eff}(\bar{y}_{\mathrm{R}}, \bar{y}_{\mathrm{lr}}) = 1$ عندما يمر خط الانحدار بنقطة الأصل بتحقق العلاقة التالية:

$$\langle B - R \rangle^2 \leq 0.05 => \langle 0.38 - 0.435 \rangle^2 = 0.003 < 0.05 \cong 0$$

وهذا الشرط قد تحقق، وعليه $V(\bar{y}_{\mathrm{R}}) = V(\bar{y}_{\mathrm{lr}})$

وهذا يعني أن فرضية الدراسة الخامسة والتي تنص أن التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين يتساويان في الدقة اذا كان خط الانحدار يمر بنقطة الاصل في المعاينة العشوائية البسيطة قد تحققت.

4-11 حساب الكفاءة النسبية لتقديرات المعاينة العشوائية البسيطة الثانية في حالة العينات الصغيرة

الجدول(4-19) يوضح نتائج الكفاءة النسبية للتقديرات في الجدول(4-11):

$\text{Eff}(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_R)$	$\text{Eff}(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_{lr})$	$\text{Eff}(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr})$
1.10	1.48	1.38

المصدر: اعداد الباحث من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4-19):

نلاحظ في الجدول أعلاه، أن الكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_R)$ تساوي 1.10 وهذا يعني أن التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر كفاءةً من تقدير العينة العشوائية البسيطة، بناءً على هذا نحتاج الي واحد وربع حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير العينة العشوائية البسيطة، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 19 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات النسبة بين متغيرين، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات العينة العشوائية البسيطة يجب أن نزيد حجم العينة الى 21 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو:

$$\rho > \frac{C_x}{2C_y} \text{ عندما يكون } \text{Eff}(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_R) > 1$$

$$\rho > \frac{C_x}{2C_y} => 0.58 > \frac{0.31}{2(0.30)} > 0.52$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون $\rho > \frac{1}{2}$ وعليه فإن $V(\bar{y}_{simp}) > V(\bar{y}_R)$

وهذا يعني أن فرضية الدراسة الأولى والتي تنص على أن التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر دقة من التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في حالة وجود علاقة معنوية

بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من 50% في المعاينة العشوائية البسيطة قد تحققت.

والكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_{lr})$ تساوي 1.48 وهذا يعني أن التقدير بخط الانحدار أكثر كفاءةً من تقدير العينة العشوائية البسيطة، بناءً على هذا نحتاج الي واحد ونصف حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير العينة العشوائية البسيطة، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 19 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات الانحدار الخطي، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات العينة العشوائية البسيطة يجب أن نزيد حجم العينة الى 28 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو

$\text{Eff}(\bar{y}_{simp}, \bar{y}_{lr}) > 1$ عندما يكون $\rho > \frac{C_x}{2C_y}$

$$\rho > \frac{C_x}{2C_y} => 0.58 > \frac{0.31}{2(0.30)} > 0.52$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون $\rho > \frac{1}{2}$ وعليه فإن $V(\bar{y}_{lr}) > V(\bar{y}_{simp})$

بينما الكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr})$ تساوي 1.38 وهذا يعني أن التقدير بخط الانحدار أكثر كفاءةً من التقدير بالنسبة بين متغيرين، بناءً على هذا نحتاج الي واحد وثلث حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير النسبة بين متغيرين، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 19 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات الانحدار الخطي، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات النسبة بين متغيرين يجب أن نزيد حجم العينة الى26 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو $\text{Eff}(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr}) > 1$ عندما يكون:

$$\langle B - R\rangle^2 > 0 => \langle 0.245 - 0.46\rangle^2 = 0.046 > 0$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون: $V(\bar{y}_{lr}) > V(\bar{y}_R)$ ومن هنا يمكن القول بأن التقدير بخط الانحدار هو أفضل التقديرات على الاطلاق.

$$\therefore V(\bar{y}_{simp}) > V(\bar{y}_R) > V(\bar{y}_{lr})$$

وهذا يعني أن فرضية الدراسة الثانية والتي تنص على أن التقدير بخط الانحدار أكثر دقة من التقدير بالنسبة بين متغيرين اذا كان خط الانحدار لايمر بنقطة الأصل في المعاينة العشوائية البسيطة قد تحققت.

