بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا

كلية التربية

قسم العلوم _ شعبة الرياضيات

بحث تكميلي لنيل درجة بكلاريوس الشرف في الرياضيات بعنوان:

إستخدام برنامج الأوتوغراف في رسم القطوعات المخروطية

Using autograph Soft word to Drow poinit Functions

إعداد الطالبات:

- دينا عوض محمد احمد.
- صفاء محمد يوسف إبراهيم.
- عواطف هارون إسماعيل آدم.
- ميساء السيد النور عبد الله.

إشراف:

الاستاذة/ الخنساء محمد ميرغني

سبتمبر 2016

بسم الله الرحمن الرحيم

الآيـــــة

قــال تعــالى:

(قَالُوا سُبْحَانَكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا إِنَّكَ أَنتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ)

صدق الله العظيم

سورة البقرة الآية (32)

الإهداء

بذات الحب الممسوق في دواخلنا عشقاً لكم .. وبكل أيات الإمتنان صفاء

نهدي هذا الجهد العمل المتواضع إلى هؤلاء ..

إلى السماء التي تهب المطر دون أن تنتظر الثمر ، للمشعل المضئ الذي صارع الظلمة في سبيل إنارة الطريق

أبي الحبيب

إلى الينبوع الذي لا ينضب ويفيض بالحنان والعطاء ، إلى من كانت شمساً تقيني برودة الشتاء ونجماً أهتدي به في الصحراء إلى من تشرق عيناي برؤيتها كل صباح

أمي الحنون

إلى من علموني أبجدية الحياة طفلاً

وغمروني بلطائف المحبة يافعاً

وزرعوا بالقلب سندياناً

إخوتي الأعزاء

إلى من سرت وإياهم درب الحياة .. وفتحوا قلوبهم لأنزل فيها صديق بالحياة وأطبقو على الأجفان لأكون طيفاً من الحياة .. إلى من عشت معهم أحلى أيامي

الأصدقاء

إلى من بذل معنا أقصى جهده ومد لنا يد العون في إعداد هذا البحث المتواضع .. إلى من علمنا حرفاً ولو يبخل علينا قط بكلمة .. إلى رمز الإجتهاد والوفاء

الأستاذة الفاضلة : الخنساء محمد ميرغني

الشكـــر والعرفـــان

الشكر والحمد لله الذي أنار لنا درب العلم والمعرفة وأعاننا على أداء هذا الواجـب ووفقنا إلى إنجاز هذاالعمل

نتوجه بجزيل الشكر والامتنان الى كل من ساعدنا من قريب او من بعيد على انجاز هذا العمل وفي تذليل ما واجهناه من صعوبات وتخص بالذكر الأستاذ المشرف:

أ.الـخنســـاء محـمد ميرغنـــي

التي تفضلت علينا بالإشراف على هذا البحث حيث قدمت لنا كل النصح والإرشاد طيلة فترة الإعداد فلها منا كل الشكر والتقدير

ولا يفوتنا أن نشكر الأستاذ . أبو ذر حسين والزميل . أحمد حسن الشيخ منا لهم كل الشكر والتقدير

المستخلص:

تناول هذا البحث دراسة القطوعات المخروطية وتطورها عبر العصور وكيفية إستخدام برنامج الأوتوغراف في رسم مجسمات القطوعات المخروطية وخواص هذه القطوعات .

وبعض التطبيقات التي تؤكد بأن للقطوعات أهمية كبيرة . و أين نجد هذه القطوعات في الطبيعة .

Abstract

This research discussed the conic sections and its evolution throughout the decades, some prominent scientist in this field, and the autograph software. The research also viewed the problems of the research which were mainly about the way of drawing these sections using the autograph software and illustrating the application that prove the essential role of mathematics in our life and the places where these sections could be found in the nature and study the levels of them. And the research also discussed the solid and its properties and the

autograph software and its tools and how these tools could be used.

الفهـــــرس

قائمة الجداول:

الفصل الأول

الإطار العـــــــام للبحث

(1-1) تمهيد :

إن علم الهندسة يعد من أقدم العلوم وقد نشأ في مصر الفرعونية مرتبطاً بقياس الأرض ، وبعدها تطور على أيد الإغريق أمثال فيثاغورث وإقليدس وأبولنيوس الذي كان أول من درس في القطوعات المخروطية وبعد أن إكتشف ديكارت طريق الإحداثيات والضرب الديكارتي أخذت تتطور الهندسة حتى تمكن العلماء من حل عديد من المسائل بطرق تحليلية . أصبحت الهندسة التحليلية هي العلم الذي يدرس الهندسة بطرق جبرية (تحليلية) وهو يعني رد المسألة الى مسألة حسابات عددية وطرق هندسية وهو يعتمد على إيضاح الأفكار الرياضية عن طريق تمثيلها بأشكال هندسية تمتاز هذه الطريقة بالوضوح .وبما أن الشكل الهندسي هو مجموعة من النقاط تحقق خاصية محددة فإن الدراسة التحليلية لهذا الشكل يجب ان تبتدئ بتعيين موضع النقطة باستخدام الأعداد وتسمى الأعداد التي تعين موضع النقطة بإحداثيات النقطة .

(2-1) مشكلة البحث :

كيفية رسم القطوعات بإستخدام برنامج الأوتوغراف.

(3-1) أهمية البحث :

- يبين البحث إستخدام برنامج الأوتوغراف في رسم القطوعات المخروطية بطريقة مبسطة تساعد في تكوين خلفية علمية ثابتة.
- توضيح التطبيقات التي تؤكد بأن للرياضيات اهمية كبرى في الحياة العامة .
- إكتساب القدرة على التفكير وربط المفاهيم الرياضية بالهندسة وتوظيف الرياضيات لرسم الأشكال الهندسية من خلال المعادلات الرياضية مثل القطوعات المخروطية لتنمية القدرات المعرفية والعلمية والعملية .

(4-1) أهداف البحث :

- ❖ إكتساب القدرة على تطبيق صيغ القطوعات المخروطية في الحياة العلمية
- ❖ توضيح مفاهيم القطوعات المخروطية وتطبيقاتها .
- ❖ إيجاد العلاقة بين القطوعات المخروطية وبرنامج الأوتوغراف .

(5-1) فرضيات البحث :

- ❖ كيفية استخدام برنامج الأوتوغراف في رسم القطوعات المخروطية ؟؟؟
- ❖ ما أهمية دراسة القطوعات المخروطية ؟؟؟
- ❖ اين نجد هذه القطوعات في الطبيعة؟؟؟
- ❖ هل يمكن رسم القطوعات المخروطية دون معرفة مقاطع السطح في المستويات المختلفة ؟؟؟
- ❖ ما هي الخواص المتعلقة بهذه الأشكال والتى أدت دورًا اساسيًا في مختلف فروع الرياضيات بما فيها الرياضيات التطبيقية.

(6-1) منهج البحث :

- ❖ المنهج الوصفي :

وهو يعتمد على دراسة الظاهرة كما توجد في الواقع و يهتم بوصفها وصفاً دقيقاً و يعبر عنها كيفياً وكمياً فالتعبير الكيفي يصنف الظاهرة و يوضح خصائصها اما التعبير الكمي يعطيها وصفاً رقمياً "يوضح مقدار هذه الظاهرة ودرجة ارتباطها مع الظواهر الأخرى.

الفصل الثاني

القطوعات المخروطية في المستوى

(1-2)تمهيد :

القطع المخروطي :

المخروط:

هو جسم مركب من دائرة ونقطة تقع خارج مستوى الدائرة ومن كل القطع التي تفصل هذه النقطة من نقاط الدائرة .تسمى الدائرة قاعدة المخروط وتسمى النقطة رأس المخروط ، وله غلاف جانبي يتكون من كل القطع التي تصل بين الرأس ومحيط الدائرة .

هنالك أربعة أنواع للمخروط القائم :

1. الدائرة : يكون المستوى عمودياً على المحور .
2. القطع الناقص : يكون المستوى ليس عمودياً على المحور غير موازي لراسمه.
3. القطع المكافئ : يكون المستوى ليس عمودياً على المحور وموازي لراسم فيه .
4. القطع الزائد : يكون المستوى موازياً المحور.

القطع المخروطي :

هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بشرط أن تكون نسبة بعدها عن نقطة ثابت " البؤرة " والمستقيم الثابت " الدليل " والنسبة الثابتة " الإختلاف المركزي " .

❖ **يتحدد نوع القطع كما يلي** :

1. إذا كان الإختلاف المركزي $e = 1$ يكون القطع مكافئ .
2. إذا كان الإختلاف المركزي $e < 1$ يكون القطع ناقصاً .
3. إذا كان الإختلاف المركزي $e > 1$ يكون القطع زائداً .

4. إذا كان الإختلاف المركزي $e = 0$ يكون القطع دائرة.

❖ وسميت القطوع المخروطية بهذا الأسم لأنها ناتجة من قطع المخروط الدائري القائم بمستوى .

