جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا

كلية الهندسة

قسم هندسة المساحة

بحث تكميلي لنيل درجة البكلاريوس في هندسة المساحة

بعنوان :

المقارنة بين التحويل الثنائي التشاكلي وتحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية

إعداد :

- أحمد شهاب حمدنالله عبد القادر
- محمد التوم موسى بخيت
- مصعب محمد علي عثمان

إشراف :

دكتور / أحمد محمد إبراهيم

أكتوبر 2017م

الآية

قال تعالى :

{فَتَعَالى اللَّهُ المَلِكُ الْحَقُ وَلا تَعْجَلْ بِالْقُرْآنِ مِنْ قَبْلِ أَنْ

يُقْضَى إِلَيْكَ

وَحْيُهُ وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْماً}

صدق الله العظيم

سورة طه (114)

الإهداء

إلهي لا يطيب الليل إلا بشكرك و لا يطيب النهار إلا بطاعتك..ولا تطيب اللحظات إلا بذكرك..ولا تطيب الآخرة إلا بعفوك..ولا تطيب الجنة إلا برؤيتك

"الله جل جلاله"

إلى من بلغ الرسالة و أدى الأمانة..ونصح الأمة..وكشف الله به الغمة..إلى نبي الرحمة و نور العالمين

"سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم"

إلى من كللهما الله بالهيبة و الوقار..إلى من علماني العطاء بدون إنتظار..

أمد الله في عمريكما لتريا ثماراً قد حان قطافُها بعد طول إنتظار..

"والدي العزيز"

"أمي الحبيبة"

كم اخطأنا فقومتنا بحسن أسلوبك.. وكم زللنا فانتشلتنا بلباقة تعاملك..

كم كان يعجبنا فيك مطابقة قولك لفعلك.. وعلانيتك لسرك..

تحث على الصفوف الأولى وأنت من أهلها..

وتحث على البذل.. وأنت فى المقدمة..

"دكتور/احمد محمد ابراهيم

التجريدة

هنالك عدة منظومات للإحداثيات وقد نحتاج أحيانا لتحويل الإحداثيات بين هذه المنظومات . ونتناول في هذا البحث المقارنة بين طريقتين من طرق تحويل الإحداثيات وهما التحويل الثنائي التشاكلي و تحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية وكلاهما من طرق تحويل الاحداثيات الثنائية.

بعد القيام بالعمل واجراء الحسابات للطريقتين وجد ان طريقة التحويل الثنائي التشاكلي اكثر دقة من نظيرتها تحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية.

.

الشكر والعرفان

الحمدُ والشكر لله في المبتدئ و المنتهى

وإلى اللآتي نثرن دعواتهن حتى بلغنا ما نحن عليه ,, أمهاتنا ,,

إلى الذين تكبدوا مشاق الحياة لنشق طريق العلم والمعرفة ,, آبائنا ,,

إلى الذي صبر علينا وتحمل اخطائنا ,, مشرف البحث الدكتور احمد محمد ,,

إلى الذين ارتوينا من فيض علمهم وتجاربهم ولم يبخلوا علينا بما يعلمون ,, أساتذتنا ,,

إلى رفقاء العلم والمعرفة ,, زملائنا ,,

إلى منارة العلم ,, قلعة الصمود والمعرفة ,, جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا ,,

إلى كليتنا التي نفخر بها ونتمنى ان تظل دوما في الريادة ,, كلية الهندسة ,,

أخيراً الى مدرسة هندسة المساحة ,, فالشكر لهم جميعا .

الفهرس

فهرس الأشكال

فهرس الجداول

الباب الأول

المقدمة

الباب الأول

المقدمة

1.1 تعريف علم المساحة

المساحة هي العلم و الفن الذي تُحدد به المواقع المختلفة على، فوق أو تحت سطح الارض بالنسبة لبعضها، بغرض بيان حدودها وما تشمله من معالم وتفاصيل ويتم التحديد بقياس الأبعاد والزوايا اللازمة وتوقيعها على الورق بمقياس رسم معين وإشارات إصطلاحية على شكل خريطة أو مسقط افقي. (محمد الباقر خليفة (1996م) مبادئ المساحة الأرضية مطبعة- – جامعة الخرطوم).

هنالك تعريفاً آخر للمساحة وهو علم وفن يبحث في الطرق المختلفة لتمثيل سطح الأرض وما عليه من مظاهر طبيعية أو بشرية وتوقيعها على الخرائط بمقياس رسم معين يوافق الغرض الذي أُنشئت من أجله الخريطة وعملية تمثيل أو توقيع المعالم الموجودة في الطبيعة على الخريطة، أي رسم المسقط الأفقي لها وتسمى عملية الرفع.

فعلم المساحة يحتاج إليه القادة العسكريين في العمليات العسكرية، كذلك يحتاج إليه الجيولوجي والمهندس الزراعي والجغرافي وغيرهم .

فمن خلال الأعمال المساحية يتم تقسيم الأراضي وتحديد حدود الملكيات ويتم انجاز الخرائط منها . كذلك يتم تحديد إتجاه القبلة في المساجد من خلال الطرق المساحية وهنا لابد من الأمانه في عمليات أخذ القياسات وتحديد النقاط على الأرض.

2.1 أهداف المساحة

هنالك هدفان رئيسيان للمساحة ، فالأول هو تمثيل سطح الأرض وما فيه من معالم طبيعية وحضارية أو تمثيل ما تحت سطح الأرض في شكل خريطة أو في هيئة قيم عددية كالإحداثيات والإرتفاعات و الثاني هو الإستفادة من ذلك التمثيل في وضع علامات على الأرض تساعد على تنفيذ الأعمال الهندسية اللاحقة بكفاءة.

3.1 أقسام المساحة

تنقسم المساحة إلي قسمين رئيسيين هما المساحة الجيوديسية و المساحة المستوية.

1.3.1 المساحة الجيوديسية (Geodetic Surveying)

هي التي تختص بمسح مناطق شاسعة من الأرض وفي هذه الحالة لابد من أخذ كروية الأرض في الإعتبار إذ أن إهمالها تترتب عليه أخطاء جسيمة في مواقع المعالم بتلك المناطق، والهدف الرئيسي من المساحة الجيوديسية هو إنشاء نقاط ثابتة يُرصد إتجاهاتها وتُستخرج إحداثيتها و إرتفاعاتها بدقة عالية. وهذه النقاط تمثل الهيكل الذي تبنى عليه المسوحات اللاحقة التي تكون دقتها أقل من دقة المساحة الجيوديسية.

2.3.1 المساحة المستوية(Plane Surveying)

هي المساحة التي يعتبر فيها سطح الأرض مستوياً أفقياً وفيه تهمل كروية الأرض دون أن ينتج عن ذلك خطأ يذكر، إذ أن المناطق التي يتم مسحها تكون محدودة الإتساع وفي حالة قياسها على ميول يتم إيجاد مساقطها الأفقية.

4.1 فروع المساحة

تنقسم المساحة إلى فروع عديدة حسب الغرض الذي من أجله يتم إجراء المسوحات.

1.4.1 المساحة الطبوغرافية(Topographic Surveying)

هي المساحة التي تختص بعمل خرائط طبوغرافية تبين المعالم الطبيعية والحضارية على سطح الأرض (كالتلال والجبال و التجاويف والأنهار والغابات والمدن والطرق والسكك الحديدية.... إلخ).

ويتم عن طريق خطوط الكنتور إظهار الفارق في إرتفاعات تلك المعالم. تستعمل الخرائط الطبوغرافية في الدراسات الأولية للتخطيط العام للمشاريع الإنشائية و في دراسة الثروات الزراعية والمعدنية. كما يستفاد منها في تخطيط المدن والطرق والسكك الحديدية وقنوات الري وشبكات تصريف مياه الأمطار و المجاري ،كما تستعمل أيضا للأغراض العسكرية كأمثلة لا للحصر.

2.4.1 المساحة التفصيلية (Detail Surveying)

هي المساحة التي تختص بعمل الخرائط التفصيلية بمقياس رسم كبير يتراوح ما بين 1:500 إلى 1:5000 وهي توضح بدقة وتفصيل حدود الأراضي الزراعية والسكنية ومقاييس أضلاعها وأرقامها ومساحاتها وأي معلومات أخرى تساعد في إنشاء سجل يبين ملكيات وحقوق الدولة والأفراد على تلك الأراضي، كما توضح هذه الخرائط الشوارع وأرقامها وخطوط الكهرباء و التلفونات وخطوط الصرف الصحي ومجاري تصريف الأمطار وغيرها. هذا النوع من المساحة يعرف في بعض المراجع بالمساحة الكادسترالية أو الكادستر.

3.4.1 المساحة الهندسية (Engineering Surveying)

وهي تختص بعمل الخرائط بمقاييس رسم أكبر تُوضح بصورة أدق وأشمل المناسيب والقطاعات الطولية والعرضية وأي معلومة أخرى تساعد في تصميم وتنفيذ الأعمال الهندسية كالطرق والخزانات والقنوات والمباني والمصانع وحساب مساحاتها و الكميات الترابية للحفر و الردم.

4.4.1 مساحة التعدين (Mining Surveying)

هي المساحة التي تختص بتحديد مواقع وأعمال التعدين التي تتم على سطح الأرض أو تحتها وتحضير الخرائط اللازمة لها كالخرائط التي تختص بالتنقيب عن الذهب أو الفضة و غيرها من المعادن و أيضا الخرائط التي تحدد مكان تواجد النفط (البترول).

5.4.1 المساحة المائية (Hydrographic Surveying)

هي المساحة التي تختص بمسح المناطق المائية وتتكون من فرعين:

1- مساحة المناطق البعيدة عن الشاطئ (off-shore) وهي تشمل تحديد مواقع المياه الضحلة ومنصات الحفر البحري.

2- مساحة المناطق القريبة من الشاطئ (In-shore) وهذه تختص بعمل خرائط ملاحية تبين خط الساحل والمنشأت الأرضية القريبة من الساحل والمعالم الكائنة على المياه وعلى مرأى منه مثل علامات إرشاد السفن، كما تبين تلك الخرائط أعماق المياه والشعب المرجانية.

6.4.1 المساحة التصويرية (Photogrammetry)

هي ذلك الفرع من المساحة والتي يتم فيها إنشاء الخرائط من الصور التي يتم إلتقاطها إما من كاميرات منصوبة على الأرض أو محمولة على طائرة (air borne) أو قمر إصطناعي (satellite) . ويستعمل مصطلح المساحة التصويرية الأرضية عندما يتم إنشاء الخرائط من الصور الملتقطة من نقاط أرضية. كما يستعمل مصطلح المساحة التصويرية (الجوية) عندما يتم إنشاء الخرائط من الصور الملتقطة من الجو.

5.1 اهداف المشروع

كما هو معروف هناك أنواعا مختلفة من طرق تحويل الإحداثيات منها ما يحول الإحداثيات الثنائية (X,Y) و منها ما يحول الإحداثيات الثلاثية (X,Y,Z) و الآخر يحول الاحداثي الفردي (الإرتفاع) و هذه الطرق تختلف في دقة تحويل الإحداثيات من المنظومة الإبتدائية إلى المنظومة النهائية . ونسبة للسعي المتواصل لتحسين الدقة في الأعمال المساحية و جعل الأخطاء بأنواعها المختلفة أقل ما يمكن. يتناول هذا البحث المقارنة بين تحويلين من طرق تحويل الإحداثيات الثنائية لهدف الحصول على القيم الأكثر دقة و الاقرب لقيمها الحقيقية لان هذا في الأساس هو الغرض من أعمال المساحة أي توفير البيانات المحسوبة بدقة و هذا البحث سيساعد المهندسين على إختيار طريقة تحويل الإحداثيات المناسبة للغرض المطلوب.

الهدف الرئيسي من هذا المشروع هو المقارنة بين التحويلين الثنائي التشاكلي و كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية.

يقع المشروع في خمسة أبواب بما فيها هذا الباب. الباب الثاني يتناول مفهوم الإحداثيات و نظم الإحداثيات المستخدمة في المساحة. الباب الثالث يتناول الطرق المختلفة لتحويل الإحداثيات، و الباب الرابع يحوي الإختبارات العملية المرتبطة بتحويل الإحداثيات الثنائية التشاكلية وتحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية وكيفية قياسها بالكمبراتور والحسابات والمقارنة بين طريقتي التحويل المذكورتين أعلاه.

الباب الخامس يحوي الخلاصة و التوصيات التي يمكن أن يستفاد منها في أي بحث مستقبلي. تفاصيل الحسابات التي تم إجراؤها وضعت في الملحق الأول في نهاية هذا البحث.

الباب الثاني

نظم الإحداثيات

الباب الثاني

نظم الإحداثيات

1.2 مفهوم الاحداثيات ونظام الاحداثيات

الاحداثيات coordinates هي عبارة عن قيم أو أرقام ثنائية أو ثلاثية أو رباعية يتم من خلالها التعبير عن او تحديد الموقع النسبي للنقاط في مستوى الخريطة او الفضاء الهندسي للكرة الارضية.