4-12 حساب الكفاءة النسبية لتقديرات المعاينة المنتظمة:

الجدول(4-14) يوضح نتائج تقديرات متوسطات الأداء الأكاديمي وتبايناته

$\bar{y}$	$\bar{y}_R$	$\bar{y}_{lr}$	$V(\bar{y}_{sy})$	$V(\bar{y}_R)$	$V(\bar{y}_{lr})$	$\hat{\rho}$	$\hat{R}$	B
1.82	1.92	1.93	0.0063	0.0005	0.0005	0.96	1.013	1.03

المصدر: اعداد الدارس من بيانات الدراسة

حساب الكفاءة النسبية للنتائج بالجدول أعلاه:

$$Eff(\bar{y}_{sy}, \bar{y}_R) = \frac{V(\bar{y}_{sy})}{V(\bar{y}_R)} = \frac{0.0063}{0.0005} = 12.6$$

$$Eff(\bar{y}_{sy}, \bar{y}_{lr}) = \frac{V(\bar{y}_{sy})}{V(\bar{y}_{lr})} = \frac{0.0063}{0.0005} = 12.6$$

$$Eff(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr}) = \frac{V(\bar{y}_R)}{V(\bar{y}_{lr})} = \frac{0.0005}{0.0005} = 1$$

الجدول(4-20) يوضح نتائج الكفاءة النسبية للتقديرات بالجدول (4-14):

$Eff(\bar{y}_{sy}, \bar{y}_R)$	$Eff(\bar{y}_{sy}, \bar{y}_{lr})$	$Eff(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr})$
12.6	12.6	1

المصدر: اعداد الدارس من بيانات الدراسة

تفسير نتائج الجدول(4−20):

نلاحظ في الجدول أعلاه، أن الكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_{sy}, \bar{y}_{R})$ و $(\bar{y}_{sy}, \bar{y}_{lr})$ متساوية (12.6) وهذا يعني أن التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار هما أكثر كفاءة من تقدير العينة المنتظمة، بناءاً على هذا نحتاج الي اثنى عشر أضعاف حجم العينة المستخدم تقريباً للحصول على ذات الكفاءة من تقدير العينة المنتظمة، معنى ذلك اذا كانت عينة حجمها 70 تعطي هذه الكفاءة باستخدام تقديرات النسبة بين متغيرين وبخط الانحدار، فللحصول على نفس الكفاءة باستخدام تقديرات العينة المنتظمة يجب أن نزيد حجم العينة الى 882 والشرط الذي يمكّن من تحقيق ذلك هو $Eff(\bar{y}_{sy}, \bar{y}_{R}) > 1$ و $Eff(\bar{y}_{sy}, \bar{y}_{lr}) > 1$ عندما يكون: $\rho > \frac{C_x}{2C_y}$

$$\rho > \frac{C_x}{2C_y} => 0.96 > \frac{0.365}{2(0.386)} > 0.47$$

وهذا الشرط قد تحقق، فضلاً عن كون $\rho > \frac{1}{2}$ وعليه فإن:

$$V(\bar{y}_{sy}) > V(\bar{y}_{R}) \text{ ، } V(\bar{y}_{sy}) > V(\bar{y}_{lr})$$

وهذا يعني أن فرضية الدراسة الأولى والتي تنص على أن التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير والتقدير بخط الانحدار أكثر دقة من التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في حالة وجود علاقة معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من 50% في المعاينة المنتظمة قد تحققت.

