SUST
Journal of Natural and Medical Sciences
Journal home page:
http://Scientific-journal.sustech.edu/

مقارنة الكفاءة التنبؤية لنموذجي الانحدار والسلاسل الزمنية لحجم المبيعات (دراسة حالة مصنع مياه)

محمد محمد أحمد المزاح - أستاذ الإحصاء المشارك

قسم الرياضيات – جامعة الملك خالد – كلية العلوم والآداب – المملكة العربية السعودية
EM: dalmazah2013hotmail.com

تاريخ استلام الورقة: يناير 2017 تاريخ القبول: مايو 2017

المستخلص:

يعد التنبؤ من المواضيع المهمة في الكثير من العمليات الإدارية، والاقتصادية، ومن أبرز تلك العمليات وأكثرها حاجة للتنبؤ إدارة المبيعات، والتي تحتاج إلى التنبؤ حول المبيعات في المستقبل، باستخدام أساليب كمية مثل نماذج الانحدار، والسلاسل الزمنية. ويهدف هذا البحث إلى المفاضلة بين نموذجي الانحدار والسلاسل الزمنية من حيث الكفاءة التنبؤية من خلال دراسة حالة أحد مصانع المياه المعدنية ولمدة 36 شهراً خلال الفترة(2013-2015)، حيث تم تطبيق الأساليب الإحصائية المتعلقة بالانحدار والسلاسل الزمنية بغرض الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية، وبناء التنبؤات، واختبار جودة التوفيق، والحكم على مجالات التنبؤات. وأظهرت نتائج التطبيق أن نموذج الانحدار الخطي البسيط أكثر كفاءة فيالتنبؤ بحجم المبيعات من نموذج السلاسل الزمنية. وكان الاختبار بناءً على عدة معايير واختبارات تشخيص من بين عدة نماذج.

ABSTRACT

Forecasting is regarded as a cornerstone in many administrative and economic processes. It is needed mostinsales management, which requires forecasting to predict future sales, using such quantitative models as regression analysis and time series analysis. This study compares and contrasts these two models in terms of their efficiency to forecast, using as a case study a mineral water factory during the period of (2013-2015) of 36 months. Statistical methods of these two models have been applied in order to detect the components of the time series, make forecasts, test adjustment quality, and make judgments on forecasting fields as well as the Theil index. The examination was based on many diagnostic criteria and tests selected from several methods. The study results have revealed that the simple linear regression model is more efficient and more effective in forecasting sales than the time series model.

الكلمات المفتاحية:

التنبؤ، نموذج السلسلة الزمنية ، نموذج الانحدار ، المركبة الموسمية ، كفاءة النموذج

KEYWORDS: *Forecasting model, Time series model, Regression model, Component season, Efficient form*

© 2017 Sudan University of Science and Technology, All rights reserved

المقدمة:

يعتمد كل من التخطيط الاقتصادي والإداري على دراسة توقعات المستقبل، لذا اهتمت كثير من الدراسات ولا سيما الاقتصادية والاجتماعية بدراسة السلسلة الزمنية لأن كثيراً من الظواهر إذا ما درست لعدد من السنوات أو الأشهر، أمكن معرفة طبيعة التغيرات التي ستطرأ عليها، والتنبؤ بما سيحدث لها من تغير في المستقبل في ضوء ما حدث لها بالماضي. وإن دراسة السلسلة الزمنية يعني تحليلها إلى عواملها المؤثرة: الاتجاه العام، التغيرات الموسمية، التغيرات الدورية، وأخيراً التغيرات العرضية[1]. وبالمثل دراسة الانحدار والذي ويتميز باستخداماته الواسعة في مختلف العلوم الطبيعية والإدارية والاقتصادية, ويُعد الانحدار الأداة العلمية التحليلية في الاقتصاد الكلي التحليلي, والقياس الاقتصادي, إذ يمكن استخدامه للتعبير عن العلاقات التي تربط المتغيرات فيما بينها, بصيغة نماذج رياضية يطلق عليها بـ (نماذج الانحدار), ومن ثم تقدير معلمات هذه النماذج, واعتمادها لأغراض عملية التنبؤ بأحد المتغيرات باعتباره متغيراً تابعاً(مثل

المبيعات)عند مستويات محددة لمتغيرات أخرى يطلق عليها بالمتغيرات المستقلة مثل النفقات التشغيلية، كما أن نماذج السلسلة الزمنية تعتبر أن المبيعات دالة في الزمن، وكلاً من النموذجين له فرضياته التي يقوم عليها، وكذلك المبررات التي تستدعي استخدامه والظروف التي تسمح باستخدامه.

وتنبع أهمية البحث من الأهمية الكبيرة التي تتمتع بها أساليب التنبؤ في تحليل بيانات السلاسل الزمنية الاقتصادية، وذلك من خلال استخدامها في عمليات اتخاذ القرار ورسم السياسات المستقبلية للمؤسسات والقطاعات الاقتصادية المختلفة. ويهدف هذا البحث إلى المقارنة بين نموذجي الانحدار والسلاسل الزمنية من حيث الكفاءة التنبؤية وأيهما أفضل في التنبؤ. معتمداً المنهج الوصفي التحليلي من خلال الاطلاع على الأسس النظرية للانحدار والسلاسل الزمنية، من حيث الشكل العام ومراحل بناء النموذج وطرق التقدير والتنبؤ، أما الجانب التطبيقي فقد تم إجراء(دراسة حالة) حيث تم التطبيق في ضوء البيانات الخاصة بالمبيعات والمصاريف التشغيلية لمصنع مياه سما في المملكة العربية السعودية خلال السنوات(2013، 2014، 2015)، واستخدامها في حساب التنبؤات، وإجراء المعالجات الإحصائية. والعروض البيانية اللازمة باستخدام برنامج التحليل الإحصائي (SPSS)