على سبيل المثال، الارتفاع بالنسبة لسطح البحر، هي احداثية تفيد في تحديد الارتفاع النسبي لنقطة ما من سطح الارض.

أما نظام الاحداثيات coordinate system فهو عبارة عن نظام مخطط مخصص لتحديد إحداثيات النقاط علي المستوى أو الفضاء الهندسي بدقة ، وذلك بالاعتماد علي بعض السطوح المرجعية .

وهو بشكل عام لغة رياضية تستخدم لوصف الأجسام الرياضية تحليلياً ، فاذا عُرفت إحداثيات مجموعة من النقاط أمكن الحصول على العلاقة بين النقاط وخصائصها بحسابات رقمية . ومن المعروف أن أي نظام احداثيات ثنائية يتألف من خطين مستقيمين متعامدين (محورين)، أحدهما أُفقي والأخر رأسي عمودي عليه في نقطة ما تسمي مركز الإحداثيات، ويسمي عادة المحور الافقي بمحور السينات (س) او المحور X، والمحور الرأسي بمحور الصادات (ص) او المحور Y.

وتتعدد أنظمة الإحداثيات تبعاً لإختلاف السطح المرجعي الذي يتم تمثيل المواقع عليه. فعند إختيار المستوى كسطح مرجعي (مثل الخريطة) فإن الإحداثيات تكون إحداثيات مستوية أو مسقطة أو ثنائية الأبعاد ويرجع اسم ثنائية الأبعاد إلي أن كل نقطة علي الخريطة يلزمها قيمتين لتحديد موقعها ويكون مثلاً (X,Y) بينما عند إعتماد الكرة او الإليبسويد كسطح مرجعي فإننا نتعامل مع نوع الإحداثيات الفراغية أو الإحداثيات ثلاثية الأبعاد حيث يجب إضافة إرتفاع النقطة (Z) عن سطح المرجع كبعد ثالث لتحديد

موقعها الدقيق، أي نحتاج لمعرفة القيم الثلاثة (X,Y,Z) لكل موقع. وفي حالة الكرة تسمى الإحداثيات بالإحداثيات الكروية بينما في حالة الإليبسويد تسمى بالإحداثيات الجيوديسية او الإحداثيات الجغرافية .كما توجد إحداثيات أحادية البعد وهي غالبا التي تعبر فقط عن إرتفاع النقطة عن سطح الشكل المرجعي المستخدم.

وفي التطبيقات الجيوديسية عالية الدقة توجد إحداثيات رباعية الأبعاد حيث يتم تحديد موقع النقطة في زمن محدد بحيث تكون إحداثياتها هي (X,Y,Z,T) حيث البعد الرابع (T) يعبر عن الزمن الذي تم فيه قياس الموقع و هذه العناصر الأربعة هي التي تحدد النقطة.

وسنستعرض بعض أنظمة الإحداثيات بالتفصيل في الأجزاء التالية. منذ قرون مضت إبتكر العلماء طريقةً لتمثيل موقع أي نقطة على سطح الأرض (بإعتبار أن الأرض كروية) و ذلك عن طريق خط الطول، دائرة العرض (خط العرض).

-الخط الأساسي الافقي و الخط الأساسي الرأسي.

1.1.2 خط الطول

قُسمت دائرة الإستواء (الدائرة التي تحوي خط الاستواء) إلى 360 قسماً متساوياً و رُسم على سطح الأرض 360 نصف دائرة (وهمية أو إصطلاحية) تصل بين القطبين وتمر بإحدى نقاط التقسيم على دائرة الإستواء، وكل نصف دائرة تسمى خط طول. ويتضح من ذلك أن الزاوية عند مركز الأرض بين نقطتي تقسيم متجاورتين تساوي درجة واحدة، وتم ترقيم خط طول جرينتش بالرقم صفر وخط الطول المجاور له من جهة الشرق1 درجة شرق ثم 2 درجة شرق....,إلى 180 درجة شرق وبنفس الطريقة للخطوط الواقعة غرب جرينتش من 1 درجة غرب إلى 180 درجة غرب، وتكون زاوية خط الطول هي الزاوية الواقعة في مستوى دائرة الإستواء والمحصورة بين ضلعين يمر أحدهما بخط طول جرينتش بالرقم صفر بينما يمر الآخر بخط طول النقطة ذاتها الشكل (1.2)أ.

2.1.2 دائرة العرض

تم تقسيم خط الطول الأساسي (جرينتش) إلى 180 قسماً متساوياً و رُسمت على الأرض دوائر صغرى وهمية (الدائرة الصغرى هي التي لا تمر بمركز الأرض) وهي توازي دائرة الإستواء وتمر كل دائرة منها بإحدى نقاط تقسيم خط طول جرينتش، وبذلك تكون الزاوية عند مركز الأرض بين نقطتين متجاورتين من نقاط التقسيم تساوي 1 درجة (لأن 180 درجة تقابل 180 قسماً) وأُطلقت على هذه الدوائر إسم دوائر العرض ومنها 90 دائرة شمال دائرة الاستواء و 90 دائره جنوبها.

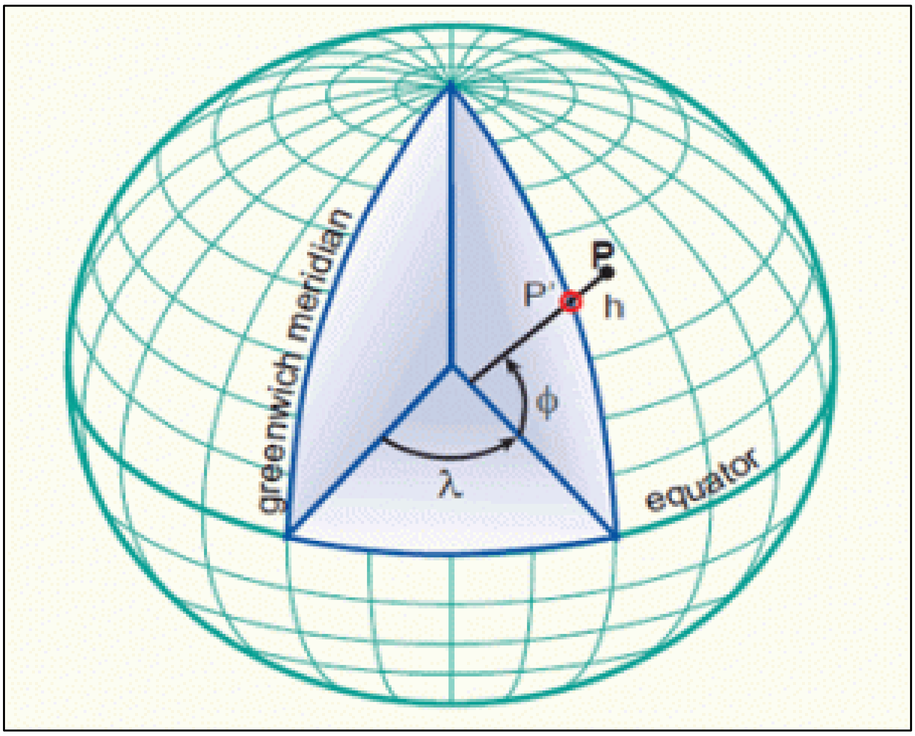
وبنفس الأسلوب تم ترقيم دائرة الاستواء بالرقم صفر ودائرة العرض المجاور لها من جهة الشمال 1 درجة شمال، ثم 2 درجه شمال ....,إلى 90 دائرة شمال، وبنفس الطريقة للدوائر الواقعة جهة جنوب دائرة الاستواء من 1 درجة جنوب، ثم 2 درجة جنوب....,إلى 90 درجة جنوب الشكل (1.2)ب.

3.1.2 الخط الأساسي الافقي

الخط الأساسي الأفقي هو تلك الدائرة العظمى، أي التي تمر بمركز الأرض، والتي تقع في منتصف المسافة بين القطبين وسميت بدائرة الإستواء كما في الشكل(1.2) ج.

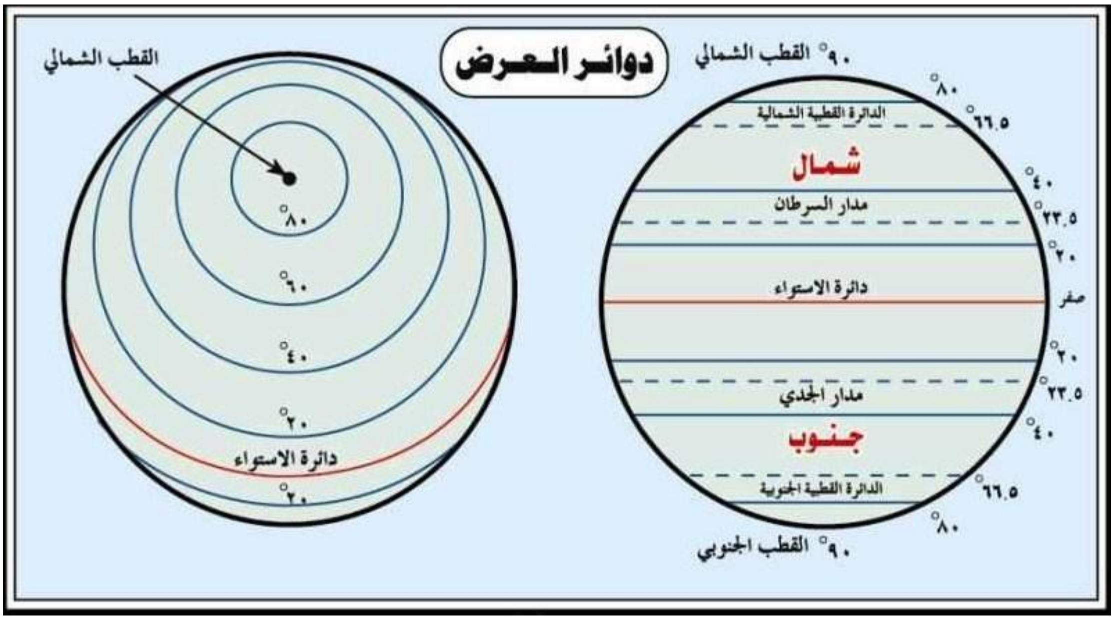
4.1.2 الخط الأساسي الرأسي

أُتخذ الخط الأساسي الرأسي ليكون هو نصف الدائرة التي تصل بين القطبين الشمالي والجنوبي وتمر ببلدة جرينتش و الواضح في الشكل (1.2)ج.

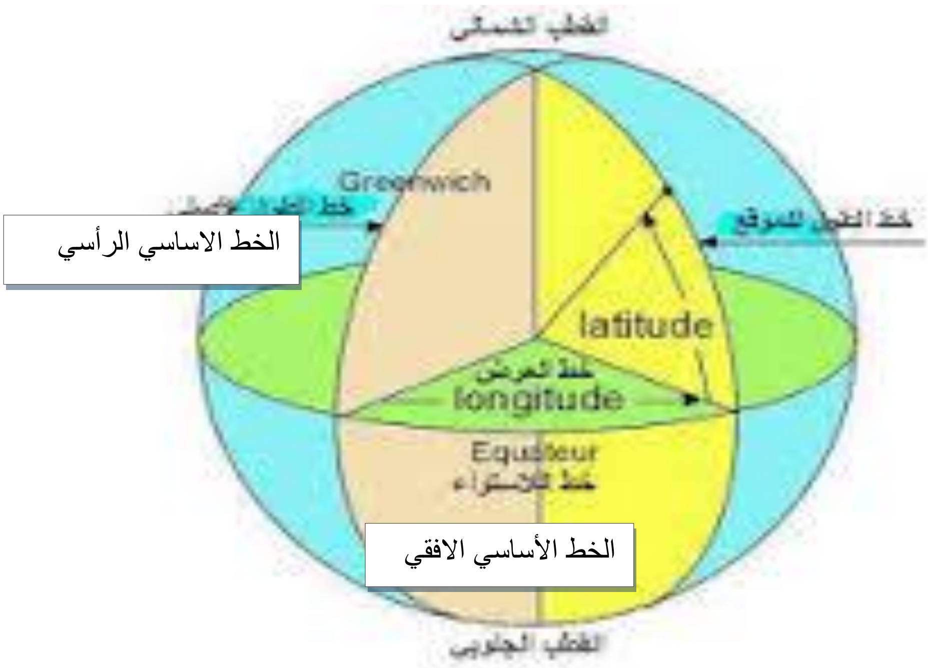


شكل رقم (1.2) (أ)

خط الطول (www.aliens-sci.com)



الشكل (1.2) (ب) دائرة العرض (www.almohandes.org)



الشكل (1.2) (ج) الخط الأساسي الافقي و الخط الأساسي الرأسي

(www.math_college.com)