بينما الكفاءة النسبية بين $(\bar{y}_{R}, \bar{y}_{lr})$ تساوي الواحد الصحيح (1) وهذا يعني أن التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين تتساوى كفائتهما، والشرط الذي يمكّن من

تحقيق ذلك هو: $Eff(\bar{y}_R, \bar{y}_{lr}) = 1$ عندما يمر خط الانحدار بنقطة الأصل بتحقق العلاقة التالية:

$$\langle B - R \rangle^2 \leq 0.05 \Rightarrow \langle 1.03 - 1.013 \rangle^2 = 0.0003 < 0.05 \cong 0$$

وهذا الشرط قد تحقق، وعليه $V(\bar{y}_R) = V(\bar{y}_{lr})$

وهذا يعني أن فرضية الدراسة الثانية والتي تنص أن التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين يتساويان في الدقة اذا كان خط الانحدار يمر بنقطة الأصل في المعاينة المنتظمة قد تحققت.

الفصل الخامس: النتائج والتوصيات

5-1 تمهيد:

من خلال الجانب النظري والتطبيقي واعمال مفهوم المتغيرات المساعدة باستخدام أسلوب التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار، وحساب الكفاءة النسبية وتفسير النتائج واختبار صحة الفرضيات، توصلت الدراسة الى عدد من النتائج يقابلها عدد من التوصيات:

5-2 النتائج:

1. التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر دقة من التقديرات التى تعتمد على متغير الدراسة فقط في حالة وجود علاقة معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من50%، في المعاينة العشوائية البسيطة.
2. التقدير بخط الانحدار أكثر دقة من التقدير بالنسبة بين متغيرين ومن التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في حالة وجود علاقة معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من 50% عندما لم يمر خط الانحدار بنقطة الأصل في المعاينة العشوائية البسيطة.
3. التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين يتساويان في الدقة في حالة وجود علاقة معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من 50%، عندما مرَّ خط الانحدار بنقطة الأصل في المعاينة العشوائية البسيطة.

4. التقدير بالنسبة بين متغيرين أكثر دقة من التقديرات التي تعتمد على متغير الدراسة فقط في وجود علاقة معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من 50%، في المعاينة المنتظمة.

5. لم يُظهر التقدير بخط الانحدار دقة أكبر من التقدير بالنسبة بين متغيرين في المعاينة المنتظمة.

6. التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين يتساويان في الدقة في حالة وجود علاقة بين معنوية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من 50%، عندما مرَّ خط الانحدار بنقطة الأصل في المعاينة المنتظمة.

7. التقدير بالنسبة بين متغيرين والتقدير بخط الانحدار يظهران دقة متساوية في النتائج في حالة التطبيق على العينات الكبيرة ($n>30$) أو في حالة التطبيق على العينات الصغيرة ($n<30$).

8. لم يثبت الإدعاء بأن التقدير بخط الانحدار أكثر دقة من التقدير بالنسبة بين متغيرين اذا خط الانحدار لا يمر بنقطة الأصل في المعاينة المنتظمة

5-3 التوصيات:

اعتماداً على النتائج، توصي الدراسة بالأتي:

1. يُفضّل استخدام التقدير بالنسبة بين متغيرين في حالة وجود علاقة ذات دلالة احصائية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من50%، في المعاينة العشوائية البسيطة.

2. يُفضّل استخدام التقدير بخط الانحدار في حالة وجود علاقة ذات دلالة احصائية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من50%، اذا كان خط الانحدار لايمر بنقطة الاصل في المعاينة العشوائية البسيطة.

3. يُفضّل استخدام التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين في حالة وجود علاقة ذات دلالة احصائية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من50%، اذا كان خط الانحدار يمر بنقطة الاصل في المعاينة العشوائية البسيطة.

4. يُفضّل استخدام التقدير بالنسبة بين متغيرين في حالة وجود علاقة ذات دلالة احصائية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من50%، في المعاينة المنتظمة.

5. لا يُنصح باستخدام التقدير بخط الانحدار للمفاضلة بينه والتقدير بخط الانحدار قبل التأكد من أن خط الانحدار لا يمر بنقطة الأصل في المعاينة المنتظمة.

6. يُفضّل استخدام التقدير بخط الانحدار والتقدير بالنسبة بين متغيرين في حالة وجود علاقة ذات دلالة احصائية بين متغير الدراسة والمتغير المساعد أكبر من50%، اذا كان خط الانحدار يمر بنقطة الأصل في المعاينة المنتظمة.

