الباب الثالث

طرق الإستكمال

3-1 مقدمة :

أساليب الإستكمال (الإستيفاء)هي أكثر الطرق شيوعاً وتستخدم في إرتفاعات الجيويد عن الإلبسويد (N) في المنطقة المحلية، هناك خوارزميات إستكمال مختلفة وكل منها يمكن أن يكون لها نتائج مختلفة عند تفسير البيانات. ومنها:

- الترجيح العكسي للمسافة إلى القدرة .
- كريغينج (Kriging).
- دالة كثيرة الحدود .

3-2 طريقة الترجيح العكسي للمسافة إلى القدرة :

في هذه الطريقة يتم إختيار الترجيح العكسي للمسافة إلى القوة Inverse Distance to power Weighting (IDW) لبناء النموذج. حيث يتم حساب تموج a –النقطة المعتبرة– عن طريق إستيفاء التموج في نقاط المنطقة المحيطة التي تقع ضمن منطقة الدراسة، النقاط المختارة ينبغي الا تزيد المسافة بين أي نقطتين عن 3000 متر .

3-3 طريقة كريغينج (kriging) :

الفكرة الأساسية لهذه الطريقة هي التنبؤ بقيمة الدالة عند نقطة معينة عن طريق حساب المتوسط المرجح للقيم المعروفة حول النقطة. الطريقة ترتبط إرتباطاً رياضياً وثيقاً بتحليل الإنحدار، كلا الطريقتين تقودان إلى أفضل تقدير خطي غير متحيز إستناداً إلى إفتراضات على البيانات، والإستفادة من نظرية غاوس ماكوف لإثبات إستغلال التقدير والخطأ. والإستفادة من الصيغ المشابهة جداً . ومع ذلك فإنها مفيدة في أطر مختلفة : يتم إجراء kriging لتقدير تحقيق واحد من حقل عشوائي ، في حين تستند نماذج الإنحدار على ملاحظات متعددة لمجموعة بيانات متعددة المتغيرات.

4-3 طريقة كثيرة الحدود :

إن طريقة كثيرة الحدود من أكثر الطرق الرياضية شيوعاً في تطوير الجيويد . وقبل البدء في كيفية إستخدامها لنمذجة الجيويد لابد من تعريفها .

دالة كثيرة الحدود هي دالة يمكن تعريفها بتقييم كثيرة الحدود، وبالتالي فإن الدالة f من وسيط واحد :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad \text{-------(1-3)}$$

حيث: n عدد صحيح غير سلبي و $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ هي معاملات ثابتة .

مثلاً : الدالة f ، مع الأرقام الحقيقية للأرقام الحقيقية، تحدد بـ :

$$f(x) = x^3 - x \quad \text{-------} \ (2-3)$$

هي كثيرة حدود في متغير واحد، وتعرف كثيرات الحدود لأكثر من متغير واحد على نحو مماثل مستخدماً كثيرة حدود متعددة غير محددة كما يلي:

$$f(x,y) = 2x^3 + 4x^2y + xy^5 + y^2 - 7. \quad \text{-------} \ (3-3)$$

كما أنه يمكن تقسيمها حسب الرتبة مثلاً من الدرجة الأولى،والثانية ... وهكذا .

وتصنف حسب السطح :مستوي، خطي ، ويتم تحديد درجة كثير الحدود حسب درجة تعقيد السطح لمنطقة الدراسة .

لنفترض أن الإرتفاع (Z) دالة في الإحداثيات (X,Y) فتصبح المعادلة (3) :

$$Z = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 \quad \text{-------} \ (4-3)$$

حيث يمكن حل المعادلات المكونة للنقاط من المعادلة (6) بإستخدام طريقة أقل التربيعات والتي تكون في الصورة التالية :

$$\hat{x} = (A^T w A)^{-1} A^T w b \quad \text{-------} \ (5-3)$$

حيث : A مصفوفة العاملات للمجاهيل، W مصفوفة الوزن وتساوي مصفوفة الوحدة إذا تم الرصد بنفس الدقة ، b مصفوفة المرصودات .

3-5 التنبؤ بإستخدام أقل التربيعات :

إذا بسطنا مشكلة الترتيب بإستخدام أقل التربيعات إلى الحالة التى تكون فيها الكميات المرصودة معالجة من الاخطاء المنتظمة والعشوائية . ومن ثم تغير الرموز وتأخذ حالة خاصة في الترتيب بإستخدام أقل الربيعات، يمكن كتابة المعادلة كالآتي :

$$\hat{U} = \begin{bmatrix} c_{p1} & c_{p2} & c_{pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & \cdots & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad \text{---(8)}$$

حيث : $\hat{U}$ القيمة المتوقعة عند كل نقطة P ، c_p تمثل المتجة من نقطة التغاير ونقطة البيانات i ولتكن مصفوفة التغاير التى تحدد سلوك الكمية عند نقاط البيانات ، $U_1,\dots,U_n$ القيم من الكمية عند نقاط البيانات

3-5-1 تحديد دوال التغاير :

تحديد دالة التغاير هو شرط أساسي لتطبيق التنبؤ بإستخدام أقل التربيعات فى منطقة معينة ، وينبغي أن تحدد دالة التغاير التجريبية والمستخدمة فى الحسابات. أما أن تحدد تجريبياً أو تشتق اختيارياً مما يسمي بـ (Variogram) .

3-5-1-1 دالة التغاير التجريبية :

باستخدام قيمة معينة عند (n) نقطة بيانات دالة التغاير التجريبية يمكن تحديدها على النحو التالي :

1. تحديد التباين من الكمية المذكورة (z) أي c(0) التى تمثل التغاير بين النقاط صفر–المسافة وباستخدام :

$$c\,(0) = 1 / n \sum_{i=1}^{n} zi^2 \quad \text{-------} \quad (6\text{-}3)$$

2. لحساب التغاير c(d) .

i. تحديد مسافة معينة (d) .

ii. تحديد جميع أزواج النقاط (nd) التي تبعد مسافة عن بعضها البعض .

iii. حساب c(d) على النحو التالي :

$$C(d) = 1/n\,d \sum_{nd} Z_i\, Z_j \quad \text{-------} \quad (7\text{-}3)$$

حيث j, i هما المؤشرات من النقاط المرجعية .

iv. كرر الخطوات (ii) ، (iii) على مسافات أخرى .

3. نظراً لبعض الصعوبات فى معالجة الرسومات البيانية من دوال التغاير، يجب وضع نموذج نظري يناسب مهام دالة التغاير التجريبية، وبتطبيق ضبط أقل التربيعات، يمكن تحديد الثوابت التى تصف النموذج .