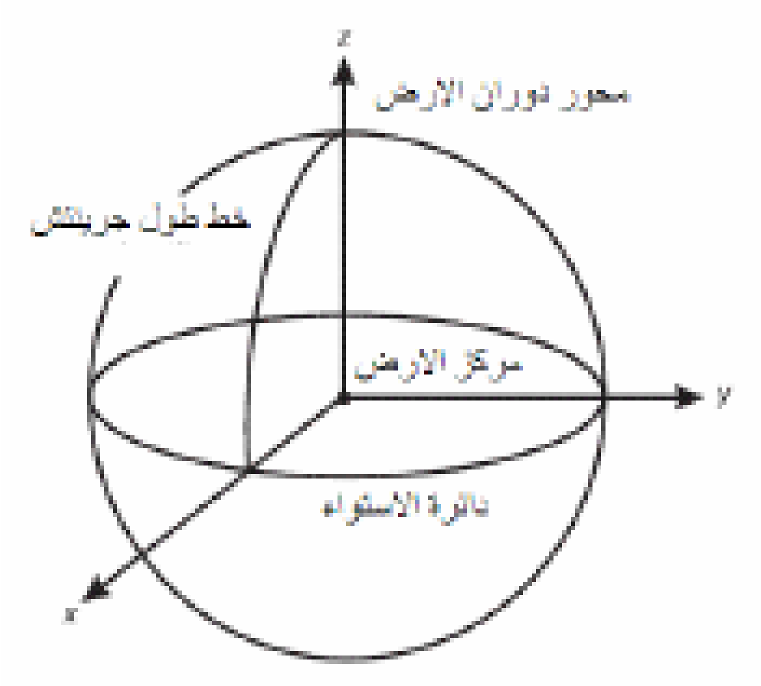
2.2 أنواع نظم الاحداثيات

كما ذكرنا سابقاً هنالك أنواعاً عديدة من نظم الإحداثيات المستخدمة في المساحة صُنفت بناءاً على الشكل المستخدم في تحديد تلك الإحداثيات.

1.2.2 الاحداثيات الجغرافية أو الجيوديسية

نظام الإحداثيات الجيوديسية هو أحد نظم الإحداثيات المتمركزة عند مركز الارض ومحاورهُ مثبته مع الأرض أثناء دورانها ولذلك يطلق عليه نظام مركزي أرضي ثابت.

مركز النظام يقع في مركز جاذبية الارض، وينطبق محوره الراسي (Z) مع محور دوران الأرض، يتجه محوره الافقي الأول (X) ناحية خط طول جرينتش بينما محوره الافقي الثاني (Y) يكون عمودياً على المحورين X,Z كما في الشكل (2.2).

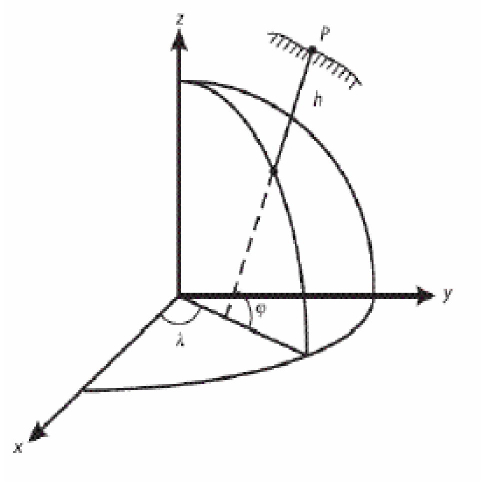


الشكل (2.2) نظام الإحداثيات الجغرافية أو الجيوديسية

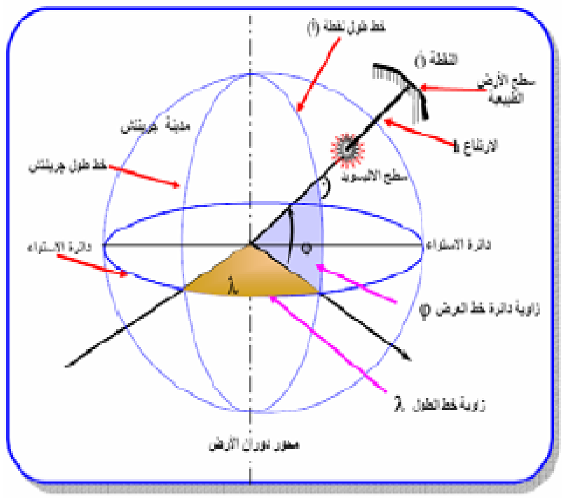
(www.arab-ency.com)

يتم تمثيل موقع أي نقطة في هذا النظام بثلاثة قيم أو ثلاثة إحداثيات، أي أن هذا النظام ثلاثي الأبعاد Three Dimensional (3D).

خط الطول في هذا النظام هو الزاوية المقاسة في مستوى دائرة الاستواء بين خط طول جرينيتش وخط طول النقطة المطلوبة و عادة ما يرمز لها بالحرف اللاتيني لامدا (λ) كما موضح بالشكل أدناه (3.2)(ب) .أما خط العرض أو دائرة العرض و الذي يرمز له بالرمز اللاتيني (Ø) وينطق فاي، وهي الزاويه المقاسة في المستوى الرأسي والتي يصنعها الإتجاه العمودي المار بالنقطة المطلوبة مع مستوى دائرة الإستواء (يلاحظ أن الإتجاه العمودي على سطح الإليبسويد لا يمر بمركز الإليبسويد عكس حالة الكرة حيث يمر الإتجاه العمودي علي سطح الكرة بمركزها) الارتفاع على سطح الإليبسويد ويرمز له بالرمز h ويسمي الارتفاع الجيوديسي أو الإرتفاع الإليبسويدي كما في الشكل (3.2)(أ) أدناه.



(أ)



(ب)

الشكل (3.2) خطي الطول و العرض و الإرتفاع الجوديسي في نظام الإحداثيات الجغرافية.

(www.arab−ency.com)

2.2.2 الاحداثيات الكروية

يشبه نظام الإحداثيات الكروية نظام الإحداثيات الجيوديسية أو الجغرافية إلا أن هنالك اختلافاً واحداً يتمثل في أن السطح المرجعي هنا هو الكرة وليس الإليبسويد يلاحظ في الشكل خاصة لقياس دائرة العرض(Ø)، أن الإتجاه العمودي على سطح الكرة يمر بمركزها عكس حالة الإليبسويد حيث لايمر الاتجاه العمودي على سطح الإليبسويد بمركزه.

3.2.2 الإحداثيات المسقطة

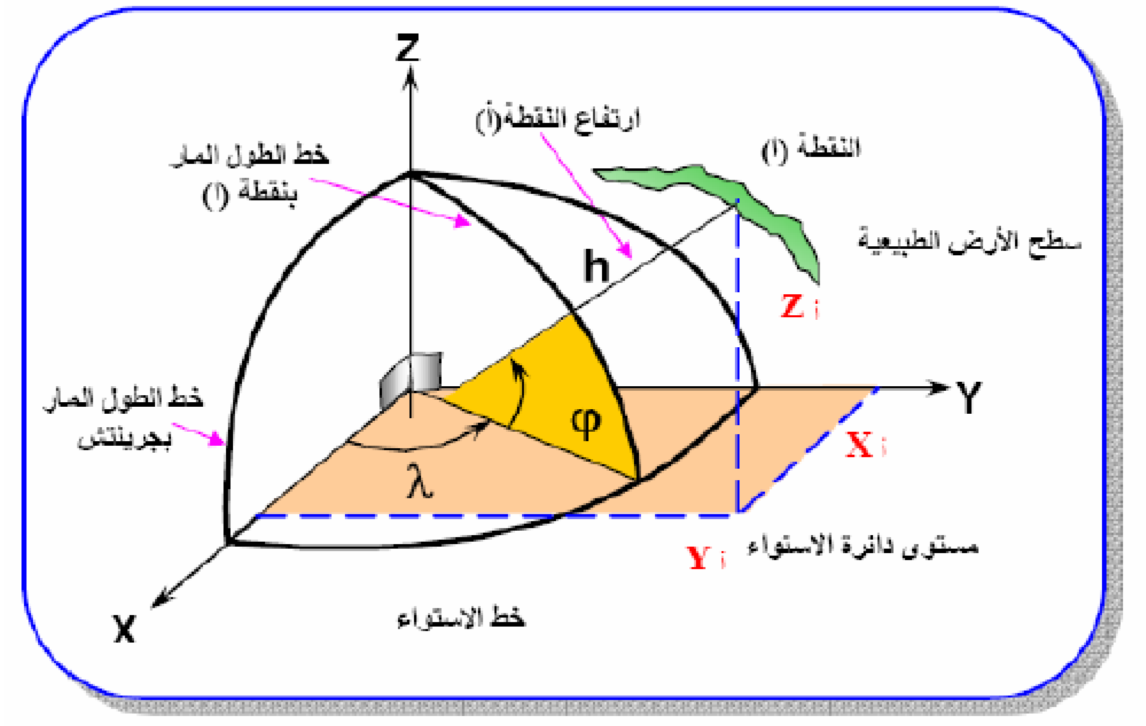
هي إحداثيات مسطحة متعامدة تستخدم وحدات معيارية مثل الكيلومتر والمتر للتعبير عن الموقع في نظام إحداثي يستخدم شُعاع أفقي وشُعاع رأسي، في حالة النظم الإحداثية التي تغطي الأرض كلها يكون الشُعاع الأفقي هو خط الأستواء والشُعاع الراسي هو خط جرينتش . ويعبر عن موقع النقطة بإحداثيين يعبران عن البعد الأفقي عن الشُعاع الرأسي والبعد الرأسي عن الشُعاع الأفقي. ويستخدم في التعبير عن هذه الإحداثيات النظام العددي العشري.

هذا النوع هو المستخدم لتعريف موضع أو موقع أي نقطة على الخريطة بعد تحويل الإحداثيات من ثلاثية الابعاد إلى ثنائية الأبعاد.

4.2.2 الإحداثيات الديكارتية (الكارتيزية)

هو نظام إحداثيات يشابه تماماً في تعريفه لنظام الإحداثيات الجيوديسية إلا أنه يتميز أن إحداثياته الثلاثة تكون طولية (أي بالمتر او الكيلومتر) وليس بالدرجات مما يجعله أسهل في التعامل وخاصة في الحسابات، وقد ابتكره العالم الفرنسي ديكارت في القرن السابع عشر.

ونقطة الأصل في نظام الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية هي مركز الارض ومحوره الأول (X) ينشأ من تقاطع مستوى خط الطول المار بجرينتش مع مستوى دائرة الاستواء ومحوره الثاني (Y) هو العمودي على محور (X) بينما المحور الراسي (Z) هو محور دوران الأرض والذي يمر بمركز الأرض وكلا القطبين .ويعبر عن موقع كل نقطه بثلاثة إحداثيات (X,Y,Z) كما في الشكل (4.2).



الشكل (4.2) الإحداثيات الكارتيزية أو الديكارتية

(www.arab-ency.com)

الباب الثالث

تحويل الإحداثيات

الباب الثالث

تحويل الإحداثيات

1.3 مفهوم تحويل الإحداثيات

المقصود بعملية تحويل الإحداثيات هي العملية المختصة بتحويل الإحداثيات من منظومة إحداثيات إلى منظومة أخرى عن طريق إستخدام نماذج رياضية تربط بين المنظومتين و من ثم حلها لإيجاد معلمات التحويل بينهما. هنالك أنواعاً عديدة من التحويلات منها ما يرتبط بالإحداثيات الفردية (الارتفاع) و منها ما يرتبط بالإحداثيات الثنائية و منها ما يرتبط بالإحداثيات الثلاثية (3D).

2.3 التحويل ثنائي الأبعاد (2-D Coordinate Transformation)

عند إجراء أي عملية تحويل من منظومة إحداثيات ثنائية إلى أخرى

$(\grave{x}, \grave{y}) \longleftrightarrow (x, y)$ يجب إتباع الخطوات التالية:-

(1) التدوير Rotation (مجهول واحد).

(2) مقياس الرسم للتكبير و التصغير (حقيقة معامل مقياس الرسم) Scale factor (مجهول واحد).

(3) الإزاحة (Shift) في إتجاه المحوريين (مجهولان).

أولا: التدوير

هو الخطوة التي تُجرى لجعل منظومة الإحداثيات الأولى (الإبتدائية) توازي منظومة الإحداثيات النهائية (المرجعية) تدوير إحدى المنظومتين من خلال الزاوية المحصورة بين محورين متماثليين أو الزاوية بين المتجة في المنظومة الأولى و نفس المتجة في المنظومة الأخرى. تسمى هذه الزاوية بزاوية الدوران.

ثانيا: المقياس

هي الخطوة التي تُجرى لتوحيد المقياس بين المنظومتين عن طريق الضرب في معامل المقياس، أو المقياس نفسه حسب الحالة.