7. عند استخدام المتغيرات المساعدة للتقدير بالنسبة بين متغيرين وبخط الانحدار في المعاينة العشوائية البسيطة، يُفضّل التطبيق على العينات الكبيرة $(n>30)$ والعينات الصغيرة $(n<30)$ للتأكد من صلاحية ودقة التقديرات في الحالات المختلفة للمعاينة العشوائية البسيطة.

8. يُنصح بتنفيذ المزيد من الدراسات والتطبيقات باستخدام التقدير بالنسبة بين متغيرين وبخط الانحدار على المعاينة المنتظمة للتعرف على نتائج جديدة غير التي تحصلت عليها الدراسة.

المراجع:

أولاً: المراجع العربية

1. أبوشعرة، عبدالرازق أمين،(1989)، العينات وتطبيقاتها في البحوث الاجتماعية، الادارة العامة للبحوث، معهد الادارة العامة، الرياض.

2. أبوعمة، عبدالرحمن محمد، راضي، الحسيني عبدالبر، هندي، محمد محمود ابراهيم،(1990)، مقدمة في المعاينة الاحصائية، الرياض، جامعة الملك سعود، عمادة شؤون المكتبات.

3. حمد، عدنان شهاب، وآخرون،(2000)، دليل تصميم وتنفيذ المسوح الاجتماعية، الجهاز المركزي للاحصاء، العراق.

4. حمزة، الناصر عبدالمجيد، الصفاوي، صفاء يونس،(2001)، العينات نظري وتطبيقي، جامعة بغداد، جامعة الموصل، وزارة التعليم العالي.

5. سبيل، آدم عبدالله عثمان(2011)، أثر المتغيرات المساعدة على زيادة دقة تقديرات معالم المجتمع في المعاينات الاحتمالية، بحث ماجستير غير منشور، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا، الخرطوم.

6. عبادة، أحمد سرحان،(1980)، العينات، القاهرة، دار المعارف.

7. عبدالرسول، محمود جواد، وآخرون،(1988)، أساليب المعاينة التطبيقية، الجهاز المركزي للاحصاء، العراق.

8. عدنان، شهاب حمد، مهدي، محسن اسماعيل،(2001)، أساليب المعاينة في ميدان التطبيق، بغداد.

9. علوان، حسين،(2010)، جمع البيانات وطرق المعاينة، الرياض، مكتبة العبيكان للنشر.

10. كوكران،(1977) وليام، تقنية المعاينة الاحصائية، عمادة شؤون المكتبات، جامعة الملك سعود.

11. محسن، شهاب مهد، (2013)، أثر المتغيرات المساعدة على زيادة دقة تقديرات معالم المجتمع في المعاينة العشوائية البسيطة المزدوجة، مجلة كلية العلوم، قسم الاحصاء، جامعة طنطا، العدد(15)

12. مصطفى، جلال الصياد، جلال، مصطفى،(1990)، مقدمة في طرق المعاينة الاحصائية، مكتبة المصباح، المملكة العربية السعودية.

13. يونس، بسام موسى، عادل،(2005)، مبادئ الاحصاء، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا.

ثانياً: المراجع الأجنبية

1. **Banarasi, Kushwaha, S.N.S.** and **Kushwaha, K.S.** (1993). «A class of ratio, product and difference (RPD) estimators in systematic sampling». *Microelectron. Reliab.*, **33, 4**, 455–457.
2. **Cochran, W.G.** (1946). «Relative efficiency of systematic and stratified random samples for a certain class of population». *Ann. Math. Statist.*, **17**, 164–177.

