المبحث الأول

مفهوم نماذج فترات الإبطاء

المطلب الأول :- مدخل عن نماذج فترات الإبطاء

أولا : تعريف نماذج فترات الإبطاء

معظم نماذج الانحدار الخاصة بالسلاسل الزمنية تفترض ان أثر المتغير المستقل مباشر وفوري على المتغير التابع . بعبارة أخرى هناك عدم اعتبار لأثر الفترة السابقة . واقع الحال يشير الى ان أثر الفترة السابقة قد يعتمد على أكثر من فترة زمنية واحدة . فى الاقتصاد تطابق زمن الحدث أو الظاهرة مع زمن سببه [1] .

تشمل نماذج الانحدار التى تعتمد على السلاسل الزمنية أحيانا" متغيرات متباطئة ضمن طائفة المتغيرات المستقلة . فى تلك الحالة فإن استجابة المتغير التابع للمتغيرات المستقلة تتباطأ عبر الزمن . وتعرف تلك النماذج بنماذج المتغيرات المتباطئة . تثير هذه النماذج بعض مشاكل التقدير التى لابد من التصدي لها بغرض ضمان الحصول على مقدرات تملك الخصال (الخواص) المطلوبة [2].

يلاحظ استخدام الاقتصاديون لنماذج فترات الإبطاء فى الوقت الحاضر بأن قيم المتغير التابع تتأثر بعنصر الزمن عبر القيم الحالية والسابقة للمتغيرات المستقلة . عرفت نماذج فترات الإبطاء بأنها النماذج المتضمنة لقيم مبطأة زمنيا" للمتغيرات المستقلة أو المتغيرات التابعة ضمن مجموعة المتغيرات المستقلة [3] .

ثانيا : خلفية تاريخية عن نماذج فترات الإبطاء

تطور العمل التجريبي فى نماذج فترات الإبطاء منذ عام 1960م ذلك بعد مساهمات كويك (Koych) والمون (Almon) . ورغم بحث موث (Muth) السابق عن التوقعات المنطقية فقد

---

[1] هويدا ادم الميع ،محاضرة عن " نماذج اثر الفترات السابقة أو نماذج الانحدار الزمني" ، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا ، الخرطوم ، 2007م .

[2] عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مطابع جامعة الملك سعود ، الرياض ، 1996م ، ط1 ، ص251 .

[3] Koutsayiannis ;Theory of Econometrics ,2nd Edition , Macmillan , 1977 , pp294 .

ظهر اعتقاد بأن النظرية الاقتصادية الحديثة امتدت لتشمل النماذج الزمنية الأمر الذى يؤدى لوضع قيود على توزيع النماذج المبطأة . معظم الأبحاث الحالية عن تحليل السلاسل الزمنية الحديثة التى تشمل التوقعات المنطقية . نماذج أثر الإبطاء الموزع لديها جذور تمتد الى كتابات هيرمان وولد (Herman Wold) . ولد هيرمان فى اسكين (Skien) بالنرويج . نال درجة الدكتوراه من جامعة استوكهولم عام 1938م . تتضمن إسهامات بروفسير هيرمان نواحي عملية ونظرية فى تحليل الطلب ونظرية تقدير المعادلات الآنية خصوصا" الأنظمة المتكررة وتحليل السلاسل الزمنية الاحتمالية . رسالة هيرمان للدكتوراه نشرت بعنوان دراسة فى تحليل السلاسل الزمنية المستقرة . وقد وضعت الأساس لسلاسل الزمن المستقرة الممثلة كمتوسطات متحركة ونماذج انحدار ذاتي أو تشكيلات منهما . مازالت هذه الرسالة واسعة الانتشار [1] .

قسمت السلاسل الزمنية الى نوعين [2] :-

1- السلاسل الزمنية المستقرة : تتصف بثبات التباين والقيمة المتوسطة المتوقعة لحد الخطأ مساوية للصفر .
2- السلاسل الزمنية غير المستقرة : تتصف باختلاف التباين . القيمة المتوسطة لحد الخطأ لا تساوى صفر . لم تتوفر بعد الدراسات الكافية للتعامل مع هذا النوع من السلاسل .

ثالثا : دوافع اعتبار الفترة السابقة

مما يقتضى إيضاحه الدافع وراء تمثيل الفترة السابقة فى النموذج . ما هي عوامل بطء استجابة المتغير التابع فى الفترات السابقة والعوامل الأخرى ؟ العوامل يمكن تلخيصها فى الاتى[3] :-

1- عوامل نفسية : ترتبط بقوة أثر العادات لدى الأفراد أو وحدات القرارات الاقتصادية الأخرى. الفرد مثلا" لا يستجيب بصورة فورية لسلوكه الاستهلاكي للتغيرات فى الأسعار أو الدخل ما لم يتأكد إن هذه التغيرات دائمة . تغير سلوك الفرد الاستهلاكي يتم فى العادة بصورة تدريجية وعبر فترة قد تطول .
2- عوامل تقنية : تكون سببا" أساسيا" لبطء الاستجابة فى قطاع الاستثمار . عند حدوث تغيرات

---

(1) ace , J. Lew Silvar , Addison Wesley, Econometrics , Newyork 1988 , pp325

(2) .Dudley Wallace , J.Lew silvar , pp325 .

(3) Damodar Gujarati ; Basic Econometric , 2nd Edition , Mcgraw Hill , 1982 , pp258 .

* بروفسير هيرمان عضو فى الأكاديمية الملكية السويدية للعلوم ، هو رئيس جمعية الاقتصاد القياسي عام 1966م وأيضا" عضو فى لجنة جائزة نوبل لاقتصاد منذ عام 1968-1980م .

فى الأسعار النسبية لعوامل الإنتاج (كلفة رأس المال و الأجور) . من غير المتوقع أن يقوم قطاع الاستثمار بإحلال أحد العوامل محل الآخر بصورة فورية .

3- أسباب فنية : تعوق استجابة المتغير التابع للمتغيرات المستقلة.فعلى سبيل المثال كثيرا" ما تتباطأ استجابة رأس المال لتغيرات الإنتاج ذلك لأسباب فنية بحتة منها طلب رأس المال وتركيبه ثم الشروع فى عملية الإنتاج بما يستغرق بعضا" من الوقت [1] .

4- أسباب مؤسسية وقانونية : لوجود التخلف الزمني يرجع الى السبب المؤسسي والتشريعي الحكومي الذى يساهم فى إحداث التخلف الزمني مثال ذلك :- قد تحول التشريعات الحكومية المنتج من استخدام العمل الى استخدام عنصر أخر وبهذا فإنها تؤثر فى استخدام القرار[2]. اللوائح والقوانين مثل الالتزامات التى تنتج من التعاقدات طويلة الأجل التى تمنع الاستجابة الفورية للمتغيرات فى علاقة الإنتاج .

المطلب الثاني :- أمثلة ومعايير نماذج فترات الإبطاء

أولا" : أمثلة لنماذج فترات الإبطاء

العلاقات الاقتصادية بها الكثير من الدالات يعتمد فيها المتغير التابع على قيم سابقة للمتغيرات المستقلة . من هذه الدالات :-

1- **دالة الاستهلاك :** لتقدير دالة الاستهلاك الحالية يلاحظ عموما" إن الشخص لا يغير من عاداته الاستهلاكية بصورة سريعة أو فورية إنما يقتضى الآمر أن يمر وقتا" طويلا" نسبيا" قبل أن تتغير هذه العادات . غالبا" ما يتم بصورة تدريجية [3] . نفترض أن مستوى الاستهلاك الجاري يعتمد على المستويات السابقة للاستهلاك والدخل الجاري والمستويات السابقة له وعوامل أخرى [4] . علية تأخذ دالة الاستهلاك الصيغة الآتية:

$$C_t = F\,[\, c_{t-1}\,,\, c_{t-2}\,,\, \dots\,,\, Y_t\,,\, Y_{t-1}\,,\, Y_{t-2}\,,\, \dots\,,\, \chi_{1t}\,,\, \chi_{2t}\,] \ldots\ldots(1)$$

حيث أن :

---

(1) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص253 .

(2) مجيد على حسين . د.عفاف عبد الجبار سعيد ، الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق ، دار وائل للطباعة والنشر ، عمان ، ط1 ، 1998م ، ص353 .

(3) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، الدار الجامعية للطبع والنشر والتوزيع ، القاهرة ، ط2 ، 2000م ، ص462 .

(4) Koytsayiannis , EPID, pp294 .

$C_t =$ الاستهلاك الجاري

$C_{t-1} =$ الاستهلاك فى الفترة السابقة

$C_{t-2} =$ الاستهلاك فى الفترة قبل السابقة

$Y_t =$ الدخل الجاري

$Y_{t-1} =$ الدخل فى الفترة السابقة

$Y_{t-2} =$ الدخل فى الفترة قبل السابقة

$\chi_{1t}, \chi_{2t} =$ عوامل أخرى

2- خلق الودائع : إذا افترضنا إن البنك المركزي قام بشراء سندات حكومية من الجمهور بما قيمته 1200 مليون جنية وأن الجمهور قام بإيداع 1000 مليون جنية منها ودائع أولية بالبنوك التجارية . فأما حجم الودائع الكلية التى يمكن للبنوك التجارية أن تولدها باستخدام وديعة أولية مقدارها 1000 مليون جنية . بافتراض إن نسبة الاحتياطي النقدي هي 0.2 . بالطبع لم تتم عملية الودائع المشتقة فى يوم وليلة إنما سوف تستغرق فترة طويلة من الزمن[1]. يمكن التعبير عن عملية خلق الودائع باستخدام الصيغة التالية [1]:

$$y_{\tau} = \alpha + \beta_1 \chi_{\tau} + \beta_2 \chi_{\tau-1} + \dots + \mu_{\tau} \text{......(2)}$$

حيث أن :

$Y_t =$ الحجم الكلى للودائع (أصلية ومشتقة)

$\chi_t =$ الودائع الأصلية

$u_t =$ حد الخطأ (المتغير العشوائي)

3- **نموذج التضخم :** يلاحظ أن زيادة كمية النقود لا تؤدى لارتفاع المستوى العام للأسعار بصورة مباشرة . إنما تمارس تأثيرها خلال فترة زمنية طويلة نسبيا" . يتم التعبير عن نموذج التضخم بالصيغة التالية [2] :

حيث أن :

$$P_t = F\,[\,M_t, M_{t-1}, M_{t-2}, W_t \text{........}]\text{........(3)}$$

$P_t =$ الرقم القياسي للأسعار

$M_t =$ كمية النقود

[1] [2] عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص ص464-469.

M_{t-1} = كمية النقود فى فترة سابقة

M_{t-2} = كمية النقود في فترة قبل السابقة

W_t= الرقم القياسي للأجور

4- دالـة الاسـتثمار : يعتمـد الاسـتثمار علـى مسـتوى الإنتـاج السـابق وتوقعـات الأربـاح المقبلـة بالإضـافة الـى رصـيد رأس المـال ومعدل سـعر الفائـدة وعوامل أخـرى[1] . يـتم التعبيـر عن دالـة الاستثمار بـالصيغة التالية :

$$I_t = F [\chi_t , \chi_{t-1} , \chi_{t-2} ,\dots , \pi_t , K_{t-1} , r_{t-1}] \dots\dots\dots(4)$$

حيث أن :

I_t = الاستثمار الحالي

χ_t = مستوى الإنتاج

k = رأس المال

π= الإرباح

r= معدل سعر الفائدة

ثانيا" : معايير نماذج فترات الإبطاء

قسمت نماذج الفترات السابقة وفقا" لمعيارين أولهما هو المتغير التفسيري ذو الفجوة وثانيهما طـول الفجـوة الزمنيـة . تنقسـم نمـاذج ذات الفجـوة الزمنيـة لنـوعين وفقـا" لمعيـار المتغيـر التفسيري ذو الفجوة [2] :-

1- نماذج ذات الفجوة الموزعة

تسمى بنماذج المتغير المستقل المتباطئ وتسمى أحيانا" بنمـاذج المتباطئـات الموزعـة . تعتمـد القيم الحاضـرة للمتغيـر التـابع علـى المجمـوع المـرجح للقيم الحاضـرة والماضـية للمتغيـر المسـتقل ، بالإضــافة الـى حـد الخطـأ العشـوائي . تنقسـم نمـاذج ذات الفجـوة الموزعـة وفقـا" للمعيار الثاني طول الفجوة الزمنية الى نوعين :

أ/ المتباطئات الموزعة اللانهائية

تتخذ نماذج المتباطئات الموزعة اللانهائية الشكل التالي :

$$y_\tau = \alpha + \beta_\circ \chi_\tau + \beta_1 \chi_{\tau-1} + \beta_2 \chi_{\tau-2} + \dots + \mu_\tau \dots\dots\dots(5)$$

---

(1) Koutsayiannis , EPID, pp295 .

(2) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ،ص 460.

$$y_{\tau} = \alpha + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \chi_{\tau-i} + \mu_{\tau} .....(6)$$

صورتها الأصلية السابقة فإن نماذج المتغيرات المتباطئة اللانهائية لا يمكن تقدير معالمها نظرا" لآن عدد المتغيرات اللانهائي يفوق اى حجم محتمل للعينة ، أي أن K<n مما يناقض الشرط اللازم للقياس الذى يتطلب أن يفوق حجم العينة عدد المتغيرات المضمنة فى النموذج[1]. لمعالجة هذا الوضع نستخدم تحويلات معينة تستند على فروض نظرية . ثم نستعمل النماذج المحولة عوضا" عن النماذج الأصلية فى مراحل التقدير والتحليل .