يُعدّ تحليل السلاسل الزمنية وتحليل الانحدار من الأساليب العلمية والإحصائية المُهمَّة لتفسير سلوك الظواهر، فقد أشار الفرهود (2014) في دراسته استخدام الانحدار اللوجستي الثنائي لدراسة أهم المؤشرات المالية المؤثرة على أداء الأسهم في سوق الكويت للأوراق المالية، وتوصلت الدراسة إلى مجموعة من النتائج، أهمها كفاءة النموذج المستخلص بشكل كلي للتنبؤ بأداء الأسهم[2]. كما قام الغنام(2003) بدراسة تحليل السلسلة الزمنية لمؤشر أسعار الأسهم، للتنبؤ بقيم المؤشر في الأجل القصير، وتوصل إلى أن النموذج الأفضل في التنبؤ هو نموذج الانحدار الذاتي دون أي تأثير للتغيرات الموسمية[3]. أيضاً أشار بدار(2006) إلى آليات المفاضلة بين نماذج التنبؤ بحجم المبيعات، دراسة حالة: مؤسسة ملبنة الحضنة بالمسيلة، وتوصل إلى أفضلية نموذج السلسلة الزمنية على نموذج الانحدار البسيط للتنبؤ بحجم المبيعات. وسيقدم هذا البحث عروضاً وصفية مبسطة وبشكل أساسي على سلوك نموذج السلسلة الزمنية، ونموذج الانحدار الخاصة بمبيعات المصنع. وتعتبر نتائج هذا البحث أداة مهمَّة للتعرف على واقع فترة زمنية من تاريخ المصنع, بهدف التنبؤ المستقبلي بالمبيعات، والتطورات المستقبلية[4].

فرضية البحث

توجد اختلافات في القدرة التنبؤية بحجم المبيعات لنموذجي الانحدار والسلاسل الزمنية.

الإطار النظري

السلسلة الزمنية هي عبارة عن مجموعة من المشاهدات عن ظاهرة ما، أخذت خلال فترات زمنية متتالية، أو هي متتابعة من القيم المشاهدة لظاهرة عشوائية مرتبة مع الزمن. بحيث يتشكل توزيع ذو بعدين أحدهما الزمن، والآخر يمثل قيم الظاهرة[5]. والتي تهدف إلى دراسة التغيرات التي تكون قد طرأت على الظاهرة التي تمثلها خلال فترة من الزمن، وتحليل أسبابها ونتاجها أو التنبؤ اعتماداً على بيانات الماضي للتنبؤ بالمستقبل. وأن التنبؤ: هو عملية عرض حالي لمعلومات مستقبلية باستخدام معلومات تاريخية بعد دراسة سلوكها في الماضي[6]

التنبؤ باستخدام نموذج السلاسل الزمنية

يفترض نموذج السلسلة الزمنية أن قيم السلسلة دالة في مجموع العناصر المكونة لها بدلالة الزمن أي $Y = f(T_t, S_t, C_t, I_t)$ وفي هذا السياق تبرز نماذج لتجسيد العلاقة بين العناصر المتداخلة، والتي بتفاعلها تتشكل السلسلة الزمنية [7] ومنها:

النموذج التجميعي: والذي يفترض أن قيم الظاهرة تساوي مجموع مكوناتها وأنها لا تتأثر بقيمة غيرها من المكونات، ويكتب بالصيغة:

$$Y = T_t + S_t + C_t + I_t$$

النموذج الضربي: يقوم على افتراض أن قيم الظاهرة تساوي حاصل ضرب مكوناتها وأنها تعتمد على بعضها البعض أي: $Y = T_t \,.\, S_t \,.\, C_t \,.\, I_t$ [8]. ويمكن تقدير مركبة الاتجاه العام بعدة طرق مختلفة، منها طريقة المربعات الصغرى من العلاقة $Y_i = f(t\ ,\ e_i)$ وحيث أن العلاقة خطية فإن النموذج يكتب بالصيغة:

$Y_i = \alpha + \beta T + e_i$ وأن α , β هما معلمتي النموذج وتم تقدرهما بـ a , b [9].

وبالاشتقاق نحصل على: $a = \overline{Y} - b\,\overline{T}$ و

$$b = \frac{Cov(Yt\ ,\ T)}{Var(t)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Yt\,.T - n\ \overline{T}\ \overline{Y}}{\sum_{i=1}^{n} T^2 - n\ \overline{T}^2}$$ وبوضع

$$\overline{T} = \frac{n+1}{2}\ ,\ Var(t) = \frac{n^2-1}{12}$$ فإن $$b = \frac{\sum YtT - n\left(\frac{n+1}{2}\right)\overline{Y}}{n\left(\frac{n^2-1}{12}\right)}\ ,\ a = \overline{Y} - b\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

وبالمثل يمكن تقدير معلمات نموذج التغيرات الموسمية بالاستعانة بجدول Buys-Ballot [10]، وليكن $Y_i = T_t + S_t + I_t$ أو $Y_i = \alpha + \beta T + S_t + I_t$ حيث: Y_i :المتغير التابع، T_t: مركبة الاتجاه العام، S_t: المركبة الموسمية I_t :المركبة العشوائية مع ملاحظة أن $\sum_{j=1}^{m} S_j = 0$ وللتبسيط نستخدم $t = (j + m(i-1))$ لتقدير معالم النموذج حيث j : جزء السنة، m: عدد أجزاء السنة، i: رقم السنة و β , α هما معلمتي النموذج ونقدرهما بـ b , a. وبالاشتقاق الجزئي نحصل على العلاقات الثلاث المستخدمة في جدول Buys- Ballot لتقدير معلمات السلسلة الزمنية وهي:

$$b = \frac{12\sum_{i=1}^{n} i \ .\bar{Y}_i - n\left(\frac{n+1}{2}\right)\bar{\bar{Y}}}{m \ . \ n\,(n^2-1)}, \quad a = \bar{\bar{Y}} - b\left(\frac{m \ . \ n+1}{2}\right), \quad S_j = \bar{Y} - \bar{\bar{Y}} - b\left(j - \frac{(m+1)}{2}\right)$$