3. **Gautschi, W.** (1957). «Some remarks on systematic sampling». *Ann. Math. Statist.*, **28**, 385–394.
4. **Hajeck, J.** (1959). «Optimum strategy and other problems in probability sampling». *Casopis pro Pestovani Matematiky*, **84**, 387–423.
5. **Haman,M.H.,Hurwwitz, W.N.,Modaw,W.G** "Sample Survey Methods and Theory"I,vi,2. Wiley & Sons(1986).
6. **Kushwaha, K.S.** and **Singh, H.P.** (1989). «Class of almost unbiased ratio and product estimators in systematic sampling». *Jour. Ind. Soc. Ag. Statistics,* **41, 2**, 193–205.
7. **Maddala, G.S.** (1977). *Econometrics*. Mc Graw Hills Pub. Co. New York.
8. **Murthy, M.N.** (1967). *Sampling Theory and Methods*.Statistical Publishing Society, Calcutta.
9. **Quenouille, M.H.** (1956). «Notes on bias in estimation». *Biometrika,* **43**, 353–360.
10. **QUESTII O´** , vol. 22, 3, p. 403-416, (1998). School of Studies in Statistics, Vikram University, Ujjain-456010, M.P., India.

الملاحق:

ملحق(1) يشتمل على بيانات العينة العشوائية البسيطة الأولى والتي حجمها(76)، حيث تمثل y مستويات أجور العاملين اليومية للعام 2016(متغير الدراسة)، بينما تمثل x مستويات أجور العاملين اليومية للعام 2015(متغير مساعد).

y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	X	y	x
50.00	40.00	50.00	52.00	45.00	35.00	55.00	50.00	64.00	50.00	45.00	35.00	35.00	30.00
72.00	68.00	72.00	42.00	51.00	40.00	58.00	55.00	44.00	35.00	58.00	65.00	40.00	35.00
65.00	57.00	65.00	60.00	54.00	43.00	63.00	55.00	47.00	40.00	47.00	40.00	55.00	50.00
78.00	78.00	78.00	40.00	67.00	35.00	66.00	45.00	80.00	70.00	59.00	50.00	75.00	70.00
90.00	80.00	90.00	50.00	70.00	30.00	64.00	50.00	57.00	45.00	52.00	35.00		
53.00	48.00	53.00	65.00	74.00	35.00	56.00	45.00	49.00	45.00	40.00	30.00		
40.00	35.00	40.00	50.00	64.00	65.00	50.00	45.00	49.00	41.00	66.00	55.00		
40.00	30.00	40.00	48.00	67.00	60.00	59.00	35.00	46.00	41.00	50.00	45.00		
50.00	35.00	50.00	60.00	59.00	50.00	41.00	30.00	82.00	76.00	44.00	40.00		
65.00	65.00	65.00	41.00	42.00	35.00	55.00	47.00	55.00	48.00	37.00	30.00		
80.00	60.00	80.00	52.00	56.00	40.00	58.00	65.00	66.00	62.00	66.00	60.00		
50.00	50.00	50.00	64.00	56.00	45.00	63.00	60.00	55.00	54.00	50.00	45.00		

المصدر: شركة بهيات الشروق،2016

ملحق(2) يشتمل على بيانات العينة العشوائية البسيطة الثانية والتي حجمها(164)، حيث تمثل y عدد المتعلمين تعليماً جامعياً(متغير الدراسة)، بينما تمثل x عدد أفراد الأسرة(متغير مساعد).

y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x
6.00	13.00	5.00	10.00	3.00	8.00	2.00	4.00	1.00	5.00	2.00	6.00	3.00	7.00
4.00	10.00	2.00	3.00	2.00	6.00	3.00	7.00	2.00	9.00	3.00	5.00	2.00	8.00
3.00	8.00	3.00	7.00	3.00	9.00	4.00	7.00	2.00	5.00	3.00	8.00	3.00	5.00
4.00	10.00	4.00	7.00	3.00	5.00	4.00	8.00	1.00	7.00	4.00	8.00	2.00	9.00
4.00	7.00	5.00	7.00	5.00	11.00	1.00	4.00	6.00	4.00	7.00	10.00	1.00	4.00
4.00	7.00	3.00	10.00	3.00	9.00	5.00	11.00	2.00	8.00	2.00	5.00	3.00	7.00
3.00	5.00	5.00	11.00	2.00	5.00	2.00	5.00	4.00	9.00	2.00	6.00	2.00	6.00
7.00	13.00	5.00	8.00	3.00	7.00	3.00	7.00	2.00	3.00	3.00	8.00	2.00	7.00
4.00	10.00	2.00	5.00	6.00	10.00	2.00	8.00	3.00	8.00	3.00	6.00	3.00	7.00
3.00	14.00	3.00	6.00	5.00	5.00	3.00	7.00	3.00	6.00	3.00	6.00	2.00	6.00
5.00	10.00	3.00	7.00	3.00	6.00	2.00	5.00	4.00	8.00	7.00	12.00	1.00	3.00
4.00	7.00	2.00	5.00	2.00	9.00	2.00	7.00	1.00	4.00	4.00	8.00	2.00	3.00