(2-2) القطع المكافئ (Parabola) :

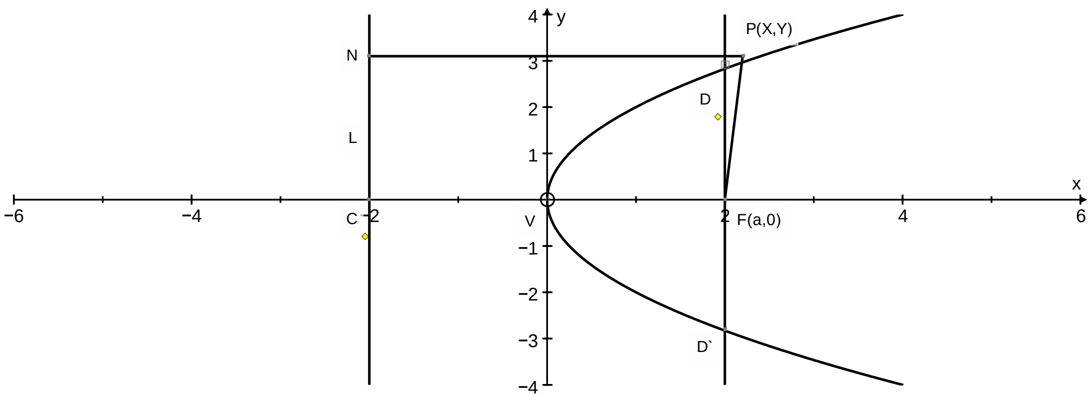
القطع المكافئ هو فئة النقاط في المستوى التي تكون على أبعاد متساوية من نقطة ثابتة تسمى " البؤرة " وخط ثابت في المستوى يسمى " الدليل " مساوياً دائماً لمقدار ثابت " الإختلاف المركزي ".

المعادلة القياسية البسيطة للقطع المكافئ:

$$y^2 = 4ax \qquad \rightarrow (1)$$

تمثل المعادلة (1) الصورة القياسية البسيطة للقطع المكافئ الذي محور تماثله محور x ورأسه نقطة الاصل $(0,0)$.

والمعادلة $x^2 = 4ay$ تمثل معادلة القطع المكافئ الذي محور تماثله محور y وراسه نقطة الاصل $(0,0)$.



(2-2-1) بيانات القطع المكافئ :

i. إحداثيات رأس القطع هي $v\ (0,0)$ وإحداثيات البؤرة $F(\pm a, 0)$.

ii. محور التماثل للقطع x " يناظر المتغير من الدرجة الاولى".

iii. يتماثل القطع حول محور y " إذا كان المتغير y هو متغير من الدرجة الاولى".

iv. يبعد الرأس عن البؤرة المسافة a ويبعد الدليل L عن الرأس نفس المسافة في الإتجاه المعاكس .

v. البؤرة تقع على محور التماثل داخل القطع اما الدليل فهو عمودي عليه وفي الجهة المعاكسة من الرأس.

vi. المستقيم `DD يسمى الوتر البؤري العمودي طوله $DD` = 4a$ ويتعامد مع محور التماثل عند البؤرة .

vii. معادلة الدليل $x = -a$ ومعادلة الوتر البؤري العمودي $x = a$.

viii. إتجاه فتحة القطع "الإتجاه الموجب ل x" إذا كانت $a > 0$ أو " الإتجاه السالب ل x " إذا كانت $a < 0$.

(2-2-2) المعادلات البارامترية للقطع المكافئ :

نفرض أن لدينا قطع رأسي $x^2 = 4py$ فإنه بإدخال بارامتر "وسيط" يربط المتغير x بالمتغير y عن طريق غير مباشر بحيث تتحقق معادلة القطع المكافئ بالمعادلات:

$$x = 2pt\,, \qquad y = pt^2\,, \qquad t \in R \rightarrow (1)$$

أو في الصورة الاتجاهية

$$\vec{R} = (2pt\,, pt^2) \qquad , t \in R$$

أو في الحالة العامة

$$\vec{R} = (At\,, Bt^2) \quad , A = 2B \quad , t \in R$$

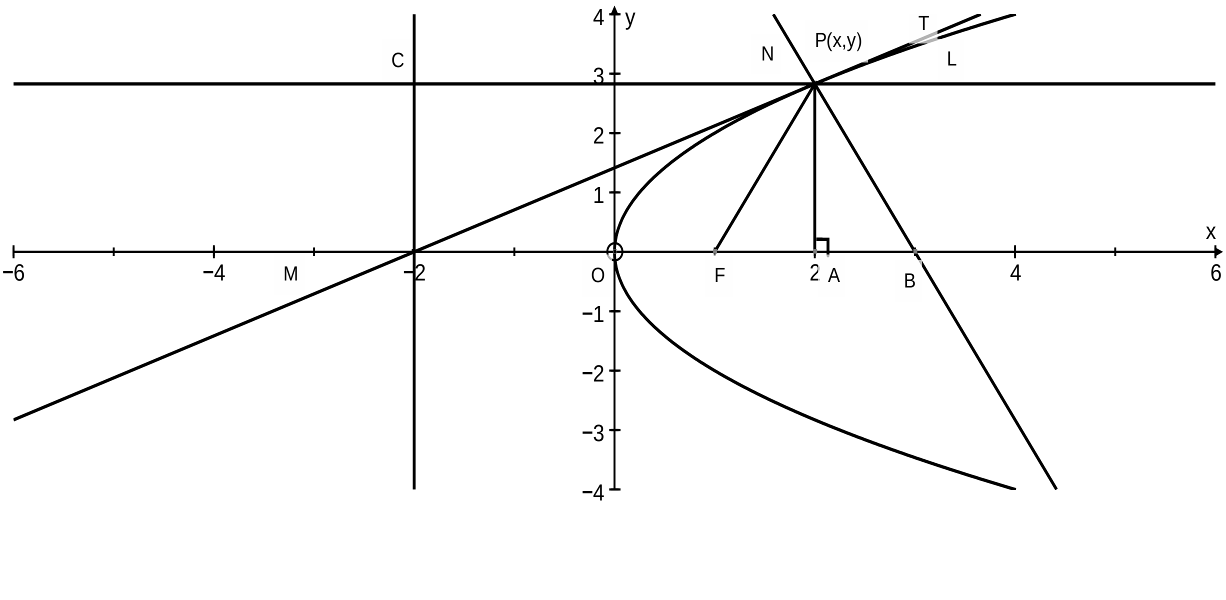
تمثل قطع مكافئ رأسي .

(3-2-2) خواص القطع المكافئ:

أولاً:الخواص الهندسية للقطع المكافئ:

نفرض أن النقطة $P(x, y)$ هي نقطة تقاطع المماس T والعمودي عليه N للقطع المكافئ $y^2 = 4ax$

ونفرض أن المماس T يقطع محور القطع في نقطة M وأن العمودي N يقطع المحور في نقطة B فيكون MA هو تحت المماس AB هو تحت العمودي .



معادلة المماس عند P هي :

$$yy_1 = 2a(x + x_1)$$

ولإيجاد إحداثياتها :M نضع نقطة $y = 0$في معادلة المماس عند

$$2a(x + x_1) = 0$$

ولكن $\quad ,OM = 0 \qquad x = -x$

و $\quad OM = OA \qquad OA = x\,,$

أي أن رأس القطع ينصف تحت المماس من الرسم نجد أن :

$$|PA|^2 = BA - MA$$

$$y^2 = AB.\,2x \qquad \rightarrow \qquad AB = \frac{y^2}{2x}$$

ولكن

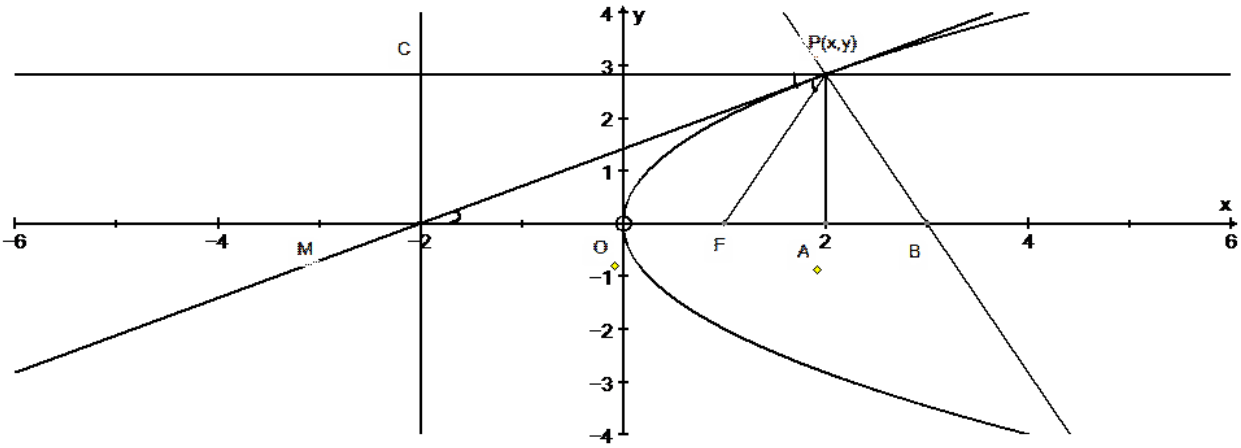
$$y^2 = 4ax$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = 2a$$

إذن تحت العمودي عند أي نقطة يكون دائماً مساوياً لطول نصف الوتر البؤري العمودي .