وبما أن التنبؤ هو قيمة احتمالية؛ لذ يجب تحديد مجال التنبؤ الذي يمكن أن يقع ضمنه المستوى المتنبأ به لـ Y باحتمال معين من العلاقة: $\hat{Y}_p \pm 2\ S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$ حيث تشير τ إلى عدد الخطوات الزمنية للتنبؤ ($\tau = 1$ للتنبؤ للفترة القادمة) و $S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$ هو الخطأ المعياري للتنبؤ[10] . والذي يحسب وفقاً للصيغة الآتية:

$$S_{\hat{Y}_{t+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n-2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\tau + \frac{n-1}{2}\right)}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{2}}}$$

ويتم تحديد مجال التنبؤ وفقاً لتوزيع t كما يأتي $\hat{Y}_p \pm t_{\alpha,n-2}\ S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$. ولتحديد معنوية معالم النموذج سنستخدم جملة من الاختبارات الإحصائية مثل الارتباط والخطأ المعياري للتقدير ومعامل التحديد وجودة التوفيق F لـ فيشير والتي يمكن الاعتماد عليها كمعيار للمفاضلة بين النموذجين للحكم على أي منها يصلح لتفسير ظاهرة المبيعات بجودة توفيق عالية.

الكشف عن مركبتي(الاتجاه العام والموسمية) للسلسلة الزمنية

للكشف عن مركبة الاتجاه العام نستخدم معامل ارتباط سبيرمان $r = 1 - \frac{6\sum d_t^2}{n(n^2-1)}$ ، كما يمكن الكشف عن المركبة الموسمية باستعمال أحد الاختبارات الإحصائية وهو اختبار كروكسل- واليس Krusskall- Wills من الصيغة: $KW = \frac{12}{n(n-1)} \sum \frac{R_t^2}{m_i} - 3(n+1)$

والذي يتبع توزيع χ^2 بدرجة حرية $(p-1)$ حيث p فصول السنة[11]

بناء نموذج الانحدار

يعتبر تحليل الانحدار أسلوباً إحصائياً للتنبؤ بقيم متغير أو أكثر من المتغيرات التابعة، باستخدام قيم متغير واحد أو قيم مجموعة من المتغيرات المستقلة. كما يمكن استخدامه لتقييم أثر المتغيرات المستقلة على المتغير التابع[12] لأن نموذج الانحدار يقدم نتائج جيدة خاصة مع استخدام طريقة المربعات الصغرى، والتي تهدف إلى جعل الفرق بين القيم المشاهدة والقيم المقدرة للمتغير التابع أقل ما يمكن[13]. كما يستخدم بشكل رئيس لأغراض التنبؤ والتخطيط والتقدير، ويهدف إلى التنبؤ بقيمة متغير ما إذا عرفت قيمة متغير آخر مرتبط به، مثل التنبؤ بالمبيعات إذا عرفت مصاريف البيع، أو التنبؤ بالأرباح إذا عرفت المبيعات[14 و15] . ولدراسة وجود علاقة خطية بسيطة بين متغير تابع Y ومتغير مستقل X يستخدم عادة نموذج الانحدار $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + e_i$ [16]. أما في حالة وجود أكثر من متغير مستقل فإن نموذج الانحدار الخطي المتعدد بين متغير تابع Y و $k-1$ متغيرات مستقلة فإنه يكتب بالصيغة: $Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j X_{ij} + e_i$

حيث:

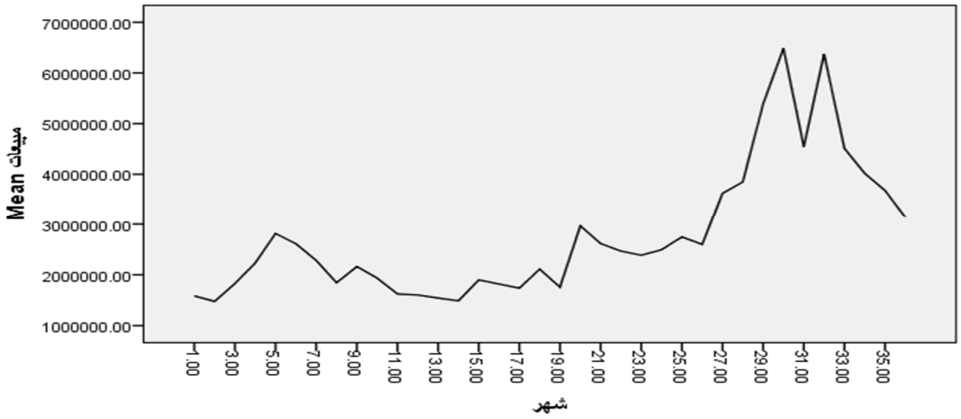
$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ y_n \end{pmatrix} \quad e = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ . \\ . \\ e_n \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & . & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & . & x_{2k} \\ . & . & . & . & . \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & . & x_{nk} \end{pmatrix} \quad , \quad \beta_i = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ . \\ . \\ \beta_n \end{pmatrix} \quad ,$$

e_i: الخطأ العشوائي : وهو متغير عشوائي يفترض أنه يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $E(e_i)=0$ وتباين $Var(e_i)=\sigma^2$ أي أن $e_i \sim N(0,\sigma^2)$ والتباين المشترك بين e_i , e_j يساوي صفر أي $Cov(e_i,e_j)=0$ لكل $i,j: i \neq j$ (18 ,17)

الجانب التطبيقي

تقدير كفاءة نموذج السلسلة الزمنية

العرض البياني للسلسة الزمنية لحجم المبيعات يظهر وجود مركبة الاتجاه العام بالإضافة إلى المركبة العشوائية، والموضح في الشكل(1)، إلا أنه من الصعوبة الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية بيانياً؛ لذا نعتمد على الطرق التحليلية في الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية ومن ثم محاولة نمذجتها.