ب/ المتباطئات الموزعة المحددة

تتضمن نماذج المتباطئات الموزعة المحددة عددا" محدودا" من المتغيرات المستقلة فى شكلها الحالي والمتباطئ . بالتالي فإنها تأخذ الصورة التالية بعد إضافة حد الخطأ [2] :

$$y_{\tau} = \alpha + \beta_{\circ} \chi_{\tau} + \beta_1 \chi_{\tau-1} + \beta_2 \chi_{\tau-2} + \dots + \beta_{\kappa} \chi_{\tau-\kappa} + \mu_{\tau} .....(7)$$

$$= \alpha + \sum_{i=0}^{\kappa} \beta_i \chi_{\tau-i} + \mu_{\tau} ......(8)$$

ويعتبر هذا نموذجا" للمتغيرات المتباطئة الموزعة من الدرجة K . يمكن قياس النموذج السابق وتقدير معالمه شريطة أن يفوق حجم العينة (n) عدد المتغيرات المضمنة فى النموذج (K+2) الا إننا نتوقع ظهور مشكلة الارتباط الخطى المتعدد بين المتغيرات المستقلة ($\chi_t, \chi_{t-1}, \dots, \chi_{t-k}$) هذا ينعكس على دقة التقدير والاختبار .

2- نماذج الانحدار الذاتي

تسمى بنماذج المتغير التابع المتباطئ حيث يستخدم المتغير التابع بصورته المتباطئة ضمن المتغيرات المستقلة على الجانب الأيمن من نموذج الانحدار ليتخذ النموذج الشكل التالي[3] :

$$y_{\tau} = \beta_1 + \beta_2 \chi_{\tau} + \beta_3 \gamma_{\tau-1} + \mu_{\tau} .....(9)$$

(1) (2) (3) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص ص251 - 253.

المبحث الثاني

تقدير نماذج فترات الإبطاء

المطلب الأول :- طرق تقدير نماذج فترات الإبطاء

الشكل العام لنماذج الانحدار يكون المتغير التابع معتمدا" فقط أو دالة فى القيم الحالية للمتغيرات المستقلة . لكن الصيغ العامة لنماذج فترات الإبطاء نجد أن المتغير التابع يعتمد على مجموعة من المتغيرات ناتجة عن إبطاء المتغير المستقل أو على المتغير التابع . يترتب على استخدام فترات الإبطاء نقص عدد المشاهدات التى تعتمد عليها مساويا" لعدد سنوات الإبطاء . إذا كان عدد سنوات الإبطاء (k) فإننا نفقد (k) من المشاهدات كذلك يزداد عدد المعاملات مما يؤثر على درجات الاختبار لأنها تنقص بعدد المعاملات المراد تقديرها . يؤدى ذلك الى صعوبة فى القياس إذا كان حجم العينة صغيرا" .

تهدف دراسة طرق تقدير نماذج فترات الإبطاء للتوصل لطرق تقدير تتوفر فيها الشروط الآتية[1] :-

1- توفير عدد المشاهدات التى تعتمد عليها فى القياس بحيث يكون نقصها اقل ما يمكن .
2- الاقتصار على عدد اقل من المعاملات بغرض توفير درجات اختبار مناسبة لإجراء الاختبارات الإحصائية .
3- الاحتفاظ بالخصائص اللازمة للتقدير الجيد . التقدير الجيد يتطلب وجود خاصيتين الأولى عدم التحيز أو خاصية التوافق فى العينات الكبيرة . الثانية اقل تباين ممكن .

يمكن أن نفرق بين نوعين من طرق التقدير :-

1- طرق تقدير أثر الإبطاء الموزع : بموجب هذه الطرق نتعامل مع نماذج ذات فترات إبطاء محدودة .
2- طرق تقدير نماذج الانحدار الذاتي : بموجب هذه الطرق نتعامل مع نماذج فترات إبطاء غير المحدودة . النماذج الغير محدودة لا يمكن تقديرها فى صورتها الأصلية لذلك يتم تحويلها الى نماذج قابلة للتقدير .

---

(1) المرجع السابق ، ص255-256.

طرق تقدير أثر الإبطاء الموزع:-

إذا كـان النمـوذج قيمـا" للمتغيـرات المسـتقلة سـابقة عـددها (k) نسـتطيع أن نضـع الفرضـيات الاعتيادية حول حد الخطأ (u) وتتمثل :

$$E(\mu_i, \mu_j) = 0$$

$$E(\mu_i, \chi_j) = 0$$

$$\mu \sim N(0, \sigma_\mu^2)$$

$$for\, i \neq j \quad i = 1,2,..., k$$

ثم ننتقل الى تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية (ols) لتقدير النموذج العام :

$$y_\tau = \alpha + \beta_\circ \chi_\tau + \beta_1 \chi_{\tau-1} + ... + \beta_\kappa \chi_{\tau-\kappa} + \mu_\tau \,.....(10)$$

نواجه عند تطبيق طريقة المربعات الصغرى العاديـة بعدم وجـود معيـار موضـوعي لتحديد عدد الفترات التى يمتد خلالها تأثير المتغير الخارجي . للتقلب على الشكل السـابق تـم اقتـراح عدد من الطرق تتمثل فى الآتي :-

أولا " : طريقة ألت وتنبركن (Alt & Tinbergan Method)

اقتـرح كـل مـن ألـت (Alt) وتنبـركن (Tinbergen)[1]. طريقـة نسـتخدم بهـا طريقـة المربعـات الصـغرى العاديـة لتقدير عـدد مـن الصـيغ تختلـف كـل صـيغة عن الصـيغ الأخـرى فـى عدد مـن الفترات . الصيغة الأولى نجرى انحدار Y_t على χ_t أما الصيغة الثانية نجرى انحدار Y_t علـى χ_t , χ_{t-1} . فى كل مرة نضيف متغير مستقل على النحو التالي :

$$y_\tau = \alpha + \beta_\circ \chi_\tau + \mu_\tau \,....(11)$$

$$y_\tau = \alpha + \beta_\circ \chi_\tau + \beta_1 \chi_{\tau-1} + \mu_\tau \,.....(12)$$

$$y_\tau = \alpha + \beta_\circ \chi_\tau + \beta_1 \chi_{\tau-1} + \beta_2 \chi_{\tau-2} + \mu_\tau \,.....(13)$$

نسـتمر بإضـافة متغيـرات ذات فتـرة إبطـاء جديـدة علـى أن نتوقـف عـن الإضـافة عنـدما يصـبح المعامل المقدر غير معتمد إحصائيا" . عندما تتغير إشارته من الموجب الى السالب أو العكس[2]. طريقة ألت وتنبـركن تشبه الـى حد مـا طريقـة (Stepwise) المستخدمة فـى الكشـف عن مشـكلة الارتباط الخطى المتعدد التى تعتمد فى التعامل مع النموذج على مراحل بإضافة أو إسقاط متغير.

---

[1] بعض الكتب تسمى (Adhoc) . لم توجد دلالة واضحة لهذه التسمية علية تم استبدالها باسم طريقة ألت وتنبركن .

[2] Damodar Gujarati ;EPID, pp260 .

من الصعوبات التى نجدها عند تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية وفقا" لطريقة ألت وتنبركن [1] :-

1- عند حالة كبر عدد فترات الإبطاء مع صغر حجم العينة التى تكون الحالة الاعتيادية مع بيانات السلاسل الزمنية فإنه توجد صعوبة فى تقدير المعاملات لإجراء الاختبارات الإحصائية بسبب قلة درجات الاختيار .
2- وجود عدد من القيم السابقة للمتغير المستقل الواحد يقود الى مشكلة الارتباط الخطى المتعدد . يترتب على مشكلة الارتباط الخطى المتعدد تقديرات غير دقيقة وأخطاء معيارية كبيرة . كذلك يؤدى الى خطأ فى تحديد النموذج عن طريق إسقاط بعض المتغيرات .

ثانيا" : طريقة الأوزان المختارة (The Method of Arbitrary Weights)

تهدف لتقليل عدد المعاملات لكي تحافظ على درجات الاختيار دون انخفاض كبير . مع الأخذ فى الاعتبار أثر المتغير المستقل الممتد عبر الزمن . تتلخص طريقة الأوزان المختارة فى اخذ متغير واحد χ^* يمثل المتغير المستقل المبطأ فى جميع الفترات مع إعطاء أوزان معينة (تعتمد على اختيار الباحث لكل فترة). على فرض أن النموذج المراد تقديره يأخذ الصيغة التالية :

$$y_\tau = \alpha + \beta_\circ \chi_\tau + \beta_1 \chi_{\tau-1} + \beta_2 \chi_{\tau-2} + \mu_\tau ......(14)$$

فإن (χ^*) تمثل متوسط مرجح للمتغيرات ($\chi_{t-1}, \chi_t, \chi_{t-2}$) . تصبح العلاقة المراد تقديرها :

$$y_\tau = \alpha + \beta \chi^* + \mu_\tau \ldots (15)$$

اشتقاق المتغير (χ^*) يتوقف على الوزن الذى يعطيه الباحث لكل فترة . هنالك ثلاث احتمالات تتعلق بوزن الفترة هي :

1- إعطاء أوزان متناقصة (الإبطاء المتناقص) : على فرض تناقص تأثير المتغير المستقل بمرور الزمن الأكثر حداثة لـ χ نملك تأثير اكبر من القيم الأكثر بعدا" علية . يحسب χ^* بالصيغة :

$$x^* = w_\circ \chi_\tau + w_1 \chi_{\tau-1} + w_2 \chi_{\tau-2} ....(16)$$

For $w_0 < w_1 < w_2$

حيث أن :

(1) Koutsayiannis ; EPID, pp297 .

الأوزان المعطاة لتأثير المتغير المستقل ومثال على ذلك = w

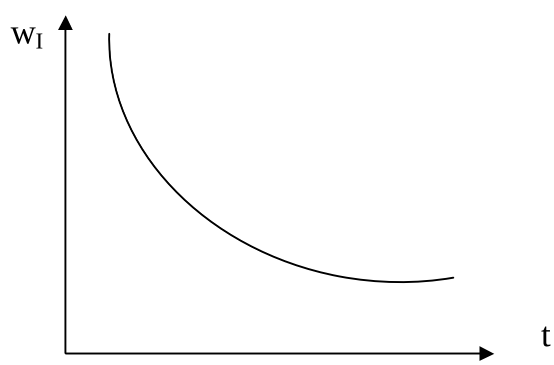
$w_0=1/2$ $w_1=1/4$ $w_2=1/8$

$$\therefore\ \chi_1^* = \frac{1}{2}\chi_\tau + \frac{1}{4}\chi_{\tau-1} + \frac{1}{8}\chi_{\tau-2} \ldots (17)$$

عند استخدام البيانات المتوفرة عن المتغير χ_t نتمكن من إيجاد χ^* التى تستخدم فى تقدير قيم المعاملات للعلاقة (14) باستخدام χ^*_1 و Y_t بطريقة المربعات الصغرى العادية . يمكن تمثيل التأثير المتناقص للمتغير المستقل بالشكل[1] رقم (1-1) :

الشكل رقم (1-1)

الإبطاء المتناقص



Time lag

المصدر : Koutsayiannis ;Theory of Econometrics ,2nd Edition , Macmillan , 1977 , p298

2- إعطاء أوزان متساوية (الإبطاء المتساوي) : بافتراض أن المتغير المستقر يبقى تأثيره ثابت عبر الزمن . يتم إعطاء كل القيم السابقة أوزانا" متساوية كمثال على ذلك :

$w_0 = w_1 = w_2 = 1/2$

على أن يكون χ^*_2 دالة فى :

$$\chi_2^* = \frac{1}{2}\left(\chi_\tau + \chi_{\tau-1} + \chi_{\tau-2}\right) \ldots (18)$$

علية يكون χ^*_2 فى العلاقة رقم (14). ثم تقديرها بطريقة المربعات الصغرى العادية . يمكن

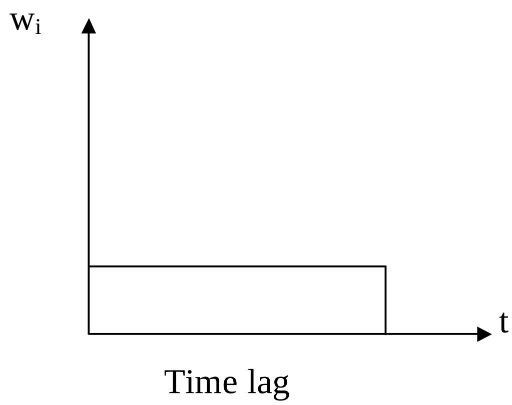
---

[1] Koutsayiannis EPID, ; pp298 .

تمثيل التأثير الثابت للمتغير[1] بالشكل رقم (2-1) :

الشكل رقم (2-1)

الإبطاء المتساوي



المصدر : Koutsayiannis ;Theory of Econometrics ,2nd Edition , Macmillan , 1977 ,p298

3- إعطاء الأوزان المنعكسة (نموذج V_i المقلوب للإبطاء) : نفترض أن المتغير المستقل يزداد تأثيره فى المراحل الأولى ثم يصل لحد أقصى ثم يبدأ بالتناقص بعد ذلك أو العكس . يحدث هذا السلوك فى الاقتصاد خلال الدورات الاقتصادية مثل دورات ألرواج والكساد .

مثال على ذلك :

$w_2=1/4$ $w_1=1/2$ $w_0=1/3$

علية سيكون :

$$x_3^* = \frac{1}{3}\chi_{\tau} + \frac{1}{2}\chi_{\tau-1} + \frac{1}{4}\chi_{\tau-2} \ldots(19)$$

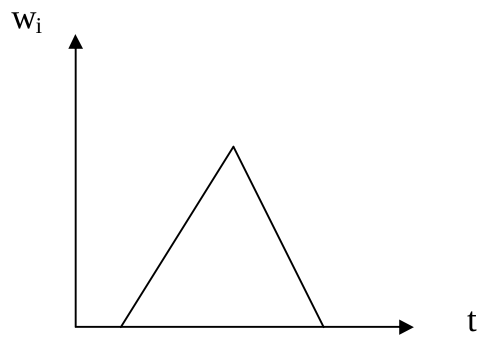
بتعويض بيانات χ_t نحصل على قيمة χ^*_3 ثم نعوضها بالعلاقة (14) ثم نحصل على المقدرات بطريقة المربعات الصغرى العادية . يتم تمثيل التأثير المنعكس للمتغير المستقل من خلال الشكل[2] رقم (3-1) :

---

(1) (2) Koutsayiannis ; EPID, p298 .