ثانياً : الخواص البصرية :

نفرض النقطة $P(x\,,y)$ على القطع $y^2 = 4ax$ فيكون $\overline{OA} = \overline{OM} = x_1$
"من خواص القطع المكافئ".



ولكن

$$FB = PC = AD = x + a$$

$FM = FB \rightarrow FM = PC$

ينتج من ذلك أن

$\measuredangle\ FMP = \measuredangle\ MPF$

ولكن

$\measuredangle\ FMP = \measuredangle\ MPC$

أي أن المماس عند أي نقطة ينصف الزاوية بين البعد البؤري للنقطة والمستقيم والعمودي على الدليل ماراً بنقطة التماس إذن $\overline{PB}$ هو العمودي عند P

$\sphericalangle MPF + \sphericalangle FPB = \frac{\pi}{2} \quad (1)$

$\measuredangle MPC + \measuredangle\ LPA = \frac{\pi}{2}$

ولكن

$$\measuredangle MPF = \measuredangle MPC$$

المماس ينصف الزاوية FPM خاصية من (1) و (2) يكون :

$$\measuredangle FPB = \measuredangle LPB$$

تطبيقات القطع المكافئ :

i. تصميم الكشافات الضوئية .
ii. المرآيا المستخدمة في التلسكوبات .
iii. اطباق البث والإستقبال .
iv. السلاسل والجسور المعلقة .
v. عدسات النظارات .
vi. مسار جسم مقذوف تحت تأثير العجلة الجاذبية مع إهمال الهواء.

(1-3-2) القطع الناقص (Ellipses) :

هو المحل الهندسي لنقطة في المستوى بحيث تكون دائما مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين تسميان "البؤرتين" في المستوى يساوي مقدار ثابت "طول المحور الاكبر" .

الصورة القياسية للقطع الناقص:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \rightarrow (1)$$

حيث : $b^2 = a^2 - c^2$

بيانات القطع الناقص :(2-3-1)

i. معادلة القطع الناقص دالة زوجية في x, y معًا حيث إنها دالة ضمنية .

ii. المحور الأكبر للقطع الناقص طوله $2a$ وهو القطعة المستقيمة بين النقطتين $V(\pm a, 0)$.

iii. المحور الأصغر طوله $2b$ وهو القطعة المستقيمة بين النقطتين $M(0, \pm b)$.

iv. المقدار $2c$ هو طول المسافة بين البؤرتين للمعادلة (1) للقطع الناقص الأفقي لأن محوره الأكبر على إمتداد محور x .

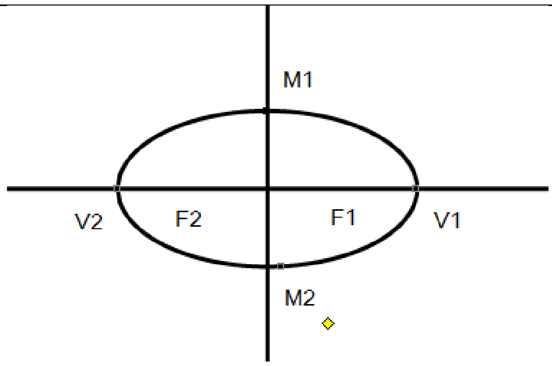
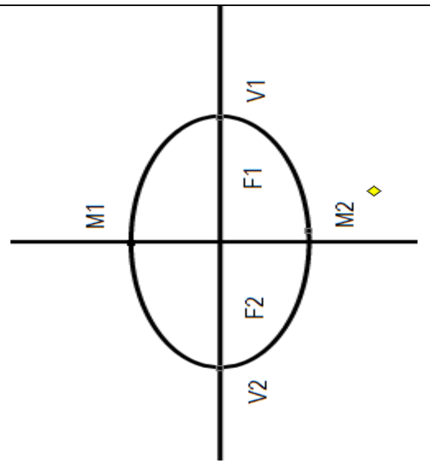
v. القطع الناقص الرأسي معادلته : $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$ و محوره الأكبر منطبق على محور y.

المعادلات البارامتريه للقطع الناقص: (2-3-2)

$$x = a\cos t \quad , \quad y = b\sin t \qquad\qquad 0 \le t \le 2$$

t تمثل الزمن

جدول يوضح القطوع الناقصة في الأوضاع القياسية مع معادلاتها وخواصها:

البؤرة على محور X	البؤرة على محور Y
المعادلة : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ حيث : $b^2=a^2-c^2$ $a>b, a>c$	المعادلة : $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ حيث : $b^2=a^2-c^2$ $a>b , a>c$
البؤرتان : $F_2(-c,0), F_1(c,0)$ الرأسان : $V_2(-a,0), V_1(a,0)$ نهايتا المحور الأصغر: $M_2(0,-b), M_1(0,b)$ المركز : $(0,0)$	البؤرتان : $F_2(0,-c), F_1(0,c)$ الرأسان : $V_2(0,-a), V_1(0,a)$ نهايتا المحور الأصغر: $M_2(b,0), M_1(-b,0)$ المركز : $(0,0)$
	

جدول(1)

معادلة القطع الناقص على محور التماثل بنقل المحاور :

$(x, y) \rightarrow (x - h, y - k)$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad a > b \quad \rightarrow (2)$$

المعادلة (2)

i. مركزها (h, k) .

ii. ورؤوسه $(h \pm a, k)$,.

iii. والبؤرتان$(h \pm c, k)$ و معادلات الأدلة $x = \frac{a}{e} \pm h$

iv. نهايات الوتر البؤري العمودي

$\left[h \pm c, k \pm \frac{b^2}{a}\right]$.

الإختلاف المركزي وشكل القطع الناقص :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad , \qquad a > b > 0$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} \qquad , \qquad 0 \leq c \leq a$$

القطع الناتج يختلف في شكله على حسب قيمة c .

يكون دائري اذا كان $c = 0$,$(a = b)$ ويكون مسحوباً في إتجاه المحور الأكبر كلما زادت قيمة c حتى تصل إلى قيمتها العظمى $c = a$ والقطع في هذه الحالة يصبح القطعة المستقيمة F_1F_2 اي أن النسبة " الإختلاف المركزي " $e = \frac{c}{a}$ تتغير من 0 الى 1 لتوضيح درجة بعد القطع الناقص من كونه دائرة .

خواص القطع الناقص :(2-3-3)

خاصية الإنعكاس في القطع الناقص(خواص بصرية) :

إذا دار القطع الناقص حول محوره الأكبر فاننا نحصل على مجسم ناقص "عدسة ناقصة " يمكن إثبات أن الشعاع الصادر من إحدى البؤرتين ينعكس الى البؤرة الأخرى هذا بالنسبة لموجات الضوء أيضاً موجات الصوت تتبع هذه الخاصية .

تطبيقات القطع الناقص :

i. رسم المسارات الدائرية والبيضاوية .
ii. المدارات الإهليجية للكواكب و الأقمار .
iii. إطلاق الاقمار الصناعية بحيث يتم وضعها في مسار قطع ناقص حول الكوكب أو القمر أو النجم بحيث تستقر سرعته على سرعة تعرف بالسرعة المدارية .
iv. القطع المائل للأسطوانات .

(2-4) القطع الزائد (Hyperbolas) :

هو المحل الهندسي لنقاط في المستوى التي الفرق بين بعديها عن نقطتين ثابتتين تسميان "البؤرتين" في المستوي يساوي مقدار ثابت " $2a$ ".

إذا أخذنا البؤرتين $F_1(c,0), F_2(0,-c)$ ونقطة الأصل إحداثيات في منتصف المسافة بينهما يكون معادلته :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow (1)$$

بيانات القطع الزائد :(2-4-1)

i. المعادلة (1) متماثله بالنسبة للمحاور ox, oy وكذلك نقطة الأصل ولكن لاتوجد نقاط تقاطع حقيقية مع محور y وفي الحقيقة لا يوجد جزء للمنحنى واقع بين

$. \; x = a \;, \quad x = -a$

ii. الإختلاف المركزي e للقطع الزائد أي ان:

$$e = \frac{c}{a} > 1$$

iii. طول الوتر البؤري العمودي :

$$e = \frac{2b}{a} = 2a|e^2 - 1|$$

iv. البعد $2a$ يسمى طول المحور القاطع وهو على إمتداد محور ox

v. $2b$ يسمى طول المحور المرافق ((التخيلي)) وهو على إمتداد محور oy

vi. إحداثيات البؤرتان $(\pm c, 0)$

vii. نقاط تقاطع أفرع القطع مع المحور القاطع (ox) تسميان الرأسان ولهما الإحداثيات $(\pm a, 0)$.