شكل(1): حجم مبيعات مصنع مياه سما للأعوام 2013- 1015 م

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج SPSS من بيانات مبيعات مصنع مياه سما- السعودية.

وللكشف عن مركبة الاتجاه العام باستخدام معامل ارتباط سبيرمان بالاعتماد على بيانات جدول(1)أي أن

$$r = 1 - \frac{6\,(1932)}{36[(36)^2 - 1]} = 0.75$$

والقيمة $r_{\frac{\alpha}{2}} = 0.329$

أي أننا نلاحظ أن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية لذا فإن السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة الاتجاه العام بالإضافة إلى المركبة العشوائية. ومن الجدول(1) أيضاً نجد أن $KW = 14.447$ وأن القيمة الجدولية $\chi^2_{p-1,\,\alpha} = 7.815$ أي أن $(KW > \chi^2_{p-1,\alpha})$ فإن السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية.

جدول(1) رتب السلسلة الزمنية

شهر	2013	2014	2015	الرتب			مجموع الرتب	مربع مجموع الرتب	R_i^2/m
				13	14	15			
1	158.5272	154.33896	274.6068	4	3	24	31	961	320.33
2	147.7177	148.8029	259.8323	1	2	21	24	576	192
3	182.9711	189.97882	362.2944	10	12	28	50	2500	833.33
4	223.2672	181.83717	384.9339	16	9	30	55	3025	1008.33
5	281.3980	173.78722	539.0333	25	7	36	68	4624	1541.33
6	261.1900	211.21261	648.7442	22	14	34	70	4900	1633.33
7	228.2995	175.60419	454.0380	17	8	33	58	3364	1121.33
8	184.3309	296.59448	637.3926	11	26	35	72	5184	1728
9	216.1432	261.41312	450.9466	15	23	32	70	4900	1633.33
10	1934894	246.72016	401.6818	13	19	31	63	3969	1323
11	162.3596	238.50908	367.7908	6	18	29	53	2809	936.33
12	160.2432	249.40697	314.4908	5	20	27	52	2704	901.33
									13171.97

المصدر: إعداد الباحث من بيانات مبيعات مصنع مياه سما- السعودية.

نموذج السلسلة الزمنية

نشير هنا إلى أن المكونان الرئيسان في السلسلة الزمنية هما الاتجاه العام والمركبة الموسمية، في حين أن المركبة الدورية ليس لها أثر يذكر كون السلسلة التي لدينا تتكون من ثلاث سنوات فقط، وعادة يظهر أثر المركبة الدورية على المدى البعيد (عدة سنوات)، أما المركبة العشوائية فتكون مدمجة مع مركبة الاتجاه العام. ويمكن تحديد شكل نموذج السلسلة الزمنية بعدة طرق مثل الوسط الحسابي السنوي أو الانحراف المعياري أو المعادلة الانحدارية بحيث أنه إذا كانت $\hat{b} < 0.05$ فإن نموذج السلسلة الزمنية هو النموذج التجميعي. أما إذا كانت $\hat{b} > 0.05$ فإن نموذج السلسلة الزمنية هو النموذج المضاعف في حين إذا كانت $0.05 < \hat{b} < 0.1$ فيكون نموذج مختلط وتحسب من الصيغة: $\hat{b} = \frac{\sum Sd_i \overline{Y_i} - n\, S\overline{d}_i \overline{\overline{Y_i}}}{\sum \overline{Y_i}^2 - n\, \overline{\overline{Y}}^2}$ ومن خلال الجدول (2) نحسب قيمة $\hat{b}$.

جدول(2) يوضح العمليات الحسابية لتحديد شكل نموذج السلسلة للمبيعات بعشرات الآلاف

شهر	2013	2014	2015	$\overline{Y}$	$\overline{Y}^2$	Sd_i	$Sd_i\ \overline{Y}_i$
1	158.5272	154.33896	274.6068	195.82432	38347.1643	55.7337	10914.01
2	147.7177	148.8029	259.8323	185.45097	34392.0610	52.5974	9754.239
3	182.9711	189.97882	362.2944	245.08144	60064.91223	82.9315	20324.97
4	223.2672	181.83717	384.9339	263.34809	69352.21651	87.6235	23075.48
5	281.3980	173.78722	539.0333	331.40617	109830.0487	135.2466	50786.87
6	261.1900	211.21261	648.7442	376.71560	139663.3579	195.5419	73077.06
7	228.2995	175.60419	454.0380	295.98056	81784.8826	120.7661	34536.76
8	184.3309	296.59448	637.3926	372.77266	138959.456	192.6457	71813.05
9	216.1432	261.41312	450.9466	349.50097	122150.9282	101.7103	31479.44
19	1934894	246.72016	401.6818	380.63045	144879.5014	88.3118	24782.97
11	162.3596	238.50908	367.7908	276.21983	76297.39449	84.8258	21734.05
12	160.2432	249.40697	314.4908	271.38032	73647.27808	63.2266	15261.66
				3569.2826	970851.4667	1279.161	387540.6

المصدر: إعداد الباحث من بيانات مبيعات مصنع مياه سماء السعودية.