ثالثا: الإزاحة

هي الخطوة التي تُجرى لتطابق نقطتي الاصل في المنظومتين عن طريق الإزاحة على طول المحور الافقي (X) و المحور العمودي عليه (Y).

من طرق التحويل ثنائي الأبعاد (2D) بين منظومتين:-

- التحويل الثنائي التشاكلي (التشابهي) (2D Similarity Conformal Transformation)
- تحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية (Polynomial 2D similarity Transformation)

1.2.3 التحويل الثنائي التشاكلي أو التشابهي

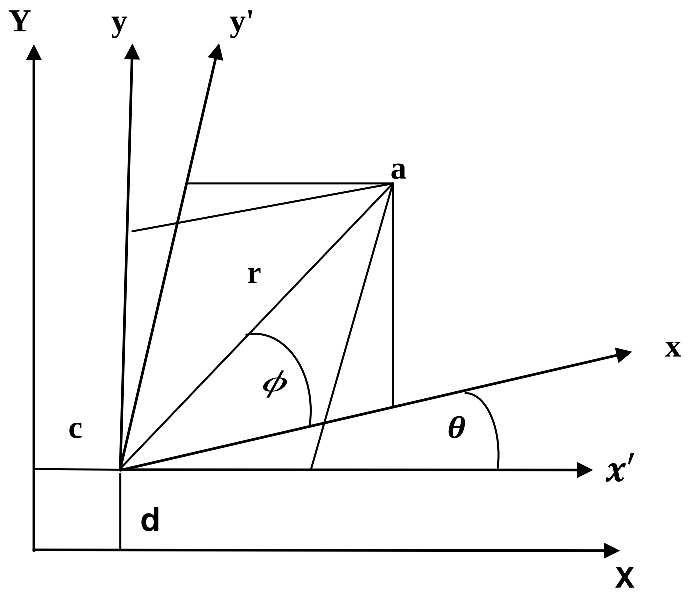
لهذا التحويل أربعة مجاهيل وهي (a, b, c, d) أي بالتالي نحتاج إلى نقطتين على الأقل معلومتي الإحداثيات في المنظومتين. هذا التحويل يحافظ على الزوايا و بالتالي يحافظ على الاشكال.

اشتقاق المعادلات التي تربط بين المنظومتين بالاجرات التالية :

التدوير:

y, x هي المنظومة الإبتدائية.

y', x' هي المنظومة المساعدة.



من الشكل يمكننا كتابة المعادلات التالية:

$$x_a = r\cos\phi \qquad \mathrm{y_a} = r\sin\phi \tag{3.1}$$

$$x'_a = r\cos(\phi+\theta) = r\cos\phi\cos\theta - r\sin\phi\sin\theta = x_a\cos\theta - y_a\sin\theta \tag{3.2}$$

$$y'_a = r\sin(\phi+\theta) = r\sin\phi\cos\theta + r\cos\phi\sin\theta = y_a\cos\theta + x_a\sin\theta$$

هذان المعادلتان يمكن كتابتهما فى شكل مصفوفات لنحصل على:

$$\begin{bmatrix} x'_a \\ y'_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

مصفوفة الدوران هذه عبارة عن مصفوفة عمودية أي أن منقولها يساوي معكوسها. وبالتالى يمكن إيجاد الإحداثيات فى المنظومة المساعدة بضرب منقول مصفوفة الدوران فى متجهة الإحداثيات المساعدة للحصول على الإحداثيات الأصلية.

$$\begin{bmatrix} x_a \\ y_a \end{bmatrix} = R^T \begin{bmatrix} x'_a \\ y'_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_a \\ y'_a \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

المقياس:

إذا كان المقياس منتظماً على طول المحورين، يتم ضرب مصفوفة الدوران فى المقياس λ لنحصل على

$$\begin{bmatrix} x'_a \\ y'_a \end{bmatrix} = \lambda R \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda\cos\theta & -\lambda\sin\theta \\ \lambda\sin\theta & \lambda\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.5)}$$

بوضع $\lambda\cos\theta = a$ و $\lambda\sin\theta = b$ في المعادلة (3.5) ، نحصل على

$$\begin{bmatrix} x'_a \\ y'_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.6)}$$

إذا كان نقطتي الأصل فى المنظومتين غير متطابقتين، لزم إزاحة إحداهما من خلال المسافتين c و d للحصول على الإحداثيات النهائية المطلوبة (X_a, Y_a) كما فى المعادلات

$$\begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \end{bmatrix} = \lambda R \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.7)}$$

بالنسبة لأي نقطة i يمكننا كتابة المعادلة (3.7) كالاتي

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.8)a}$$

وهي معادلات التحويل الثنائي التشاكلي و التي يمكننا كتابتها في شكل اخر، يمكن من الحل إيجاد قيم عناصر التحويل .

معادلات التحويل الثنائي التشاكلي

$$X_i = ax_i - by_i + c \qquad \textbf{(3.8)b}$$

$$Y_i = bx_i + a$$

وهي معادلات التحويل الثنائي التشاكلي و التي يمكننا كتابتها في شكل آخر، يمكن من الحل لإيجاد قيم عناصر التحويل.

وهذه المعادلات يمكن كتابتها في شكل مصفوفات لنحصل على

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i & -y_i & 1 & 0 \\ y_i & x_i & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.8)c}$$

i=1,2,….,n

و n تعد عدد النقاط المستخدمة في الحل

هذه المعادلات يمكن كتابتها في شكلها النهائي كما يلي:

$$B = A\hat{x}$$

حيث:-

B مصفوفة الأرصاد أو الإحداثيات المعايرة

A مصفوفة معاملات المجاهيل

$\hat{x}$ مصفوفة المجاهيل (عناصر التحويل)

3.2.3 تحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية

للوصول إلى معادلات كثيرات الحدود الثنائي التشاكلي يمكننا إستخدام التحويل الإسقاطي التحليلي كما هو معطى بالمعادلات a(3.9).

$$x_2 = \frac{a_1 x_1 + b_1 y_1 + c_1}{a_o x_1 + b_o y_1 + 1} \qquad \textbf{(3.9)}\text{a}$$

$$y_2 = \frac{a_2 x_1 + b_2 y_1 + c_2}{a_o x_1 + b_o y_1 + 1}$$

العلاقة العكسية للتحويل من الإحداثيات y_2, x_2 إلى الإحداثيات y_1, x_1 يمكن كتابتها كما فى المعادلتين أدناه:

$$x_1 = \frac{(a_1 - a_o x_2)(y_2 - c_2) - (a_2 - a_o y_2)(x_2 - c_1)}{(a_1 - a_o x_2)(b_2 - b_o y_2) - (b_1 - b_o x_2)(a_2 - a_o y_2)} \qquad \textbf{(3.9)}\text{b}$$

$$y_1 = \frac{(b_2 - b_o y_2)(x_2 - c_1) - (b_1 - b_o x_2)(y_2 - c_2)}{(a_1 - a_o x_2)(b_2 - b_o y_2) - (b_1 - b_o x_2)(a_2 - a_o y_2)}$$

خلافاً للمعادلات السابقة ، فإن معادلات التحويل التالية تحافظ على العلاقات الزاويّة بين الخطوط المتقاطعة وهي مشتقة من المعادلتين المذكورتين بوضع الشروط التى تحافظ على الشكل. هذه الشروط تعرف بمعادلات كوشي و ريمان و التي تاخذ الشكل:

$$\frac{\partial x_2}{\partial x_1} = \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \qquad \textbf{(3.10)}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial y_1} = -\frac{\partial y_2}{\partial x_1}$$

بتطبيق الشرطين فى المعادلتين الأخيرتين أعلاه على المعادلات b(3.9) ، نحصل على معادلات كثيرات الحدود التشاكلية كما هى فى المعادلتين أدناه:

$$x_2 = A_o + A_1 x_1 + A_2 y_1 + A_3(x_1^2 - y_1^2) + A_4(2x_1 y_1) + ... \qquad \textbf{(3.10)a}$$

$$y_2 = B_o - A_2 x_1 + A_1 y_1 - A_4(x_1^2 - y_1^2) + A_3(2x_1 y_1) + ...$$

بكتابة هذه المعادلات بالنسبة لاي نقطة i نحصل على

$$X_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3(x_i{}^2 - y_i{}^2) + a_4(2x_i y_i) + \cdots \qquad \textbf{(3.10)b}$$

$$Y_i = b_0 - a_2$$

و عند كتابتها في شكل مصفوفات نحصل على.

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & (x_i{}^2 - y_i{}^2) & 2x_i y_i & 0 \\ 0 & y_i & -x_i & (2x_i y_i) & (y_i{}^2 - x_i{}^2) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ b_0 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.10)c}$$

i=1,2,…,n

و n عدد النقاط المستخدمة في الحل

هذه المعادلات يمكن كتابتها في شكلها النهائي كما يلي:-

حيث:-

B مصفوفة الأرصاد أو الإحداثيات المعايرة

A مصفوفة معاملات المجاهيل

x̂ مصفوفة المجاهيل (عناصر التحويل)

3.3 تحويل الإحداثيات الثلاثية

في هذا التحويل، تُتبع نفس الخطوات كما في التحويل الثنائي (التدوير، معامل المقياس و الإزاحة).

أولا: التدوير

نحتاج هنا إلى تدوير منظومة الإحداثيات الثلاثية الإبتدائية (x, y, z) لتكون موازية لمنظومة الإحداثيات الثلاثية المرجعية (X, Y, Z) و نعني بالتدوير دوران المنظومة في إتجاه معين (مع أو ضد عقارب الساعة) بزاوية معينة (هي مقدار هذا الدوران) وذلك بجعل الأولى تتطابق في منظومة الإحداثيات المساعدة (X', Y', Z')، و في التدوير تستخدم مصفوفة الدوران و هي عبارة عن حاصل ضرب المصفوفات الدورانية الأولية حول المحاور الثلاثة (X, Y, Z) و التي تعتمد إعتماداً كلياً على الترتيب.

نحصل على الإحداثيات المحولة منها إلى الإحداثيات المحولة إليها كما فى المعادلة أدناه:

(3.11)

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = R_{\Delta\kappa} R_{\Delta\phi} R_{\Delta\omega} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

والتي تصبح عند تعويض قيم مصفوفات الدوران الأولية كما هو فى المعادلة أدناه:

(3.12)

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Delta\kappa & -\sin\Delta\kappa & 0 \\ \sin\Delta\kappa & \cos\Delta\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Delta\phi & 0 & \sin\Delta\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Delta\phi & 0 & \cos\Delta\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Delta\omega & -\sin\Delta\omega \\ 0 & \sin\Delta\omega & \cos\Delta\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

حيث أن المصفوفة الاولى تمثل التدوير حول المحور z'' من خلال الزاوية $\Delta\kappa$ و المصفوفة الثانية تمثل التدوير حول المحور y' من خلال الزاوية $\Delta\phi$ و المصفوفة الثالثة تمثل التدوير حول المحور x من خلال الزاوية $\Delta\omega$.

ثانيا: المقياس

هي الخطوة التي يتم إجراؤها لتوحيد مقياس الرسم (توحيد مقياس منتظم) لمنظومتي الإحداثيات الثلاثية و يتم ذلك عن طريق الضرب في معامل المقياس *Scale factor* (λ).

ثالثا: الإزاحة

تتضمن إزاحة منظومة الاحداثيات المساعدة لتطابق المنظومة النهائية. إذا اعتبرنا الدورانات الثلاثة الممكنة، كل واحدةٍ منها حول أحد المحاور، و الإزاحات الثلاث الممكنة كل واحدةٍ منها على طول أحد المحاور، وتغير المقياس، بما مجموعها سبعة تغيرات، يجب تطبيقها فى عملية التحويل وهذه تسمى التحويل ذو السبعة عناصر (Seven-parameter transformation). هذا التحويل من التحويلات الشائعة فى المساحة عموماً وفي المساحة التصويرية بالأخص، ويشار إليها بأسماءٍ أخرى مثل التشاكل الخطي للأبعاد الثلاثية (Linear conformal in three dimensions)، أو التحويل التشابهى ثلاثى

الأبعاد (Three dimensional similarity transformation). معادلة التحويل الثلاثي في شكل مصفوفات تكون في الصورة:

(3.13)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix}$$

حيث:

λ هو تغير المقياس و k تساوى $\begin{bmatrix} k_x & k_y & k_z \end{bmatrix}^T$ وتمثل الإزاحات على طول المحاور الثلاثة (x, y, z), و R ذات الأبعاد الثلاثة، هي مصفوفة الدوران العمودية للتدوير من المنظومة $\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$ إلى المنظومة $\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^T$. مصفوفة الدوران هذه ذات أهمية فى كل أعمال المساحة التصويرية التي يكون من ضمنها منظوماتٍ ثلاثية الأبعاد ويتطلب العمل إجراء تحويلاً من منظومةٍ إلى أخرى بالنسبة لمنظومة الإحداثيات الأرضية. هذه المصفوفة يمكن تكوينها بعدة طرق، واحدة منها هو التدوير أولاً حوالي المحور السيني x، (المحور الرئيس) من خلال الزاوية ω ومن ثمّ التدوير من خلال الزاوية ϕ حوالى المحور y_ω (المحور الصادى الذى تم تدويره مرةً واحدة)، ومن بعدها التدوير من خلال الزاوية κ حوالى $z_{\omega\phi}$ (المحور العيني الذى تم تدويره مرتين). المصفوفات العمودية الأساسية الثلاث المقابلة يمكن الحصول عليها مباشرةً من المعادلة (3.12) بإحلال κ, ϕ, ω مكان $\Delta\kappa, \Delta\phi, \Delta\omega$ على التوالى والتي منها يمكن الحصول على مصفوفة الدوران النهائية بضرب هذه المصفوفات في بعضها.