الشكل رقم (3-1)

مقلوب للإبطاء



Time lag

المصدر : Koutsayiannis ;Theory of Econometrics ,2nd Edition , Macmillan , 1977 ,p298

من الأوزان السابقة فى التطبيقات فإن المعايير الاقتصادية ربما تقترح اى نموذج أكثر ملائمة للدلالة ذات الإبطاء . كمثال على ذلك دالة الاستهلاك الأوزان المتناقصة تبدو أكثر ملائمة للمستويات السابقة للدخل . دالة الاستثمار حيث المتغيرات ذات الإبطاء هي تخصيصات رؤوس الأموال السابقة لذلك يعتبر نموذج الأوزان المنعكسة أكثر ملائمة . يمكن الترجيح بين الاحتمالات الثلاثة للأوزان لاستخدام المعايير الإحصائية المتمثلة فى معامل التحديد والأخطاء المعيارية . كذلك المعايير الاقتصادية [1] . المأخذ على طريقة الأوزان المختارة كونها لا تعتمد على معايير موضوعية لتحديد الأوزان المختلفة . إنما تعتمد بدرجة كبيرة على تقدير الباحث فهو لا يكتفي فقط بتحديد الصيغة العامة للأوزان (المتناقصة – الثابتة –المنعكسة) . كذلك يحدد قيم فعلية للأوزان (W_i) المتغيرات ذات فترات الإبطاء .

ثالثا" : طريقة المون (Almon Scheme)

تسمى بطريقة ألمون للإبطاء المتعدد الحدود . سميت باسم مؤلفتها شيرلى ألمون . تفترض هذه الطريقة إن تأثير المتغير المستقل ذات الفجوة يأخذ شكل غير خطى عبر الزمن . يأخذ الصيغة التالية :

$$y_t = \alpha + \beta_0 \chi_t + \beta_1 \chi_{t-1} + \beta_2 \chi_{t-2} + \mu_t \quad ....(20)$$

(1) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص ص477-479 .

تعتبر المعاملات (B_i) دالة فى الفترة الزمنية (i) .

$$\beta_i = f(i) ....(21)$$

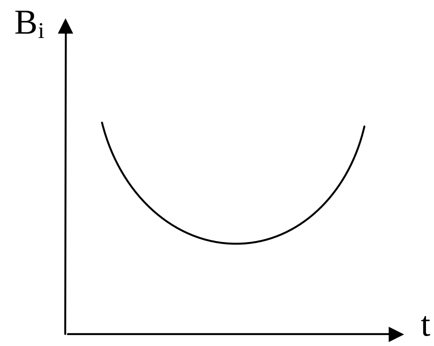
نماذج فترات الإبطاء المحدودة يفترض ألمون أن (B_i) يمكن تقريبها بواسطة متعدد الحدود ذات درجة مناسبة (m) و (k) من فترات الإبطاء . العلاقة المتعددة الحدود تأخذ صيغ مختلفة تعتمد على درجة العلاقة بين المعلمات (B_i) والفجوة الزمنية (i) . تأخذ إحدى الصيغ التالية[1]:-

أ/ الصيغة التربيعية :

$$\beta_i = \alpha_0 + \alpha_1 I^1 + \alpha_2 I^2 ....(22)$$

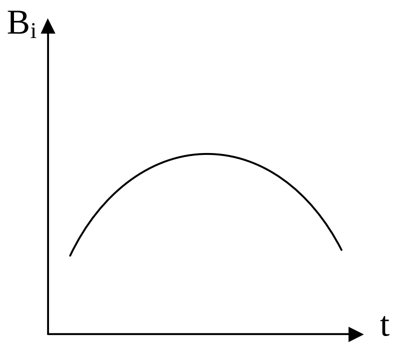
التي تصف العلاقة الموضحة بالشكلين :

الشكل رقم (1-4)



(أ)

الشكل رقم (1-5)



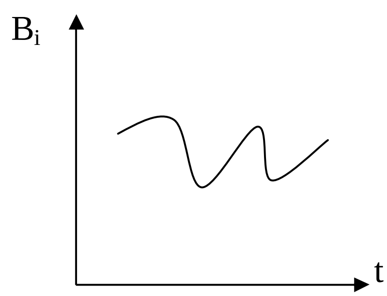
(ب)

ب/ الصيغة التكعيبية :

$$\beta_I = \alpha_0 + \alpha_1 I^1 + \alpha_2 I^2 + \alpha_3 I^3 ....(23)$$

التي تصف العلاقة الموضحة فى الشكل التالي :

الشكل رقم (1-6)



(ج)

(1) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، المرجع السابق ، ص479 .

المصدر : عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، الدار الجامعية للطبع والنشر والتوزيع ، القاهرة ، ط2 ، 2000م ، ص479

الشكل رقم (1-4) تزداد قيمة (B_i) فى فترة الإبطاء الأولى ثم تقل بعد ذلك . الشكل رقم (1-5) تقل قيمة (B_i) فى فترة الإبطاء الأولى والثانية ثم تزداد بعد ذلك . أما الشكل رقم (1-6) (B_i) تتقلب بين الزيادة والنقصان عبر الزمن [1] .

الصيغة العامة لطريقة ألمون على النحو التالي :

حيث (m) عبارة عن درجة الحدود . منطقيا" يجب أن تكون (m) اقل من (k) . توضح (m) درجة العلاقة بين (B_i) و (i) .

يلاحظ أن (m) يجب أن تكون اقل من أقصى قيمة لـ (i) التى تمثل متغير الزمن . نفترض أن عدد الفترات السابقة (k) يجب أن يكون (m<k) . لتوضيح اشتقاق تحويله ألمون نفترض إننا نريد اشتقاق صيغة ألمون لثلاث فترات إبطاء نأخذ شكل متعدد الحدود من الدرجة الثانية للاشتقاق [2] .

- نأخذ النموذج الا صلى حيث (k=3)

$$Y_\tau = \alpha + \beta_\circ \chi_\tau + \beta_1 \chi_{\tau-1} + \beta_2 \chi_{\tau-2} + \beta_3 \chi_{\tau-3} + \mu_\tau \quad ....(24)$$

- نأخذ متعددة حدود ألمون من الدرجة الثانية

$$\beta_I = \alpha_\circ + \alpha_1 \mathrm{I}^1 + \alpha_2 \mathrm{I}^2 \quad ....(25)$$

حيث أن i=[0.1.2.3]

- تعويض متعددة حدود فى النموذج الا صلى

$$y_\tau = \alpha + \alpha_\circ \chi_\tau + [\alpha_\circ + \alpha_1 + \alpha_2]\chi_{\tau-1} + [\alpha_\circ + 2\alpha_1 + 4\alpha_2]\chi_{\tau-2} + [\alpha_\circ + 3\alpha_1 + 9\alpha_2]\chi_{\tau-3} + \mu_\tau \quad ...(26)$$

- بفك القوس وتجميع الحدود نحصل

$$y_\tau = \alpha + \alpha_\circ \left[\sum_{i=0}^{3} \chi_{\tau-i}\right] + \alpha_1 \left[\sum_{i=1}^{3} \mathrm{I}^1 \chi_{\tau-i}\right] + \alpha_2 \left[\sum_{i=2}^{3} \mathrm{I}^2 \chi_{\tau-i}\right] + \mu_\tau \quad .....(27)$$

---

[1] بسام يونس إبراهيم ، انمار أمين حاجى واخرون ، الاقتصاد القياسى ، دار عزة للنشر والتوزيع ، الخرطوم ، ط1 ، 2002م ، ص298 .

[2] Dominick Salvatore , Theory and Problems of Statistics and Econometrics , No Edition , Mcgraw-Hill , 1982 , pp175 .

- استبدال الحدود داخل الأقواس بمتغيرات مركبة نسميها Z_{it} حيث أن [1]

$$z_{\circ\tau} = \sum_{i=0}^{3} \chi_{\tau-i} = \chi_{\tau} + \chi_{\tau-1} + \chi_{\tau-2} + \chi_{\tau-3} \text{.........} (28)$$

$$z_{1\tau} = \sum_{i=0}^{3} I^{1} \chi_{\tau-i} = \chi_{\tau-1} + 2\chi_{\tau-2} + 3\chi_{\tau-3} \text{.........} (29)$$

$$z_{2\tau} = \sum_{i=2}^{3} I^{2} \chi_{\tau-i} = \chi_{\tau-1} + 4\chi_{\tau-2} + 9\chi_{\tau-3} \text{......} (30)$$

- نحصل على النموذج المحول

$$y_{\tau} = \alpha + \alpha_{\circ} z_{\circ\tau} + \alpha_{1} z_{1\tau} + \alpha_{2} z_{2\tau} + \mu_{\tau} \text{......} (31)$$

- إجراء الانحدار بطريقة المربعات الصغرى العادية باستخدام y_t متغير تابع ومتغيرات Z_{it} التى تم تكوينها حسب افتراض ألمون كمتغيرات مستقلة هي$(\alpha,\alpha_0, \alpha_1,\alpha_2)$.

- استرداد المقدرات الأصلية من مقدرات نموذج ألمون ذلك من معادلة متعددة الحدود

$$\beta_{i} = \alpha_{\circ} + \alpha_{1} I^{1} + \alpha_{2} I^{2} \text{........} (32)$$

حيث أن :

$$\beta_{\circ} = \alpha_{\circ} + \alpha_{1}(0)^{1} + \alpha_{2}(0)^{2} = \alpha_{\circ} \text{......} (33)$$

$$\beta_{1} = \alpha_{\circ} + \alpha_{1}(1)^{1} + \alpha_{2}(1)^{2} = \alpha_{\circ} + \alpha_{1} + \alpha_{2} \text{.....} (34)$$

$$\beta_{2} = \alpha_{\circ} + \alpha_{1}(2)^{1} + \alpha_{2}(2)^{2} = \alpha_{\circ} + 2\alpha_{1} + 4\alpha_{2} \text{.....} (35)$$

$$\beta_{3} = \alpha_{\circ} + \alpha_{1}(3)^{1} + \alpha_{2}(3)^{2} = \alpha_{\circ} + 3\alpha_{1} + 9\alpha_{2} \text{......} (36)$$

يلاحظ على المتغيرات المركبة Z_{it} الاتى:-

Koutsayiannis ; EPID, pp301 . [1]

1- عدد المتغيرات المركبة Z_{it} المكونة تساوى الاختيار الكيفي لدرجة متعددة الحدود لألمون زائد واحد (m+1) .

2- للمتغيرات المركبة تشكيلات خطية لكل قيم χ الحالية والسابقة .

3- الأوزان المستخدمة فى المتغير المكون الأول Z_{0t} مساوية للواحد .

$$z_{0t} = \chi_{t} + \chi_{t-1} + \chi_{t-2} + \dots + \chi_{t-k} \quad \dots(37)$$

الأوزان Z_{it} تؤلف سلسلة للزيادة البسيطة للإعداد الصحيحة (0,1,2,,3,…,k) هذا يعنى أن :

$$z_{1t} = \chi_{t-1} + 2\chi_{t-2} + 3\chi_{t-3} + \dots + k\chi_{t-k} \quad \dots(38)$$

أوزان Z_{3t} هي مربعات الأوزان المستخدمة لـ Z_{1t}. بصورة عامة الأوزان لـ Z_{mt} هي الأوزان المستخدمة فى تكوين Z_{1t} مرفوعة للقوة (m+b) :

$$z_{m} = \chi_{t-1} + 2^{m}\chi_{t-2} + 3^{m}\chi_{t-3} + \dots + k^{m}\chi_{t-k} \quad \dots(39)$$

جدول رقم [1] يوضح الأوزان المستخدمة فى تكوين المتغيرات المركبة Z_{it} [1]:-

جدول رقم [1-1]

الأوزان المستخدمة فى تكوين المتغيرات المركبة

Z \ χ	χ_t	χ_{t-1}	χ_{t-2}	χ_{t-3}	χ_{t-4}	....	χ_{t-k}
Z_{0t}	1	1	1	1	1	...	1
Z_{1t}	0	1	2	3	4	...	K
Z_{2t}	0	1	$(2)^2$	$(3)^2$	$(4)^2$	...	$(k)^2$
: :	: :	: :	: :	: :	: :	: :	: :
Z_{mt}	0	1	$(2)^m$	$(3)^m$	$(4)^m$	...	$(k)^m$

المصدر : Koutsayiannis ;Theory of Econometrics ,2nd Edition , Macmillan , 1977 , p301

علية لاستخدام طريقة ألمون نتبع الخطوات التالية وهى تلخيص للخطوات السابقة [2] :-

1- تحديد أقصى فترة للتباطؤ (k) . يفضل أن تكون صغيرة .

(1) Koutsayiannis; EPID, pp301 .

(2) د. عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسى ، مرجع سبق ذكره ، ص 278 .

2- تحديد درجة متعدد الحدود (m) ويراعى أن تكون (m<k) . يستحسن أن تكون صغيرة أيضا" لتسهيل الحساب .

3- تحسب متغيرات Z_{it} المركبة كتوفيقات خطية للمتغيرات الأصلية حسب العلاقات المتوصل إليها .

4- تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية للنموذج الذى يحتوى على متغيرات Z_{it} المؤلفة كمتغيرات مستقلة .

5- تستعاد مقدرات العلاقة الأصلية $B^{\wedge}{}_{I}$ بواسطة قانون متعدد الحدود لألمون .

مزايا وعيوب طريق ألمون :-

أولا" : مزايا طريقة ألمون[1] :

1- لنموذج ألمون هيكل إبطاء مرن .

2- انعدام المتغيرات المستقلة العشوائية حيث أن Y_{t-1} لا تظهر فى النموذج مما يفسح الطريق أمام طريقة المربعات الصغرى العادية المتميزة بعدم التحيز والكفاية ثم الاتساق.