y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x
1.00	4.00	3.00	9.00	4.00	10.00	3.00	9.00	1.00	3.00	5.00	8.00	3.00	10.00
3.00	5.00	3.00	8.00	1.00	3.00	2.00	8.00	3.00	5.00	3.00	5.00	6.00	12.00
4.00	6.00	5.00	11.00	3.00	7.00	4.00	8.00	2.00	6.00	3.00	8.00	3.00	6.00
2.00	8.00	2.00	4.00	3.00	5.00	2.00	6.00	2.00	8.00	5.00	7.00	2.00	5.00
3.00	7.00	5.00	7.00	4.00	8.00	2.00	8.00	3.00	6.00	5.00	10.00	5.00	9.00
3.00	6.00	4.00	7.00	4.00	7.00	2.00	8.00	3.00	8.00	7.00	9.00	3.00	8.00
2.00	9.00	3.00	8.00	2.00	8.00	5.00	11.00	2.00	8.00	3.00	5.00	7.00	10.00
3.00	8.00	4.00	10.00	4.00	7.00	4.00	9.00	3.00	8.00	2.00	4.00	2.00	5.00
2.00	8.00	2.00	5.00	3.00	7.00	3.00	8.00	3.00	6.00	2.00	3.00		
1.00	5.00	3.00	6.00	6.00	11.00	4.00	8.00	2.00	4.00	2.00	7.00		
1.00	6.00	2.00	9.00	4.00	7.00	3.00	7.00	2.00	7.00	3.00	8.00		
3.00	10.00	2.00	7.00	3.00	6.00	4.00	8.00	3.00	6.00	5.00	8.00		

المصدر: منطقة جنّان، جنوب القضارف،2017

ملحق(3) يشتمل على بيانات العينة المنتظمة والتي حجمها(70)، حيث تمثل y معدلات نهاية العام لطلاب السنة الأولى (متغير الدراسة)، بينما تمثل x معدلات الفصل الأول لطلاب السنة الأولى(متغير مساعد).

y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x
2.34	2.35	3.09	3.17	1.08	1.02	2.20	2.07	2.16	2.09	2.25	2.37
2.03	2.00	2.30	2.13	2.24	2.20	2.27	2.17	0.43	0.96	0.91	0.43
2.54	2.20	2.85	2.80	0.48	0.78	2.02	2.00	2.09	2.07	1.95	1.57
1.68	1.57	0.30	0.61	2.00	2.00	2.57	2.28	2.29	2.20	2.32	2.20
0.39	0.78	2.30	2.37	2.22	2.37	0.39	0.43	2.17	2.22	1.67	1.61
1.78	1.52	2.29	2.15	1.04	.87	2.12	2.11	2.45	2.48	1.65	1.57
2.42	2.37	0.26	0.52	1.37	1.57	1.09	1.04	2.37	2.24	2.16	2.00
2.10	2.07	2.25	2.26	2.07	2.00	2.78	2.35	2.02	2.00	2.22	2.24
1.02	1.17	2.22	2.24	2.10	2.07	2.12	2.09	2.11	2.00	0.74	0.61
2.13	2.15	1.52	1.30	2.12	2.09	2.21	2.30	2.49	2.33	2.21	2.04
2.12	2.07	0.87	0.96	2.24	2.15	0.91	1.13	2.33	2.35		
2.07	2.00	1.45	2.28	0.73	0.76	0.91	0.43	0.50	0.61		

المصدر: جامعة السلام، كلية الاقتصاد،2017