(3.14)

$$R = R_\kappa R_\phi R_\omega = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos\kappa & \sin\omega\sin\phi\cos\kappa - \cos\omega\sin\kappa & \sin\omega\sin\kappa + \cos\omega\sin\phi\cos\kappa \\ \cos\phi\sin\kappa & \cos\omega\cos\kappa + \sin\omega\sin\phi\sin\kappa & \cos\omega\sin\phi\sin\kappa - \sin\omega\cos\kappa \\ -\sin\phi & \sin\omega\cos\phi & \cos\omega\cos\phi \end{bmatrix}$$

هذه المعادلات غير خطية نسبةً لعدم خطية قيم عناصر مصفوفة الدوران R (عبارة عن دوال للدورانات الثلاثة (κ, ϕ, ω) وبالتالي يجب تحويلها إلى معادلاتٍ خطية قبل استخدامها للحصول على قيم معلمات التحويل السبع. لتحويل المعادلات المذكورة إلى معادلاتٍ خطية، هنالك طريقتان للحل. تتمثل الأولى فى الحل غير المباشر والثانية تتمثل فى الحل المباشر. في الحل غير المباشر يٌستخدم تمديد تيلور واستخدام التفاضلات من الرتبة الأولى فقط للوصول إلى ذلك.

يمكننا كتابة المعادلات في الصورة التالية:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix}$$

بتمديد المعادلات أعلاه نحصل على:

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= X = \lambda[r_{11}x + r_{12}y + r_{13}z] + k_x \\ f_2 &= Y = \lambda[r_{21}x + r_{22}y + r_{23}z] + k_y \\ f_3 &= Z = \lambda[r_{31}x + r_{32}y + r_{33}z] + k_z \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(3.15)}$$

حيث أن:

X, Y, Z هي إحداثيات المنظومة النهائية أو المحول إليها.

x, y, z هي إحداثيات المنظومة الإبتدائية أو المحول منها.

λ هو معامل المقياس.

$k_x \quad k_y \quad k_z$ هي الإزاحات.

المعادلات الخطية يمكن الحصول عليها من ((Ibrahim, A.M.(1995).

مصفوفة تفاضلات الدول الثلاث بالنسبة للمجاهيل السبعة يمكن كتابتها فى الشكل التالى

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_1}{\partial \omega} & \frac{\partial f_1}{\partial \phi} & \frac{\partial f_1}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_1}{\partial k_x} & \frac{\partial f_1}{\partial k_y} & \frac{\partial f_1}{\partial k_z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_2}{\partial \omega} & \frac{\partial f_2}{\partial \phi} & \frac{\partial f_2}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_2}{\partial k_x} & \frac{\partial f_2}{\partial k_y} & \frac{\partial f_2}{\partial k_z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_3}{\partial \omega} & \frac{\partial f_3}{\partial \phi} & \frac{\partial f_3}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_3}{\partial k_x} & \frac{\partial f_3}{\partial k_y} & \frac{\partial f_3}{\partial k_z} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.22)}$$

ومنها يمكن كتابة المعادلات التفاضلية الخطية للتحويل الثلاثى، للنقطة الواحدة، كما هو أدناه

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_1}{\partial \omega} & \frac{\partial f_1}{\partial \phi} & \frac{\partial f_1}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_1}{\partial k_x} & \frac{\partial f_1}{\partial k_y} & \frac{\partial f_1}{\partial k_z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_2}{\partial \omega} & \frac{\partial f_2}{\partial \phi} & \frac{\partial f_2}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_2}{\partial k_x} & \frac{\partial f_2}{\partial k_y} & \frac{\partial f_2}{\partial k_z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_3}{\partial \omega} & \frac{\partial f_3}{\partial \phi} & \frac{\partial f_3}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_3}{\partial k_x} & \frac{\partial f_3}{\partial k_y} & \frac{\partial f_3}{\partial k_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\lambda \\ \Delta\omega \\ \Delta\phi \\ \Delta\kappa \\ \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ \Delta k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_m - X_c \\ Y_m - Y_c \\ Z_m - Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.23)}$$

حيث يعني الحرف m أن الإحداثيات المعنية هي الإحداثيات المقاسة والحرف c أن الإحداثيات هي الإحداثيات المحسوبة، بإستخدام القيم التقريبية للمجاهيل السبعة، للنقطة المعنية. يمكن كتابتها للنقطة الواحدة معلومة الإحداثيات فى المنظومتين في الصيغة التالية:

(3.24)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\lambda \\ \Delta\omega \\ \Delta\phi \\ \Delta\kappa \\ \Delta k_x \\ \Delta k_y \\ \Delta k_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

في الحل المباشر للمعادلات، كما فى المعادلة (3.15)، يمكننا كتابة الأخيرة فى الشكل التالي

(3.25)

$$\left.\begin{aligned} X &= a_o x + a_1 y + a_2 z + a_3 \\ Y &= a_4 x + a_5 y + a_6 z + a_7 \\ Z &= a_8 x + a_9 y + a_{10} z + a_{11} \end{aligned}\right\}$$

كل نقطةٍ معلومة الإحداثيات فى المنظومتين تعطى ثلاث معادلات مماثلة للمعادلة (3.25) وبالتالي يجب توفر أربع نقاطٍ على الأقل معلومة الإحداثيات فى المنظومتين للحل لقيم المعلمات الإثنى عشر. أما إذا زاد عدد النقاط عن أربعة، يجب استخدام طريقة أقل التربيعات .

6.3 الاجهزة المستخدمة

من المعلوم أن الأجهزة المستخدمة لقياس الإحداثيات التصويرية بدقة متساوية هي الكمبراتورات بأنواعها المختلفة و هي أجهزة مبسطة فى تركيبتها الميكانيكية والضوئية ومصممةً خصيصاً لقياس المسافات والتي يمكن منها حساب الإحداثيات التصويرية باستخدام معادلاتٍ رياضية أولية مبسطة. كلمة كمبراتور مشتقة من مفهوم المقارنة *Comparison* والتى تتمثل في مقارنة موقع نقطة بالنسبة لمقياس ثابت. هنالك نوعان من الكمبراتورات التي تستخدم في المساحة التصويرية. الأول هو الكمبراتور ذو اللوحة (الصورة) الواحدة والذي يسمى في بعض الأحيان بالكمبراتور الأحادي *Mono-comparator* والثاني هو الكمبراتور المزدوج *Stereo-comparator* . كما يوحي الإسم، فإن الكمبراتور الأحادي يقيس لوحةٍ واحدةً فقط. ومنظومة النظر فيها يكون إما أحادياً *Monocular* أو مزدوجاً *Binocular* والنوع الأخير هذا هو المفضل لسهولة وضع علامة القياس في الكمبراتور. كما هو معلوم، فإن النظر المزدوج للوحة الواحدة لا يعطي منظراً ثلاثي الأبعاد. يوجد في الكمبراتور المزدوج حاملين للصور، أو أكثر، لمسك الصور وتقيس لوحتين آنياً (فى نفس الوقت) ويتم إجراء القياس بالنظر إلى زوج الصور نظراً مزدوجاً وآنياً. يمكن تقسيم الكمبراتورات، حسب المقادير التي تقيسها، إلى كمبراتورات سينية–صادية (x–y comparator) وكمبراتورات مزدوجة الإتجاهات الجانبية (Multilaterative comparator).

1.6.3 الكمبراتورات السينية الصادية (x-y Comparators):-

هذا النوع من الكمبراتورات يمكن أن يكون من النوع ذو اللوحة الواحدة أو ذو اللوحات المزدوجة ويتكون من المكونات الرئيسة التالية:- كما في الشكل (1.3)

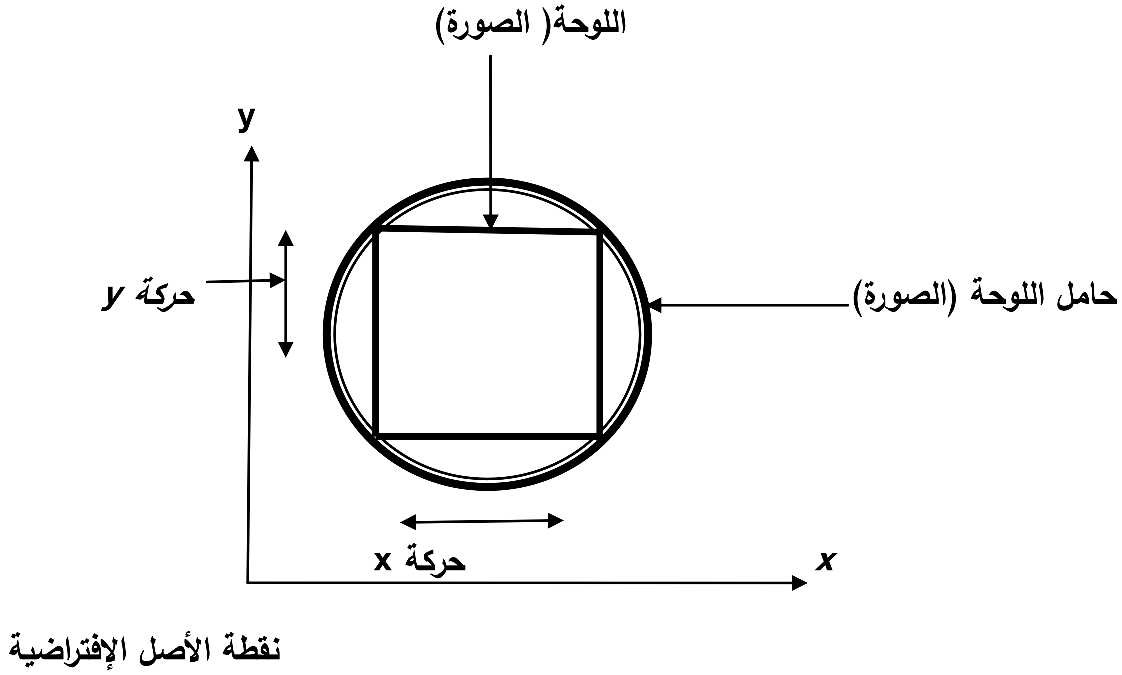
1- ماسك اللوحة *Plate holder* والتي توضع عليها اللوحة والتي يمكن تحريكه حركةً دائرية ومزودة بمسمار حركة بطيئة *Slow-motion screw* من أجل الضبط.

2- مسماران دقيقان مزودان بعجلتين يدويتين لتحريك ماسك اللوحة، تحت منظومة نظر، على طول مسارين متعامدين تماماً. حركة المسمارين هذين يمكن قياسها لأقرب 0.001 من المليمتر (*1μm*). هذه الحركة يمكن تشفيرها بمشفراتٍ خطية *Linear encoders* أو مشفراتٍ دائرية *Rotary encoders* للتسجيل الأوتوماتيكي لمقدار الإزاحات فى ماسك الصورة.

3- ميكرسكوب (10× تكبير) يحوى شعيراتٍ متعامدة يوضع فوق ماسك اللوحة بحيث يكون محورهُ الضوئى الأساسى عمودياً على مستوى حركة ماسك الصورة. صورة المعلم على اللوحة وعلامة القياس

- الممثلة بتقاطع الشعيرات المتعامدة - والموضوعة فوق بعضها البعض، يتم النظر إليها من خلال عينية ذو العينين *Binocular eyepiece*.

4- مصدر ضوئى لإنارة اللوحة. يتم القياس بتحريك ماسك اللوحة عن طريق العجلات اليدوية حتى تستقر علامة القياس عند النقطة المعنية. كمية الحركة فى الإتجاه السيني والإتجاه الصادي تُقرأ من مسماري الإتجاهين السيني والصادي. تُعرض القياسات على عداد *Counter* أو جهاز عرض إلكتروني *Electronic Display Device* أو تُسجل على طابعة *Printer* أو تُدخل مباشرةً إلى الحاسوب أو تُخزّن فى شريطٍ ممغنط *Magnetic tape* أو قرص *Disc*.