3- باختيار متعدد حدود من درجة صغيرة يكون عدد المعالم المقدرة اقل من عدد المعالم الأصلية B .

4- استفاد ألمون من نقطة الانقلاب فى الاتى [2] :

أ/ إذا وجدت نقطة واحدة على نقاط الانقلاب كانت قيمة B_i تأخذ شكل متعدد الحدود من الدرجة الثانية .

ب/ إذا وجدت نقطتين من نقاط الانقلاب فإن قيمة B_i تأخذ شكل متعدد الحدود من الدرجة الثالثة .

ج/ إذا وجدت ثلاث نقاط من نقاط الانقلاب فإن قيمة B_i تأخذ شكل متعدد الحدود من الدرجة الرابعة .

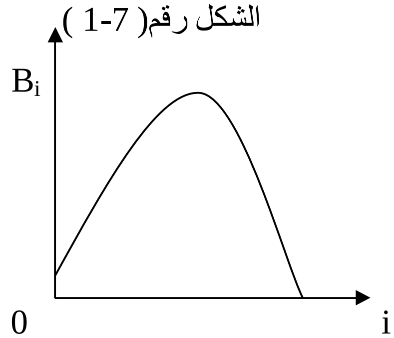
الشكل التالي يوضح صيغة التوزيع المطلوب مع درجة الحدود :

---

(1) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسى ، مرجع سبق ذكره ، ص 278 .

(2) مجيد على حسين ، وآخرون ، الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق ، مرجع يبق ذكره ، ص369-370 .

الشكل رقم(7-1)



المصدر : مجيد على حسين . د.عفاف عبد الجبار سعيد ، الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق ، دار وائل للطباعة والنشر ، عمان ، ط1 ، 1998م ،ص369-370

ثانيا" : عيوب طريقة ألمون

1- عدد المعاملات المقدرة لا تنخفض كثيرا" [1] .

2- قد تظهر مشكلة الارتباط الخطى المتعدد بين المتغيرات المركبة (Z_{it}) . ذلك بسبب إنشائها من متغيرات (X_t) المترابطة ببعضها البعض [2] .

3- درجة متعدد الحدود وطول فترة التباطؤ يتم اختيارها بطريقة إعتباطئة نوعا" ما [3] .

4- إذا كان متعدد الحدود المختار لا يعكس نمط الاستجابة بصورة صحيحة فإن ذلك يقود الى مقدرات متحيزة وغير متسقة .

مع ذلك يمكن تفادى هذه العيوب باختيار درجات العلاقة المختلفة على أساس المعايير الإحصائية . مثال على ذلك : إذا افترضنا أن (m=3) فإن العلاقة تأخذ الصيغة :

$$y_{\tau} = \alpha + \alpha_{\circ} z_{\circ\tau} + \alpha_{1} z_{1\tau} + \alpha_{2} z_{2\tau} + \mu_{\tau} \;.......(40)$$

عند استخدام الأخطاء المعيارية للمعاملات ($\alpha,\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2$) اتضح فشل ($\alpha_2$) إحصائيا" . لذلك نختار أن تكون درجة العلاقة (m=2) . لكن يجب ملاحظة أن فشل معاملات المتغيرات المركبة (Z_{it}) لا يعنى بالضرورة فشل المعاملات الأصلية [4] .

---

(1) Dominik Salvatore , EPID, pp174 .

(2) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص482 .

(3) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص278-279 .

(4) عبد القادر م

حمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص482

المطلب الثاني :- طرق تقدير نماذج الانحدار الذاتي

قبل معرفة أنواع وطرق الانحدار الذاتي يجب ملاحظة الاتى :-

1- إن النموذج الأصلي للانحدار الذاتي يحتوى فقط على القيم الحالية والسابقة للمتغير المستقل . القيم السابقة للمتغير التابع تظهر فى النماذج المحولة .

2- النموذج الأصلي يحتوى على عدد لانهائي من فترات الإبطاء .

يعالج هذا الجزء المسائل المتعلقة بطرق قياس نماذج المتغيرات المستقلة المتباطئة بشقيها ألانهائي والمحدود . تعتمد هذه الطرق بصورة أساسية على استعمال فرضيات معينة حول الشكل الذى تتخذه استجابة المتغير التابع لتغيرات المتغيرات المستقلة المتباطئة . أشهر الطرق المخصصة لمعالجة النموذج المتباطئ اللانهائي نموذج كويك (Koych Lag) ما يعرف أحيانا" بالمتباطئة الهندسية (Geometric Lag) . بينما تعتبر متباطئة ألمون (Almon Lag) ما يعرف أحيانا" بمتباطئة متعدد الحدود (Polynomil Lag) . هو النموذج الأكثر شيوعا" فى تقدير نماذج المتباطئات المحدودة [1] .

الفرع الأول : أنواع نماذج الانحدار الذاتي

يمكن التفرقة بين ثلاثة أنواع من نماذج الانحدار الذاتي وهى :-

أولا" : نموذج كويك (Koych Lag)

يفترض نموذج فترات الإبطاء الموزع هندسيا" لكويك بأن أوزان المتغيرات المستقلة المتباطئة زمنيا" تكون جميعها موجبة وتنحدر بشكل هندسي مع الزمن[2] .

ذكرنا فيما سبق انه لا يمكن تقدير النموذج ألانهائي فى صورته الأصلية [3]

$$y_{\tau} = \alpha + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_{i} \chi_{\tau - i} + \mu_{\tau} ......(41)$$

لابد من إجراء تحويله مناسبة على هذا النموذج لنخضعه للقياس . تعتبر طريقة كويك هي الأكثر شيوعا" بين الطرق المختلفة المخصصة لتقدير معالم النموذج ألانهائي .

---

(1) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص254 .

(2) مجيد على حسين وآخرون ، الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ،ص353 .

(3) (4) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ،ص ص254-255 .

يفترض كويك إن قيم (B_i) تتناقص كمتوالية هندسية حسب القانون التالي[4] :

$$\beta_i = \beta_{\circ} \lambda^i \text{......}(42)$$

حيث أن : $i=0,1,2,\ldots$

حيث أن شرط المتوالية هو :

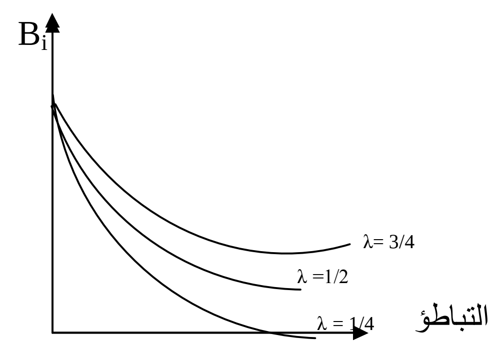
$$0< \lambda<1$$

λ= معامل التباطؤ ويعرف بسرعة التكيف أو سرعة الاستجابة . يوضح شرط المتوالية الهندسية السابقة إن معالم B_i تتناقص بصورة مستمرة إذ أن λ قيمة اقل من الواحد . كلما بعد الزمن قل تأثير المتغير المتباطئ على المتغير التابع .

إذا رسمنا هذا الوضع بيانيا" فإن قيم B_i أو ما يعرف بأوزان كويك أحيانا" تتناقص باستمرار . يعتمد معدل التناقص على قيمة λ كلما انخفضت λ تسارع التناقص[1] .

الشكل رقم (1-8)

أوزان متباطئات كويك



المصدر: عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مطابع جامعة الملك سعود ، الرياض ، 1996م ، ط1 ،ص 255 .

تستخدم أوزان كويك للحصول على المضاعفات المختلفة . فمضاعف المدى القصير فى الفترة B_i فى الواقع . أما مضاعف المدى الطويل فإنه يتم الحصول علية بجمع مضاعفات المدى القصير :

$$\beta_{\circ} + \beta_1 + \beta_2 + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \text{......}(43)$$

---

(1) المرجع السابق ص255 .

44)

$$= \beta_\circ (1 + \lambda + \lambda^2 + ...) ....(45)$$

$$= \beta_\circ \left[\frac{1}{1 - \lambda} \right] ....(46)$$

كما يقاس متوسط فترة التباطؤ بواسطة القانون :

$$\frac{\lambda}{1 - \lambda}$$

لإجراء تحويله كويك يجرى باستخدام الأوزان B_i فى النموذج ألاصلى على النحو التالي[1] :

- النموذج ألاصلى

$$y_\tau = \alpha + \beta_\circ \chi_\tau + \beta_1 \chi_{\tau-1} + \beta_2 \chi_{\tau-2} + ... + \mu_\tau ....(47)$$

يتوفر فى النموذج الاصلى كل شروط طريقة المربعات الصغرى العادية الآتية :

$$E(\mu_i, \mu_j) = 0$$

$$E(\mu_i, x_i) = 0$$

$$\mu \sim N(0, \sigma^2_\mu)$$

$$for \ (i \neq j)$$

- التعويض بصيغة المتوالية الهندسية المتناقصة ($B_i=B_0 \lambda_i$) فى النموذج الاصلى

$$y_\tau = \alpha + \beta_\circ \chi_\tau + \beta_\circ \lambda \ \chi_{\tau-1} + \beta_\circ \lambda^2 \chi_{\tau-2} + ... + \mu_\tau ....(48)$$

- إبطاء المعادلة السابقة فترة زمنية واحدة

$$y_{\tau-1} = \alpha + \beta_\circ \chi_{\tau-1} + \beta_\circ \lambda \ \chi_{\tau-2} + \beta_\circ \lambda^2 \chi_{\tau-3} + ... + \mu_{\tau-1} ... (49)$$

- ضرب المعادلة{1}فى λ

[1] عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، المرجع السابق ، ص256 .

$$\lambda y_{\tau-1} = \alpha\lambda + \beta_{\circ}\lambda\chi_{\tau-1} + \beta_{\circ}\lambda^{2}\chi_{\tau-2} + \beta_{\circ}\lambda^{3}\chi_{\tau-3} + \dots + \lambda\mu_{\tau-1} \dots (50)$$

طرح (50) من النموذج الاصلى

$$y_{\tau} - \lambda y_{\tau-1} = \alpha - \alpha\lambda + \beta_{\circ}\chi_{\tau} + \mu_{\tau}\lambda\mu_{\tau-1} \dots\dots (51)$$

- تأخذ المعادلة الصيغة التالية

$$y_{\tau} = \alpha(1-\lambda) + \beta_{\circ}\chi_{\tau} + \lambda y_{\tau-1} + v_{\tau} \dots\dots (51)$$

- حيث أن

$$v_{\tau} = \mu_{\tau} - \lambda\mu_{\tau-1} \dots\dots (52)$$

هذا المقدار هو حد الخطأ.

علية فأن تحويله كويك السابقة تستخدم فى نقل النموذج ألاصلى الذى يحتوى على عدد لانهائي من المتغيرات المستقلة المتباطئة الى نموذج يحتوى على متغيرين مستقلين فقط هما (χ_t, Y_{t-1}) .
كما تناقص عدد المعالم التى يراد تقدير ها من العدد اللانهائي فى النموذج الاصلى الى ثلاثة معالم فى نموذج كويك المحول هي (α, λ, B_0) [1].

- بتطبيق طريقة المربعات الصغرى يتم تقدير معادلة كويك للحصول على المقدرات (α, λ, B_0) ثم نجرى استعادة تقديرات المعالم الأصلية B_i بتطبيق قانون المتوالية الهندسية التالي[2] :

$$\hat{\beta}_{i} = \hat{\beta}_{\circ}\hat{\lambda}^{i} \dots\dots (53)$$

حيث $(i=1,2,\dots)$

على سبيل المثال فإن :

$$\hat{\beta}_{\circ} = \hat{\beta}_{\circ}\hat{\lambda}^{0} = \hat{\beta}_{\circ} \dots\dots (53)$$

$$\hat{\beta}_{1} = \hat{\beta}_{\circ}\hat{\lambda}^{1} = \hat{\beta}_{\circ}\hat{\lambda} \dots\dots (54)$$

$$\hat{\beta}_{2} = \hat{\beta}_{\circ}\hat{\lambda}^{2} = \hat{\beta}_{\circ}\hat{\lambda}^{2} \dots (55)$$

$$\hat{\beta}_{3} = \hat{\beta}_{\circ}\hat{\lambda}^{3} \dots (56)$$

---

[1] [2] عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، المرجع السابق ، ص257 .

$$\hat{\beta}_4 = \hat{\beta}_{\circ}\,\hat{\lambda}^4 \quad ....(57)$$

مزايا وعيوب نموذج كويك :-

أولا " : مزايا نموذج كويك

1- بدأنا بنموذج متغيرات متباطئة موزعة لانهائية . تحول الى نموذج انحدار ذاتي لـ Y_t على χ_t و Y_{t-1} [1].

2- نموذج كويك المحول يعتمد على قيمة χ_t و Y_{t-1} ذلك يتطلب إنقاص عدد المشاهدات بمشاهدة واحدة فقط عند إجراء عملية التقدير . هذا يحافظ على قدر مناسب من درجات الاختيار[2] .

3- عدد المعاملات المطلوب تقديرها من عدد لانهائي فى النموذج الاصلى الى ثلاث معاملات هي (α,λ,B_0) التى يمكن بعد تقديرها أن نحصل على تقدير لكل معاملات العلاقة الاقتصادية[3] .

4- اختزال القيم السابقة للمتغير المستقل χ_t فى المتغير التابع المبطأ Y_{t-1} يجنب النموذج مشكلة الارتباط الخطى المتعدد مابين المتغيرات المستقلة Y_{t-1}. يكون بشكل عام اقل ارتباطا" مع χ_t من القيم المتعاقبة الأخرى[4] .