أي أن: $\hat{b} = \frac{387540.6 - (12)(106.5967)(297.44)}{970851.4667 - (12)(297.44)^2} = -0.078$

نلاحظ أن قيمة معامل الانحدار أقل من 0.05 وبناءً على ذلك نستنتج أن نموذج السلسلة الزمنية الخاص بالمبيعات هو نموذج تجميعي.

بناء نموذج السلسلة الزمنية

تم تقدير معلمات السلسلة الزمنية $(a\ ,\ b, S_i)$ باستخدام جدول Buys-Bollot [15] الموضح في جدول(3)

جدول(3) يوضح جدول Buys-Bollot

شهر	2013	2014	2015	مجموع	$\overline{Y}$
1	158.5272	154.33896	274.6068	587.4729	195.8243
2	147.7177	148.8029	259.8323	556.3529	185.45097
3	182.9711	189.9788.2	362.2944	735.2443	245.08144
4	223.2672	181.83717	384.9339	790.0383	263.34609
5	281.3980	173.7872	539.0333	994.2185	331.40617
6	261.1900	211.2126	648.7442	1141.1468	380.3823
7	228.2995	175.6042	454.0380	857.9417	295.98056
8	184.3309	296.5945	637.3926	1118.318	372.77266
9	216.1432	261.4131.2	450.9466	928.5029	349.50097

10	193.4894	246.72016	401.6818	841.8914	380.63045
11	162.3596	238.50908	367.7908	768.6595	276.21983
12	160.2432	249.40697	314.4908	924.14097	271.38032
$\sum$	2399.936	2528.2057	5095.786		3569.2826
$\bar{Y}$	199.9947	210.6838	424.6488		
$i\,\bar{Y}$	199.9947	421.3676	1273.9464	$\sum i\,\bar{Y} = 1895.3087$	

المصدر: إعداد الباحث من بيانات مبيعات مصنع مياه سما- السعودية.

ويمكن تقدير $(\hat{a}\ ,\ \hat{b}\ ,\ \hat{S}_i)$ من:

$$\hat{b} = \frac{12\left[\sum i\,\bar{Y}_i - n\left(\frac{n+1}{2}\right)\bar{\bar{Y}}\right]}{m\ .\ n\ (n^2-1)} = \frac{12\left(1895.3087 - 3\left(\frac{3+1}{2}\right)[297.44]\right)}{12\times 3\ (9-1)} = 4.6112$$

$$\hat{a} = \bar{\bar{Y}} - \hat{b}\left(\frac{m\ .\ n+1}{2}\right) = 297.44 - (4.6112)\left(\frac{12\ .\ 3+1}{2}\right) = 212.1328$$

$$\because\quad S_j = \bar{Y}_j - \bar{\bar{Y}} - b\left(j - \frac{m+1}{2}\right)$$

$$\therefore\quad S_1 = 195.8243 - (297.44) - (4.6112)\left(1 - \frac{12+1}{2}\right) = -76.2541$$

وبالمثل يتم تقدير بقية المعالم كما يأتي:

$$\hat{Y}_{i\ .\ j} = a + b(j + m(i-1)) + S_j$$

والاختبار جودة التوفيق للنموذج باستخدام المختبر الإحصائي F نكون جدول تحليل التباين المبين في الجدول(4). والذي من خلاله نستنتج أن النموذج معنوي وصالح للتنبؤ، وأنه يتمتع بجودة متوسطة، حيث أن قيمة معامل الارتباط $r = 0.715$ ومعامل التحديد $R^2 = 0.53$ وهذا يفسر وجود ارتباط بين المبيعات مع الزمن.

جدول(4): تحليل التباين لنموذج السلسلة الزمنية

S. O . V	**d. f**	**S . S**	**M . S**	F_c	$p-value$
Regression	1	1985.621	1985.621	35.544	0.000
Error	34	1899.379	55.864		
Total	35	3885.00			

المصدر: إعداد الباحث من بيانات مبيعات مصنع مياه سما- السعودية باستخدام SPSS

ويمكن اختبار مدى معنوية معامل الارتباط بواسطة اختبار t من العلاقة:

$t_{cal} = r\sqrt{n-1} = 0.715\sqrt{36-1} = 4.23$ (في حالة العينات الكبيرة $N > 30$)، والقيمة الجدولية 1.691 أي أن معامل الارتباط ذو دلالة إحصائية. كما أن تباين المقدر للمتغير العشوائي ولمعلمتي النموذج هي:

$$Var(e_t^2) = \frac{\sum e^2{}_t}{n-2} = \frac{1985.621}{36-2} = 58.401 \qquad , \quad S_{et} = 7.642$$

$$Var(\hat{b}) = \frac{12\ \ Var(e^2{}_t)}{n(n^2-1)} = \frac{12(58.401)}{36(36^2-1)} = 0.015 \qquad , \quad S_{\hat{b}} = 0.12259$$

$$Var(\hat{a}) = \bar{t}^2\,Var(\hat{b}) + Var(e^2{}_t)/n = \left(\frac{n+1}{2}\right)Var(\hat{b}) + \frac{Var(e^2{}_t)}{n}$$

$$= \left(\frac{36+1}{2}\right)(0.015) + \frac{58.401}{36} = 1.8998 \qquad , \quad S_{\hat{a}} = 1.378$$

أي أن هناك حوالي 7.642 وحدة مباعة كمتوسط خطأ معياري للتقدير وفقاً لهذا النموذج، وبمقارنة الخطأ المعياري للتقدير للمعلمة a بنصف قيمتها نلاحظ أن $Sd_{\hat{a}} = 1.378 < \frac{a}{2}$ وهذا يدل على صغر الخطأ المعياري ومعنويته الإحصائية. وكذلك بالنسبة للمعلمة b أي $Sd_{\hat{b}} = 0.12259 < \frac{b}{2}$ مما يدل على معنويتها الإحصائية ، ومدى قبولها كمعلمة للتقدير في المجتمع.