الشكل (1.3)

الكمبراتور السيني–الصادي (x–y comparator)

الباب الرابع

الإطار العملي

الباب الرابع

الإطار العملي

1.4 جمع البيانات

تم قياس إحداثيات (25) نقطة، معلومة الإحداثيات المعايرة، بنفس الدقة بواسطة جهاز الكمبراتور و إزالة الاخطاء المنتظمة الناتجة عن إحدى هذه العوامل :

- أخطاء الكمبراتور
- تشوهات عدسة الكاميرا.
- إنكسار الغلاف الجوي.
- إزاحة نقطة الأساس.
- تشوهات مواد التصوير.
- كروية الارض.

الإحداثيات المعايرة و الإحداثيات المقاسة بالكمبراتور بعد تصحيحها كما في الجدول (1.4).

جدول رقم (1.4) الإحداثيات المعايرة والمقاسة بالكمبراتور

الإحداثيات المعايرة(مم)		الإحداثيات المقاسة بالكمبراتور(مم)		النقطة
Y	X	Y	X	
144.794	17.856	0.000	-117.478	1
154.448	252.637	0.000	117.472	2
32.326	140.089	-117.410	0.015	3
267.027	130.400	117.451	-0.014	4
262.143	13.010	117.416	-117.492	5
264.104	71.706	116.963	-58.774	6
268.025	189.096	116.056	58.661	7
269.987	247.791	115.574	117.378	8
211.312	250.213	56.887	117.386	9
209.350	191.518	57.340	58.669	10
207.390	132.823	57.794	-0.048	11
205.429	74.128	58.247	-58.766	12
203.468	15.433	58.700	-117.483	13
146.754	76.551	-0.469	-58.756	14
148.715	135.245	-0.923	-0.040	15
150.676	193.941	-1.376	58.678	16
93.962	255.057	-60.545	117.403	17
92.001	196.362	-60.092	58.685	18
90.040	137.667	-59.639	-0.032	19
88.079	78.972	-59.186	-58.749	20
86.118	20.277	-58.732	-117.467	21
27.443	22.699	-117.449	-117.458	22
29.404	81.394	-117.902	-58.741	23
33.326	198.794	-118.808	58.694	24
35.287	257.479	-119.262	117.411	25

2.4 إشتقاق قيم عناصر التحويل

للحصول على قيم عناصر التحويل تم إستخدام طريقة أقل التربيعات (Method of least squares). وهي نظرية تعتمد في أساسها علي جعل مربعات الأخطاء المتبقية أقل ما يمكن. وهذه الطريقة هي الأشهر والأكثر إستخداماً في أعمال المساحة والجيوديسيا وفي كثير من المجالات التي يكون فيها عدد الأرصاد أكبر من عدد المجاهيل.

أثبتت الدراسات أن حل مجموعة من المعادلات بحيث يكون مجموع مربعات الأخطاء المتبقية أقل ما يمكن ينتج عنه أدق قيم للعناصر المجهولة في منظومة المعادلات تلك. الشرط الرئيس للضبط بطريقة أقل التربيعات هو أن لا تحتوي الأرصاد (القياسات) الأصلية على أي أخطاء منتظمة أو أخطاء تراكمية، إنما فقط الأخطاء العشوائية .أي يجب معالجة الأخطاء المنتظمة وإكتشافها و إزالتها من الأرصاد قبل البدء في تنفيذ ضبط أقل مجموع مربعات. تطبيق أقل التربيعات لها عدة محاسن و إيجابيات منها

*جواب واحد لأي مجهول

*تعطي القيم الأكثر إحتمالاً, أي أن قيم المجاهيل الناتجة عن الحل تساوي قيمتها الحقيقية

*دقة المجاهيل المقدرة

من الإحداثيات المبنيه في الجدول (1.4) و بواسطة التحويلين الثنائي التشاكلي و كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية تم حساب عناصر التحويل لكلا التحويلين باستخدام طريقة أقل التربيعات والنقاط العشر الأوائل (المقاسة و المعايرة).

بعد حساب عناصر التحويل من الإحداثيات المقاسة بالكمبراتور إلى الإحداثيات المعايرة للطريقتين، أجرى الحل العكسي بغرض إيجاد الإحداثيات المعايرة للخمسة عشر نقطة (15) بإستخدام المعادلة (3.8) للتحويل الثنائي التشاكلي و المعادلة (3.10) لتحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية، بايجاد

الجذر التربيعي لمربعات فروقات الإحداثيات (RMSE) و الخطأ المعياري لمتوسط فروقات الإحداثيات.

ثم مقارنة الدقة للاحداثيات الناتجة لكلا التحويلين.

1.2.4 التحويل الثنائي التشاكلي (2D Conformal Transformation):-

بإستخدام معادلات التحويل الثنائي التشاكلي الموضحة في الباب السابق المعادلة (3.8) التي تكون في الصورة (b=Ax) تم الحصول على المصفوفات b و A التالية:

$$
b=\begin{vmatrix}
17.856\\
144.794\\
252.637\\
154.448\\
140.089\\
32.326\\
130.400\\
267.027\\
13.010\\
262.143\\
71.706\\
264.104\\
189.096\\
268.025\\
247.791\\
269.987\\
250.213\\
211.312\\
191.518\\
209.350
\end{vmatrix}
\qquad
A=\begin{vmatrix}
-117.478 & 0 & 1 & 0\\
0 & -117.478 & 0 & 1\\
117.472 & 0 & 1 & 0\\
0 & 117.427 & 0 & 1\\
0.015 & 117.41 & 1 & 0\\
-117.41 & 0.015 & 0 & 1\\
-0.014 & -117.451 & 1 & 0\\
117.451 & -0.014 & 0 & 1\\
-117.492 & -117.416 & 1 & 0\\
117.416 & -117.492 & 0 & 1\\
-58.774 & -116.963 & 1 & 0\\
116.963 & -58.774 & 0 & 1\\
58.661 & -116.056 & 1 & 0\\
116.056 & 58.661 & 0 & 1\\
117.378 & -115.574 & 1 & 0\\
115.574 & 117.378 & 0 & 1\\
117.386 & -56.887 & 1 & 0\\
56.887 & 117.386 & 0 & 1\\
58.669 & -57.34 & 1 & 0\\
57.34 & 58.669 & 0 & 1
\end{vmatrix}
$$

المعادلات المذكورة يمكن حلها عن طريق أقل التربيعات للحصول على عناصر التحويل لتعطي

باعتبار أن الأرصاد كلها بنفس الدقة. تم الحساب بواسطة برنامج اكسل (Excel) وذلك بإدخال المصفوفات التي تم ذكرها في صفحة برنامج اكسل (Excel sheet) و بعد إجراء العمليات الحسابية في جبر المصفوفات تم الحصول على معلمات التحويل $(\hat{x})$ و أخطاءها المعيارية كما هو أدناه:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \\ \hat{c} \\ \hat{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.99931427 \\ 0.04113415 \\ 135.248277 \\ 149.640643 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.002764 \\ 0.002764 \\ 0.357883 \\ 0.357878 \end{bmatrix}$$

1.1.2.4 حساب الإحداثيات المعايرة

بعد الحصول على عناصر التحويل الأربعة, تم إيجاد الإحداثيات المعايرة من الاحداثيات المقاسة للخمسة عشر نقطة المتبقية بتطبيق معادلات التحويل الثنائي التشاكلي (المعادلة 3.8b)) التي وضعت في شكل مصفوفات موضحة في الباب السابق, (كررت هنا فقط لراحة القارئ).

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_i \\ \hat{Y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i & -y_i & 1 & 0 \\ y_i & x_i & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \\ \hat{c} \\ \hat{d} \end{bmatrix}$$

$$A=\left|\begin{array}{cccc}
-0.048 & -57.794 & 1 & 0 \\
57.794 & -0.048 & 0 & 1 \\
-58.766 & -58.247 & 1 & 0 \\
58.247 & -58.766 & 0 & 1 \\
-117.483 & -58.7 & 1 & 0 \\
58.7 & -117.483 & 0 & 1 \\
-58.756 & 0.469 & 1 & 0 \\
-0.469 & -58.756 & 0 & 1 \\
-0.04 & 0.923 & 1 & 0 \\
-0.923 & -0.04 & 0 & 1 \\
58.678 & 1.376 & 1 & 0 \\
-1.376 & 58.678 & 0 & 1 \\
117.403 & 60.545 & 1 & 0 \\
-60.545 & 117.403 & 0 & 1 \\
58.685 & 60.092 & 1 & 0 \\
-60.092 & 58.685 & 0 & 1 \\
-0.032 & 59.639 & 1 & 0 \\
-59.639 & -0.032 & 0 & 1 \\
-58.749 & 59.186 & 1 & 0 \\
-59.186 & -58.749 & 0 & 1 \\
-117.467 & 58.732 & 1 & 0 \\
-58.732 & -117.467 & 0 & 1 \\
-117.458 & 117.449 & 1 & 0 \\
-117.449 & -117.458 & 0 & 1 \\
-58.741 & 117.902 & 1 & 0 \\
-117.902 & -58.741 & 0 & 1 \\
58.694 & 118.808 & 1 & 0 \\
-118.808 & 58.694 & 0 & 1 \\
117.411 & 119.262 & 1 & 0 \\
-119.262 & 117.411 & 0 & 1
\end{array}\right| \qquad \hat{B} = A\hat{x} = \left|\begin{array}{c}
132.8230027 \\
207.3930379 \\
74.12663354 \\
205.4304122 \\
15.43126374 \\
203.4678275 \\
76.55185954 \\
146.7550868 \\
135.2462712 \\
148.716631 \\
193.9426403 \\
150.6792567 \\
255.0612375 \\
93.9664337 \\
196.3648683 \\
92.00380794 \\
137.6694985 \\
90.04122331 \\
78.97412874 \\
88.07863869 \\
20.27771848 \\
86.11701224 \\
22.7019863 \\
27.44064641 \\
81.39735611 \\
29.40323104 \\
198.789095 \\
33.32844143 \\
257.484506 \\
35.29002674
\end{array}\right|$$

الجدول (2.4) أدناه يوضح الإحداثيات المحسوبة بالتحويل الثنائي التشاكلي مقارنة بالإحداثيات المعايرة للخمسة عشر نقطة:

جدول (2.4) جميع القيم بالملمترات

تربيع الفرق		الفرق		الاحداثيات المعايرة المحسوبة		الاحداثيات المعايرة	
0.000009	0.000000	−0.003	0.000	207.393	130.823	207.390	132.823
0.000001	0.000001	−0.001	0.001	205.430	74.127	205.429	74.128
0.000000	0.000004	0.000	0.002	203.468	15.431	203.468	15.433
0.000001	0.000001	−0.001	−0.001	146.755	76.552	146.754	76.551
0.000004	0.000001	−0.002	−0.001	148.717	135.246	148.715	135.245
0.000009	0.000004	−0.003	−0.002	150.679	193.943	150.676	193.941
0.000016	0.000016	−0.004	−0.004	93.966	255.061	93.962	255.057
0.000009	0.000009	−0.003	−0.003	92.004	196.365	92.001	196.362
0.000001	0.000004	−0.001	−0.002	90.041	137.669	90.040	137.667
0.000000	0.000004	0.000	−0.002	88.079	78.974	88.079	78.972
0.000001	0.000001	0.001	−0.001	86.117	20.278	86.118	20.277
0.000004	0.000009	0.002	−0.003	27.441	22.702	27.443	22.699
0.000001	0.000009	0.001	−0.003	29.403	81.397	29.404	81.394
0.000004	0.000025	−0.002	0.005	33.328	198.789	33.326	198.794
0.000009	0.000036	−0.003	−0.006	35.290	257.485	35.287	257.479
0.000069	0.000124	−0.019	−0.020	المجموع			

من الجدول (2.4):

مجموع تربيعات الفروق للإحداثيات السينية المعطى من المحسوب:

$$\sum \Delta X^2 = 0.000124$$

مجموع تربيعات الفروق للإحداثيات الصادية المعطى من المحسوب:

$$\sum \Delta Y^2 = 0.000069$$

$$RMSE\ X = \sqrt{\sum}$$

$$RMSE\ Y = \sqrt{\frac{\sum \Delta Y^2}{15}} = \sqrt{\frac{0.000069}{15}} = 0.002$$

تم حساب خطأ الإزاحة للجذر التربيعي لمربع فروقات الإحداثيات السينية و الصادية و هذا الخطأ يعبر عن الإزاحة الكلية نتيجة للأخطاء على طول المحورين السيني و الصادي و الذي تعطى بالمعادلة أدناه:

$$(RMSE\ (X))$$

$$E^2 = 0.000009 + 0.000004 = 0.000013$$

$$E = 0.004$$

من الجدول (2.4) تم حساب مجموع فروقات الإحداثيات السينية و الصادية كما هو أدناه.

$$\sum \Delta X = -0.020$$

$$\sum \Delta Y = -0.019$$

تم حساب الوسط الحسابي لفروق الإحداثيات السينية:

$$(\overline{\Delta X}) = \frac{\sum \Delta X}{15} = \frac{-0.020}{15} = -0.001$$

تم حساب الوسط الحسابي لفروق الإحداثيات الصادية:

$$(\overline{\Delta Y}) = \frac{\sum \Delta Y}{15} = \frac{-0.019}{15} = -0.001$$

جدول (3.4) أدناه يوضح مربع حاصل طرح الفروقات السينية من وسطها الحسابي و مربع حاصل طرح الفروقات الصادية من وسطها الحسابي.

