الباب الثالث

الباب الثالث

طرق الإستكمال البيني

1.3 مقدمة

الإستكمال البيني هو أحد النماذج الرياضية التي يمكن استخدامها في علم المساحة حيث انه إذا كان لدينا ميزانية بعض من النقاط معلومة الإرتفاع ونريد تكثيف النقاط لبقية المنطقة فبدلاً من الذهاب إلى الحقل، حيث يتطلب ذلك وقتاً وجهداً وتكلفةً، يمكن تكثيف النقاط من خلال الإستكمال البيني.

الإستكمال البيني يعني هنا تحديد ارتفاع نقطة باستخدام الارتفاعات المعروفة للنقاط المجاورة، يجب الإشارة هنا أن الإستكمال البيني لا يرتبط بالإرتفاعات فقط ولكنه يشمل مجالات عديدة مثل كمية الأمطار ،إرتفاعات الجيويد،...إلخ.

هناك نوعان من الإفتراضات الضمنية التي تعتمد عليها تقنيات الإستكمال البيني :

* سطح الأرض مستمر ومنتظم

*هناك علاقة بين إرتفاعات النقاط المتجاورة

تقنيات الاستكمال البيني يمكن تصنيفها وفقاً لمعايير مختلفة مثل حجم منطقة الإستكمال ودقة السطح ونعومة السطح وبعد النقاط المعلومة عن النقاط التي يراد إستكمالها.

- في بناء سطح للإستكمال، السطح قد يمر أو لا يمر عبر جميع النقاط المرجعية، وذلك بسبب الأخطاء المتبقية في النموذج المستخدم، لكن في حالة وجود أي من هذه الأخطاء يتم الحصول على التركيب المحدد

2.3 الطرق المستخدمة في الإستكمال البيني

هنالك طرقاً عديدة تستخدم في الإستكمال البيني منها ما هو إحتمالي probablisdic ومنها ما هو حقيقي Exact.

1.2.3 طريقة معكوس المسافة الموزونة Inverse Distance Weighting IDW

هذه الطريقة من طرق الإستكمال البيني تفترض أن النقاط القريبة من بعضها تكون مرتبطة إرتباطاً قوياً عكس التي تكون متباعدة.

أي بمعنى اخر، أن النقاط المعلومة يكون تأثيرها كبيراً على النقطة المستكملة بينياً كلما كانت قريبة من النقطة المستكملة.

هذه الطريقة تعطى بالمعادلة أدناه

$$H_i = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} h_i \times d^{-\gamma}{}_{ij}\right)}{\sum d^{-\gamma}{}_{ij}} \rightarrow (1-3)$$

حيث:

H_j ≡ إرتفاع النقطةj المجهولة

h_i≡إرتفاع النقطة المعلومة

d_{ij} ≡ المسافة بينi النقطة المعلومة والنقطة المجهولة j

ɣ ≡قيمة تجريبية ثابتة حقيقية موجبة تتراوح قيمتها بين 1و3

تجريبية تختلف من ɣمن مميزات هذه الطريقة: البعض يرى أنها طريقة بسيطة، ومن عيوبها: أن سطح لأخر لتحديد قيمتها.

2.2.3 كثيرات الحدود

هذه الطريقة هي من أكثر طرق الإستكمال البيني انتشاراً ، نمذجة سطح بإستخدام هذه الطريقة أي: (X , Y)هي دالة في الإحداثيات (H)يتبع إفتراض أن ارتفاع النقطة

H = f (X , Y)→(2-3)

وبالتالي نحتاج إلى دالة رياضية لإستخدامها في الإستكمال ،الصيغة الرياضية تلك يمكن كتابتها في الشكل التالي:-

$$H_i = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3XY \rightarrow (3-3)$$

.هي معاملات كثيرة الحدود واجبة التحديد a_3, a_2, a_1, a_0 حيث

يمكن أن تحتوي كثيرات الحدود على عدد كبير من الحدود ويمكن تقسيمها حسب الرتبة إلى ..إلخ .الأولى، الثانية،...إلخ أو تصنف حسب السطح إلى مستوي، خطي

بناءً على تعقيد السطح يتم إختيار الصيغة التي يمكن أن تؤدي إلى نتائج أفضل.

من المعادلة (3-3) يمكننا ملاحظة أن هذه الطريقة تأخذ في الإعتبار إنحدار السطح وكذلك التحدبات والتقعرات.