ثانيا " : عيوب نموذج كويك

رقم المميزات التى نتجت من وجود المتغيرات المبطأة Y_{t-1}ضمن المتغيرات المستقلة له تأثيرات غير مرغوب بها تتمثل[5]:

1- الصيغة المحولة أصبح حد الخطأ $(V_t = u_t - u_{t-1})$ مرتبطا" ذاتيا" . أما النموذج الاصلى u_t لا ترتبط بحدود الخطأ السابقة . نثبت ذلك من خلال البرهان رقم (1)

$$E(v_\tau, v_{\tau-1}) = E(\mu_\tau - \lambda\mu_{\tau-1})(\mu_{\tau-1} - \lambda\mu_{\tau-2}) \quad .....(58)$$

$$= E(\mu_\tau \mu_{\tau-1}) - \lambda E(\mu\tau - \mu^2_{\tau-1}) - \lambda E(\mu_\tau \mu_{\tau-2}) + \lambda^2 E(\mu_{\tau-1} - \mu_{\tau-2}) \quad ..(59)$$

(1) (2) (3) محمد لطفي فرحات ، مبادئ الأقتصاد القياسي (قياس العلاقات الاقتصادية) ، الدار الجماهيرية للتوزيع والإعلان ، ليبيا ، ط1 ، 1986م ، ص152 .

4) (5) Koytsayiannis , EPID, pp306

معطى أن :

$$= E(\mu_{\tau}\mu_{\tau-1}) = \lambda \quad E = (\mu_{\tau-1}\mu_{\tau+1}) = \lambda^{2} E(\mu_{\tau-1}\mu_{\tau}) = 0 \quad ....(60)$$

باستخدام شرط الاستقلالية لـ u_t فإن :

$$\lambda \quad \sigma^{2}_{\mu} \neq 0$$

حيث أن

$$\sigma^{2}_{\mu} \neq 0$$

و أيضا

$$\lambda \neq 0$$

عن طريق التحديد . إذا كانت $\lambda = 0$ ذلك يعنى عدم وجود إبطاء بالنموذج .

2- إن المتغير التابع المتباطئ يظهر ضمن المتغيرات المستقلة مما يخرق الفرض اللازم للحصول على مقدرات المربعات الصغرى المتميزة بخصائصها المعهودة والمنادى بثبات قيم المتغيرات المستقلة فى العينات المتكررة . لتوضيح عشوائية Y_{t-1} فإن Y_t تعتبر عشوائية لاعتمادها على حد الخطأ العشوائي u_t علية فإن Y_{t-1}عشوائية بدورها لاعتمادها على u_{t-1} العشوائية [1] .

هذا يعنى أن المتغير المبطأ Y_{t-1} ليس مستقلا" عن حد الخطأ V_t ذلك لآن كلا من χ_t و Y_{t-1} أصبحتا معرفتين بـV_t . ذلك لآن كلا من V_t و V_{t-1} معرفة بـ u_t كما يلي [2] :

$$E(y_{\tau-1}, v_{\tau}) = E\left[\{\alpha(1-\lambda) + \beta_{\circ}\chi_{\tau-1} + \lambda \quad y_{\tau-2} + v_{\tau-1}\} + v_{\tau}\right] ...(61)$$

$$v_{\tau-1} = \mu_{\tau-1} - \lambda \quad \mu_{\tau-2} \quad ....(62)$$

برهن إن التغاير بين V_t و V_{t-1} لا تساوى صفر . يترتب على ذلك أن المتغير المستقل Y_{t-1} مرتبطا" مع V_t. لإثبات ذلك نجرى البرهان رقم (2) :

$$E(y_{\tau-1}, v_{\tau}) = E\left[\{\alpha(1-\lambda) + \beta_{\circ}\chi_{\tau-1} + \lambda \quad y_{\tau-2} + v_{\tau-1}\} + v_{\tau}\right] ...(63)$$

---

(1) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص 257 .

(2) Koutsiannis , EPID, pp306 .

$$= E\left(v_{\tau-1}, v_{\tau}\right) = -\lambda \sigma^{2} \neq 0 \quad .....(64)$$

يترتب على ذلك إن التقديرات متحيزة فى العينات الصغيرة .

3- يترتب على تحويله كويك ظهور مشكلة الارتباط الذاتي لـV_t يؤثر فى قيم Y_{t-1} تكون غير مستقلة عنه . يشير ارتباط قيم حد الخطأ عبر الزمن لوجود تلك المشكلة . فإن استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية للتقدير تؤدى للحصول على تقديرات متحيزة تتصف بعدم الاتساق فى العينات الكبيرة[1]. هذا ناتج عن خرق فرضية المربعات الصغرى العادية التى تنص بأن : $E(Y_{t-1}, V_t)\neq 0$ سوف لن تتلاشى حتى إذا حجم العينة يصل الى مالا نهاية ($n\rightarrow \infty$)[2]. يتم إثبات ذلك بالبرهان رقم[3] (3) :

نثبت أن العينة الصغيرة متحيزة و بها عدم اتساق عندما ($n\rightarrow \infty$) ما يسمى بتحيز الاقتراب . نستخدم فى هذا البرهان النموذج المبسط الاتى :

$$y_{\tau} = \beta y_{\tau-1} + v_{\tau} \quad \dots (65)$$

$$v_{\tau} = \lambda v_{\tau-1} + \varepsilon_{\tau} \quad \dots (66)$$

حيث ε تحقق الشروط العشوائية المعتادة .

إثبات أن العينة الصغيرة متحيزة فى B_i :

- نطبق طريقة المربعات الصغرى العادية فى المعادلة (65)

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{\tau=2}^{n} y_{\tau} y_{\tau-1}}{\sum_{\tau=2}^{n} y_{\tau-1}^{2}} \quad ....(67)$$

- إبطاء النموذج (65) فترة زمنية واحدة . ثم نضرب فى λ

$$\lambda y_{\tau-1} = \lambda\beta y_{\tau-2} + \lambda v_{\tau-1} \quad \dots (68)$$

- طرح المعادلة (68)من (65)

$$y_{\tau} = (\beta + \lambda) y_{\tau-1} - \beta\lambda y_{\tau-2} + \varepsilon_{\tau} \quad \dots (69)$$

---

(1) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص 488 .

(2) (3) Koutsayiannis, EPID, pp307-310 .

- ضرب المعادلة (69) فى Y_{t-1} مع جمع الحدود

$$\sum y_{\tau} y_{\tau-1} = (\beta+\lambda)\sum y^2_{\tau-1} - (\beta\lambda)\sum y_{\tau-1} y_{\tau-2} + \sum \varepsilon_{\tau} y_{\tau-1} \ldots (70)$$

- قسمة (70)على $\sum y^2_{t-1}$

$$\frac{\sum_{\tau=2}^{n} y_{\tau} y_{\tau-1}}{\sum_{\tau=2}^{n} y^2_{\tau-1}} = (\beta+\lambda) - (\beta\lambda)\frac{\sum y_{\tau-1} y_{\tau-2}}{\sum_{\tau=2}^{n} y^2_{\tau-1}} + \frac{\sum \varepsilon_{\tau} y_{\tau-1}}{\sum_{\tau=2}^{n} y^2_{\tau-1}} = \hat{\beta} \ldots\ldots (71)$$

- استخراج B عامل مشترك

$$\hat{\beta} = \beta\left[(1-\lambda)\frac{\sum y_{\tau-1} y_{\tau-2}}{\sum y^2_{\tau-1}}\right] + \lambda + \frac{\sum \varepsilon_{\tau} y_{\tau-1}}{\sum y^2_{\tau-1}} \ldots\ldots (72)$$

- بأخذ القيمة المتوقعة

$$E\left(\hat{\beta}\right) = \beta\left[(1-\lambda)\frac{E\left(\sum y_{\tau-1} y_{\tau-2}\right)}{E\left(\sum y^2_{\tau-1}\right)}\right] + \lambda \neq \beta \ldots (73)$$

- فإن

$$E\left(\hat{\beta}\right) - \beta \neq 0 \ldots (74)$$

هنا تم إثبات وجود التحيز [1].

- إثبات تحيز الاقتراب فى $B^{\wedge}$ من المعادلة

$$\hat{\beta} = (\beta+\lambda) - (\beta\lambda)\frac{\sum y_{\tau-1} y_{\tau-2}}{\sum_{\tau=2}^{n} y^2_{\tau-1}} + \frac{\sum \varepsilon_{\tau} y_{\tau-1}}{\sum_{\tau=2}^{n} y^2_{\tau-1}} \ldots\ldots\ldots 75)$$

- بأخذ الحدود الاحتمالية

---

[1] المرجع السابق ، 310.

$$\left(p\lim \hat{\beta}\right) = (\beta + \lambda) - \beta\lambda \left(p\lim \hat{\beta}\right) .....(76)$$

- حيث أن $(n \rightarrow \infty)$

$$\sum y_{\tau-1} y_{\tau-2} \sim \sum y_{\tau-1} y_{\tau-2} .....(77)$$

فإن المقدار اقترابي .

$$\frac{\sum y_{\tau-1} y_{\tau-2}}{\sum y_{\tau-1}^{2}} = \hat{\beta} .....(78)$$

- بإعادة الترتيب

$$\left(p\lim \hat{\beta}\right) = \frac{\beta + \lambda}{1 + \beta\lambda} ....(79)$$

- تحيز اقترابي .

$$\left(p\lim \hat{\beta}\right) - \beta = \frac{\beta + \lambda}{1 + \beta\lambda} - \beta = \lambda \frac{\left(1 - \beta^{2}\right)}{1 + \beta\lambda} \neq 0 ....(80)$$

إذا التقديرات غير متسقة .

4- الانتهاك المركب لفرضيتين من فروض طريقة المربعات الصغرى العادية هما :

$$E\left(v_{\tau}, v_{\tau-1}\right) \neq 0 .....(81)$$

$$E\left(y_{\tau-1}, v_{\tau}\right) \neq 0 .....(81)$$

يضعف من قوة معلمة دربن واتسون (D.W) للكشف عن مشكلة الارتباط الذاتي لنماذج الانحدار الذاتي . دربن واتسون اقترح عام 1970م اختبار استعمل للعينات الكبيرة للكشف عن مشكلة الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى لنماذج الانحدار الذاتي . هذا الاختبار يسمى باختبار (h- tast) ويأخذ الصيغة التالية [1] :

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n\left[\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_{i}\right)\right]}} ....(82)$$

حيث أن :

n= حجم العينة

var(Bt)= Y_{t-1} تباين معامل المتغير التابع المبطأ

---

(1) J.Durbin , Testing For Serial Correlation in Lest Squares Regression When Some of The Regressors are Lagged Dependent Variables Econometrica , val , 38 ,1970, pp410-412 .

تقدير معامل الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى = $\rho^{\wedge}$

ρ يقدر من الصيغة التالية :

$$\rho = \frac{\sum e_{\tau} e_{\tau-1}}{\sum e_{\tau}^{2}} ....(83) \qquad \rho^{\wedge} = 1 - 0.5(D.W)......(84)$$

حيث أن :

$$D.W = \frac{\sum (e_{\tau} - e_{\tau-1})^{2}}{\sum_{\tau=2}^{n} e_{\tau}^{2}} ....(85)$$

تعتبر قيمة إحصائية h موزعة توزيع طبيعي بوسط حسابي قدره صفر $E(h)=0$ وتباين قدره واحد صحيح اى $E(h^2)\sigma_h=$[1] .

5- افترض كويك ثبات قيم B_i كونها تتخذ أوزانا" متناقصة كمتوالية هندسية . افتراض يبعد عن الواقع فى كثير من الأحيان .

6- يعاب نموذج كويك كونه مجرد تحويله جبرية تفتقد للأساس النظري اى الاستناد الاقتصادي[2] .

العيوب السابقة يمكن تلافيها عن طريق التوصل لصيغ مماثلة لصيغة كويك بوضع قواعد سلوكية أخرى تختلف عن قاعدة أو فرضية كويك .

ثانيا" : نموذج التوقعات المتوافقة لكاكن (Adaptiv Expectation Modle)

يستند هذا النموذج على حالة عدم الايقين اتجاه المستقبل التى تشعر بها الوحدات متخذة القرار الاقتصادي مما يدفعها لتكوين توقعات حول مسار المتغيرات فى المستقبل وإعادة تصحيح تلك التوقعات إذا ما ثبت خطأها حسب آلية معينة تسمى بالية التوقعات التكيفية[3] .

يقودنا هذا النموذج الى بقاء فترات الإبطاء بشكل فعلى متطابق مع نموذج كويك غير أن

المتغير Y_t يعتمد على القيمة المتوقعة أو الدائمة للمتغير χ^* وليس على القيمة الحقيقية لـχ[4] .

يعتمد النموذج على افتراض أن قيمة y لإى فترة زمنية لا تعتمد على القيمة الحقيقية لـ χ_t إنما

---

(1) مجيد على حسين وآخرون ،الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص 462 .

(2) (3) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص258 .

(4) مجيد على حسين وآخرون ، الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ،ص359 .

(5) Koytsayiannis , EPID, pp313 .

يعتمد على المتوقع أو المستوى الدائم لـ χ ويرمز له بـ χ^*_t . النموذج الاصلى هو[5] :

$$y_\tau = \alpha + \beta \chi^*_\tau + \mu_\tau \ldots (86)$$

حيث أن :

y_t= القيمة الحالية للمتغير التابع

χ_t^* = القيمة المتوقعة للمتغير التفسيري

B,α = معالم النموذج

u_t = المتغير العشوائي

t = الزمن

من أهم الأمثلة الاقتصادية التى تطبق عليها خصائص نموذج التوقعات المتوافقة ما يلي[3] :

1- دالة الطلب فى فترات التضخم السريع حيث تكون الكمية المطلوبة فى الفترة الحالية Y_t دالة فى السعر المتوقع χ^*_t خاصة إذا كانت السلعة قابلة للتخزين .

2- دالة استهلاك فريدمان التى تأخذ الصيغة التالية :

$$c_\tau = \beta y^*_\tau + \mu_\tau \ldots\ldots (87)$$

حيث الاستهلاك فى الفترة الحالية C_t دالة فى الدخل الدائم Y^*_t وليس الدخل المؤقت .