(2-4-2) المعادلات البارامترية للقطع الزائد :

$$x = a \cos h\theta$$

$$y = b \sin h\theta$$

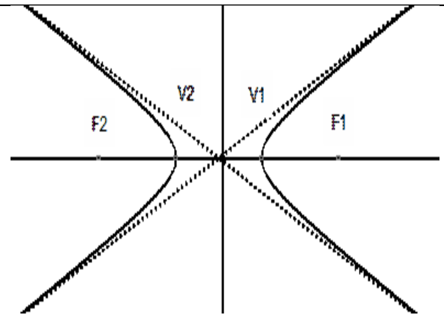
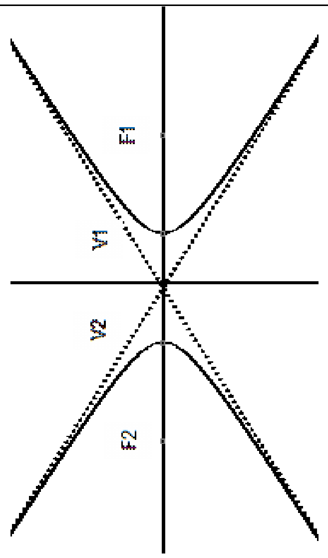
θ تمثل عدد حقيقي

$$x = a \sec \propto$$

$$y = b \tan \propto$$

$\propto$ تمثل عدد حقيقي

جدول يوضح القطوع الزائدة في الأوضاع القياسية مع معادلاتها وخواصها :

البؤرتان على محور x	البؤرتان على محور y
البؤرتان : $F_2(-c,0), F_1(c,0)$ الرأسان : $(-a,0),(a,0)$ المركز : $(0,0)$	البؤرتان : $F_2(0,-c), F_1(0,c)$ الرأسان : $(0,-a),(0,a)$ المركز : $(0,0)$
المعادلة : $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ حيث : $b^2=c^2-a^2$ ملاحظة : $c>a\,,c>b$	المعادلة : $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ حيث : $b^2=c^2-a^2$ ملاحظة : $c>a, c>b$
الخطوط التقاربية : $y=\pm\frac{b}{a}$	الخطوط التقاربية : $y=\pm\frac{a}{b}x$
	

جدول (2)

معادلة القطع الزائد بإنسحاب المحاور الذي محوره القاطع يوازي محور x مثلأ ومحوره المرافق يوازي محور y ومركزه (h, k) الذي رؤوسه $V(h \pm a, k)$ وبؤرتيه

$F(h \pm c, k)$.

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

الإختلاف المركزي :

المقدار $e = \frac{c}{a}$ يسمى الإختلاف المركزي ويستدل منه على نوع القطع إما مكافئا أو زائدا أو ناقصا فالقطع المكافئ يكون $e = 1$ اما الناقص يكون $0 < e < 1$ اما الزائد فيكون $e > 1$.

تطبيقات القطع الزائد :

i. رسم القطوع الزائدة وتقدير خطوط التقارب.
ii. تقدير سرعات الافلات للأجسام المنطلقة من كوكب أو من قمر أو من نجم ما .
iii. بعض العدسات والمرايا الخاصة كما في العدسة الثانوية للتلسكوب .
iv. تصنيع الساعة الشمسية أو المزولة .

الفصل الثالث

المجسمات

(1-3) سطوح الدرجة الثانية :

لدراسة شكل سطح الدرجة الثانية $f(x,y,z) = 0$

يجب أن نعرف مقاطع السطح بمستويات مختلفة ويكفي أخذ مستويات الإحداثيات والمستويات التي توازيها كمقاطع ومنحنى المقطع عبارة عن قطع مخروطي والمقاطع عبارة عن تشريح للسطح في إتجاهات مختلفة لمعرفة ما يحتويه السطح من أشكال هندسية .

مساقط تقاطع المستوى π مع السطح Ψ على المستويات الإحداثية :

- على المستوى : oxy

$$\{M(x,y): \emptyset(py + QZ + R, Z) = 0\}$$

تمثل نقاط مجموعة واقعة في oxy

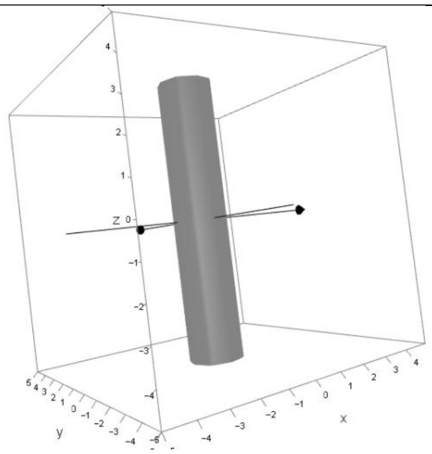
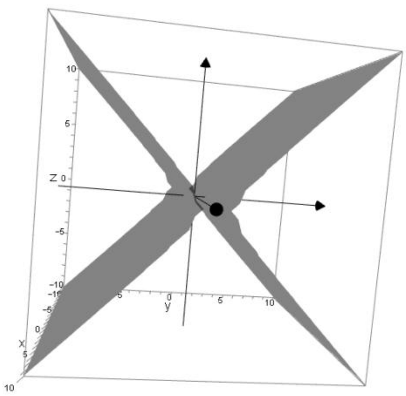
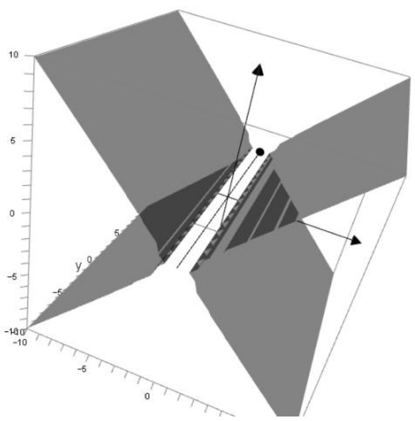
- على المستوى oyz:

$$\{M(x,z): \emptyset(py + Qz + R, Z) = 0\}$$

- على المستوى:oxz

$$\{M(x,y,z): \emptyset(x, Px + Qz + R, y, z) = 0\}$$

وقبل ان نتعرف على شكل السطح $\grave{H}_d$ سندرس مساقط السطح $\grave{H}_d$ على المستويات على الترتيب oxy, oyz , oxz :

المستوى	معادله المسقط	الناتج	الشكل
Xy	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	معادلة قطع ناقص	
Yz	$\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$	معادلة قطع زائد	
Xz	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$	معادلة قطع زائد	

جدول(3)

(2-3) مجسم القطع المكافئ:

هو سطح من الدرجة الثانية يشكل بيان المعادلة

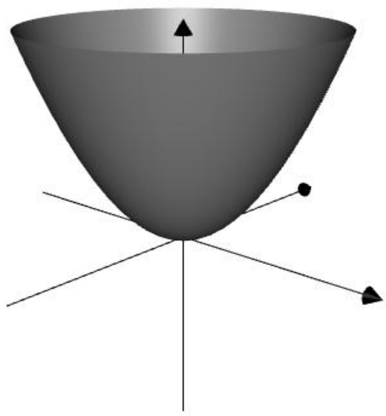
$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z \ldots\ldots..(1)$$

حيث $p > 0 , q > 0$ ويسمى كل منهما وسيطي المجسم.

إذا كان $p = q$ فإن المجسم يسمى مجسم القطع المكافئ الدوراني .

ويرمز لهذا المجسم بالرمز P_e :

$$P_e = \{M(x,y,z): \frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z\}$$



ويسمى مبدأ الإحداثيات برأس المجسم

(1-2-3) خواص المجسم :

i. متناظر بالنسبة للمستويين الاحداثيين oyz , ozx وللمحور oz ويقع بأكمله في الجزء العلوي من المستوى oxy .

ii. تقاطعه مع مستويات توازي oxy :

$\pi_1 : z = h$

بالتعويض عن $z = h$ في المعادلة (1) نحصل على :

$$P_e \cap \pi_1 = \frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2h$$

وناتج التقاطع يختلف تبعا لإشارة h :

الإشارة	ناتج التقاطع
$h > 0$	التقاطع في قطوع ناقصه
$h < 0$	لا يوجد تقاطع
$h = 0$	التقاطع في نقطة $(0,0,0)$ ويصبح المستوى مماساً للمجسم

iii. تقاطعه مع مستويات توازي : oyz

$$\pi_2 : x = e$$

بالتعويض عن $x = e$ في المعادلة (1) نحصل على :

$$p_e \cap \pi_2 = \frac{e^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$$

$$\to y^2 = 2qz - \frac{q}{p} e^2$$

وناتج التقاطع في قطوع مكافئة

iv. تقاطعه مع مستويات توازي oxz:

$$\pi_3 : y = m$$

بالتعويض عن $y = m$ في المعادلة (1) نحصل على :

$$p_e \cap \pi_3 : \frac{x^2}{p} + \frac{m^2}{q} = 2z$$

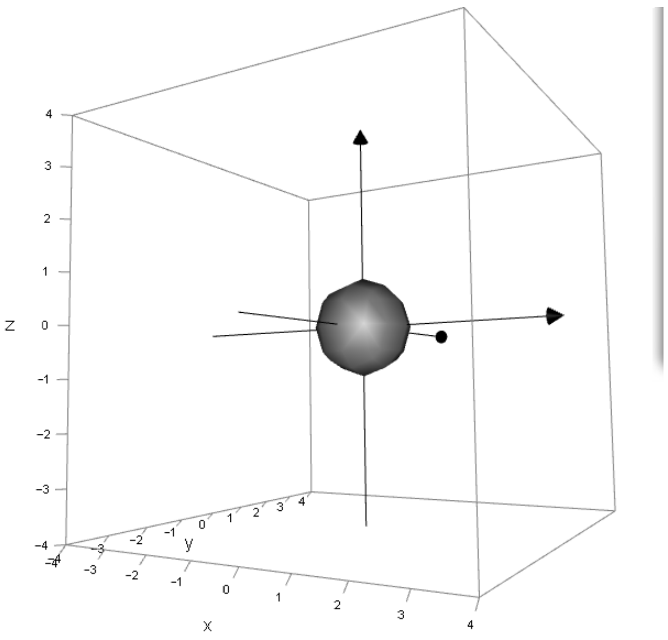
$$\rightarrow x^2 = 2pz - \frac{p}{q} m^2$$

أي أن ناتج التقاطع هو قطوع مكافئة.