يمكن تبسيط حدود كثيرات الحدود بصيغها الموضحة في المعادلة (2-3) كالأتي:-

(1) عندما يكون الإنحدار منتظماً وفى إتجاه المحور السيني يكون شكل دالة كثيرة الحدود كما في المعادلة (3-4) أدناها

$$H_i = a_0 + a_1 X_i \rightarrow (4-3)$$

(2) عندما يكون الإنحدار منتظماً وفى إتجاه المحور الصادي يكون شكل دالة كثيرة الحدود كالتالي

$$H_i = a_0 + a_2 Y_i \rightarrow (5-3)$$

(3) عندما يكون هنالك إنحداراً للسطح في إتجاة المحور السيني وإتجاة المحور الصادي يكون شكل دالة كثيرة الحدود كما هو أدناه

$$H_i = a_0 + a_1 X_i + a_1 Y_i \rightarrow (6-3)$$

وتكون من الدرجة الثانية في الشكل أدناه

$$Z_i = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 XY + a_4 X^2 + a_5 Y^2 \rightarrow (7-3)$$

المعادلات (2-2)، (2-3)، (2-4)، (2-5) كلها يمكن كتابتها في شكل مصفوفات تأخذ الشكل

$$AX = b + v \rightarrow (8-3)$$

حيث: -

Aهي مصفوفة معاملات العناصر المجهولة

Xهي متجه العناصر المجهولة

bهي متجه الإرتفاعات المعلومة

هذه المعادلة يمكن حلها عن طريق أقل التربيعات المتعارف عليها

$$X^{\wedge} = \left(A^T W A\right)^{-1} A^T W b \rightarrow (9-3)$$

هي مصفوفة الأوزان Wحيث

3.2.3 التنبؤ بإستخدام أقل التربيعات

إذا بسطنا مشكلة الترتيب بإستخدام أقل التربيعات إلى الحالة التي تكون فيها الكميات المرصودة معالجة من الاخطاء المنتظمة والعشوائية . ومن ثم تغير الرموز وتأخذ حالة خاصة في الترتيب بإستخدام أقل الربيعات.

يمكن كتابة المعادلة كالآتي:

$$U^{\wedge} = \begin{bmatrix} c_{p1} & c_{p2} & \dots & c_{pn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ . \\ u_n \end{bmatrix} \rightarrow (10-3)$$

حيث $(u^{\wedge})$ هي القيمة المتوقعة عند أي نقطة (p), (C_{pi}) تمثل المتجهة من نقطة التغاير i و نقطة البياناتj لتكَون مصفوفة التغاير التي تحدد سلوك الكمية عند نقاط البيانات و $(u_1,......,u_n)^T$ هي قيم الكمية عند نقاط البيانات.

1.3.2.3 تحديد دوال التغاير

تحديد دالة التغاير هو شرط أساسي لتطبيق التنبؤ بإستخدام أقل التربيعات في منطقة معينة ، وينبغي تحديد دالة التغاير التجريبية التي يراد إستخدامها في الحسابات، أما تجريبياً أو تشتق اختيارياً مما يسمي بمخطط التباين (variogram).

2.3.2.3 دالة التغاير التجريبية

دالة التغاير التجريبية يمكن تحديدها من الخطوتين (1) و(2) ادناه

1-تحديد التباين من الكمية المذكورة (H) لتمثل التغاير بين النقاط صفر-المسافة وبإستخدام :

$$C_{(0)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Hi^2 \rightarrow (11-3)$$

2- لحساب التغاير $C_{(d)}$ عند المسافة d نتبع الخطوات الأتية:-

أ- تحدد مسافة معينة(d)

ب- تحديد جميع أزواج النقاط (m_d) التي تبعد مسافة d عن بعضها البعض.

ج- حساب $C_{(d)}$ على النحو التالي

$$C_{(d)} = \frac{1}{n} d \sum_{nd} H_i \rightarrow (12-3)$$

حيث (i)و(j) هما المؤشرات من النقاط المرجعية التي تبعد مسافةd عن بعضها البعض.

د- كرر الخطوات (ب) ، (ج) أعلاها لمسافات أخري.

نظراً لبعض الصعوبات في معالجة الرسومات البيانية من دوال التغاير، يجب علينا وضع نموذج نظري يناسب مهام دالة التغاير التجريبية، وتطبيق ضبط أقل التربيعات، ومن ثم يمكن تحديد الثوابت التي تصف النموذج .