3- دالة الطلب النقدي حيث تكون الكمية المطلوبة من النقود Y_t دالة فى سعر الفائدة المتوقع χ^*_t .

يلاحظ أن المتغير المتوقع X^*_t لا يمكن مشاهدته فى الفترة الراهنة t نظرا" لأنه متغير مستقبلي فإننا نستخدم فرضية التوقعات التالية [4] :

$$\chi^*_\tau - \chi^*_{\tau-1} = \gamma\left(\chi_\tau - \chi^*_{\tau-1}\right) \ldots (88)$$

حيث أن $0 \le \gamma \le 1$ هي معلمة التوقع تعطى مرونة للتوقعات اقل من واحد . إذا كانت $\gamma=1$ فإن $\chi^*_t = \chi_t$ اى إن التوقع يساوى القيمة الفعلية . أما إذا كانت $\gamma=0$ فإن $\chi^*_t = \chi^*_{t-1}$ اى إن التوقع لا يجرى تغير . إنها التوقعات التى جرى تكوينها فى الفترة السابقة .

تعرف هذه الفرضية أحيانا" بفرضية التعلم من الخطأ تنص الفرضية إن التوقعات تجرى مراجعتها كل فترة زمنية بجزء هو γ من الفجوة بين القيمة الحالية χ_t والقيمة السابقة المتوقعة χ^*_{t-1} اى بجزء من خطأ متوقع فى الفترة نفسها أو بجزء من المقدار الذى خابت به التوقعات فى

---

[3] عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص 489 .

[4] عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ن ص259 .

تلك الفترة .

إذا حولنا χ^*_{t-1} الى الجانب الأيمن يصبح لدينا :

$$\chi^*_\tau = \chi^*_{\tau-1} = \gamma\left(\chi_\tau - \chi^*_{\tau-1}\right) ......(89)$$

هذا يعنى أن القيمة المتوقعة لـ χ^*_t تساوى القيمة المتوقعة للفترة السابقة χ^*_{t-1} مضافا" إليها أو مطروحا" منها مقدار تصحيحي يتحدد بالفرق بين القيمة المتوقعة خلال الفترة السابقة والقيمة الفعلية [1] .

- من الناحية الجبرية يمكننا كتابة الفرضين (86) و(88)على النحو التالي [2] :

$$\chi^*_\tau = \gamma \chi_\tau + (1-\gamma)\chi^*_{\tau-1} ....(90)$$

$$= \gamma \chi_\tau + \lambda \chi^*_{\tau-1} ......(91)$$

- ذلك ما يعرف

$$\lambda = 1-\gamma ......(92)$$

- بالتالي

$$\chi^*_\tau - \lambda \chi^*_{\tau-1} = \gamma \chi_\tau .....(93)$$

- بإدخال معامل التباطؤ L

$$\chi^*_\tau - \lambda L \chi^*_{\tau-1} = \gamma \chi_\tau ......(94)$$

$$(1-\lambda)\chi^*_\tau = \gamma \chi_\tau ......(95)$$

- أو

$$\chi^*_\tau = \frac{1}{(1-\lambda l)} \gamma \chi_\tau ...(96)$$

- تعويض المعادلة (96) فى النموذج الأصلي المعادلة (86)

(1) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص490 .

(2) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص259-261 .

$$y_\tau = \alpha + \beta \frac{1}{(1-\lambda l)} \gamma\, \chi_\tau + \mu_\tau .....(97)$$

- أو

$$(1-\lambda l)\, y_\tau = \alpha(1-\lambda l) + \beta\gamma\, \chi_\tau + (1-\lambda l)\, \mu_\tau ......(98)$$

- بإزالة الأقواس

$$y_\tau - \lambda\, y_{\tau-1} = \alpha(1-\lambda) + \beta\gamma\, \chi_\tau + (\mu_\tau - \lambda\, \mu_{\tau-1}) ...(99)$$

- مع ملاحظة انه بالنسبة للمعلمة الثابتة α فإن

$$l\alpha = \alpha .....(100)$$

مما يقود الى الحد الأول على الجانب الأيمن من المعادلة (99)(1-λ) α. يمكن كتابة النموذج على النحو التالي :

$$y_\tau = \alpha(1-\lambda) + \beta\gamma\, \chi_\tau + \lambda\, y_{\tau-1} + v_\tau ....(101)$$

بما يماثل معادلة كويك علية فأن إدخال آلية التوقعات المتوافقة فى المعادلة (88) على النموذج الأصلي (86) يقود الى نموذج ديناميكي يوضح استجابة المتغير التابع والمتغيرات المستقلة الحالية والسابقة عوضا" عن القيم المتوقعة لـ χ^*_t .

ثالثا" : نموذج التعديل الجزئي لنيرلوف (Partial Adjustment Model)

يطلق على نموذج التعديل الجزئي اصطلاح نموذج تعديل الرصيد [1] . تستند هذه النماذج على وجود المعوقات والتكاليف الباهظة فى وجه محاولة التعديل والتكييف السريع نحو المستويات المثلى للمتغيرات يأخذ النموذج الصيغة التالية [2] :

$$y^*_\tau = \alpha + \beta\, \chi_\tau + \mu_\tau .....(102)$$

حيث أن :

y^*_t= الرصيد الأمثل أو المخطط له لرأس المال للسنة الحالية

χ_t = الناتج فى السنة الحالية

u_t = المتغير العشوائي

[1] بسام يونس إبراهيم وآخرون ، الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص295 .

[2] عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص261 .

بـافتراض أن المستوى المرغـوب للمتغيـر Y فـى الفتـرة الزمنيـة t تعتمـد علـى بعض المتغيـرات التوضيحية χ_t مضـافا" إليهـا المتغيـر العشـوائي u_t [3]. مـن الأمثلـة الاقتصـادية لهذا النمـوذج دالـة مخزون أو رصيد رأس المال . فرصيد رأس المـال المـادي المرغـوب يمثـل الرصيد الـذى يلـزم لإتمام العملية الإنتاجية بدون قصـور فـى الطاقـة الإنتاجيـة أو بـدون فـائض فيهـا [1]. يمثـل مـا هـو متفـق عليـة لكـي يلائـم تـدرج عمليـات الإنتـاج بـدون زيـادة السـعة أو أعمـال إضـافية للمكـائن الموجودة[2] .

يحدد المستوى المرغوب لحجم الإنتـاج χ_t لكـن المتغيـر Y^*_t لا يمكـن مشـاهدته فـى الواقـع حتـى يتم تقدير صيغة نيرلـوف . كذلك نمـاذج المعجـل المـرن الاقتصـادية يتحـدد التـوازن علـى مستوى أمثل ومرغوب فيه لرصيد رأس المال Y^*_t اللازم للحصول على كمية معينة من الإنتاج χ_t.

- نموذج نيرلوف يأخذ الصيغة :

$$y^*_\tau=\alpha+\beta\chi_\tau+\mu_\tau\ldots(103)$$

- عليـة لا يمكـن تقـدير المعادلـة(103)لان المسـتوى الأمثـل غيـر مشـاهد مباشـرة فإننـا نسـتعمل الفرضية التالية [3] :

$$y_\tau-y_{\tau-1}=\delta\left(y^*_\tau-y_{\tau-1}\right)\ldots(104)$$

- حيث أن

$$0<\delta<1$$

يعنى الفرض أن التغير الذى يطرأ على رصيد رأس المال (الاستثمار) هو فى الواقع جزء من التغير المرغوب فيه الأمثل نظرا" لوجود بعض المعوقات الفنية .

- تعتبر المعلمة δ معلمة التعديل . فى حالة مساواة معلمة التعديل δ الصفر فإن :

$$y_\tau=y_{\tau-1}.....(105)$$

- مما يعنى ليس هنالك تغير فى مستوى رصيد رأس المال بين فترة وأخرى . أما إذا كانت معلمة

(1) مجيد على حسين وآخرون ،الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص364 .

(1) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص492

(2) Koutsayiannis , EPID, pp310 .

(3) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص261-262 .

التعديل تساوى الواحد فإن :

- مما يعنى أن هنالك تعديلا" وتكيفا" حظيا" مباشرا" نحو المستوى الأمثل $y_\tau = y^*_\tau ....(106)$ لرأس المال . يمكننا من كتابة المعادلة (104) على النحو التالي :

$$y_\tau = \delta y^*_\tau + (1-\delta) y_{\tau-1} ....(107)$$

- بالتعويض فإننا نحصل

$$y_\tau = \delta(\alpha + \beta \chi_\tau + \mu_\tau) + (1-\delta) y_{\tau-1} .....(108)$$

- أو

$$y_\tau = \alpha\delta + \beta\delta \chi_\tau + (1-\delta) y_{\tau-1} + \delta \mu_\tau ......(109)$$

مما يماثل نموذج كويك مرة أخرى كما يماثل نموذج التوقعات المتوافقة السابقة لكنة يختلف عنهما فى حد الخطأ الخاص به ابسط من حدود الخطأ السابقة الخاصة بالنموذجين السابقين .
بصورة عامة فإنه يمكننا كتابة النماذج السابقة (كويك – التوقعات المتوافقة – التعديل الجزئي) على النحو التالي :

$$y_\tau = \beta_\circ + \beta_1 \chi_\tau + \beta_2 y_{\tau-1} + v_\tau .....(110)$$

بمقارنة الصيغ النهائية لنماذج الانحدار الذاتي نلاحظ الاتى :

1- نصل فى النهاية الى صيغة تتضمن نفس المتغيرات هي (χ_t, Y_t, Y_{t-1}).
2- حد الخطأ u_t يعانى من مشكلة ارتباط ذاتي فى نموذجي كويك والتوقعات المتوافقة . حيث أن نموذج التعديل الجزئي لا يعانى من مشكلة ارتباط ذاتي علية يمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى إلا إذا ثبت باختبارات الارتباط الذاتي المعتادة وجود مشكلة الارتباط فى حد الخطأ $\lambda\ u_t$ فإننا نلجأ لطرق تقديرية أخرى [1] .
3- النظرية الاقتصادية التى يعبر عنها نموذج التوقعات المتوافقة تختلف عن النظرية الاقتصادية التى يعبر عنها نموذج التعديل الجزئي . أما نموذج كويك فهو مجرد تحويله جبرية لا تستند الى الأساس النظري [2] .

---

[1] [2] [3] عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ،ص493-494 .

يستخدم نموذج التعديل الجزئي فى تقدير نماذج اقتصادية أخرى مثل دالة الطلب فى حالة السلع التى يؤدى استهلاكها لنوع من التعود كالتبغ ودالة الطلب للسلع المعمرة . تأخذ دالة الطلب الصيغة التالية[3] :

$$Q_{\tau} = \alpha + \beta_{\circ} y_{\tau} + \beta_{1} Q_{\tau-1} + \beta_{2} p_{\tau} + \mu_{\tau} .....(111)$$

حيث أن :

Q_t = الكمية المطلوبة من السلعة

Y_t= الدخل

Q_{t-1} = الكمية المستهلكة من السلعة خلال فترة سابقة

p_t = سعر السلعة

يلاحظ أن المعلمة B_0 موجبة فى حالة الطلب على السلع غير المعمرة كالتبغ لأن استهلاك الفترة الحالية منها يتأثر إيجابا" باستهلاك الفترة السابقة . غير أن B_0 سالبة فى حالة الطلب على السلع المعمرة حيث كلما زادت الكمية المشتراه فى الفترة السابقة كلما قلت الكمية المطلوبة فى الفترة الحالية .

الفرع الثاني : طرق تقدير نماذج الانحدار الذاتي

عندما يتضمن النموذج المبطأ متغيرات خارجية فقط لا توجد مشاكل تقديرية خاصة حيث يمكن تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية مباشرة على النموذج الأصلي . أو تحديد أوزان مختارة للمتغيرات ذات فترات الإبطاء ثم تؤول المعاملات لكي نقدر بشكل مباشر من النموذج أو إتباع أسلوب أكثر تعقيدا" كنموذج ألمون الذى يشمل كل معاملات الإبطاء B_i تقدر بشكل غير مباشر . لكن الصعوبات التقديرية تظهر عندما يتضمن النموذج قيما" مبطأة للمتغير التابع ضمن المتغيرات المستقلة . بصورة عامة يمكننا كتابة نموذج الانحدار على النحو التالي :

$$y_{\tau} = \beta_{\circ} + \beta_{1} \chi_{\tau} + \beta_{2} y_{\tau-1} + v_{\tau} \quad ....(112)$$

لاحظنا فيما سبق انه تنبع مشكلة فى تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية نتيجة لوجود :

1- وجود متغير مستقل عشوائي Y_{t-1} [1] . يعنى ارتباط بين حد الخطأ V_t والمتغير التابع المبطأ Y_{t-1} الذى يكون فى الصيغ المحولة ضمن المتغيرات المستقلة .

$$E\left(y_{\tau-1}, v_{\tau}\right) \neq 0......(113)$$

---

[1] عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص262 .