(3-3) مجسم القطع الناقص :

يعرف مجسم القطع الناقص في الفراغ الثلاثي بأنه بيان المعادلة :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad \rightarrow (1)$$



حيث a, b, c ثلاث أعداد موجبة إثنان منها على الأقل مختلفان إذا كان $c = b = a$ فإن المعادلة تتحول إلى معادلة كرة مركزها(0,0,0) ونصف قطرها يساوي a وتسمى c, b, a أنصاف محاور مجسم القطع الناقص ويرمز له بالرمز E_d اي أن :

$$E_d = [M(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1]$$

(1-3-3) خواص المجسم :

i. متناظرة حول المستويات الإحداثية والمحاور الإحداثية ونقطة الأصل وذلك لأن x, y, z وتدخل في المعادله بقوى زوجيه فقط .

ii. مجسم القطع الناقص مجموعة محددة لأنه إذا كانت:

$$M(x, y, z) \in E_d$$

$$\rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$-b \leq y \leq b$$

$-c \leq z \leq c$

iii. تقاطعه مع مستويات توازي oxy :

ليكن لدينا المستوى π_1 بيان المعادلة $\pi_1 : z = h$ تقاطع المستوى π مع مجسم القطع الناقص يعطى بالمعادلة :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{h^2}{c^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{h^2}{c^2} \quad \rightarrow (2)$$

تدرس المعادلة (2) عند قيم h المختلفة :

i. اذا كان $\frac{h^2}{C^2} < 1 \quad \rightarrow \quad C^2 > h^2 \quad \rightarrow \quad 1 - \frac{h^2}{C^2} > 0$

إذن $-c < h < c$ وعليه فإن التقاطع عبارة عن القطع الناقص :

$$\frac{x^2}{a^2(1 - \frac{h^2}{c^2})} + \frac{y^2}{b^2(1 - \frac{h^2}{c^2})} = 1$$

حيث $\sqrt[2]{b^2(1 - \frac{h^2}{c^2})}$ ، $\sqrt[2]{a^2(1 - \frac{h^2}{c^2})}$ طولي محوريه .

ii. إذا كان

$$1 - \frac{h^2}{c^2} = 0 \rightarrow \frac{h^2}{c^2} = 1 \rightarrow c^2 = h^2$$

إذن $h = \pm c$ وعليه فإن التقاطع عبارة عن النقطتين $(0,0,c)$ ، $(0,0,-c)$

ويكون المستوى π_1 مماساً للمجسم .

iii. إذا كان $1-\frac{h^2}{c^2}<0 \to 1<\frac{h^2}{c^2} \to c^2<h^2$

إذن $-c<h<c$ في هذه الحالة لايوجد تقاطع ، أي أن:

$$\pi \cap E_d = \emptyset$$

(2-3-3)حالات تقاطع مجسم القطع الناقص :

المستوى القاطع	معادلة التقاطع	ناتج التقاطع
• موازي ل oxy ومعادلته $z=h$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1-\frac{h^2}{c^2}$	$-c<h<c$ قطوع ناقصة نقطة$h=\pm c$ $-c>h>c$ لا يوجد تقاطع
• موازي ل oyz ومعادلته$x=e$	$\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1-\frac{e^2}{a^2}$	$-a<e<a$ قطوع ناقصة نقطة $e=\pm a$ $-a>e>a$ لايوجد تقاطع
• موازي ل oxz	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1-\frac{m^2}{b^2}$	$-b<m<b$

ومعادلته $y = m$		قطوع ناقصة نقطة $m = \pm b$ $-b > m > b$ لايوجد تقاطع

جدول(4)

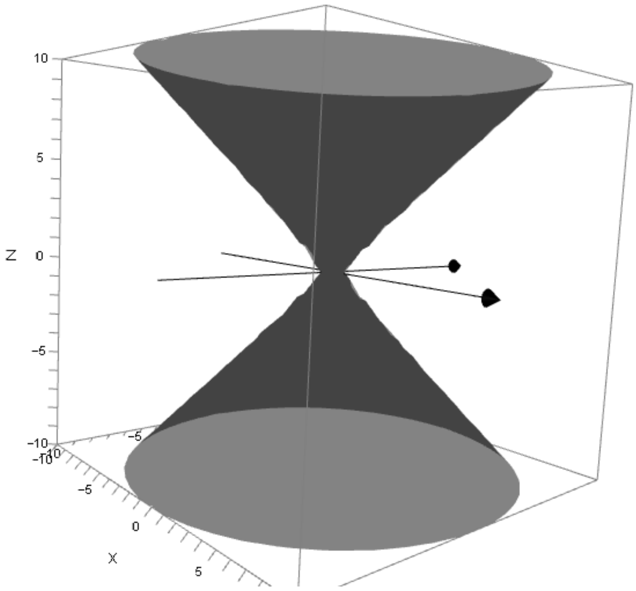
(4-3) مجسم القطع الزائد وحيد الفراغ:

هو سطح من الدرجة الثانية بيان المعادلة :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \ldots\ldots(1)$$

حيث a, b, c أعداد موجبة تسمى بأنصاف محاور المجسم يرمز لهذا المجسم بالرمز $\grave{H}_d$

$$\grave{H}_d : \left\{ M(x, y, z) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \right\}$$



(5-3) مجسم القطع الزائد ذو الفرعين:

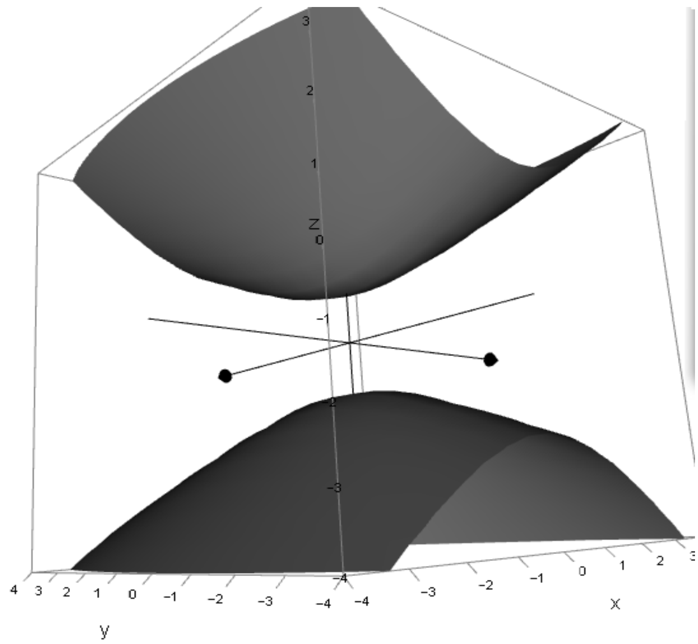
مجسم القطع الزائد ذو الفرعين هو سطح من الدرجة الثانية يشكل بيان المعادلة

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$$

حيث a, b, c أعداد موجبة .

يرمز لهذا المجسم بالرمز H_d^2:

$$H_d^2=\left\{M(x,y,z)=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1\right\}$$



(1-5-3) خواص المجسم :

i. متناظر بالنسبة لكل من المستويات الإحداثية والمحاور الإحداثية ونقطة الأصل.

ii. تقاطعه مع مستويات توازي oxy :

$$\pi_1: z = h$$

بالتعويض عن $z = h$ في المعادلة نحصل على :

$$H_d^2 \cap \pi_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{h^2}{c^2} - 1$$

a) إذا كان $\mathbf{|h|} < \mathbf{c}$ أو $\mathbf{h} = \mathbf{0}$ فإن التقاطع هو المجموعة الخالية $\boldsymbol{\phi}$

b) إذا كان $|h| = c$ فإن النقطة $A(0,0,c)$ وبالمثل المستوى $z = -c$ يمس المجسم في النقطة $B(0,0,-C)$.

c) إذا كان $|h| > C$ فإن التقاطع قطع ناقص نصف محوريه هما

$$a\sqrt{\frac{h^2}{c^2}-1} \quad و \quad b\sqrt{\frac{h^2}{c^2}-1}$$

iii. تقاطعه مع مستويات توازي oyz:

$$\pi_2 : x = e$$

بالتعويض عن $x = e$ المعادلة نحصل على :

$$H_d^2 \cap \pi_2 : \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 - \frac{e^2}{d^2}$$

وهي معادلة قطع زائد محورة القاطع هو محور oz.

iv. تقاطعه مع مستويات توازي oxz:

$$\pi_3 : y = m$$

بالتعويض عن $y = m$ في المعادلة نحصل على :

$$H_d^2 \cap \pi_3 : \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 - \frac{m^2}{b^2}$$

وهي معادلة قطع زائد محوره القاطع هو محوره oz .