جدول (3.4) جميع القيم بالملمترات

$(\Delta Y_i - \overline{\Delta Y})^2$	$(\Delta X_i - \overline{\Delta X})^2$
0.000003	0.000002
0.000000	0.000005
0.000002	0.000011
0.000000	0.000000
0.000001	0.000000
0.000003	0.000000
0.000007	0.000007
0.000003	0.000003
0.000000	0.000000
0.000002	0.000000
0.000005	0.000000
0.000011	0.000003
0.000005	0.000003
0.000001	0.000040
0.000003	0.000022

من الجدول (3.4):

$$\sum\left(\Delta X_i - \overline{\Delta X}\right)^2 = 0.000097$$

$$\sum\left(\Delta Y_i - \overline{\Delta Y}\right)^2 = 0.000045$$

تم حساب الخطأ المعياري لمتوسط فروقات الإحداثيات السينية و الصادية:

$$\sigma_{\overline{\Delta X}} = \sqrt{\frac{\sum(\Delta X_i - \overline{\Delta X})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0.000097}{(15 * 14)}} = 0.000681$$

$$\sigma_{\overline{\Delta Y}} = \sqrt{\frac{\sum(\Delta Y_i - \overline{\Delta Y})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0.000045}{(15 * 14)}} = 0.000463$$

2.2.4 تحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية (Polynomial 2D similarity)

بإستخدام معادلات التحويل لكثيرات الحدود الثنائية التشاكلية الموضحة في الباب السابق المعادلة (3.10) التي تكون في الصورة (b=Ax)، تم الحصول على المصفوفات b و A التالية.

$$
\mathbf{b}=\left|\begin{array}{c}
17.856\\
144.794\\
252.637\\
154.448\\
140.089\\
32.326\\
130.4\\
267.027\\
13.01\\
262.143\\
71.706\\
264.104\\
189.096\\
268.025\\
247.791\\
269.987\\
250.213\\
211.312\\
191.518\\
209.35
\end{array}\right|
\qquad
\mathbf{A}=\left|\begin{array}{cccccc}
1 & -117.478 & 0 & 13801.08 & 0 & 0\\
0 & 0 & 117.478 & 0 & -13801.08 & 1\\
1 & 117.472 & 0 & 13799.67 & 0 & 0\\
0 & 0 & -117.472 & 0 & -13799.67 & 1\\
1 & 0.015 & -117.41 & -13785.11 & -3.5223 & 0\\
0 & -117.41 & -0.015 & -3.5223 & 13785.11 & 1\\
1 & -0.014 & 117.451 & -13794.74 & -3.288628 & 0\\
0 & 117.451 & 0.014 & -3.288628 & 13794.74 & 1\\
1 & -117.492 & 117.416 & 17.85301 & -27590.88 & 0\\
0 & 117.416 & 117.492 & -27590.88 & -17.85301 & 1\\
1 & -58.774 & 116.963 & -10225.96 & -13748.77 & 0\\
0 & 116.963 & 58.774 & -13748.77 & 10225.96 & 1\\
1 & 58.661 & 116.056 & -10027.88 & 13615.92 & 0\\
0 & 116.056 & -58.661 & 13615.92 & 10027.88 & 1\\
1 & 117.378 & 115.574 & 420.2454 & 27131.69 & 0\\
0 & 115.574 & -117.378 & 27131.69 & -420.2454 & 1\\
1 & 117.386 & 56.887 & 10543.34 & 13355.47 & 0\\
0 & 56.887 & -117.386 & 13355.47 & -10543.34 & 1\\
1 & 58.669 & 57.34 & 154.176 & 6728.161 & 0\\
0 & 57.34 & -58.669 & 6728.161 & -154.176 & 1
\end{array}\right|
$$

كما في الطريقة السابقة تم الحساب بواسطة برنامج اكسل (Excel) وذلك بإدخال قيم المصفوفات A و b في صفحة البرنامج و إجراء العمليات الحسابية و جبر المصفوفات للحصول على الحل لايجاد عناصر التحويل الستة من:

باعتبار أن الإحداثيات المقاسة بالكمبراتور قيست بنفس الدقة بنهاية العمليات الحسابية تم الحصول على عناصر التحويل و أخطاءها المعيارية كما هو أدناه:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \\ \hat{b}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 135.24722 \\ 0.9992829 \\ -0.041114 \\ 0.0000003 \\ 0.0000004 \\ 149.64178 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.366444 \\ 0.003282 \\ 0.003282 \\ 0.000021 \\ 0.000021 \\ 0.366444 \end{bmatrix}$$

1.2.2.4 حساب الإحداثيات المعايرة

بعد إيجاد عناصر التحويل الستة في الخطوة السابقة وإستخدام الإحداثيات المقاسة للنقاط المتبقية (15 نقطة)، تم حساب الإحداثيات المعايرة للنقاط المذكورة باستخدام المعادلة (3.10)c (أُعيد كتابتها لراحة القارئ).

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_i \\ \hat{Y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & (x_i^2 - y_i^2) & 2x_i y_i & 0 \\ 0 & y_i & -x_i & (2x_i y_i) & (y_i^2 - x_i^2) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \\ \hat{b}_0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = \qquad A \qquad \hat{x}$$

A=

1	−0.048	57.794	−3340.144	−5.548224	0
0	57.794	0.048	−5.548224	3340.144	1
1	−58.766	58.247	60.72975	−6845.886	0
0	58.247	58.766	−6845.886	−60.72975	1
1	−117.483	58.7	10356.57	−13792.5	0
0	58.7	117.483	−13792.5	−10356.57	1
1	−58.756	−0.469	3452.048	55.11313	0
0	−0.469	58.756	55.11313	−3452.048	1
1	−0.04	−0.923	−0.850329	0.07384	0
0	−0.923	0.04	0.07384	0.850329	1
1	58.678	−1.376	3441.214	−161.4819	0
0	−1.376	−58.678	−161.4819	−3441.214	1
1	117.403	−60.545	10117.77	−14216.33	0
0	−60.545	−117.403	−14216.33	−10117.77	1
1	58.685	−60.092	−167.1192	−7052.998	0
0	−60.092	−58.685	−7052.998	167.1192	1
1	−0.032	−59.639	−3556.809	3.816896	0
0	−59.639	0.032	3.816896	3556.809	1
1	−58.749	−59.186	−51.53759	6954.237	0
0	−59.186	58.749	6954.237	51.53759	1
1	−117.467	−58.732	10349.05	13798.14	0
0	−58.732	117.467	13798.14	−10349.05	1
1	−117.458	−117.449	2.114163	27590.65	0
0	−117.449	117.458	27590.65	−2.114163	1
1	−58.741	−117.902	−10450.38	13851.36	0
0	−117.902	58.741	13851.36	10450.38	1
1	58.694	−118.808	−10670.36	−13946.63	0
0	−118.808	−58.694	−13946.63	10670.36	1
1	117.411	−119.262	−438.0817	−28005.34	0
0	−119.262	−117.411	−28005.34	438.0817	1

$$\hat{B} = A\hat{x} = \begin{vmatrix} 132.8222 \\ 207.39355 \\ 74.126166 \\ 205.42903 \\ 15.432952 \\ 203.46207 \\ 76.553587 \\ 146.75621 \\ 135.24519 \\ 148.7178 \\ 193.94058 \\ 150.678 \\ 255.05294 \\ 93.959685 \\ 196.3582 \\ 92.003817 \\ 137.66629 \\ 90.045506 \\ 78.976191 \\ 88.08471 \\ 20.286877 \\ 86.122388 \\ 22.712089 \\ 27.455271 \\ 81.397893 \\ 29.416711 \\ 198.77596 \\ 33.332177 \\ 257.46727 \\ 35.285164 \end{vmatrix}$$

الجدول (4.4) أدناه يوضح الإحداثيات المحسوبة بتحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية مقارنة بالإحداثيات المعايرة للخمسة عشر نقطة:

جدول (4.4) جميع القيم بالملمترات

تربيع الفرق		الفرق		الإحداثيات المعايرة المحسوبة		الإحداثيات المعايرة	
0.000016	0.000001	−0.004	0.001	207.394	132.822	207.390	132.823
0.000000	0.000004	0.000	0.002	205.429	74.126	205.429	74.128
0.000036	0.000000	0.006	0.000	203.462	15.433	203.468	15.433
0.000004	0.000009	−0.002	−0.003	146.756	76.554	146.754	76.551
0.000009	0.000000	−0.003	0.000	148.718	135.245	148.715	135.245
0.000004	0.000000	−0.002	0.000	150.678	193.941	150.676	193.941
0.000004	0.000016	0.002	0.004	93.960	255.053	93.962	255.057
0.000009	0.000016	−0.003	0.004	92.004	196.358	92.001	196.362
0.000036	0.000001	−0.006	0.001	90.046	137.666	90.040	137.667
0.000036	0.000016	−0.006	−0.004	88.085	78.976	88.079	78.972
0.000016	0.000100	−0.004	−0.010	86.122	20.287	86.118	20.277
0.000144	0.000169	−0.012	−0.013	27.455	22.712	27.443	22.699
0.000169	0.000016	−0.013	−0.004	29.417	81.398	29.404	81.394
0.000036	0.000324	−0.006	0.018	33.332	198.776	33.326	198.794
0.000004	0.000144	0.002	0.012	35.285	257.467	35.287	257.479
0.000523	0.000816	−0.051	0.008	المجموع			

من الجدول (4.4):

مجموع تربيعات الفروق للإحداثيات السينية المعطى من المحسوب:

$$\sum \Delta X^2 = 0.000816$$

مجموع تربيعات الفروق للإحداثيات الصادية المعطى من المحسوب:

$$\sum \Delta Y^2 = 0.000523$$

$$RMSE\ (X) = \sqrt{\frac{\sum \Delta X^2}{15}} = \sqrt{\frac{0.000816}{15}} = 0.007$$

$$RMSE\ (Y) = \sqrt{\frac{\sum \Delta Y^2}{15}} = \sqrt{\frac{0.000523}{15}} = 0.006$$

كما سبق تم حساب خطأ الإزاحة الكلية نتيجة للأخطاء على طول المحورين السيني و الصادي و الذي تعطى بالمعادلة أدناه:

$(RMSE\ (X))$

$$E^2 = 0.000049 + 0.000036 = 0.000085$$

$$E = 0.009$$

من الجدول (4.4) تم حساب مجموع فروقات الإحداثيات السينية و الصادية كما هو أدناه.

$$\sum \Delta X = 0.008$$

$$\sum \Delta Y = -0.051$$

حساب الوسط الحسابي لفروق الإحداثيات السينية:

$$(\overline{\Delta X}) = \frac{\sum \Delta X}{15} = \frac{0.008}{15} = 0.001$$

حساب الوسط الحسابي لفروق الإحداثيات الصادية:

$$(\overline{\Delta Y}) = \frac{\sum \Delta Y}{15} = \frac{-0.051}{15} = -0.003$$

جدول (5.4) أدناه يوضح مربع حاصل طرح الفروقات السينية من وسطها الحسابي و مربع حاصل طرح الفروقات الصادية من وسطها الحسابي.