2- احتمال الترابط الذاتي لحدود الخطأ الجديدة V_t. الارتباط الذاتي لحدود الخطأ فى الصيغ المحولة يوجد فى نموذجين كويك والتوقعات المتوافقة ماعدا نموذج التعديل الجزئي الذى تسلم بشكل مبدئي بعدم وجود مشكلة ارتباط ذاتي إلا إذا ثبت العكس.

$$E\left(\mu_{\tau}^{2}-2\lambda\,\mu_{\tau}\,\mu_{\tau-1}+\lambda^{2}\,\mu_{\tau-1}^{2}\right).......(114)$$

$$E\left(v_{\tau},v_{\tau-1}\right)\neq 0......(115)$$

للتأكد من هذا الأمر علينا أولا" تحديد خصائص حد الخطأ . ثانيا" متى توفر الخصائص الأساسية لنماذج الانحدار الذاتي :

أولا" : تحديد خصائص حد الخطأ u_t [1]

1- الوسيط (Mean)

$$E\left(\mu_{\tau}\right)=0.....(116)$$

2- التباين (Variance)

$$v\left(\mu_{\tau}\right)=E\left(\mu_{\tau}^{2}\right)=\sigma^{2}....(117)$$

3- التغاير (Con Variance)

$$\operatorname{cov}\left(\mu_{\tau}\,\mu_{\tau-\varsigma}\right)=E\left(\mu_{\tau}\,\mu_{\tau-\varsigma}\right)=0.....(118)$$

ثانيا" : الخصائص الأساسية لنماذج الانحدار الذاتي

أولا" : نموذج كويك

- حد الخطأ لنموذج كويك

$$v_{\tau}=\mu_{\tau}-\lambda\,\mu_{\tau-1}.....(119)$$

1- فإن الوسط هو :

$$E\left(v_{\tau}\right)=E\left(\mu_{\tau}-\lambda\,\mu_{\tau-1}\right)....(120)$$

$$E\left(\mu_{\tau}\right)-\lambda E\left(\mu_{\tau-1}\right)=0....(121)$$

- حيث يستوفى V_t فرض التوقع الصفري .

2- بالنسبة للتباين فإنه :

$$\operatorname{var}\left(v_{\tau}\right)=E\left(v_{\tau}^{2}\right)...(122)$$

[1] عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، المرجع السابق ، ص ص 263-265 .

$$= E(\mu_{\tau} - \lambda \mu_{\tau-1})^2 .....(123)$$

$$= E\left(\mu_{\tau}^{2}\right) - 2\lambda E\left(\mu_{\tau} \mu_{\tau-1}\right) + \lambda^2 E\left(\mu_{\tau-1}^{2}\right)......(124)$$

$$= \sigma^2 + \lambda^2 \sigma^2 .....(125)$$

$$= (1+\lambda^2)\sigma^2 .....(126)$$

$$= \sigma_{v}^{2}$$

يستوفى العنصر العشوائي V_t فرض ثبات التباين نظرا" لاعتماده على المعالم الثابتة λ^2, σ^2 .

3- أما بالنسبة للتغاير بأخذ حالة تغاير V_t مع V_{t-1}

$$E(v_{\tau} v_{\tau-1}) = E(\mu_{\tau} - \lambda \mu_{\tau-1})(\mu_{\tau-1} - \lambda \mu_{\tau-2}) ....(127)$$

$$= E(\mu_{\tau} \mu_{\tau-1}) - \lambda E\left(\mu_{\tau-1}^{2}\right) - \lambda E(\mu_{\tau} \mu_{\tau-2}) + \lambda^2 E\left(\mu_{\tau-2}^{2}\right) .....(12)$$

$$= \lambda E\left(\mu_{\tau-1}^{2}\right) ....(129)$$

$$= -\lambda \sigma^2 \neq 0 ....(130)$$

اى أن التغاير بين V_t و V_{t-1} لا ينعدم وبالتالي فإنه يوجد قدر من الارتباط بين V_t وقيمها السابقة V_{t-1} . يتلو ذلك أن يكون المتغير المستقل Y_{t-1} مرتبطا" مع V_t.

$$E(y_{\tau-1}, v_{\tau}) = E[\{\alpha(1-\lambda) + \beta_{\circ} \chi_{\tau-1} + \lambda y_{\tau-2} + v_{\tau-1}\} v_{\tau}] ....(131)$$

$$= E(v_{\tau-1}, v_{\tau}) .....(132)$$

$$= -\lambda \sigma^2 \neq 0 ......(133)$$

ثانيا" : نموذج التوقعات المتوافقة

هو مماثل لحد الخطأ فى نموذج كويك . ينطبق علية الوضع نفسه لنموذج كويك فى حد الخطأ[1] .

---

[1] المرجع السابق ، ص 265 .

ثالثا" : نموذج التعديل الجزئي

إن حد الخطأ يقابل الافتراضات اللازمة للحصول على مقدرات المربعات الصغرى بخصائصها المعروفة حيث :

1 - الوسط

$$(\mu_{\tau} = \delta \mu_{\tau}) \ldots\ldots (134)$$

2- التباين

$$E(\delta \mu_{\tau}) = \delta E(\mu_{\tau}) = 0 \ldots\ldots (135)$$

$$\operatorname{var}(\delta \mu_{\tau}) = E(\delta \mu_{\tau})^2 = \delta^2 E(\mu_{\tau}^2) = \delta^2 \sigma^2 \ldots\ldots (136)$$

وهو ثابت لاعتماده على المعالم الثابتة δ^2 , σ^2 .

3- التغاير

$$E(\delta \mu_{\tau}, \delta \mu_{\tau-1}) = \delta^2 E(\mu_{\tau} \mu_{\tau-1}) = 0 \ldots\ldots (137)$$

وهو منعدم اى ليس هنالك ارتباط بين قيم حد الخطأ الحالية والسابقة .

يترتب على هذه الافتراضات فى حالة نموذج كويك والتوقعات المتوافقة ما يلي [1] :

1- تكون مقدرات المربعات الصغرى العادية متحيزة .
2- مقدرات المربعات الصغرى العادية لا تتسم بالاتساق بمعنى رغم زيادة حجم العينة فإن المقدرات لا تتقارب من القيم الحقيقية للمعاني .

أما نموذج التعديل الجزئي فإنه يترتب ما يلي :

1- مقدرات المربعات الصغرى العادية قد تكون متحيزة فى العينات صغيرة الحجم .
2- مقدرات المربعات الصغرى العادية تتسم بالاتساق . فزيادة حجم العينة يقل التحيز ويقل التباين وتسير المقدرات نحو المعالم .

لمعالجة مشكلات تقدير نموذج كويك ونموذج التوقعات المتوافقة يوصى باستعمال طرق المتغيرات المساعدة التى قدمها أولا" ليفياتن (Liviatan) عام 1963م .

أبرز الطرق التى تستخدم لتقدير نماذج الانحدار الذاتي

أولا" : طريقة المتغيرات المساعدة (Instrumental Variables IV)

---

[1] المرجع السبق ، ص265 .

تسمى بطريقة المتغيرات البديلة . تهدف هذه الطريقة لمعالجة التحيز الذى ينشأ لارتباط احد المتغيرات المستقلة مع حد الخطأ . تتلخص طريقة المتغيرات المساعدة لاستخدام متغير وسيط أو متغيرات بديلة تحل مكان المتغير المرتبط . ثم تقدر العلاقة بشكلها الجديد . تهدف هذه الطريقة لتحقيق درجة الارتباط بين المتغيرات المستقلة والمتغير العشوائي . ذلك من خلال استخدام متغيرات خارجية ملائمة كمتغيرات مساعدة [1] .

تستخدم هذه الطريقة فى تقدير المعادلات السلوكية التى يكون لها تشخيص علوي و عندما يكون المتغير الخارجي له ارتباط بالمتغير العشوائي ولا يمكن الحصول على تقديرات متوافقة للمعاملات باستخدام طريقة المتغيرات المساعدة . علية فإن إيجاد المتغيرات المساعدة فى نموذج المعادلات الآنية ليست مشكلة أساسية ذلك لان المتغيرات الخارجية ليست فى المعادلة لاستخدامها كمتغيرات مستقلة .

هنالك سبب فى عدم صلاحية طريقة المربعات الصغرى للتطبيق فى حالة نموذج كويك هو ارتباط المتغير المستقل المبطأ العشوائي Y_{t-1} مع حد الخطأ V_t. إذا استطعنا إزالة هذا الارتباط يمكننا بعد ذلك تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية .

يقترح ليفياتن أن نحصل على بديل مناسب للمتغير Y_{t-1} بحيث [2] :

1- يرتبط البديل مع Y_{t-1}.

2- لا يرتبط البديل مع حد الخطأ V_t.

- لتقدير معالم النموذج

$$y_{\tau} = \beta_{\circ} + \beta_1 \chi_{\tau} + \beta_2 y_{\tau-1} + v_{\tau} \;.....(138)$$

- يقترح ليفياتن استعمال المتغير المتباطئ χ_{t-1} عوضا" عن Y_{t-1}

$$y_{\tau} = \beta_{\circ} + \beta_1 \chi_{\tau} + \beta_2 \chi_{\tau-1} + v_{\tau} \;......(139)$$

يسمى χ_{t-1} المتغير البديل أو المساعد . فى هذه الحالة عبر معادلة انحدار المتغيرات المساعدة التالية :

$$\overset{\wedge}{\beta}_{iv} = (z'\chi)^{-1} z'y....(140)$$

---

[1] مجيد على حسين وآخرون ، الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص425-426 .

[2] عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص269-270 .

يـتم الحصـول علـى مقـدرات المتغيـرات المسـاعدة $B^{\wedge}_{iv}$. تتسـم مقـدرات المتغيـرات المسـاعدة بالتحيز فى العينات الصغيرة لكنها تمتلك خاصية الاتساق المرغوبة فى العينات الكبيرة[3] فإن هذه

الطريقة لا تؤدى الى التخلص من مشكلة الارتباط الذاتي [1] .

- تعرف المصفوفات المستعملة على النحو التالي[2] :

$$\hat{\beta}_{iv} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{\circ} \\ \hat{\beta}_{1} \\ \hat{\beta}_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & \sum \chi_{\tau} & \sum y_{\tau-1} \\ \sum \chi_{\tau} & \sum \chi_{\tau}^{2} & \sum \chi_{\tau} y_{\tau-1} \\ \sum y_{\tau-1} & \sum \chi_{\tau} y_{\tau-1} & \sum y_{\tau-1}^{2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum y_{\tau} \\ \sum \chi_{\tau} y_{\tau} \\ \sum y_{\tau-1} y_{\tau} \end{bmatrix}$$

ثانيا " : طريقة المربعات الصغرى العامة (The General Least Squares GLS)

تصلح هذه الطريقة لتقدير نماذج الانحدار الذاتي خاصة إذا كان الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى . تتمثل هذه الطريقة فى تخليص البيانات من الارتباط الذاتي . بعد ذلك التقدير من خلال طريقة المربعات الصغرى العادية [3] .

فإذا افترضنا أن ρ معامل الارتباط الذاتي فإننا يمكن شرح خطوات طريقة المربعات الصغرى العامة فى التقدير كما يلي :-

1- نحصل على معامل الارتباط الذاتي ρ كاالأتى[4] :

- تقدير المعادلة التالية كوسيلة للتخلص من الارتباط الذاتي بين Y_{t-1} و u_t

$$y_{\tau} = \alpha + \beta_{1} \chi_{\tau-1} + \mu_{\tau} \text{....(141)}$$

- نقوم بتحديد قيم حد الخطأ u_t فى الفترات المختلفة باستخدام الصيغة بعد تقديرها

$$e_{\tau} = y_{\tau} - \hat{\alpha} - \hat{\beta}_{1} \chi_{\tau-1} \text{......(142)}$$

- منها نحصل على معامل الارتباط الذاتي المعدل

---

(1) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره ، ص 497

(2) عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ، ص271 .

(3) (4) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، مرجع سبق ذكره 497-498 .

$\rho^{\wedge}$

حيث أن :

$$\rho^{\wedge}=\frac{\sum_{\tau=2}^{n} e_{\tau} e_{\tau-1} \big/ n-1}{\sum_{\tau=2}^{n} e_{\tau}^{2} \big/ n}+\frac{k}{n} \text{..........} \quad (143)$$

k= عدد المعاملات المقدرة بالنموذج

n= حجم العينة

k\ n=ρ حيث تمت إضافته للقضاء على التحيز عند استخدام $\rho^{\wedge}$ بدلا من

2- نقوم بتخليص البيانات من الارتباط الذاتي وفقا" للتحويلات التالية [1]:

- نأخذ نموذج الانحدار الذاتي

$$y_{\tau}=\alpha+\beta_{\circ}\chi_{\tau}+\beta_{1} y_{\tau-1}+v_{\tau} \text{......} (144)$$

- إبطاء النموذج فترة زمنية واحدة

$$y_{\tau-1}=\alpha+\beta_{\circ}+\beta_{1}\chi_{\tau-1}+\beta_{2} y_{\tau-2}+v_{\tau-1} \text{.....} (145)$$

- ضرب النموذج المبطأ فى $\rho^{\wedge}$

$$\rho^{\wedge} y_{\tau-1}=\rho^{\wedge}\alpha+\rho^{\wedge}\beta_{\circ}+\rho^{\wedge}\beta_{1}\chi_{\tau-1}+\rho^{\wedge}\beta_{2} y_{\tau-2}+\rho^{\wedge} v_{\tau-1}\ldots(146)$$

- طرح المعادلة (144)من (146)

$$y_{\tau}-\rho^{\wedge} y_{\tau-1}=\left(\alpha-\rho^{\wedge}\alpha\right)+\left(\beta_{\circ}\chi_{\tau}-\rho^{\wedge}\beta_{\circ}\chi_{\tau-1}\right)+\left(\beta_{1} y_{\tau-1}-\rho^{\wedge}\beta_{1} y_{\tau-2}\right)+\left(v_{\tau}-\rho^{\wedge} v_{\tau-1}\right) \text{.....} (147)$$

$$y_{\tau}-\rho^{\wedge} y_{\tau-1}=\alpha\left(1-\rho^{\wedge}\right)+\beta_{\circ}\left(\chi_{\tau}-\rho^{\wedge}\chi_{\tau-1}\right)+\beta_{1}\left(y_{\tau-1}-\rho^{\wedge} y_{\tau-2}\right)+\left(v_{\tau}-\rho^{\wedge} v_{\tau-1}\right) \text{.....} (148)$$

- نقوم بتقدير المعادلة

$$y_{\tau}^{*}=\alpha\left(1-\rho^{\wedge}\right)+\beta_{\circ}\chi_{\tau}^{*}+\beta_{1} y_{\tau-1}^{*}+w_{\tau} \text{......} (149)$$

- حيث أن

$$y_{\tau}^{*}=y_{\tau}-\rho^{\wedge} y_{\tau-1} \text{......} (150)$$

$$\chi_{\tau}^{*}=\chi_{\tau}-\rho^{\wedge}\chi_{\tau-1} \text{.....} (151)$$

[1] المرجع السابق ، ص 498 .

$$y^{*}_{\tau-1} = y_{\tau-1} - \rho^{\wedge} y_{\tau-2} .....(152)$$

تتسم المعلمات المقدرة باستخدام طريقة المربعات الصغرى العامة بالاتساق والكفاءة . وإن كانت تتسم بالتحيز فى العينات الصغيرة [1] .