(2-5-3) الحالات السابقة في الجدول التالي:

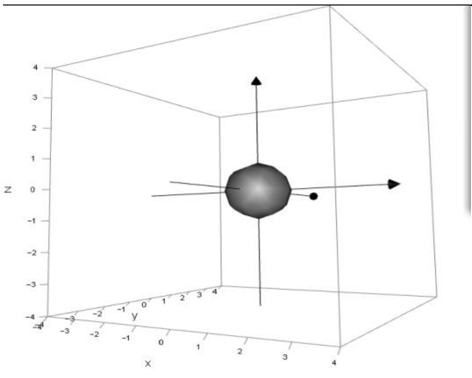
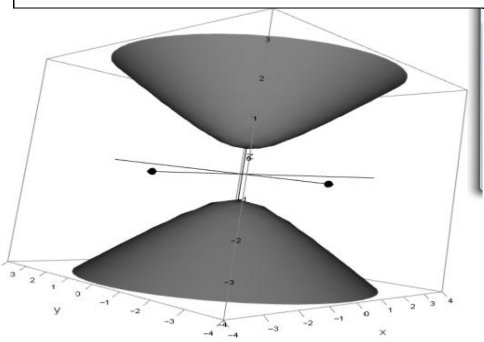
ناتج التقاطع	معادلة القطع	المستوى القاطع
$h = 0$ لا يوجد تقاطع $-c < h < c$ لا يوجد تقاطع $h = c$ نقطه $-c > h > c$ قطوع ناقصة	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{h^2}{c^2} - 1$	موازي ل oxy ومعادلته $z = h$
قطوع زائدة	$\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 - \frac{e^2}{a^2}$	موازي ل oyz ومعادلته $x = e$
قطوع زائدة	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 - \frac{m^2}{b^2}$	موازي ل oxz ومعادلته $y = m$

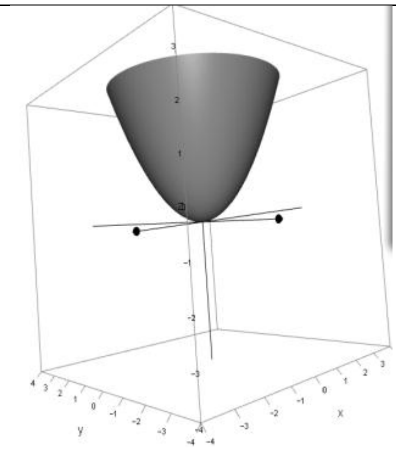
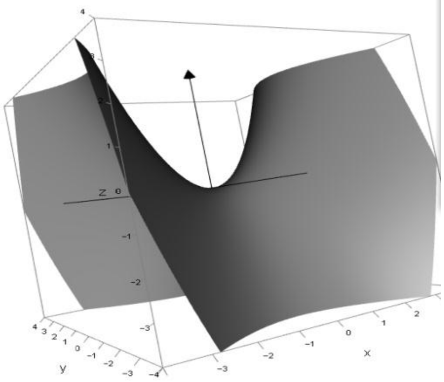
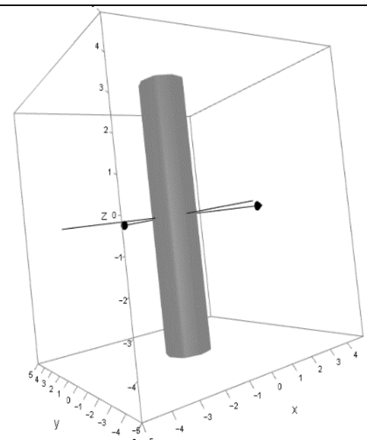
جدول(5)

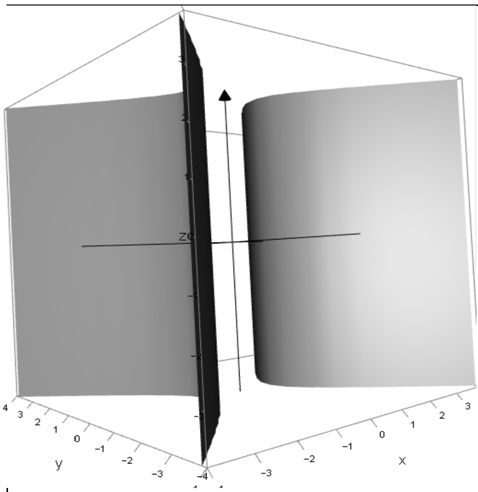
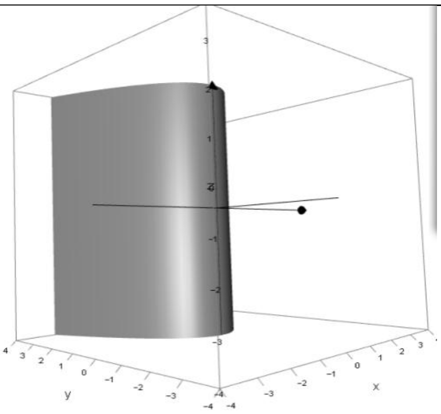
- يمكن أن يأتي القطع الزائد ذو الفرعين في أوضاع مختلفة في الفراغ الثلاثي البعد.

سطوح الدرجة الثانية تشمل انواع مختلفة والجدول التالي يوضح بعض هذه السطوح والمعادلات القانونية لها:

الشكل	المعادلة القانونية	السطح

مجسم قطع ناقص	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1=0$	
مجسم قطع ناقص تخيلي	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+=0$	تخيلي
مخروط تخيلي	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0$	تخيلي
مخروط حقيقي	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0$	تخيلي
مجسم القطع الزائد ذو فرعين	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}+1=0$	

مجسم قطع ناقص مكافئ	$\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}-2z=0$	
مجسم قطع زائد مكافئ	$\frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q}-2z=0$	
اسطوانة ناقصة	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	

اسطوانة زائديه	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	
اسطوانة مكافئة	$x^2-2py=0$	

الفصل الرابع

برنامج الأوتوغراف وتطبيقاته في القطوعات المخروطية

(1-4) الأوتوغراف(Autograph) :

برنامج الأوتوغراف من أفضل البرامج لتدريس الرياضيات يتميز البرنامج بالديناميكا في الرسم و العمل ، ويمكن إستخدامه في العديد من الدروس في مناهج الرياضيات المختلفة ، سواء الهندسة أو الجبر.

(2-4)أدوات العرض داخل الفصل الدراسي:

i. لوحة المفاتيح رياضية على الشاشة، تم تصميم أوتوغراف للعمل بكفاءة تامة مع السبورات الذكية أو التفاعلية والجداول الالكترونية.
ii. أداة القلم : أداة رائعة لعرض وزيادة توضيح المفاهيم الرياضية أثناء الشرح وهي أداة مدمجة داخل أوتوغراف، لذلك لا تختفي أثناء العمل كما يحدث مع أدوات الكتابة للسبورات الذكية او التفاعلية.
iii. أداة المسح : وضع العرض البطي – يعطي للمعلم تحكم كامل في الرسم
iv. **أدوات تحسين العرض والرؤية التي ينفرد بها أوتوغراف :**

a- نافذه ضبط الحركة : توفر لك إمكانية التحكم في حركة الأشكال الرياضية .
b- نافذه التحكم في الثوابت الديناميكية : توفر لك تحكم كامل في الثوابت التي تتضمنها المعادلات والأشكال الرياضية ومن خلالها يمكنك التحكم في مقدار تغير الثوابت – أفضل 50 مرة من شريط التمرير الثابت .
c- أوضاع للتكبير و التصغير يعطي لك تحكم كامل فيما تعرضه .

(3-4) أنواع الصفحات المستخدمة في الأوتوغراف:

- **النوع الأول :الصفحة الإحصائية**

جميع التحليلات الخاصة بالمتغير الواحد ، مع تنوع واسع في الأشكال والجداول .

- **النوع الثاني : الصفحة ثنائية الأبعاد**

الرسوم البيانية ((بما فيها رسوم المعادلات الضمنية))، الأشكال (التحويلات الهندسية بأنواعها) المتجهات ،المصفوفات ، المعادلات التفاضلية، المعادلات القطبية والبارامترية ،الحسابات الهندسية ((تتضمن الحجم)).

- **النوع الثالث : الصفحة ثلاثية الأبعاد**

رسم المجسمات ،السطوح ،الأشكال ذات الثلاث أبعاد.

(4-4) خواص برنامج الأوتوغراف:

(1) الربط مع Microsoft office :

إمكانية نسخ ولصق البيانات بسهولة من و إلى برامج Excel .

إمكانية لصق جداول القيم والصور من اوتوغراف إلى برنامج Word.

(2) الرسم البطئ :

خاصية الرسم البطئ التي ينفرد بها أوتوغراف هي أداة رئيسية للمساعدة في التعلم حيث تعطي الطلاب الفرصة لتخمين الحل وما سيحدث أثناء الرسم بدلاً من مجرد عرض الإجابة عليهم.

(3) أدوات الكتابة (القلم) والمسح :

أدوات رائعة عند إستخدامها مع وضع العرض البطئ ، فمثلاً يمكن للمعلم إيقاف الرسم مؤقتا ويطلب من الطلاب وضع علامة على مسار الخط الذى سوف يسلكه الخط بناءً على توقعاته وفهمه ،إلى أين سوف يقطع الرسم المحاور .أو الطلب من الطلاب رسم توقعاتهم لصورة شكل ما بالإنعكاس أو الدوران قبل أن يقوم البرنامج برسمه ،فالإمكانيات التي يوفرها أوتوغراف أثناء العمل ليس لها نهاية .

- **وضع السبورة الذكية:**

يؤثر وضع السبورة الذكية على العرض حيث يؤدي إلى تكبير سمك الخطوط وتكبير حجم النصوص ،ومن ثم يمكن رؤيتها من نهاية الفصل .

- **لوحة المفاتيح على الشاشة:**

توفر لوحة المفاتيح على الشاشة إمكانية إدخال المعادلات والنصوص عند العمل على السبورة الذكية أو التفاعلية دون الحاجة إلى لوحة المفاتيح الخاصة بجهاز الكمبيوتر كما تم تصميم هذه اللوحة بحيث يمكن إستخدامها مستقلة عن أوتوغراف ، ومن ثم يمكن إستخدامها مع برنامج البوربوينت مثلا أو برنامج الورد أو الإكسيل. بالإضافة إلى ذلك فأنها تحوي على العديد من الرموز الرياضية والمفاتيح الهامة اثناء العمل .

- **خط يونيكود Aril For Autograph**

هنالك العديد من الرموز الرياضية العربية غير الموجودة في الخطوط العادية لذلك قمنا بإضافه هذه الرموز العربية غير التقليدية إلي الخط الخاص بــ أوتوغراف حتي يمكن إستخدام الرموز العربية وعند إستخدامه من خلال لوحه المفاتيح على الشاشة فإن ذلك يعني كتابه الرموز العربية بسهوله ودون الحاجه إلى خطوط

مصممه وليست خطوط يونيكود هذه بالطبع ميزة رائعة في أوتوغراف ،حيث أنه يعني يمكن للزملاء تبادل كتاباتهم التي تحتوي على رموز رياضيه دون الخوف من عدم ظهورها عند نقلها لجهاز كمبيوتر آخر.

(4) السهولة في الإستخدام :

يستخدم أوتوغراف وبخلاف معظم البرامج التعليمية، الواجهة القياسية للنوافذ التي يعتادها المعلمون والطلاب ،ومن ثم من السهل عليهم التعامل مع أوتوغراف والتعلم من خلاله .

(5) السرعة :

من السهل جداً تصميم الأنشطة الرياضية بسرعة داخل أوتوغراف دون الحاجه إلي إعداد مسبق للأنشطة قبل الحصص ،حيث يمكنك العمل داخل البرنامج مباشرة ،مما يوفر وقت المعلمين ، بالإضافة إلي رؤية الطلاب لخطوات إنشاء الأنشطه داخل الحصه مما يزيد من تعلمهم .

(6) الرياضيات العربية:

أوتوغراف هو أول برنامج يوفر دعم كامل لرموز الرياضيات العربية، ويمكن إدخال:

- المعادلات ثنائية وثلاثية الأبعاد.
- الخطوط المستقيمة .
- المتباينات .
- المعادلات الضمنية العامة .
- المعادلات البارامترية .
- المعادلات المجزئة .

- المعادلات التفاضلية من الدرجة الأولى والدرجة الثانية .

- تعريفات الدوال .

- الرسوم البيانية المرتبطة مثل: دالة الميل((المشتقة الأولى للدالة)) .

- الدالة التكاملية .

- إنعكاس المتغيرات $x = y$.

(7) مربعات النص الديناميكية ((المتغيرة)):

يمكنك عرض معلومات عن الأشكال المعروضة في مربعات النص الديناميكي التي تتغير قيمتها عند تحريك الشكل او حدوث أي تغير فيها ويمكنك حتى عرض قيم الثوابت في المعادلة .

(8) العمل مع الصور:

فمثلاً يمكن إدراج صورة كبري ، ثم ضبط منحنى مع الكبري لتوضيح أن الكبري يمثل قطع مكافئ ((دالة تربيعية)).فمثل هذه الأمثلة الحياتية تقرب الرياضيات من الحياة عند الطلاب .

(9) تغطية المنـهج:

يغطي أوتوغراف نطاق واسع من مناهج الرياضيات منها :

الإحصاء و الإحتمالات :

المدرجات التكرارية ، مخطط الصندوق والشوارب ، مخططات كثافة التكرار (من أي قياس يمكن إجرائه) ، توليد البيانات العشوائية ،مخطط الساق والأوراق ، نظرية النهاية المركزية ، سلاسل الزمن ، متوسط الحركة.....الخ

الرسوم البيانية ثنائية و ثلاثية الأبعاد:

المتجهات ، التحويلات الهندسية بالمصفوفات ، المعادلات القطبية والبارمترية ، الحسابات ،حساب المثلثات ،الهندسة، قياس الزوايا، المعادلات التفاضلية ،دوال التقريب......الخ

(5-4) نوافذ برنـامج الأوتوغراف:

- **نافذة ضبط الثوابت :**

يمكن إدخال المعادلات التي تتضمن ثوابت ،ويمكن تغيير هذه الثوابت بإستخدام نافذة ضبط الثوابت مما يعطي للطلاب فهم أعمق لمعنى الثابت في المعادلة ،وتأثير تغييره على شكل الرسم ،فمثلا يمكن رسم المعادلة $s = a + \sin(bx + c)$

ثم تغيير قيم a, b, c لرؤية تأثير تغيرهم على شكل الرسم البياني بالمقارنة عند العمل على السبورات التقليدية ،يحتاج المعلمون إلى رسم الكثير من الأمثلة كمساعدة التلاميذ على فهم معنى هذه الحدود ، الأن فقط مثال واحد يمكنك رسمه بالتأكيد سيكون كذلك أكثر فاعلية وأكثر دقة وأكثر مرونة .

- **نافذة ضبط الحركة:**

تشبه نافذة ضبط الحركة نافذة ضبط الثوابت ،حيث تتيح لك تحريك الشكل بمقادير محددة:

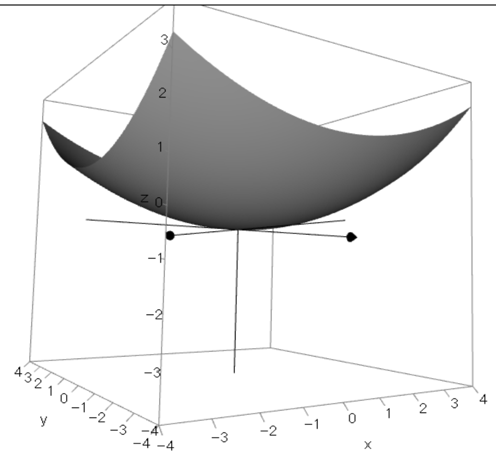
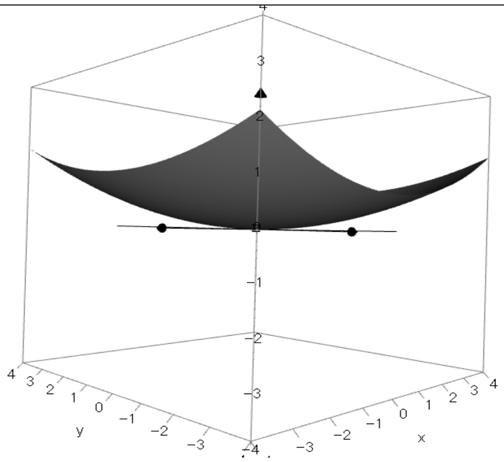
a- في صفحات الإحصاء يمكنك تحريك البارمترات ،في التوزيع الإحتمالي ذي الحدين أو تغير طول المجموعة في مجموعات البيانات المبوبة ((مجموعات البيانات)).

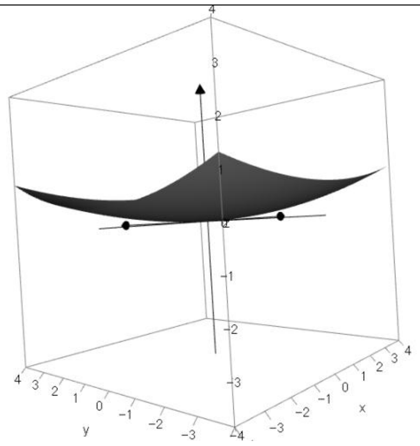
b- في الصفحات ثنائية الأبعاد، يمكنك تحريك الشكل بناءاً على معامل التكبير في التحويلات الهندسية ،أو بناءاً على قياس زاوية الدوران ،أو بناءاً على تغيير قيمة الإحداثي السيني لنقطة في منحنى الدالة $Y = f(x)$، أو بناءاً على تغير قيمة الإحداثي t لنقطة في منحنى دالة بارمترية .

توفر رؤية ما يحدث عند تحريك الأشكال من نافذة ضبط التحريك فهم بصري كامل للمفاهيم الرياضية عند الطلاب ،وتساعدهم على تنمية فهمهم الحدسي للرياضيات .

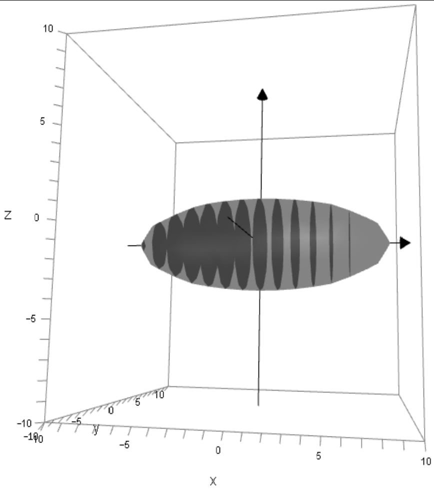
(4- 6) التطبيقــــــــــــات:

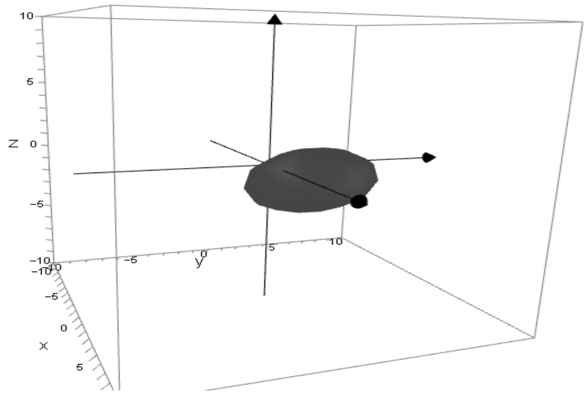
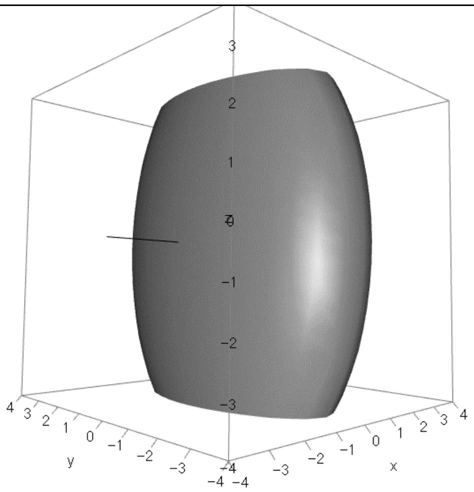
بعض الأمثلة لسطح المجسم المكافئ: جدول (6)

المعادلة	الشكل
$4x^2 + 6y^2 = 48z$ $\rightarrow \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 2z$ هذا مجسم قطع مكافئ مركزه نقطة الأصل ومحوره موازي لمحور ox	
$9x^2 + 6y^2 = 108z$ $\rightarrow \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{9} = 2z$ هذا مجسم قطع مكافئ مركزه نقطة الأصل ومحوره موازي لمحور oy	

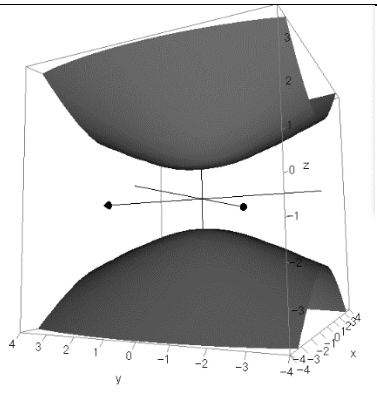
	$9x^2 + 16y^2 = 288z \rightarrow$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 2z$

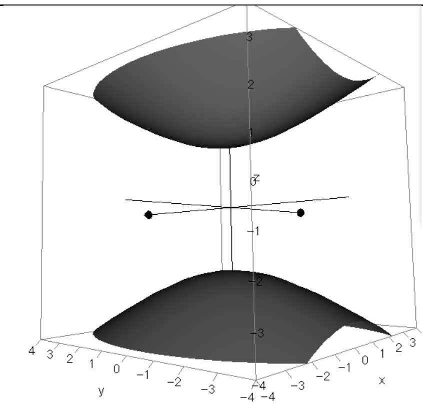
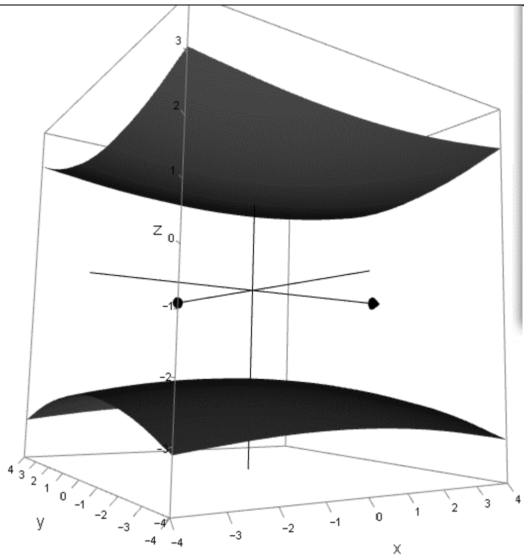
بعض الأمثلة لسطح المجسم الناقص: جدول (7)

المعادلة	الشكل
$x^2 + 9y^2 + 9z^2 = 81$ $\rightarrow \frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{9} = 1$ هذا مجسم قطع ناقص مركزه نقطة الاصل ومحوره الاكبر .ox	

$\frac{(x-1)^2}{2}+\frac{(y-2)^2}{16}+\frac{(z+1)^2}{16}=1$ هذا مجسم قطع ناقص مركزه النقطة $(1,2,-1)$ ومحوره يوازي oy	
$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{36}=1$ هذا مجسم قطع ناقص مركزه نقطة الأصل يوازي محور oz	

بعض الأمثلة لسطح المجسم الزائد: جدول(8)

المعادلة القانونية	الشكل
a) $x^2+\frac{y^2}{4}-z^2=-1$ وهي معادلة قطع زائد ذو فرعين محورة oz ورأساه هما $(0,0,1)(0,0,-1)$,	

	$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{4}=-1$ (b وهي معادلة قطع زائد ذو فرعين محوره oz ورأساه هما $(0,0,-2)(0,0,2)$
	$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}-\frac{z^2}{4}=-1$ (c وهي معادلة قطع زائد ذو فرعين محوره ox ورأساه هما $(0,-4,-2)$, $(0,4,2)$ ،

الفصل الخامس

النتائج والتوصيات

(1-5) النتائج:

i. هناك أهمية للقطوعات المخروطية في الحياة العامة .
ii. من خلال دراسة برنامج الأوتوغراف نجد انه يوفر إمكانية التحكم في حركة الاشكال الهندسية.
iii. برنامج الأوتوغراف يعمل بكفاءة تامة مع السبورات الذكية .
iv. يساعد برنامج الأوتوغراف في تحويل المعادلات الرياضية إلى أشكال هندسية .
v. برنامج الأوتوغراف اسهل إستخداماً من اي برنامج رياضي اخر لأنه تم تصميمه من قبل مدرسي الرياضيات .

(2-5) التوصيات :

i. إستخدام برنامج الأوتوغراف في المدارس والجامعات لأنه أسهل في الإستخدام من أي برنامج رياضي أخر .

ii. دراسة القطوعات المخروطية بصورة موسعة كمادة قائمة بذاتها .

iii. إتباع الطرق الحديثة في التدريس كإستخدام الحاسوب في دراسة القطوعات المخروطية مما يساهم في زيادة فهم الطالب للمادة بصورة أسرع .

iv. دراسة تطبيقات القطوعات المخروطية في الحياة العامة .

(3-5) المراجع :

- التفاضل والتكامل والمتتاليات والسلاسل - الجزء الأول - أحمد حمزة الشيخة جامعة سبها -الطبعة الاولى - الادارة العامة للمكتبات والنشر .
- المساعد في الهندسة التحليلية مستوية ومجسمة - أروى محمد الشيباني و سارة محمد العريفي - مكتبة المتنبي - 1425هـ - المملكة العربية السعودية.
- الهندسة التحليلية في المستوى - انصار السلمي - دار طيبة للنشر والتوزيع - القاهرة.
- مبادئ التفاضل والتكامل (ملخصات شوم) - فريد سفير - الطبعة الأولى - 2004م - الدار الدولية للاستثمارات الثقافية - القاهرة.
- الهندسة التحليلية للسنوات الأولى الجامعية - محمد عبد العاطي معاطي - الطبعة الثانية -2006م - مكتبة الرشد - المملكة العربية السعودية .
- الهندسة التحليلية في الفراغ - نصار السلمي - دار طيبة للنشر والتوزيع والتجهيزات العلمية - 2003م.
- مواقع أوتوغراف على الأنترنت www.autograph.math.com.