التنبؤ باستخدام السلسلة الزمنية ومجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها

للتنبؤ بكمية المبيعات للشهر الأول من العام الرابع 2016م نعوض بقيمة (i+1) أي $(3+1) = 4$ فتكون كمية المبيعات هي: $\hat{Y}_{i,j} = 212.1328 + 4.6112(1+12\,(4-1)) - 76.2541 = 306.4931$

حيث أن 76.254- يمثل أثر الموسم المقابل للشهر الأول من عام 2016م، وأن حجم المبيعات لهذا الشهر هو 306.4931 وحدة مباعة، أي حوالي 3064931 ريال سعودي. ولتحديد المجال الذي يقع ضمنه المستوى المتنبأ به لـ Y نحسب أولاً الخطأ المعياري للتقدير من:

$$S_{\hat{Y}_{4,1}} = \sqrt{\frac{1985.621}{36-2}} \sqrt{1 + \frac{1}{36} + \frac{\left(1+\frac{36-1}{2}\right)}{16206 - \frac{(666)^2}{36}}} = 7.765$$

وأن فترة التنبؤ التي يمكن أن تقع فيها القيمة الحقيقية للمتغير المعتمد في المستقبل. واعتماداً على ما سبق فإن فترة الثقة للفرق بين القيمة الفعلية والقيمة المتنبأ بها ستكون:

$$\hat{Y}_p \pm t_{\alpha\%,\,n-2}\; S_{\hat{Y}\,4,1}$$

$$306.4931 \pm 15.7785$$

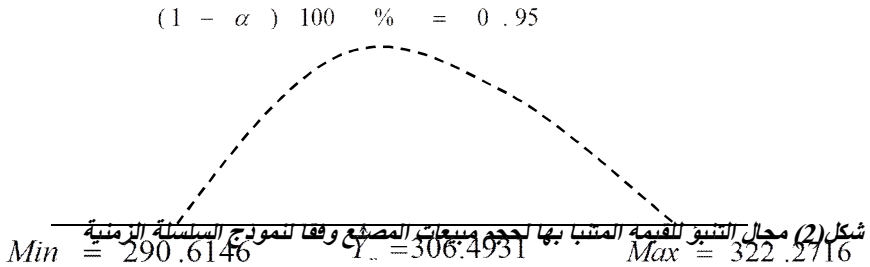
أي أن مجال التنبؤ وفقاً لتوزيع t عند مستوى $\alpha = 0.05$ هو: $\hat{Y}_p \pm t_{\alpha\%,\,n-2}\; S_{\hat{Y}\,4,1}$

أي أن: $(7.765)\ (2.032) \pm 306.4931$ وبذلك يكون حدي مجال التنبؤ هما:

أي أن $290.7146 \le \hat{Y}_p \le 322.2716$ باحتمال 5% أي أن:

$\hat{Y}_p \in [290.7146\ ,\ 322.2716]$

ومدى قدره 31.9979 ويمكن تمثيل مجال التنبؤ بيانياً حسب الشكل(2)



شكل(2) مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لحجم مبيعات المصنع وفقا لنموذج السلسلة الزمنية

تقدير كفاءة نموذج الانحدار

في بحثنا هذا يوجد لدينا متغير X، والآخر المبيعات الشهرية Y، تحليل الانحدار الخطي البسيط. وباستخدام برنامج SPSS حصلنا على جدول تحليل التباين لنموذج الانحدار المبين في الجدول(5) ومن خلال المعالم المقدرة نلاحظ أن الصورة الآتية :

المصدر: إعداد الباحث من بيانات مبيعات مصنع مياه سماء السعودية

[illegible] بمعامل ارتباط $r = 0.73$ حيث أن $\hat{\beta}_0 = 15.880$ تمثل الحد الأدنى

من المبيعات في حال كانت النفقات التشغيلية صفر، ويمكن الاعتماد على النفقات التشغيلية للتنبؤ بحجم المبيعات للسنوات القادمة كنموذج انحدار بسيط، وذلك بعد التأكد من معنوية تلك المعلمات ومدى صلاحيتها كمعلمات للتنبؤ. وقد أوضحت نتائج التحليل أن الخطأ المعياري للتقدير هو: 2.050 أي أن هناك حوالي 2050 وحدة مباعة كمتوسط خطأ معياري وفقاً لهذا النموذج، كما تبين معنوية معلمتي نموذج الانحدار حيث $p-valeu < 0.0000$. كما أظهر معامل التحديد جودة توفيق متوسطة لنموذج انحدار المبيعات على النفقات التشغيلية، أي أن حوالي 53% من التغير في المبيعات ترجع إلى التغير في النفقات التشغيلية. أيضاً اختبار F أظهر معنوية للنموذج ككل وصلاحيته للتنبؤ، وأنه يتمتع بجودة توفيق عالية.

جدول(5) جدول تحليل التباين لنموذج الانحدار الخطي البسيط

S. O . V	d. f	S . S	M . S	F_c	$p-value$
Regression	1	1039.994	1039.994	38.294	0.000
Error	34	923.37	27.158		
Total	35	1963.364			

المصدر: إعداد الباحث من بيانات مبيعات مصنع مياه سما- السعودية باستخدام SPSS

إلى مستوى 350 ألف كحد أدني للفترة القادمة؛ فإن المبيعات لهذه الفترة هي:

$\hat{Y} = 15.88 + 0.041\ (350) = 30.23$ ومن أجل تحديد المجال الذي يمكن أن يقع ضمنه المستوى المتنبأ به لـ Y نحسب الخطأ المعياري من الصيغة:

التنبؤ باستخدام نموذج الانحدار البسيط

لغرض تحديد المجال الذي يمكن أن يقع ضمنه المستوى المتنبأ به لـ Y نحسب الخطأ المعياري للتوزيع من خلال معادلة الانحدار التقديرية $\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\ X$ وبمعلومية X_i للفترة القادمة بناء على معلومات الفترة السابقة، فإذا كان من المتوقع أن تصل النفقات التشغيلية

$$\because \quad S_{\hat{Y}_{t+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n-2}}\ \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_p - \bar{X})}{\sum (X_p - X_i)^2}}$$

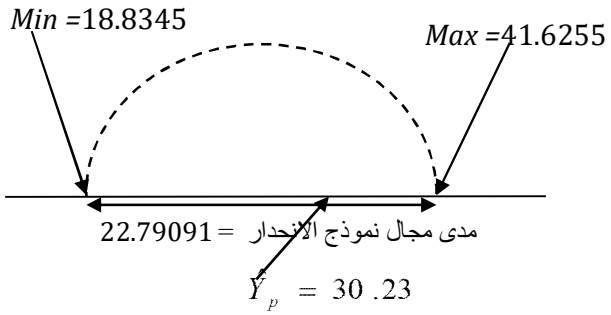
$$\therefore \quad S_{\hat{Y}_{t+\tau}} = \sqrt{\frac{1039.9940}{36-2}}\ \sqrt{1 + \frac{1}{36} + \frac{350 - 262.611}{418963.0576}} = 5.608$$

أي أن مجال التنبؤ وفقاً لتوزيع t عند مستوى $\alpha = 0.05$ هو: $\hat{Y}_p \pm t_{\alpha\%,\, n-2}\ S_{\hat{Y}\ 4,1}$

وبذلك يكون حدي مجال التنبؤ هما: $18.834544 \leq \hat{Y}_p \leq 41.625456$ باحتمال5% أي أن:

$$\hat{Y}_p \in [18.834544\ ,\ 41.625456]$$

ومدى قدره 22.79091 ويمكن تمثيل مجال التنبؤ بيانياً حسب الشكل(3)



شكل(3) مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لحجم مبيعات المصنع وفقاً لنموذج الانحدار
المصدر: إعداد الباحث من بيانات مبيعات مصنع مياه سما- السعودية

المفاضلة بين النموذجين:

سنتطرق للاختـ ب الجدول(6) والذي يوضح تا

الاختبار	نموذج الانحدار البسيط	نموذج السلسلة الزمنية
الارتباط	علاقة ارتباط متوسطة ومعنوية	علاقة ارتباط متوسطة ومعنوية
الخطأ المعياري للمقدرات	معنوية إحصائياً	معنوية إحصائياً
اختبار t للمقدرات	معنوية إحصائياً	معنوية إحصائياً

جودة التوفيق - معامل التحديد - اختبار F	جودة توفيق متوسطة معنوي للنموذج ككل	جودة توفيق متوسطة معنوي للنموذج ككل

المصدر: إعداد الباحث

أظهرت مختلف المعايير الإحصائية معنوية نموذجي الانحدار الخطي البسيط والسلسلة الزمنية، وكذلك اختبار جودة التوفيق. وللحكم على أفضلية النموذج سنستعمل المعايير الآتية:

وفقاً للحكم على التنبؤات أو مجالات التنبؤ

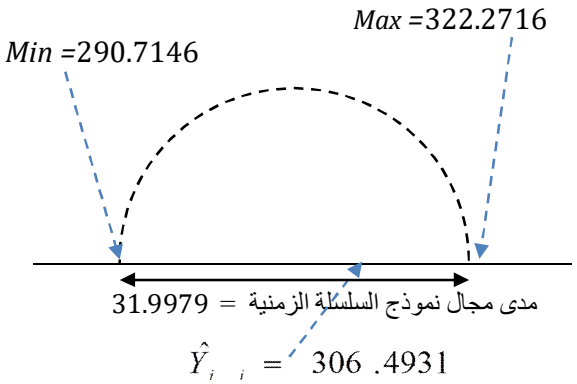
نلاحظ أن القيمة المتنبأ بها بواسطة نموذج الانحدار البسيط هي 30.23 وحدة مباعة، كما يبين نموذج الانحدار مجالاً للقيمة المتنبأ بها وفقاً لتوزيع t وباحتمال قدره 95% هو:

$$\hat{Y}_p \in [18.834544 \ , \ 41.625456]$$

وبمدى 22.79091 وحدة مباعة.

وكانت القيمة المتنبأ بها وفقاً لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات 306.4931 وحدة مباعة، كما أوضح نموذج السلسلة الزمنية مجالا للقيمة المتنبأ بها وفقاً لتوزيع t وباحتمال قدره 95% هو:

$$\hat{Y}_p \in [290.7146 \ , \ 322.2716]$$ وبمدى 31.9979 وحدة مباعة. من خلال الشكل(4) نلاحظ أن نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات على النفقات التشغيلية يعطي مجالاً أوسع من الذي يعطيه نموذج الانحدار البسيط للمبيعات، وهذا يشير إلى أفضلية نموذج الانحدار البسيط، والذي يفسر المبيعات كمتغير تابع للمصاريف التشغيلية على نموذج السلسلة الزمنية الذي يفسر المبيعات وفقاً للزمن. مما يجعلنا نرشح نموذج الانحدار كنموذج أفضل للتنبؤ بحجم المبيعات من نموذج السلسلة الزمنية، لأنه يفضل النموذج الذي يعطي مجالاً أضيق لحجم المبيعات المتنبأ بها.



شكل(4) مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لحجم مبيعات المصنع وفقاً لنموذجي السلسلة الزمنية باحتمال95%

المصدر: إعداد الباحث من بيانات مبيعات مصنع مياه سما- السعودية.

وفقاً لمعامل ثـ وباستخدام حدار هو:

$$31.51497 = \frac{\sum e_j^2}{n-k_1} = \frac{\quad}{36-3}$$ زمنية هو:

معامل ثايل أن النموذج الذي يحتوي على أقل متوسط مربع خطأ للتقدير هو النموذج الأفضل للتنبؤ في حجم المبيعات. حيث نلاحظ أن متوسط مربع اخطأ التقدير

$$S_2^2 = \frac{\sum e_j^2}{n-k_2} = \frac{1985.621}{36-3} = 60.170333$$ أي أن $S_1^2 = 31.51497 < S_2^2 = 60.170333$ ويقتضي

لنموذج الانحدار البسيط للمبيعات أقل من متوسط مربع خطأ التقدير لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات؛ ما يجعلنا نفضل نموذج الانحدار للتنبؤ بحجم المبيعات.

النتائج

كون منتج المياه من أهم المنتجات الأساسية والضرورية، فإن الطلب شهد نوعاً من التذبذب على مدار السنة، فكمية الاستهلاك من المياه(المبيعات) تختلف في الصيف عنه في الشتاء، مما أدى إلى أن نموذج الانحدار في التنبؤ أكثر كفاءة من نموذج السلسلة الزمنية. وحيث أن إنتاج المياه يستخدم في الاستهلاك الذاتي فإنه يؤثر على مبيعات المصنع بصورة موسمية مما أدى إلى نقص كفاءة نموذج السلسلة الزمنية في التنبؤ. وقد تعود أفضلية نموذج الانحدار للمبيعات على نموذج السلسلة الزمنية إلى كون حجم العينة ممثلة للمجتمع تمثلاً جيداً. وتكمن أهمية التنبؤ بالمبيعات في دوره في توجيه الخطط والبرامج والسياسات داخل المؤسسة؛ لأن التنبؤ الجيد يؤدي إلى

تحسين التخطيط، وإلى سياسة رشيدة فيما يتعلق بالإنتاج.

المراجع

(2). الفرهود، سهيلة حمود (2014): استخدام الانحدار اللوجستي لدراسة العوامل المؤثرة على أداء الأسهم."دراسة تطبيقية على سوق الكويت للأوراق المالية". مجلة جامعة الأزهر للعلوم الطبيعية، العدد 16: 47-68.

(3). الغنام، حمد عبدالله (2003): تحليل السلسلة الزمنية لمؤشر أسعار الأسهم في المملكة العربية السعودية: باستخدام منهجية بوكس جينكينز. مجلة جامعة الملك عبدالعزيز، المجلد 17: 3-26.

(4). عاشور بدار(2006): آليات المفاضلة بين نمذج السلاسل الزمنية ونموذج الانحدار البسيط في التنبؤ بحجم المبيعات في المؤسسة الاقتصادية " درسة حالة: مطاحن الحضنة بالمسيلة. رسالة ما جستير. جامعة محمد بوضياف بالمسيلة: الجزائر.

(5). منصور،عوض وعزام، صبري(2000):مبادئ الإحصاء. دار الصفاء للنشر والتوزيع، عمان: الأردن.

(6). شعراوي، سمير مصطفى (2005): مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية. جامعة الملك عبدالعزيز، السعودية: الرياض.

(11). جيلاني، جيلاطو(2003): محاضرات في الإحصاء التطبيقي. مقدمة لطلبة السنة الثالثة،كلية الاقتصاد، جامعة الجزائر.

(12). إسماعيل، م. ع.(2001):تحليل الانحدار الخطي. معهد الإدارة، مركز البحوث, السعودية.

(14). الشرنوبي، سعد الدين(2001): المفاهيم والمعالجات الأساسية في الإحصاء.الطبعة الأولى، مكتبة الإشعاع، الاسكندرية: مصر.

(15). المزاح، محمد محمد (2010): **مبادئ الإحصاء والاحتمالات للعلوم الإدارية والتطبيقية "، منشورات جامعة العلوم والتكنولوجيا** ، الطبعة الأولى، اليمن، صنعاء.

(16). الراوي،خاشع محمود (1987): المدخل إلى تحليل الانحدار. منشورات جامعة الموصل، العراق: بغداد.

(7). Larsen, R. J. and Marx, M.L.(1993)An introduction to Mathematical Statistics and its Applications. Prentice-Hall International, Inc. U S A 596.

(8). Maestas, C. and Robert, R .(2000) Modeling Volatility in Political Time Series. Electoral Studies 19:95–110.

(9). Leonard, J .K.(1982) Statistiques de gestion , traduit par :Jean-marc picard , Mc GRW Hill Editeurs ,paris.

(10). Jean p. V. (1985). technique quantitative de gestion, librairie vuibert, paris, 1985.

(13). Gujarati, D.N.(1995), "Basic Econometrics" , 3rd ed., McGraw-Hill Book Company, New York.

(17). Johnson; Richard A. & Wichern; Dean W. (1992) " Applied Multivariate Statistical Analysis " Third Edition, Prentice-Hall International , Inc , New Jersey.

(18). Neter, J.& Wasserman, W. and Kutner, M. H. (1990)" Applied Linear Statistical Models: Regression, Analysis of Variance and Experimental Designs " 3rd Richard D. Irwin, Inc, Homewood, IL.