للكشف عن مشكلة الارتباط الذاتي فى نماذج الانحدار الذاتي نجد أن إحصائية ديربن واتسون لاتستخدم فى حالة نماذج الانحدار الذاتي نظرا" لعشوائية احد المتغيرات المستقلة Y_{t-1} .

اقترح ديربن عام 1970م استخدام إحصائية h التى تتمتع بخصائص إحصائية مرغوب فيها فى حالة العينات الكبيرة . وتتمثل إحصائية h بالقانون [2] :

$$h = \rho^{\wedge} \sqrt{\frac{n}{1-n\left[\operatorname{var}\left(\beta^{\wedge}_{i}\right)\right]}} ....(153)$$

يتوزع h تقريبا" كمتغير طبيعي معياري . علية بالنسبة للعينات الكبيرة نستخدم جدول التوزيع الطبيعي لتحديد القرار الاحصائى . فمثلا عند مستوى 5% لاختبار الذيلين يقبل فرض العدم H_0 القائل بعدم وجود ارتباط ذاتي $\rho_0 = 0$ إذا كانت :

$$|h| < 1.96$$

ويقبل الفرض البديل H_1 القائل بوجود الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى اى :

$$|h| > 1.96$$

ينهار اختبار h إذا كانت $1=nv(B^{\wedge}_{i})$ ويصبح h عددا" تخيليا" إذا كانت $1<nv(B^{\wedge}_{i})$.

لإجراء اختبار h نتبع الخطوات التالية :

1- يجرى انحدار طريقة المربعات الصغرى العادية ونحصل منها على $v(B^{\wedge}_{i})$.

2- يتم حساب $\rho^{\wedge}$ أو تقديرها ويمكن استخدام العلاقة :

$$\rho^{\wedge} = 1 - \frac{d}{2} ......(154)$$

---

[1] ا لمرجع السابق ، ص499 .

[2] د. عبد المحمود محمد عبد الرحمن ، مقدمة فى الاقتصاد القياسي ، مرجع سبق ذكره ،ص 271-272 .

حيث d قيمة إحصائية ديربن واتسون المحسوبة .

3- التعويض فى القانون بغرض الحصول على قيمة h المحسوبة .

4- تختبر دعوى الصفر :

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

المطلب الثالث :- تطبيقات معادلات الفترة فى مجال الاقتصاد

يقصد بمعادلات الفترة تلك المعادلات التى تتغير فيها قيم العوامل مع الزمن . لكن فى فترات يمكن التعبير عنها بالأرقام (أعداد صحيحة) . تميزها عن معادلات التفاضل التى يوصف التغير فيها بأنه متصل (أعداد عشرية) وبأنه متناهي فى الصغر لا يمكن التعبير عنه بالأرقام[1].

لابد أن يواجه طالب الاقتصاد علاقات تتضمن قيم لمتغيرات فى فترات متتابعة . العلاقة التى تتضمن قيم متغير فى فترات متتابعة تسمى (Differnce Equation) يترجمها البعض معادلات الفروق . هذه المعادلات تتعلق بالزمن والفترة اقرب للزمن من الفرق . اختيار مصطلح فرق يكون مقبول الى حد ما إن كانت العلاقة بصيغة المتطابقة التالية :

$$y_\tau - y_{\tau-1} = c ......(155)$$

حيث تمثل الفرق بين قيمتي أحد العوامل فى فترتين .

أما إذا كانت الصيغة علاقة سببية مثل :

$$y_\tau = a\, y_{\tau-1} + c .....(156)$$

يظهر مقدار اثر الزمن فى تغير قيمة أحد العوامل . مصطلح فترة يشير للزمن خصوصاً" على خلاف مصطلح فرق خالي من هذه الخصوصية . يكون من الأنسب إظهار أثر الزمن فى المصطلح وعليه تكون التسمية المناسبة معادلات الفترة أو معادلات فترة الإبطاء .

هناك تطبيقات على معادلات الفترة من الدرجة الأولى تتمثل فى :-

---

(1) على فاطن محمد صالح الو نداوى ، معادلات الفترة ، ورقة غير منشورة ، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا ، الخرطوم ، 2008م .

أولا " : نموذج نسيج العنكبوت (Cob Web Model)[1]

استجابة الكمية المعروضة لتغير السعر لكثير من السلع ليست آنية . ظاهرة تخلف استجابة العرض لتغيرات السعر تلاحظ بوضوح فى كثير من القطاعات . استجابة احد المصانع التى تعمل بطاقة قصوى لزيادة الطلب على منتجاته لا تتم الا بعد التوسع فى رأس المال . هذه الظاهرة تشاهد بوضوح فى قطاع الزراعة . تغيير الكمية المنتجة لا يمكن أن يتم ما لم يمر موسم كامل . فى هذه الحالة وكالمعتاد الكمية المطلوبة مرتبطة بالسعر السائد فى السوق فى نفس الفترة. أما الكمية المعروضة فمرتبطة بأسعار الفترة السابقة . الأسعار المرتفعة فى فترة تشجع المنتجين على زيادة إنتاج الفترة اللاحقة . فى حين تحمل الأسعار المنخفضة لمحصول فى فترة على اعتقاد البعض بعدم ربحية المحصول . مثل هذا الاعتقاد يؤدى لانخفاض الكمية المعروضة فى الفترة اللاحقة . يمكن التعبير عنها كما يلي [2] :

- الكمية المعروضة فى الزمن الحالي دالة فى أسعار الفترة السابقة .

$$Q_{\tau}^{\varsigma} = F\left(p_{\tau-1}\right).......(157)$$

- الكمية المطلوبة فى الزمن الحالي دالة فى أسعار الفترة الحالية

$$Q_{\tau}^{d} = F\left(p_{\tau}\right)......(158)$$

- على فرض امكانية التعبير عن دالتى العرض والطلب خطيا" :
- دالة العرض الخطية

$$Q_{\tau}^{\varsigma} = C + d\ p_{\tau-1}.......(\ 159\ )$$

- دالة الطلب الخطية

$$Q_{\tau}^{d} = a + b\ P_{\tau}.....(\ 160\ )$$

- شرط توازن الكمية المعروضة مع الكمية المطلوبة

$$Q_{\tau}^{\varsigma} = Q_{\tau}^{d}......(\ 161\ )$$

---

(1) (2) المرجع السابق ،ص ص1-3 .

$$C + d\, p_{\tau-1} = a + b\, p_{\tau} \,.....(162)$$

$$C - a + d\, P_{\tau-1} = b\, p_{\tau} \,.....(163)$$

$$b\, p_{\tau} = c - a + d\, P_{\tau-1} \,......(164)$$

$$b\, p_{\tau} = d\, p_{\tau-1} + c - a \,......(165)$$

- بالقسمة على معامل سعر الفترة الحالية b

$$p_{\tau} = \frac{d}{b} p_{\tau-1} + \frac{(c-a)}{b} \,.......(166)$$

$$p_{\tau} = \sigma\, p_{\tau-1} + \delta \,.......(167)$$

- حيث أن :

$$\sigma = \frac{d}{b} \,........(168)$$

$$\delta = \frac{(c-a)}{b} \,......(169)$$

- معادلة الحل العام هي [1] :

$$y_{\tau} = \left[y_{\circ} - \left\{ \frac{\delta}{1-\sigma} \right\} \right] \sigma^{\tau} + \left[\frac{\delta}{1-\sigma} \right] ....(170)$$

- بالتعويض فى معادلة الحل العام نحصل على :

$$p_{\tau} = \left[p_{\circ} - \left\{ \frac{c - a/b}{1 - d/b} \right\} \right] \left\{ \frac{d}{b} \right\}^{\tau} + \left[\frac{c - a/b}{1 - d/b} \right] ....(171)$$

(1) المرجع السابق ، ص3-4..

- بعد المعالجة نحصل على :

$$p_{\tau}=\left[p_{\circ}-\left\{\frac{c-a}{b-d}\right\}\right]\left\{\frac{d}{b}\right\}^{\tau}+\left[\frac{c-a}{b-d}\right]......(172)$$

ثانيا" : نموذج هارولد دومر[1]

أ/ معادلة فترة متجانسة من الدرجة الأولى :

فى نموذج اقتصاد كلى على فرض إن الادخار فى اى فترة دالة فى الدخل القومي لتلك الفترة . الاستثمار فى كل فترة ينسب الى فضل الدخل القومي للفترة الحالية على الدخل القومي للفترة السابقة . عند التوازن يتساوى الاستثمار فى كل فترة مع الادخار لتلك الفترة . يكون النموذج كما يلي[1] :

- دالة الادخار

$$S_{\tau}=\sigma y_{\tau}......(173)$$

- دالة الاستثمار

$$I_{\tau}=v\left(y_{\tau}-y_{\tau-1}\right)....(174)$$

- بدلالة شرط توازن الاستثمار يساوى الادخار

$$I_{\tau}=S_{\tau}......(175)$$

$$S_{\tau}=v\left(y_{\tau}-y_{\tau-1}\right)....(176)$$

$$\sigma y_{\tau}=v y_{\tau}-v y_{\tau-1}......(177)$$

$$v y_{\tau}-\sigma y_{\tau}=v y_{\tau-1}.....(178)$$

$$\left(v-\sigma\right)y_{\tau}=v y_{\tau-1}......(179)$$

$$y_{\tau}=\frac{v}{(v-\sigma)}y_{\tau-1}......(180)$$

المعادلة السابقة عبارة عن دالة فترة متجانسة من الدرجة الأولى وحلها كما فى المعادلة واحد (181) التالية :

---

[1] [2] [1] المرجع السابق، ص5-7.

$$y_\tau = b^\tau y_\circ \ldots (181)$$

- عليه تكتب :

$$y_\tau = y_\circ \left(\frac{v}{v - \sigma} \right)^\tau \ldots\ldots\ldots (182)$$

- أو

$$y_\tau = b^\tau y_\circ \ldots\ldots (183)$$

- حيث أن :

$$b = \left(\frac{v}{v - \sigma} \right) \ldots\ldots (183)$$

النتيجة تعتمد على قيمة s . إذا كانت S=V المقام يصبح صفر وداخل القوس يؤول الى ما لانهاية وبذلك يفشل النموذج . أما إذا كانت S>V النتيجة تتذبذب بين السلب والإيجاب تبعا" لقيمة t . فإذا كانت t عددا" زوجيا" النتيجة تكون موجبة , تكون النتيجة سالبة إذا كانت t عددا" فرديا". النتيجة منفرجة (Divergent) . y_t تزداد مع الزمن بلا حدود . أما إذا كانت s<v النتيجة تقترب من y_0 (Convergent) .

ب/ معادلة فترة غير متجانسة من الدرجة الأولى[1] :

فى نموذج اقتصاد كلى على فرض إن الادخار فى اى فترة دالة فى الدخل القومي لتلك الفترة ناقص مقدار ثابت . والاستثمار فى كل فترة ينسب الى فضل الدخل القومي للفترة الحالية على الدخل القومي للفترة السابقة . عند التوازن يتساوى الاستثمار فى كل فترة مع الادخار لتلك الفترة. يكون النموذج كما يلي :

$$S_\tau = \sigma y_\tau - S \ldots (184)$$

$$I_\tau = v(y_\tau - y_{\tau-1}) \ldots (185)$$

$$I_\tau = S_\tau \ldots (186)$$

- بالتعويض عن الاستثمار فى (184) بالادخار من (15) بدلالة (186) تصبح

[1] المرجع السابق ، ص8.

$$S_{\tau} = v\left(y_{\tau} - y_{\tau-1}\right) .....(187)$$

$$\sigma y_{\tau} = v y_{\tau} - v y_{\tau-1} + S ......(188)$$

$$v y_{\tau} - \sigma y_{\tau} = v y_{\tau-1} + S .....(189)$$

$$(v - \sigma) y_{\tau} = v y_{\tau-1} + S ......(190)$$

$$y_{\tau} = \frac{v}{(v-\sigma)} y_{\tau-1} + \frac{S}{(v-\sigma)} \ldots (191)$$

- العلاقة رقم (191)عبارة عن دالة فترة غير متجانسة من الدرجة الأولى وحلها فى المعادلة التالية:

$$y_{\tau} = (\sigma - \sigma\beta)^{\tau} y_{\circ} ....(192)$$

- عليه نكتب :

- أو

$$y_{\tau} = \frac{v}{(v-\sigma)^{\tau}} \left[y_{\circ} - \frac{s/_{v-\sigma}}{1 - v/_{v-\sigma}} \right] + \frac{\left(s/_{v-\sigma}\right)}{v-\sigma} ....(193)$$

$$y_{\tau} = b^{\tau} y_{\circ} ....(194)$$

- حيث أن :

$$b = \left(\frac{v}{v-\sigma}\right) ......(195)$$

النتيجة تعتمد على قيمة s . إذا كانت S=V المقام يصبح صفر وداخل القوس يؤول الى ما لانهاية وبذلك يفشل النموذج . أما إذا كانت S>V النتيجة تتذبذب بين السلب والإيجاب تبعا لقيمة t . فإذا كانت t عددا" زوجيا" النتيجة تكون موجبة , تكون النتيجة سالبة إذا كانت t عددا" فرديا" . النتيجة منفرجة (Divergent) . y_t تزداد مع الزمن بلا حدود . أما إذا كانت s<v النتيجة تقترب من y_0 (Convergent) [1] .

[1] المرجع السابق ، ص8-9.