جدول (5.4) جميع القيم بالملمترات

$(\Delta Y_i - \overline{\Delta Y})^2$	$(\Delta X_i - \overline{\Delta X})^2$
0.000001	0.000000
0.000009	0.000002
0.000081	0.000000
0.000001	0.000012
0.000000	0.000000
0.000001	0.000000
0.000025	0.000012
0.000000	0.000012
0.000009	0.000000
0.000009	0.000021
0.000001	0.000111
0.000081	0.000183
0.000100	0.000021
0.000009	0.000305
0.000025	0.000131

من الجدول (5.4):

$$\sum\left(\Delta X_i - \overline{\Delta X}\right)^2 = 0.000812$$

$$\sum\left(\Delta Y_i - \overline{\Delta Y}\right)^2 = 0.000352$$

تم حساب الخطأ المعياري لمتوسط فروقات الإحداثيات السينية و الصادية:

$$\sigma_{\overline{\Delta X}} = \sqrt{\frac{\sum(\Delta X_i - \overline{\Delta X})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0.000812}{(15 * 14)}} = 0.001966$$

$$\sigma_{\overline{\Delta Y}} = \sqrt{\frac{\sum(\Delta Y_i - \overline{\Delta Y})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0.000352}{(15 * 14)}} = 0.001295$$

3.4 مناقشة النتائج

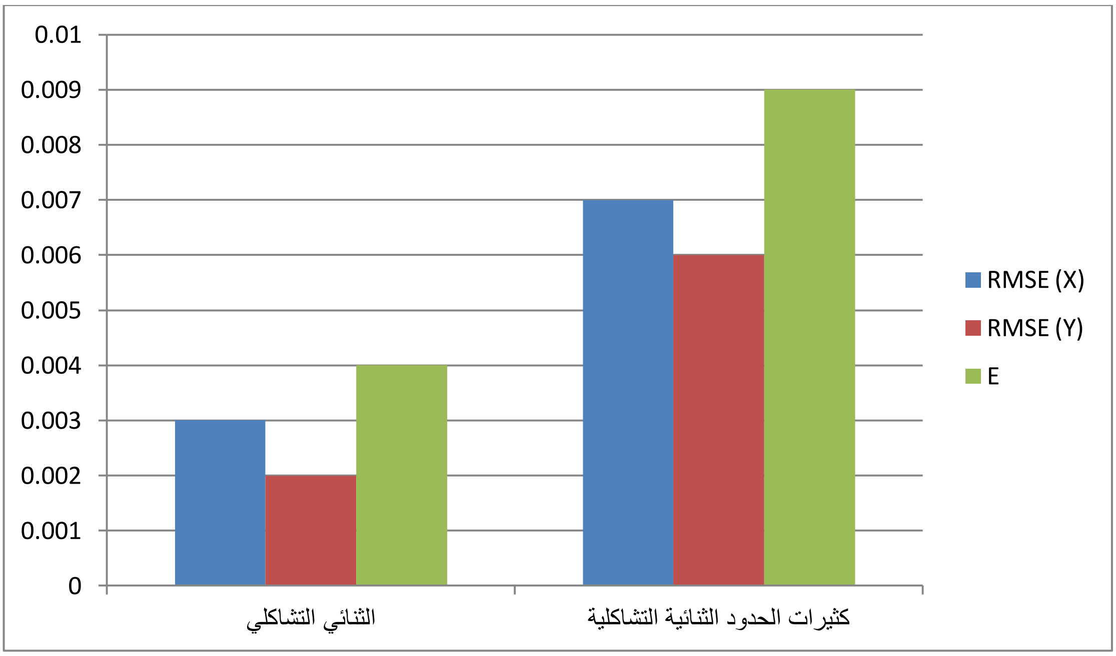
تمت المقارنة بين النتائج المتحصل عليها لمقارنة الدقة بين التحويلين في الجدول (6.4) أدناه:

جدول (6.4) جميع القيم بالملمترات

التحويل	R	R	E				
الثنائي التشاكلي	0.003	0.002	0.004	−0.001	−0.001	0.000681	0.000463
كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية	0.007	0.006	0.009	0.001	−0.003	0.001966	0.001295

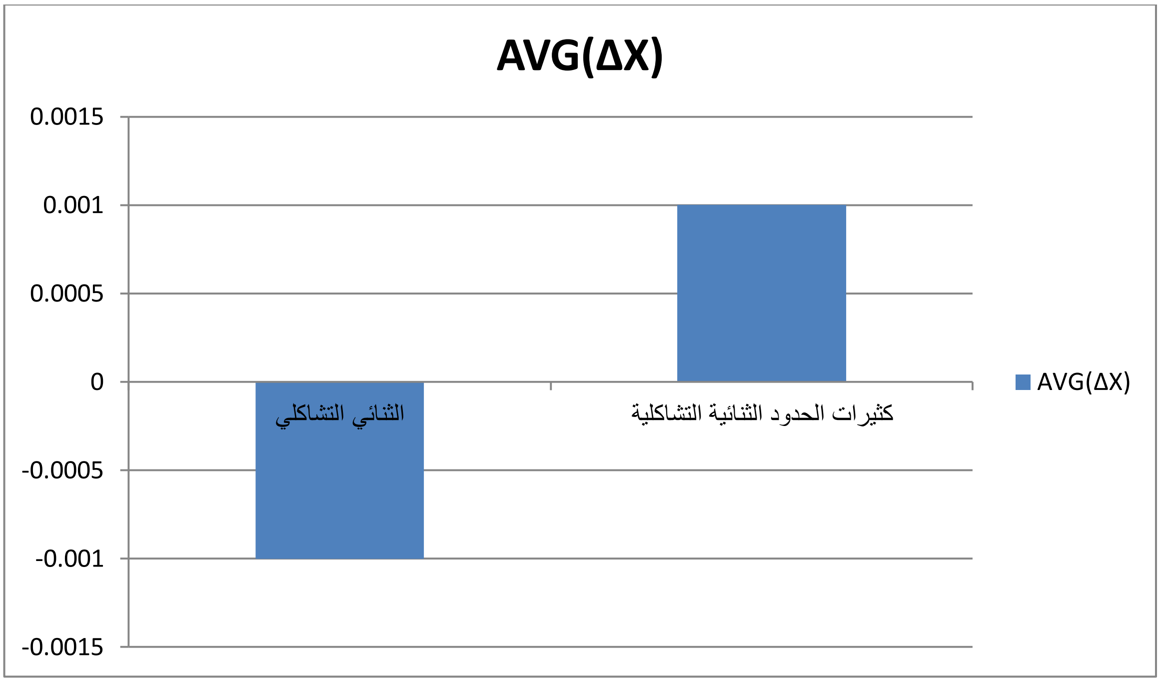
نلاحظ في الجدول أن كل من قيم $RMSE\ (X)$, $RMSE\ (Y)$, E , $\sigma_{(\overline{\Delta X})}$, $\sigma_{(\overline{\Delta Y})}$ قيمها أقل في التحويل الثنائي التشاكلي مقارنة بقيمها في التحويل لكثيرات الحدود الثنائية التشاكلية مما يدل على أن التحويل الثنائي التشاكلي أكثر دقة من تحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية.

المخططات (1.4)، (2.4)، (3.4) و (4.4) يوضحان المقارنة بين التحويل الثنائي التشاكلي و تحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية من حيث القيم المذكورة في الجدول (6.4) كما هو أدناه.

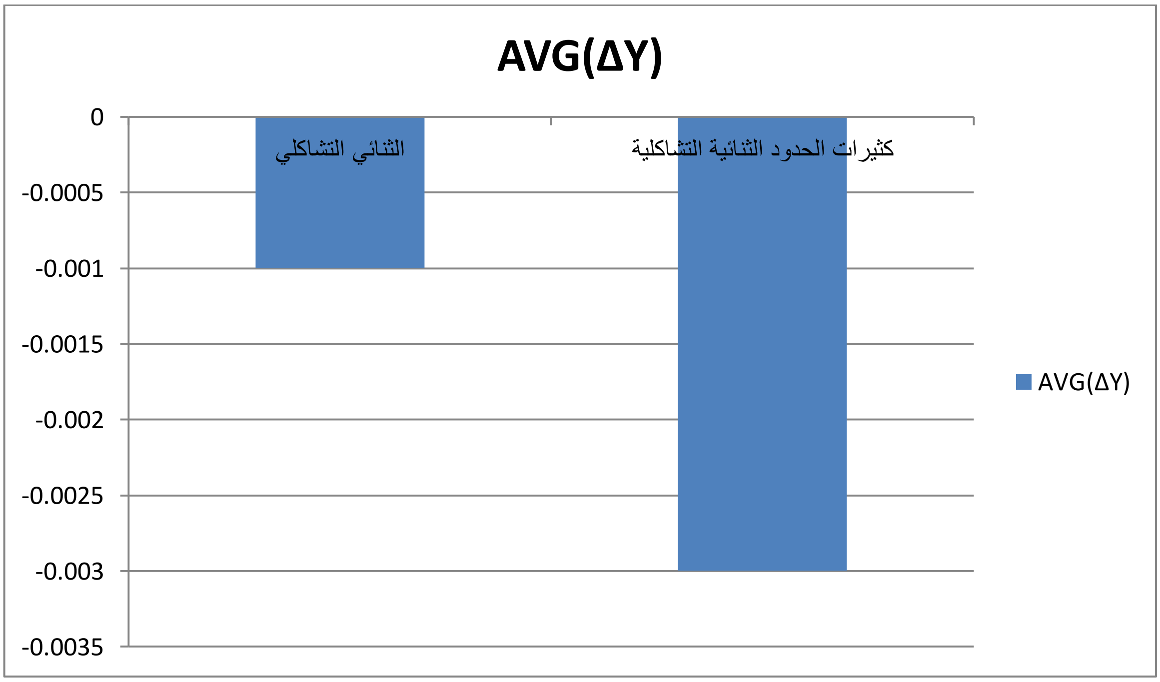


مخطط (1.4)

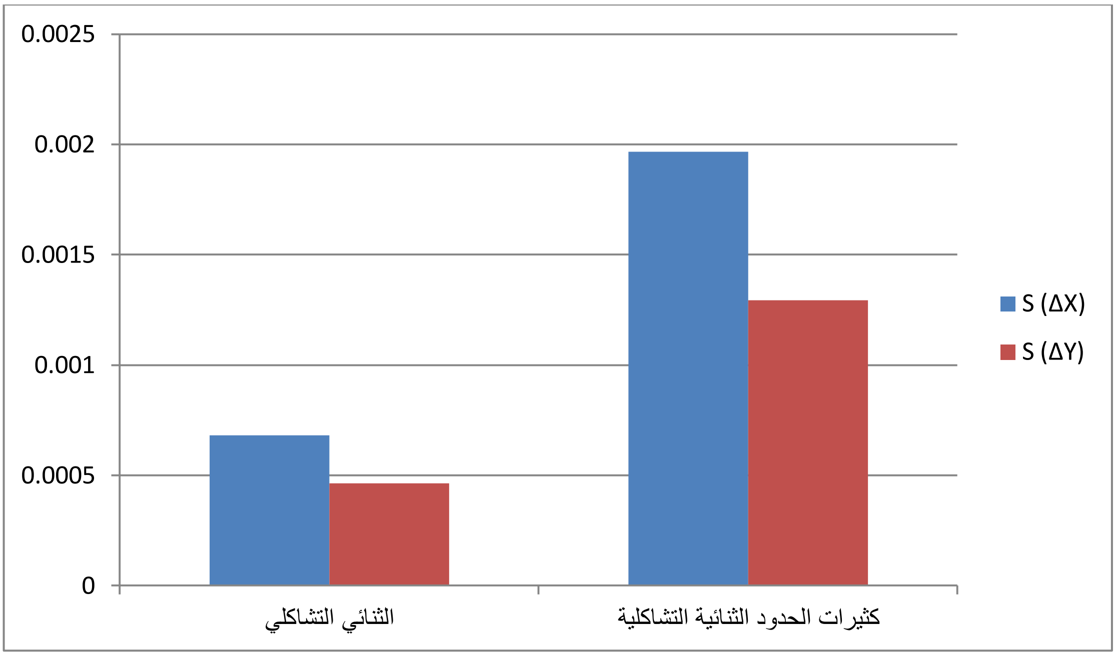
المقارنة بين قيم RMSE(X),RMSE(Y),E للتحويلين



مخطط (2.4) المقارنة بين قيمة متوسط الفروقات السينية للتحويلين



مخطط (3.4) المقارنة بين قيمة متوسط الفروقات الصادية للتحويلين



مخطط (4.4)

المقارنة بين قيمة الإنحراف المعياري لمتوسط فروقات الإحداثيات السينية S(ΔX)

وقيمة الإنحراف المعياري لمتوسط فروقات الإحداثيات الصادية S(ΔY) للتحويلين

الباب الخامس

الخلاصة و التوصيات

الباب الخامس

الخلاصة و التوصيات

1.5 الخلاصة

تم حساب الإحداثيات المعايرة من الإحداثيات المقاسة بالكمبراتور باستخدام تحوليين وهما التحويل الثنائي التشاكلي و تحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية.

ووجد أن التحويل الثنائي التشاكلي أفضل وأدق من تحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية على أساس المقاييس الإحصائية التي تم حسابها. مما يشير إلى أن القيم الناتجة من التحويل الثنائي التشاكلي أقرب لقيم الإحداثيات االمعايرة و الإنحراف المعياري لمتوسط فروقات الإحداثيات أقل في التحويل الثنائي التشاكلي أقل من تحويل كثيرات الحدود الثنائية التشاكلية.

2.5 التوصيات

1- إستخدام طرق أخرى لتحويل الإحداثيات.

2- إستخدام برنامج GIS في تحويل الإحداثيات ومقارنة الدقة بينه وبين طرق تحويل الاحداثيات الآخرى.

3.5 قائمة المراجع

1. محمد الباقر خليفة (1996م) - مبادئ المساحة الأرضية – مطبعة جامعة الخرطوم
2. شريف فتحي الشافعي (2004م) – المساحة التصويرية - دار الكتب العلمية للنشر والتوزيع.
3. **3.** Ibrahim, A.M.(1995) Reliability Analysis of Combined GPS-Aerial Triangulation System, Ph.D Thesis, University of New Castle upon-Tyne.

قائمة الملاحق: