المستخلص

فى هذه الدراسة أُعتبرت الفونونات ناتجة عن إهتزاز الذرات والتى تهتز حول مواضع اتزانها داخل الشبيكة البلورية فى حركة توافقية بسيطة لذا فإن طاقتها هى طاقة المتذبذب التوافقى والتى اوضحت معادلة شرودنجر أنها طاقة مكممة.

وبتطبيق معادلة شرودنجر على الفونون باعتبار أنه فى بئر جهد محدود وُجِدَ أن عدده الموجى واندفاعه وطاقته مكممة.

Abstract

In this study phonons were consider to result from atoms vibrations around their equilibrium position in the lattice in a simple harmonic motion therefore their energy is that of harmonic oscillator which was proved to be quantized according to Schrodinger equation

By using Schrodinger equation for phonons considering their are in limited potential well their wave number and energy were found to be quantized.

الباب الاول

1.1 المقدمة:

الحرارة هي الطاقة المنتقلة بين أجسام تختلف في درجة حرارتها بينما درجة الحرارة هي كمية الطاقة المختزنة داخل جزيئات المادة، وهي عبارة عن طاقة حركية تتشكل نتيجة حركة الجزيئات وإهتزازها، وحركة تجاذب وتنافر، وحركة دورانية حول المحور، وحركة انتقالية، وبالتالي فإن الطاقة الناتجة عن حركة هذة الجزيئات تسمى درجة الحرارة. (1)

وتحتاجها الناس في تحديد احتياجاتهم اليومية كطهو الطعام عند درجة حرارة معينة، وكذلك شراء لبس مناسب لتقلب الطقس والمناخ وفقا لليوم الذي سيخرج به إلى العمل أو إلى التنزه وإلى ما ذلك من الظروف والمهام اليومية التي تعتمد بشكل كبير على الحالة العامة للطقس والمناخ وبالتالى التأقلم معها لاتمام الحياة بشكلها السليم والايجابي.وفى الجانب الصناعى فإنه من اللازم لاتمام عمليات صناعية كثيرة معرفة درجة الحرارة التي تنصهر عندها المادة والتي تتكثف ايضا مما يفيد في الحصول على ذوبان للمادة وكذلك تكثف قالبي لها وفقا للحاجة وللرغبة (2)

1 . 2 مشكلة البحث:

تمثل مشكلة البحث فى عدم وجود نموذج يفسر الظواهر الحرارية لبعض المواد الجديدة مثل الموصلات الفائقة

1. 3 الدراسات السابقة :

هناك دراسات عديدة لمعرفة خواص الفونون والخواص الحرارية للمادة باستخدام قوانين ميكانيكا الكم

1/ ففى بحث اجراه البروفسير مبارك درار وآخرون أدخلت الطاقة الحرارية المعبرة عن الفونون فى معادلة شرودنجر الكمية

Using the light binding approximation deriving the quantum critical temperature superconductivity equation

2/ وفى بحث أخر أعتبرت طاقة الفونون مكممة لعلاقتها بالاحتكاك .

Quantization of friction for Nano Isolated Systems

1. 4 الغرض من البحث :

يهدف البحث لعمل نموذج كمى نظرى يختص بالظواهر الحرارية على ضوء نظرية الفونون.

1. 5 محتوى البحث:

يحوى البحث اربعة ابواب. الباب الأول المقدمة . الباب الثانى يهتم بمعادلة شرودنجر والثالث يهتم بالخواص الحرارية للجوامد أما الباب الرابع فهو يحوى النموذج الحرارى.

الباب الثانى

معادلة شرودنجر

2.1 مقدمة:

تعتبر معادلة شرودنجر من المعادلات المهمة فى علم الكمية وقد قال عنها بوهر إن من لم تصدمه فيزياء الكم فهو لم يفهمها .

2.2 معادلة شرودنجر:

قام شرودنجر بغرض ان حركة الجسيم مصحوبة بحزمة موجية لها نفس سرعة الجسيم وأن متوسط الطول الموجى لهذه الحزمة يعطى بمعادلة ديبرولى:

$$\lambda = \frac{h}{p} \rightarrow (2-2-1)$$

حيث أن :

h : هو ثابت بلانك

λ : الطول الموجى

P: الاندفاع

وافترض أن هذه الموجة تصفها دالة موجية بدلالة موقع الجسيم والزمن

$$\Psi(x, y, z, t) \rightarrow (2-2-2)$$

حيث :

$(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$هى إحداثيات موقع الجسيم عند الزمن (t)والدالة الموجبة متحركة بطول موجى ثابت $\boldsymbol{\lambda}$ أى ان كمية الحركة الخطية ثابتة وعندها تكون القوة معدومة

$$F = \frac{dp}{dt} = 0 \rightarrow \ (2-2-3)$$

الدالة الموجية يمكن كتابتها في الصورة

$$\Psi(x,t) = \sin(kx - \omega\ t) \rightarrow (2-2-4)$$

حيث :

K: العدد الموجى ويساوى

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \ \rightarrow (2-2-5)$$

كما أن :

: التردد الزاوى ويساوى ω

$$\omega = 2\pi k \ (2-2-6)$$

فاذا كانت *p* غير ثابتة أى انه توجد قوة تؤثر على الجسيم فإن معادلة شرودنجر ستساعد على إيجاد شكل الدالة الموجية *Ψ*

هنالك أربعه افتراضات تتعلق بخصائص المعادلة الموجية :

1. **أن تكون متفقة مع فروض دبرولى وبلانك التى تنص على أن**

$$p = \frac{h}{\lambda}\,, \qquad E = hf \ \ \rightarrow \ \ (2-2-7)$$

2. **ان تتفق مع صيغة الطاقة النيوتنية :**

$$E = \ \mathrm{T} + V \rightarrow (2-2-8)$$

حيث:

E : الطاقة الكلية

T : طاقة الحركة وهى تساوى :

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow (2-2-9)$$

V: **طاقة الوضع**

$$\therefore E = \frac{p^2}{2m} + V \rightarrow (2-2-10)$$

3. أن تكون المعادلة الموجية خطية في (x_2, t_2) (Ψ) أى انه اذا كان (x_1, t_1) (Ψ_1) حل للمعادلة و Ψ_2*(x,t)* ايضا حل للمعادلة عند نفس الجهد فإن المجموع الخطى حل للمعادلة

$$\Psi(x,t) = C_1\Psi_1 + C_2\Psi_2 \rightarrow (2-2-11)$$

4. بصفة عامة فإن طاقة الوضع V تكون داله في x وربما فيt وعندما يكون جسيم حر فإن:

$$.V(x,t) = V_0 \rightarrow (2-2-12)$$

لذلك نتوقع ان المعادلة المطلوبة لها حل موجبة جيبية متحركة بطول موجي ثابت وترددf.

باستخدام الفرض الأول المعادلة $(2-2-7)$ في الفرض الثاني نحصل على

$$\frac{h^2}{2m\lambda^2} + V = hf \rightarrow (2-2-13)$$

ولأن

$$h = 2\pi\hbar$$

فإن :-

$$\frac{\hbar}{2m}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 + V = \hbar(\,2\pi f\,) \rightarrow (2-2-14)$$

تصبح المعادلة (12- 2- 2) فى الصورة :

$$\frac{\hbar}{2m}K^2 + V = \hbar\omega(\,2-2-15)$$

بضرب الطرفين فى Ψ

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m}\Psi + V\,\Psi = \hbar\omega\Psi \rightarrow (2-2-16)$$

وباعتبار أن :

$$\Psi = \sin(kx - \omega t) \to (2-2-17)$$

إذن:-

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -k^2 \Psi = -k^2 \sin(kx - \omega t) \to (2-2-18)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\boldsymbol{\omega} \cos(kx - \omega t) \to (2-2-19)$$

يمكننا أن نحاول فى الشكل التالى:-

$$\alpha \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + V\Psi(x,t) = \beta \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} \to (2-2-20)$$

$\boldsymbol{\alpha, \beta}$ ثوابت سوف تحدد لاحقا

بإستخدام دالة موجية عبارة عن تجمع sin وcos وفق الفرض (3)

$$\Psi = \cos((kx - \omega t)) + \gamma \sin(kx - \omega t) \to (2-2-21)$$

$$\therefore \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -k^2[\cos(kx - \omega t) - \gamma \sin(kx - \omega t)] \to (2-2-22)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = [\omega \sin(kx - \omega t) - \gamma \omega \cos(kx - \omega t)] \to (2-2-23)$$

وبتعويض المعادلات (2,2,19)و(2,2,20) و(2,2,21) فى المعادلة (2,2.18) نحصل على :-

$$-\propto k^2(\cos(kx - \omega t) + \propto \gamma \sin kx - \omega t) + V(\cos(kx - \omega t) + \gamma \sin(kx - \omega t))$$
$$= \beta\omega(-\sin(kx - \omega t) + \gamma \cos(kx - \omega t)) \to (2-2-24)$$

وبجعل المعادلة صفرية وتجميع الحدود المتشابهة

$$[-\propto k^2 + V - \beta\omega\gamma]\cos(kx - \omega t) + [-\propto k^2\gamma + \gamma V + \beta\omega]\sin(kx - \omega t) = 0$$

وبمساواة المعاملات

$$-\propto k^2 + V - \beta\omega\gamma = 0 \to (2-2-25)$$

$$\therefore V = \propto k^2 + \beta\omega\gamma \rightarrow (2-2-26)$$

$$-\propto k^2\gamma + \gamma V + \beta\omega = 0 \rightarrow (2-2-27)$$

$$\therefore V = \propto k^2 - \frac{\beta\omega}{\gamma} \rightarrow (2-2-28)$$

ومن المعادلات (2,2.25) و(2,2,27) نجد أن: -

$$\beta\omega\gamma = -\frac{\beta\omega}{\gamma}$$

$$\therefore \gamma = \pm i \rightarrow (2-2-29)$$

ومن المعادلات (2,2,25) و(2,2,27) و(2,2,14) نجد أن :

$$\alpha = \frac{\hbar}{2m} \rightarrow (2-2-30)$$

ومن (2,2,13) و(2,2,18) نجد أن:

$$\beta\gamma = \hbar \therefore \beta = \pm i\hbar (2-2-31)$$

وبتعويض الثوابت فى المعادلة (2,2,18) نحصل على

$$\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V\Psi(x,t) = \pm i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} \rightarrow (2-2-32)$$

وهى معادلة شرودنجر الزمنية .

3 .2 معادلة شرودنجر غير الزمنية :

عندما يكون الجهد دالة فى الموضع فقط يمكن حل معادلة شرودنجر بطريقة فصل المتغيرات بوضعها فى الصيغة

$$\Psi(\mathrm{x,t}) = \mathrm{U(x)}\Phi(t) \to (2-3-1)$$

حيث أن الجهد دالة فى الموضع فقط

$$V(x,t) = V(x) \to (2-3-2)$$

ومن المعادلات (2-3-1) و(2-3-2)

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Phi(t)\frac{\partial^2 \mathrm{U(x)}}{\partial x^2} + V(x)\mathrm{U(x)}\Phi(t) = i\hbar \mathrm{U(x)}\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} \to (2-3-3)$$

وبقسمة الاطراف على Φ (t) U(x) تصبح المعادلة فى الصيغة

$$-\left({\hbar^2}/{2m}\right)\frac{1}{\mathrm{U(x)}}\frac{\partial^2 \mathrm{U(x)}}{\partial x^2} + V(x) = \frac{i\hbar}{\Phi(t)}\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t}(2-3-4)$$

لاحظ أن الطرف الأيمن يعتمد على t والطرف الايسر يعتمد على x لذا لابد أن كلا الجانبين يساوى ثابت

$$-\left({\hbar^2}/{2m}\right)\frac{1}{\mathrm{U(x)}}\frac{\partial^2 \mathrm{U(x)}}{\partial x^2} + V(x) = C \to (2-3-5)$$

$$i\hbar\frac{1}{\Phi(t)}\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} = C \to (2-3-6)$$

$$\frac{\partial \Phi(\mathrm{t})}{\Phi(\mathrm{t})} = -\frac{\mathrm{iC}}{\hbar}\partial \mathrm{t} \to (2-3-7)$$

بإجراء التكامل للطرفين

$$\int \frac{d\Phi}{\Phi} = \int \frac{-iC}{\hbar} dt \rightarrow (2-3-8)$$

$$\Phi(t) = \frac{-iC}{\hbar} t \rightarrow (2.3.9)$$

$$\therefore \Phi(t) = \cos\left(\frac{C}{\hbar} t\right) - i \sin\left(\frac{C}{\hbar} t\right) \rightarrow (2-3-10)$$

وهى دالة تذبذبية مركبة بتردد

$$\omega = \frac{C}{\hbar}$$

$$\therefore C = \hbar\boldsymbol{\omega} = E \rightarrow (2-3-11)$$

بالتعويض فى المعادلة (2-3-5)

$$-\left(\hbar^2/2m\right)\frac{1}{\mathrm{U(x)}}\frac{\partial^2 \mathrm{U(x)}}{\partial x^2} + V(x) = E$$

$$-\left(\hbar^2/2m\right)\frac{\partial^2 \mathrm{U(x)}}{\partial x^2} + V(x)\mathrm{U(x)} = E\mathrm{U(x)}$$

$$\therefore -\left(\hbar^2/2m\right)\frac{\partial^2 \Psi(\mathrm{x})}{\partial x^2} + V(x)\Psi(\mathrm{x}) = E\Psi(\mathrm{x}) \rightarrow (2-3-12)$$

وهى معادلة شرودنجر غير الزمنية

وبصورة أخرى

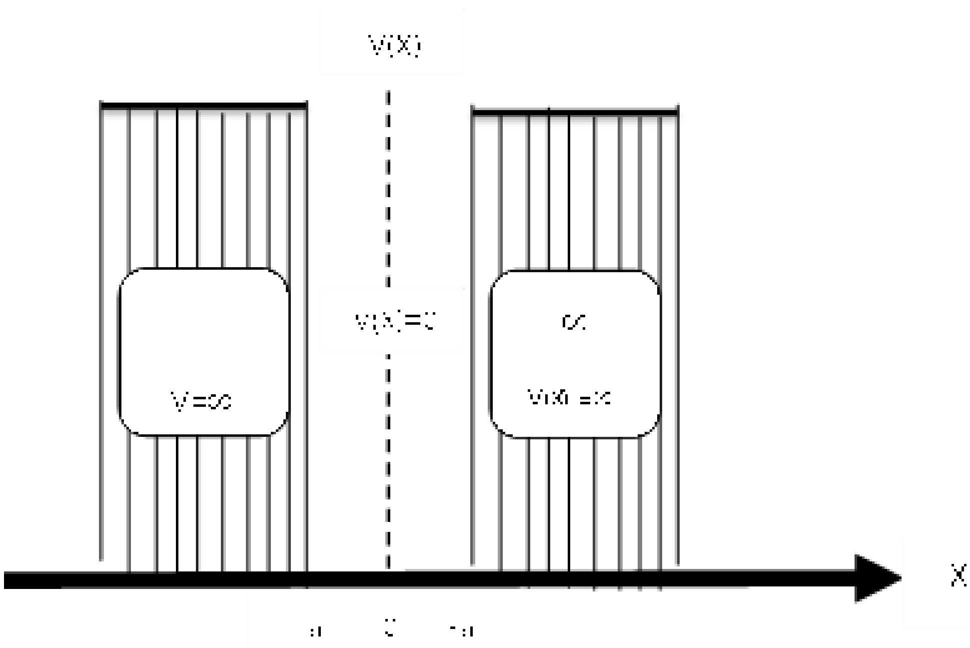
$$-\frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}}\nabla^2 \Psi + V(x)\Psi(x) = E\Psi \rightarrow (2-3-13)$$

حيث : $\nabla = \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}$

2- 4حل معادلة شرودنجر في بئر جهد غير محدود:

ليكن لدينا جسيم كتلته m يتحرك بحرية داخل بئر جهد ذى بعد واحد فى المدى كما فى الشكل التالى وتحت تأثير دالة الجهد $-a \leq X \leq +a$

$$V(x)\begin{cases} 0 \text{ و } -a \leq x \leq +a \\ \\ \infty \text{ خلاف ماسبق} \end{cases}$$



الشكل (2-4-1) معادلة شرودنجر فى بئر جهد

وهذا يعنى أن الجسيم مقيد فى بئر الجهد (a ، + a-) وأن احتمال وجوده خارج المدى يساوى صفر ، وبناءا على ذلك فإن الدالة الموجية لا وجود لها خارج المدى

$$-a \leq X \leq +a$$

$$V(x) = 0 \rightarrow (2-4-1)$$

وبإستخدام معادلة شرودنجر غير الزمنية فى البند (2- 3)

$$\left(\nabla^2 + \frac{2\mathrm{m}}{\hbar^2} E\right)\Psi = 0 \rightarrow (2-4-2)$$

ضع

$$\propto^2 = \frac{2\mathrm{m}}{\hbar^2} E \rightarrow (2-4-3)$$

الحل العام لهذه المعادلة :

$$\Psi(x) = A\cos\alpha x + B\sin\alpha x \rightarrow (2-4-4)$$

وبتطبيق الشروط الحدية

$$\Psi(-\mathrm{a}) = \Psi(+\mathrm{a}) = 0 \rightarrow (2-4-5)$$

بهذا يكون هناك حلان للمعادلة (3- 2-4)

$$A\cos(+\alpha x) + B\sin(+\alpha x) = 0 \rightarrow (2-4-7)$$

$$A\cos(-\alpha x) + B\sin(-\alpha x) = 0 \rightarrow (2-4-8)$$

ولأن

$$\mathrm{A}\sin(-\theta) = -\mathrm{A}\sin(\theta) \text{ و } \mathrm{A}\cos(-\theta) = \mathrm{A}\cos(\theta), \rightarrow (2-4-9)$$

تصبح المعادلة (2-4-8) فى الصورة

$$A\cos(\alpha x) - B\sin(\alpha x) = 0 \rightarrow (2-4-10)$$

بجمع المعادلات (2-4-10) والمعادلة (7 - -4 - 2) نحصل على :

$$2A\cos(\alpha x) = 0 \rightarrow (2-4-11)$$

وهذا يتحقق إذا كان

$$\alpha x = \frac{n\pi}{2}, n = 1,2,3 \ldots. \rightarrow (2-4-12)$$

وبطرح المعادلتين

$$2B\sin(\alpha x) = 0 \rightarrow (2-4-13)$$

فإن

$$\sin\alpha x = 0 \rightarrow (2-4-12)$$

$$\alpha x = \frac{n\pi}{2}, n = 2,4,6 \ldots . \rightarrow \ (2-4-13)$$

بتربيع طرفى المعادلة

$$\alpha^2 a^2 = n^2\frac{\pi^2}{4}$$

$$\therefore \alpha^2 = n^2\frac{\pi^2}{4a^2} \rightarrow \ (2-4-14)$$

وبتعويض قيمة α فى المعادلة (4 -4 – 2) نحصل على

$$\frac{2\mathrm{m}}{\hbar^2}E = n^2\frac{\pi^2}{4a^2}$$

$$\therefore E = n^2\frac{\pi^2\hbar^2}{8\mathrm{m}a^2} \rightarrow (2-4-15)$$

ويتبين من المعادلة السابقة أن أقل قيمة لطاقة الجسيم عند n=1

$$E_1 = \frac{\pi^2\hbar^2}{8\mathrm{m}a^2}$$

وتسمى طاقة الصفر ولها قيمة محددة وليست صفرا

5. 2 المتذبذب التوافقي:

يعتبر المتذبذب التوافقي من التطبيقات المهمة لذا سيهتم هذا البند بدراسة حركته وهى حركة توافقية بسيطة.

فإذا كان جسيم كتلته m يتعرض لقوة ارجاع (اعادة) خطية

$$\mathrm{F} = \mathrm{Kx} \rightarrow (2-5-1)$$

x : الازاحة عن موضع الاتزان

فإن الطاقة الكامنة من وجة النظر الكلاسيكية تعطي بالعلاقة :-

$$V = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}\mathrm{m}\omega^2 x \rightarrow (2-5-2)$$

ω: وهو التردد الزاوى ويساوى $\sqrt{\frac{K}{\mathrm{m}}}$

وطاقته الكمية تعطى بدلالة الطاقة النيوتنية:

$$E = T + V \rightarrow (2-5-3)$$

فاذا كان الجسيم يهتز في المدى(a+،a−) حيث a هى سعه الحركة فإن طاقته الكلية :

$$E = \frac{1}{2}M\omega^2 a \rightarrow (2-5-4)$$

ويكون أى قيمة ل E مسموح بها ومن ضمنها E=0 وهى الطاقة الكلية عند X = 0

وبتعويض المعادلة (4 -5 -2) في معادلة شرونجر غير الزمنية:-

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial \mathrm{x}^2} = \left(-\frac{2\mathrm{mE}}{\hbar} - \left(\frac{\mathrm{m}\omega}{\hbar}\right)\mathrm{x}\right)\Psi \rightarrow (2-5-5)$$

تحل هذه المعادلة بالدالة الموجية :-

$$\Psi = B\, e^{-cx^2} \rightarrow (2-5-6)$$

نعوض الحل في معادلة شرودنجر شريطة أن :

$$E = \hbar\omega \ , C = \frac{m\omega}{2\hbar} \rightarrow (2-5-7)$$

وهذا الحل يعود لحالة الارضية لنظام والتى تمتلك طاقة*mω*؟

فى المعادلة (2-5-6) نحصل على : وبتعويض $C = \frac{m\omega}{2\hbar}$

$$\Psi = B e^{-m\omega/2\hbar} \rightarrow (2-5-8)$$

هو حل واحد .

الحلول التى تصف الحالات المنتهية تكون أكثر تعقيداً.

مستويات الطاقة للجسيم تكون مكماة الجسيم ربط ليبقى قرب x=0 وأن الطاقة بالنسبة للعد الكمي n هي:-

$$E = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega \rightarrow (2-5-9)$$

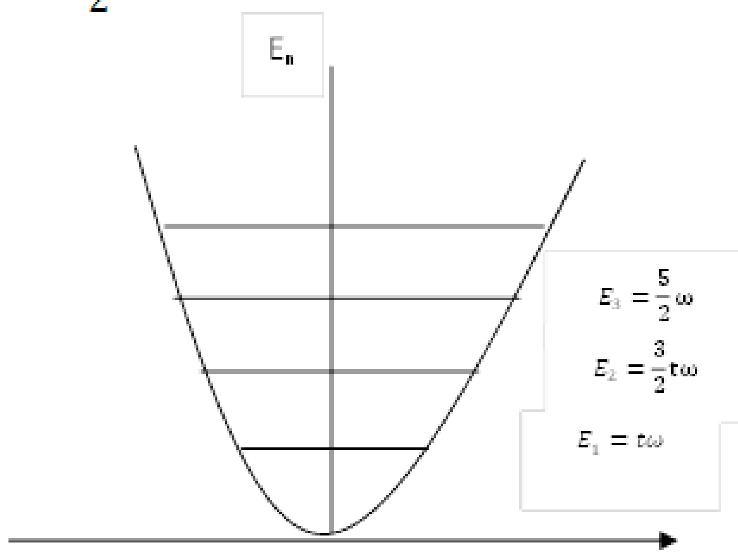
عند :-

$$n = 0 \qquad E_1 = \frac{1}{2}\hbar\omega$$

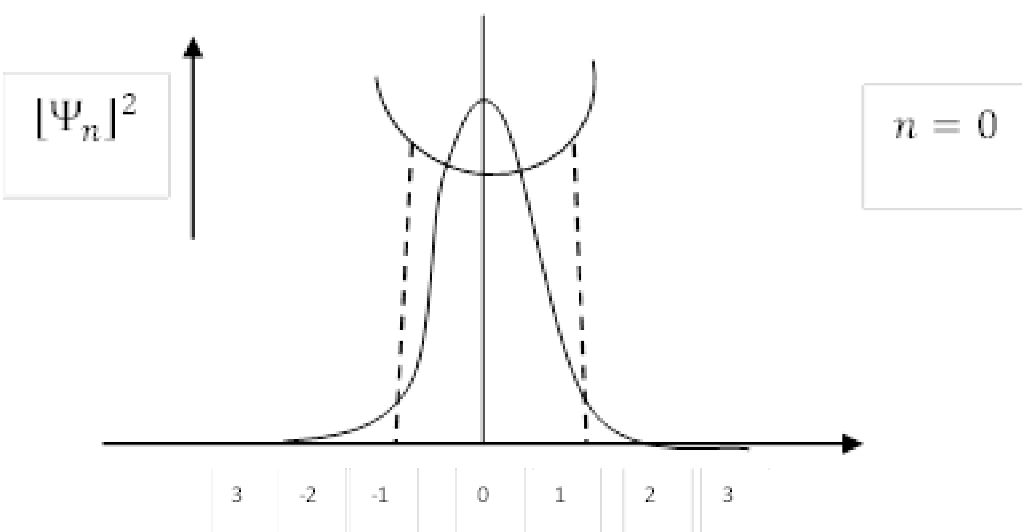
$$n = 1 \qquad E_2 = \frac{2}{3}\hbar\omega$$

$$n = 2 \qquad E_3 = \frac{5}{2}\hbar\omega$$

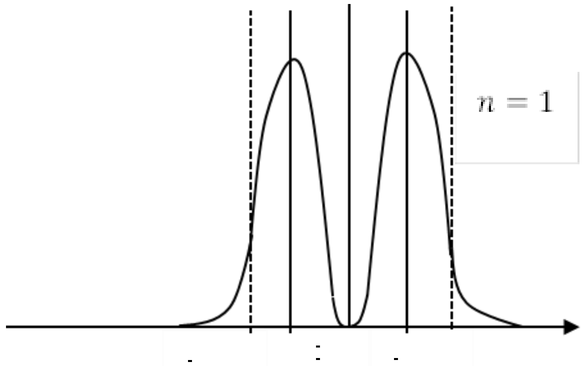
$$n = 3 \qquad E_4 = \frac{7}{2}\hbar\omega$$



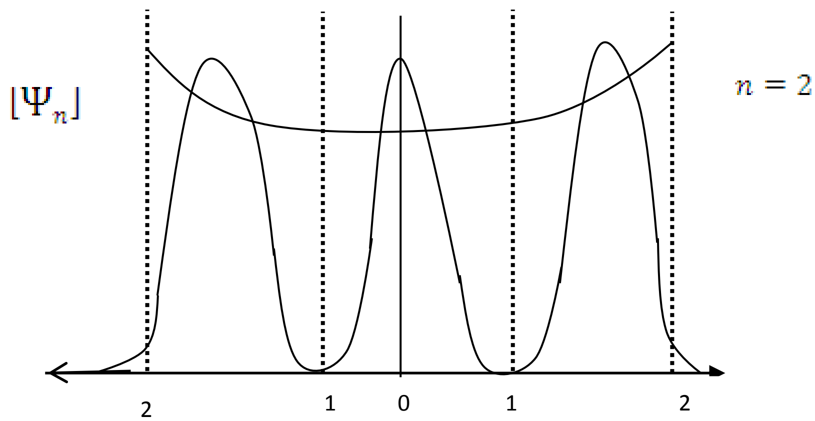
الشكل (2- 5 - 1) طاقة المتذبذب التوافقى



الشكل(2 – 5 – 2) العلاقة بين كثافة الإحتمالات عند $n = 0$



الشكل(2 – 5 – 3) العلاقة بين كثافة الإحتمالات عند $n = 1$



الشكل(2 – 5 – 4)العلاقة بين العدد الموجى عند$n = 2$

كافة الاحتمالات للحالات الثلاثة الأولى لمتذبذب تةافقى بينما المنحنيات المقعرة $|\Psi_n|^2$ **المنحنيات ذات القمم فى تمثل كثافة الاحتمالات الكلاسيكية التى تعود للطاقة نفسها .**

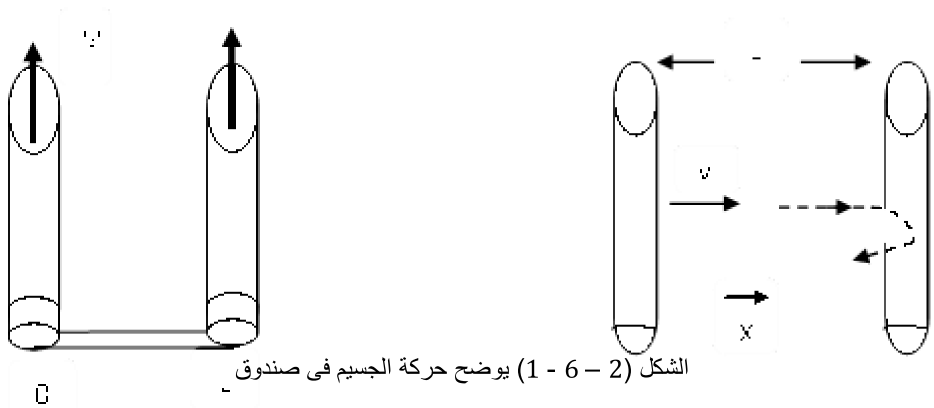
يتحسن الاتفاق بين النتائج الكلاسيكية والكمية .n من الملاحظ أنه بزيادة

2. 6 الجسيم فى صندوق :-

إذا ارتد جسيم بشكل مرن ذهابا وإيابا عبر الاحداثى × بين جدران لايمكن اختراقها تفصل بينهما مسافة L كما فى الشكل (1-6-2) وإذا كانت سرعة انطلاق الجسيم v فإن سرعته الخطية (mv) تظل ثابتة وكذلك طاقة حركته.

حركة هذا الجسيم يمكن وصفها بدالة موجية ψ التى تنسجم مع احتمالية وجود الجسيم خارج الصندوق ، وهذه الاحتمالية تساوى صفر لأن الجدران غير قابلة للإختراق ، وهذا يعنى أن الدالة الموجية تساوى صفر عند الجدران أى أن :

$$\Psi = 0 \;\; when\, x > l \,\&\, x < 0 \rightarrow (2-6-2)$$



الشكل (2 – 6 - 1) يوضح حركة الجسيم فى صندوق

والدالة يجب أن تكون مستمرة فى المكان

أى إذا كانت الدالة الموجية تساوى صفرخارج الجدران فإنها تساوى صفر عند الجدران

$$\Psi = 0 \quad at \quad x = l \,\&\, x = 0 \rightarrow (2-6-2)$$

وبما أن الجسيم داخل الصندوق فإن طاقة الجسيم الكامنة يمكن إختيارها لتكون صفرا عند الجدران أما خارج الجدران فمن تعريف الطاقة الكامنة لنظام ما فإنها لابد أن تكون لا نهائية ليكون الجسيم خارج الجدران وهذا مستحيل وهذا يبين الطاقة الكامنة للنظام لا تعتمد على موضعه.

نعبر عن دالة الموجة لجسيم فى صندوق كدالة جيبية :-

$$\Psi(x) = A \sin\frac{2\pi x}{\lambda} \rightarrow \quad (2-6-3)$$

يجب أن تحقق هذه الدالة الشروط الحدية فى المعادلة(2-6-2)

الشرط الأول محقق لأن الدالة صفر عند الجدران

$$\Psi = 0 \quad at \quad x = 0$$

أما الشرط الثانى

$$\Psi = 0 \quad at \quad x = l$$

بالتعويض فى المعادلة (2-6-3) فإن :-

$$\Psi(x) = 0 = A\sin\frac{2\pi l}{\lambda} \rightarrow (2-6-4)$$

ولتكون المعادلة السابقة صحيحة وتحقق الشرط الثانى فيجب أن:

$$\frac{2\pi l}{\lambda} = \mathrm{n}\pi \rightarrow (2-6-5)$$

$$\therefore \frac{2l}{\lambda} = \mathrm{n} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{n}, \qquad n = 1,2,3,4, \ldots \ldots (2-6-6)$$

وبذلك تكون قيم الطول الموجى المسموح بها قيم معينة

بكتابة المعادلة (2-6-3) بدلالة n

$$\Psi(x) = A\sin\frac{\pi n}{l}x \rightarrow (2-6-7)$$

بما أن الاطول الموجية محصورة بالمعادلة (2-6-6) فإن كمية حركة الجسيم تكون محصورة بقيم معينة ويمكن ايجادها من معادلة دى برولى

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2l} \rightarrow (2-6-8)$$

الطاقة الكامنة للنظان داخل الصندوق تساوى صفرا لذا فإن الطاقة الكلية للنظام عبارة عن طاقة حركية .

$$E_{\mathrm{n}} = \frac{1}{2}m v^2 \rightarrow (2-6-9)$$

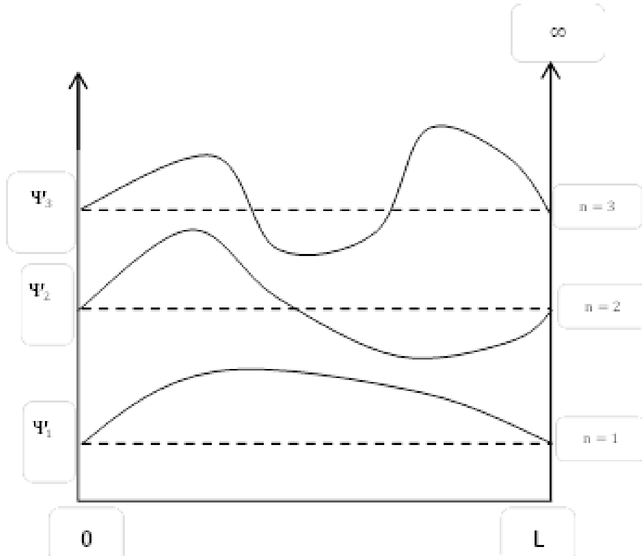
من المعادلات $(2-6-8)$ و $(2-6-9)$

$$\therefore \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2h^2}{8ml^2} = \frac{h^2}{8ml^2}n^2$$

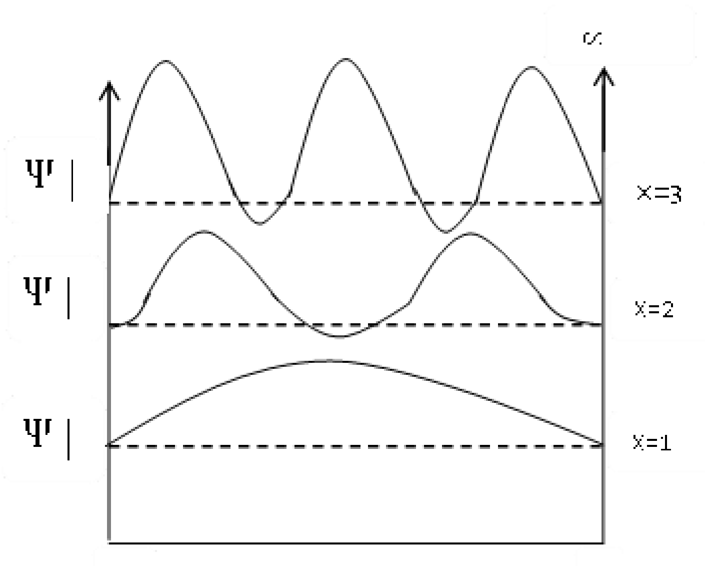
$$E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2 \rightarrow (2-6-10)$$

ونرى من المعادلة (6-2 - 9) أن طاقة الجسيم مكماة

ا



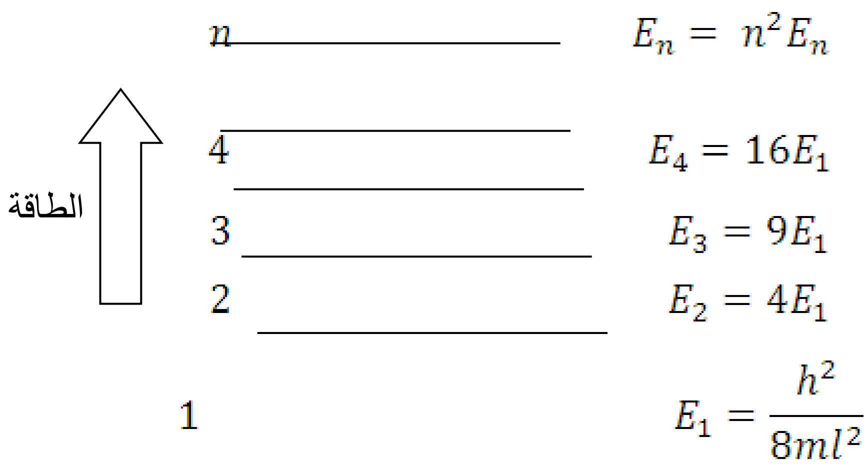
يوضح الشكل (2- 6 - 2) العلاقة بين الدالة الموجية والموضع



يوضح الشكل (3-6-2) العلاقة بين كثافة الاحتمالية والموضع

ومن الملاحظ أنه بالرغم من الدالة الموجية تأخذ قيم سالبة إلا أن الإحتمالية دائما موجبة .

نلاحظ أن المستوى =n والذى له E = O غير مسموح به أى أن الجسيم لايمكن أن يكون ساكنا وأقل طاقة له عند 1



الشكل (2-6-4) مخطط مستوى طاقة- يصف القيم المسموح بها

7. 2 معادلة شرودنجر للتذبذب:-

تكون معادلة شرودنجر اللازمنية للمتذبذب فى الصيغة :-

$$\frac{h^2}{2m}\ddot{\Psi} + \frac{1}{2}kx^2 = E\Psi \rightarrow (2-7-1)$$

حيث أن: $V = \frac{1}{2}Kx^2$

ويمكن كتابتها في الشكل :

$$\ddot{\Psi} - \frac{mk}{h^2}x^2\Psi = \frac{2m}{h^2}\ E\Psi \rightarrow (2-7-2)$$

دع :-

$$y = \propto x$$

$$\propto = \left(\frac{mk}{h^2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

تفاضل بالنسبة لـ y ونعوض في المعادلة (2)

$$\ddot{\Psi} = \frac{d^2\Psi}{dx^2} = \propto^2 \frac{d^2\Psi}{dy^2}$$

$$\ddot{\Psi} - \frac{mk}{h^2 \propto 4} y^2 \Psi = - \frac{2m}{h^2} \frac{E}{\propto^2} \Psi \rightarrow (2-7-3)$$

بجعل المعادلة صفرية:

$$\ddot{\Psi} - \left(\left(\frac{mk}{h^2} \right) \left(\frac{1}{\propto 4} \right) y^2 + \left(\frac{2m}{h^2} \right) \frac{E}{\propto^2} \right) \Psi = 0$$

لاحظ أن:

$$\left(\frac{mk}{h^2} \right) \frac{1}{\propto^4} = 1$$

دع:

$$\lambda = \left(\frac{2m}{h^2} \right) \frac{E}{\propto} = \frac{2}{h} \frac{E}{\omega_c} \rightarrow (2-7-4)$$

$$\omega_c = \left(\frac{k}{m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

تصبح المعادلة $(2-7-3)$ **في الشكل التالي :**

$$\ddot{\Psi} + (\lambda - y^2)\Psi = 0 \rightarrow (2-7-5)$$

حل المعادلة هو :

$$\Psi = H \quad c^{-\frac{1}{2}y^2}$$

$$\dot{\Psi} = \dot{H}C^{\frac{-1}{2}Y} - y\, HC^{\frac{-1}{2}Y^2}$$

قيم $\ddot{\Psi}$ تعوض في المعادلة $(2-7-5)$:

$$\ddot{\Psi} = (H^{\cdot\cdot} - 2yH^{\cdot} + H + y^2 H)C^{\frac{-1}{2}Y^2}$$

$$\ddot{H} - 2yH^{\cdot} - H + \lambda H - y^2 H + y^2 H = 0$$

$$\ddot{H} - 2yH^{\cdot} + (\lambda - 1)H = 0 \rightarrow (2-7-6)$$

$$H = \sum a_s y^s, \quad \dot{H} = \sum s a_2 y^{s-1} \rightarrow (2-7-7)$$

نعوض قيم H ومشتاقاتها في المعادلة$(2-7-6)$

ونحصل على :-

$$\sum s(s-1)a_s y^{s-2} + \sum [\lambda - 2y - 1] a_s y^{s-2} = 0 \rightarrow (2-7-8)$$

استبدل الحد الأول s بـ s+2

$$\sum (s+2)(s+1)\, a_{s+2} \;\; y^s + \sum \{\lambda - 2s - 11\} a_s y^s$$

يأخذ المعاملات لـy^s :-

$$\big((s+2)(s+1)\big) a_{s+2} = (2s + 1 - \lambda)$$

$$a_{s+2} = \frac{2s+1-\lambda}{(s+2)(s+1)} a_s$$

$$\frac{a_{s+2}}{a_s} = \frac{2s+1-\lambda}{s^2+3s+2} \rightarrow (2-7-9)$$

كى تكون H في المعادلة$(2-7-7)$ محدود فلابد أن يتلاشى الحد

(a_{s+2}) و هذا يحدث عندما $s \rightarrow \infty$

إذاً

$$2s + 1 - \lambda = 0$$

$$\therefore \lambda = 2s + 1$$

$$\Rightarrow E = \left(s + \frac{1}{2}\right) hw \rightarrow \ (2-7-10)$$

وهى طاقة المتذبذب

الباب الثالث

الخواص الحرارية للمواد الصلبة

3 .1 مقدمة :

تعتبرالخواص الحرارية للمواد الصلبة مهمة فى كثير من التقنيات لذا يختص هذا الباب باستعراض الخواص الحرارية للمواد الصلبة على ضوء نوذج انشتين وديباى

3 . 2 نموذج انشتين للسعة الحرارية:-

أفترض انشتين أن الذرات داخل الشبيكة البلورية تتصرف كمتذبذبات توافقية مستقلة وتعطى طاقة المتذبذب بالعلاقة :

3-2-1)$E_n = \hbar \omega \rightarrow ($

فإذا كان عدد الذرات فى الشبيكة يساوى n فإن الطاقة الكلية تصبح

3-2-2)$E_n = n \hbar \omega \rightarrow ($

3-2-3)$n = e^{-E_n/KT}, \ n_n = e^{\left(-n\hbar \omega/KT\right)} \rightarrow ($

الطاقة حسب النظرية الكمية تساوى :

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n_n E_n}{\sum_{n=0}^{\infty} n_n} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \hbar \omega e^{\left(-n\hbar \omega/KT\right)}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{\left(-n\hbar \omega/KT\right)} -1} \rightarrow (3-2-3 \qquad)$$

$x = -\frac{-n\hbar \omega}{KT} \rightarrow (3-2-3)$: بوضع

تصبح المعادلة السابقة :

$$\langle E\rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} -n\,\hbar\,\omega e^{x}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-x} \;-1} \rightarrow (3-2-4)$$

عند درجات الحرارة العالية $KT >> \hbar\,\omega$ نوجد مفكوك $e^{\left(n\hbar\,\omega/_{KT}\right)}$

وهو يساوى : $\quad e^{\frac{\hbar\,\omega}{KT}} = 1 + \frac{\hbar\,\omega}{KT} + \cdots$

$$\therefore e^{\frac{\hbar\,\omega}{KT}} = \frac{\hbar\,\omega}{KT} \rightarrow (3-2-5)$$

بتعويض المعادلة $(3-2-4)$ فى المعادلة $(3-2-5)$ نحصل على

$$\langle E\rangle = KT$$

$$\langle E\rangle = 3NKT$$

السعة الحرارية تساوى:

$$C_V = \frac{dE}{dT} = 3NK \rightarrow (3-2-6)$$

عند درجات الحرارة المنخفضة $KT << \hbar\,\omega$ فإن

$$C_V = \frac{dE}{dT} = \frac{3NK\left(\frac{\hbar\,\omega}{KT}\right)^2 e^{\frac{\hbar\,\omega}{KT}}}{\left(e^{\frac{\hbar\,\omega}{KT}} -1\right)^2} \rightarrow (3-2-7)$$

وهذا يعنى أن :

$$C_V \propto e^{\frac{\hbar\,\omega}{KT}} \rightarrow (3-2-8)$$

وهذه النتيجة لا تتوافق مع النتيجة التجريبية .

3 . 3 نموذج ديباى للسعه الحرارية:-

افترض ديباى أن الذرات المتذبذبة (المادة صلبة) تؤثر على بعضها البعض وان حركتها تؤثر على الشبكية البلورية وينشأ من هذا التأثير أنماط مختلفة من الاهتزازات وان هذه الاهتزازات تقع في المدى الصوتي وتمثل موجات مرنه داخل البلورة وتخضع هذه الموجات لعلاقة انشيتن:-

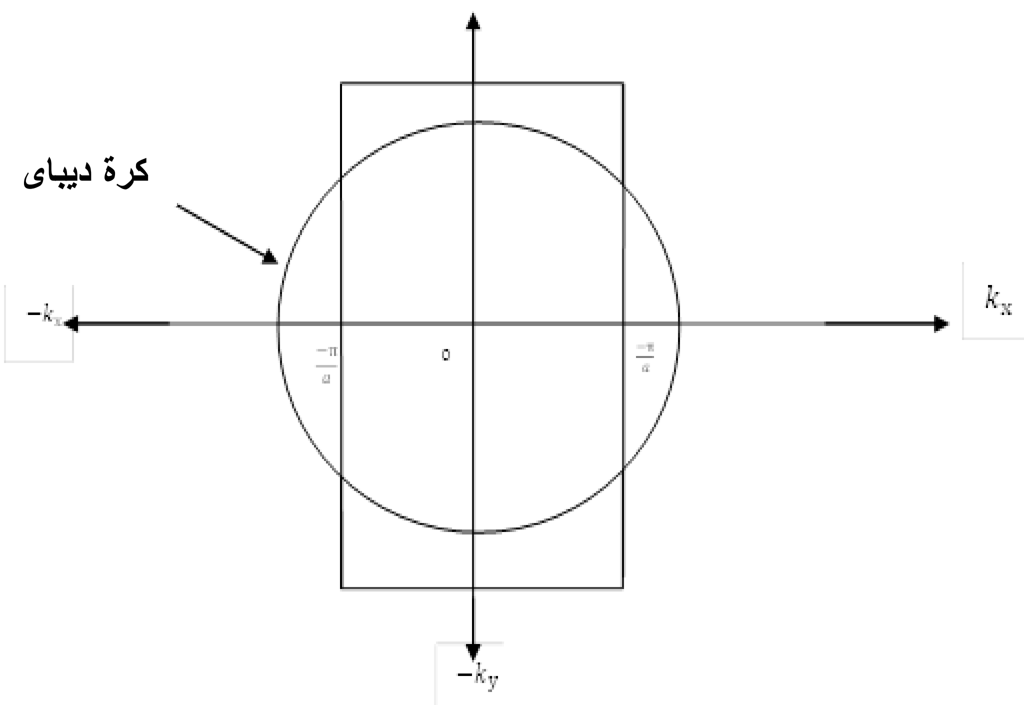
$$\omega^* = V_S k \rightarrow (3-3-1)$$

V_S : سرعة الصوت

ω^* : ليست ثابتة وتتغير حدودفي معينة بين صفر ونهاية عظمى

وتسمى تردد ديباى ω_D وهي تناظر طول موجي λ_D

إستبدل ديباى نطاق برليون بكرة مجسمة فى فراغ المتجه k تحتوى $3N$ من النقاط حيث N العدد الكلى للذرات



الشكل (1,- 3 - 3) تمثيل ثنائى لكرة ديباى

تعطى الطاقة الكلية لهذا النموذج بالعلاقة :-

$$E = \sum_{n=1}^{n=3N} E_n = \sum_{n=1}^{n=3N} \frac{\hbar\omega^*{}_n}{e^{\hbar\omega_n k} - 1} \rightarrow (3-3-9)$$

ولكبر عدد الذرات فإنه يمكن تحويله العلافة السابقة إلى تكامل

$$E = \int_0^{3N} \frac{\hbar\omega^*{}_n}{e^{\hbar\omega_n k} - 1} dn \rightarrow (3-3-10)$$

عوض قيمة $\omega^*{}_n$ فى المعادلة (3,3,1) فى المعادلة السابقة

$$E = \int_0^{3n} \frac{\hbar v_s k_n}{e^{\hbar v_s k} - 1} dn \rightarrow (3-3-11)$$

حجم العنصر المحيط بأي نقطة يعطى بالعلاقة :

$$K_x K_y K_z = \frac{8\pi^3}{V}$$

إذن العدد الكلى للعناصر النقطية فى وحدة الحجم داخل كرة نصف قطرها k

$$n = \left(\frac{4}{3}\pi k^3\right)\frac{V}{8\pi^3} = \frac{Vk^3}{6\pi^3} \rightarrow (3-3-12)$$

هناك ثلاثة أنماط للإهتزاز:-

$$\therefore n = \frac{Vk^3}{2\pi^2} \rightarrow (3-3-13)$$

$$dn = \frac{3Vk^2}{2\pi^2} dk \rightarrow (3-3-14)$$

نعوض قيمةdk فى المعادلة $(3, 2, 11)$:-

$$E = \frac{3V}{2\pi^2}\int_0^{k_{max}} \frac{\hbar \mathcal{V}_s k^3}{e^{\hbar \mathcal{V}_s k/kt} - 1} dk \rightarrow (3-3-15)$$

بوضع :

$$x = \frac{\hbar \mathcal{V}_s k}{k_B T}, x_{max} = \frac{\hbar \mathcal{V}_s k_{max}}{k_B T} \rightarrow (3-3-16)$$

$$k = \frac{\hbar \mathcal{V}_s x}{k_B T}, \qquad dk = \frac{k_B T}{\hbar \mathcal{V}_s} dx \rightarrow (3-3-17)$$

حيث: k_B **:** ثابت بولتزمان

بتعويض قيمة k وdk فى المعادلة (3−3−11)

$$E = \frac{3V k_B{}^4 T^4}{2\pi^2 \hbar^3 \mathcal{V}_s{}^3}\int_0^{x_{max}} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \rightarrow (3-3-18)$$

عند درجات الحرارة العالية $T >> 0$ **فإن** $e^x = x + 1$

$$E = \frac{3V k_B{}^4 T^4}{2\pi^2 \hbar^3 \mathcal{V}_s{}^3}\int_0^{x_{max}} x^2\, dx \rightarrow (3-3-19)$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{3V k_B{}^4 T^4}{2\pi^2 \hbar^3 \mathcal{V}_s{}^3}\right) x^3 = \frac{1}{3}\left(\frac{3V k_B{}^4 T^4}{2\pi^2 \hbar^3 \mathcal{V}_s{}^3}\right)\left(\frac{\hbar \mathcal{V}_s}{k_B T}\right)^3 k^3 \rightarrow (3-3-18)$$

إذا أخذت K أقصى قيمة لها فإن : $n = 3N$

$$3N = \frac{V k^3{}_{max}}{2\pi^2} \Rightarrow k^3{}_{max} = \frac{6\pi^2 N}{V} \rightarrow (3-3-19)$$

بتعويض المعادلة $(3, 3, 19)$ **في المعادلة** $(3, 3, 18)$

$$E = 3N k_B T \rightarrow (3-3-20)$$

السعة الحرارية تساوى dE/dT

$$c_v = 3Nk_B \rightarrow (3-3-21)$$

عند درجات الحرارة المنخفضة $0 <<< T$ فإن $k \rightarrow \infty$

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

فتصبح الطاقة :-

$$E = \left(\frac{3Vk_B{}^4T^4}{2\pi^2\hbar^3\mathcal{V}_s{}^3}\right)\frac{\pi^4}{15} \rightarrow (3-3-22)$$

يمكن تعريف درجة حرارة ديباى بالعلاقة :

$$\theta_D = \frac{\hbar\mathcal{V}_s}{k_B} k_{max} \rightarrow (3-3-23)$$

$$\therefore (\theta_D)^3 = \frac{\hbar^3\mathcal{V}_s{}^3}{k_B{}^3} k^3{}_{max} \quad , \qquad k^3{}_{max} = \frac{\hbar^3\mathcal{V}_s{}^3}{\theta_D{}^3 k_B{}^3} \rightarrow (3-3-24)$$

لاحظ أن $\boldsymbol{k^3{}_{max} = \frac{6\pi^2 n}{V}}$

وبتعويض قيمة $k^3{}_{max}$ من المعادلة ,,, نحصل على قيمة الطاقة بدلالة درجة حرارة ديباى

$$E = \left(\frac{12\pi^4 N\, k_B{}^4}{5\theta_D}\right)T^4 \rightarrow (3-3-25)$$

$$\therefore C_v = \frac{dE}{dt} = \left(\frac{12\pi^4 Nk_B}{5\theta_D{}^3}\right)T^3 \rightarrow (3-3-26)$$

وهذه النتيجة تتوافق مع النتائج التجريبية .

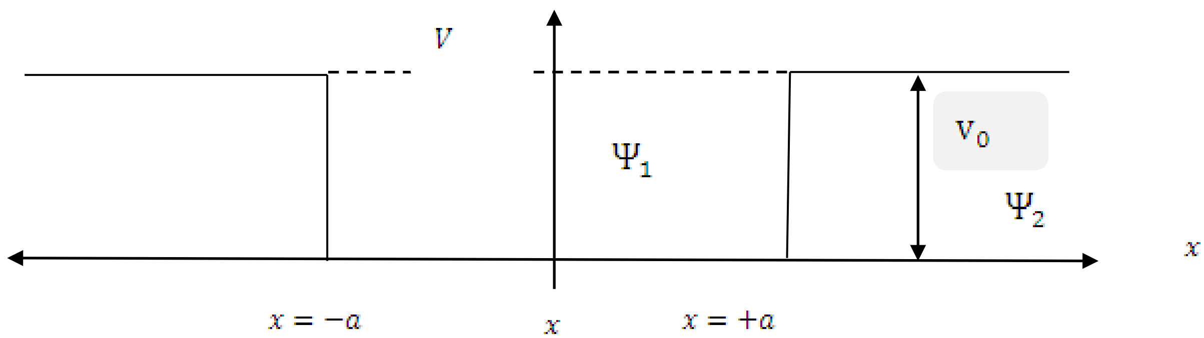
الباب الرابع

تكميم الفونون

1.4 مقدمة :-

فى هذا الباب النموذج الكمى للفونون وذلك باستخدام معادلة شرودنجر لبئر جهد والمتذبذب التوافقى

2.4 الفونون فى بئر جهد:



تكون معادلة شرودنجر داخل بئر جهد حيث :

$$V = 0 \rightarrow (4-2-1)$$

فى الصيغة

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi_1}{dx^2} = E_1\Psi_1 \rightarrow (4-2-2)$$

ويكون الحل فى الشكل

$$\Psi_1 = A_1 \sin \propto_1 x \rightarrow (4-2-3)$$

بإيجاد قيمة المشتقة الثانية للدالة الموجية نحصل على:

$$\frac{d^2\Psi_1}{dx^2} = \propto_1{}^2\ \Psi_1 \rightarrow (4-2-4)$$

بتعويض المعادلة (4-2-4) فى المعادلة (4-2-2)

$$\frac{\hbar^2}{2m}\propto_1{}^2\ \Psi_1 = E_1\Psi_1 \rightarrow (4-2-5)$$

$$\therefore \propto_1 = \frac{\sqrt{2mE_1}}{\hbar} \rightarrow (4-2-6)$$

للجسيم الحر تكون علاقة الطاقة بالاندفاع فى الصيغة :

$$\frac{P^2}{2m} = E_1 \rightarrow (4-2-7)$$

$$\therefore P^2 = \sqrt{2mE_1} \rightarrow (4-2-8)$$

أما علاقة الاندفاع بالعدد الموجى فتكون

$$P_1 = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi}\frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k_1 \rightarrow (4-2-9)$$

$$\therefore \mathrm{k}_1 = \frac{P_1}{\hbar} = \frac{\sqrt{2mE_1}}{\hbar} \rightarrow (4-2-10)$$

بمقارنة المعادلة (4-2-6) والمعادلة (4-2-10) نحصل على

$$\propto_1 = k_1 \ (4-2-11)$$

وعليه تصبح المعادلة (4-2-3) فى الصورة :

$$\Psi_1 = A_1 \sin k_1 x \rightarrow (4-2-12)$$

وتكون معادلة شرودنجر لحاجز الجهد عندما

$$V_0 = V$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi_2}{dx^2} + V_0\Psi_2 = E_2\Psi_2 \rightarrow (4-2-13)$$

$$-\frac{d^2\Psi_2}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2}(E_2 - V_0)\Psi_2 \rightarrow (4-2-14)$$

ويمكن ان يكون الحل فى الصيغة

$$\Psi_2 = A_2 e^{\mathrm{i}\propto_2 \mathrm{x}} \rightarrow (4-2-15)$$

بتعويض المعادلة (4-2-15) فى المعادلة (4-2-14) نجد أن :

$$\propto_2 = \frac{\sqrt{2m(E_1 - V_0)}}{\hbar} = \frac{i\sqrt{2m(V_0 - E_1)}}{\hbar} \rightarrow (4-2-16)$$

وبالنظر للمعادلات (4-2-6) و (4-2-9) و(4-2-11) يمكن ان نضع

$$k_2 = \frac{i\sqrt{2m(V_0 - E_2)}}{\hbar} \rightarrow (4-2-17)$$

$$\therefore \propto_2 = ik_2 \ (4-2-18)$$

عوض المعادلة (4-2-18) فى المعادلة (15- 2 – 4)

$$\Psi_2 = \rightarrow A_2 e^{-i(ik_2)x} \quad = A_2 e^{-k_2 x}$$

لأن الدالة متصلة لذا يجب أن يكون للدالتين Ψ_1 و Ψ_2 نفس القيمة عند $x = a$

انظر المعادلات (4-2-15) و(4-2-12)

$$\Psi_1(x = a) = \Psi_2(x = a) \rightarrow (4-2-19)$$

$$\therefore A_1 \sin k_1 a = A_2 e^{-k_2 a}(4-2-20)$$

وعندما تكون

$$V_0 > E_2 \rightarrow (4-2-21)$$

فإن المعادلة (17 -2 – 4) توضح أن :

$$k_2 \rightarrow \infty(4-2-22)$$

$$\therefore A_1 \sin k_1 a = A_2 e^{-\infty} = 0(4-2-23)$$

$$k_1 a = 2\pi n, \ n = 1,2,3, \dots \rightarrow (4-2-24)$$

$$\therefore k_1 = \frac{2\pi n}{a} \rightarrow (4-2-25)$$

اذن اندفاع الفونون مكمم لأن :

$$P_1 = \hbar k_1 = \frac{2\pi\hbar}{a} n \rightarrow (4-2-26)$$

وطاقته مكممة لأنه من

$$E_1 = \frac{P_1{}^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_1{}^2}{2ma^2} = \frac{\hbar^2 (2\pi) n^2}{2ma^2} \quad \therefore\ E_1 = \frac{\hbar^2 (2\pi)}{2ma^2} n^2 \rightarrow (4-2-27)$$

2 . 4 الفونون كمتذبذب توافقى:-

ينتج الفونون وهو مثل الفوتون من التذبذب الحركى للذرات . وهو يختلف عن الفوتون الذى ينجم من تذبذب الشحنات .

فإذا اعتبرنا الذرة متذبذب توافقى فإن طاقة وضعه تساوى

$$V = \frac{1}{2} k x^2 \quad \rightarrow (4-2-1)$$

ويمكن اعتبار ذلك ناتج عن تأثير موجات التثاقل المتذبذبة فى الصيغة :

$$E_g = (\mathrm{E}_0)_g e^{i\omega t} \quad \rightarrow (4-2-2)$$

فتصبح معادلة حركة الذرة هى :

$$m\ddot{x} = mE_g \rightarrow (4-2-3)$$

وبوضع

$$\mathrm{x} = \mathrm{x}_0 e^{i\omega t} \quad \rightarrow (4-2-4)$$

وبإيجاد المشتقة الأولى والثانية

$$\dot{\mathrm{x}} = i\omega\, x\,, \ddot{\mathrm{x}} = -\omega^2 \mathrm{x} \rightarrow (4-2-5)$$

بتعويض المعادلة (4-2-5) فى المعادلة (4-2-3)

$$(\mathrm{E}_0)_g = \omega^2 \mathrm{x} \ \rightarrow \ (4-2-6)$$

حيث تمثل x_0 سعة موجات التثاقل .

وحسب تعريف طاقة الوضع فإن :

$$V = -\int F.dx \ \rightarrow \ (4-2-7)$$

إذا :

$$V=-m\int (E_0)_g . dx = m\omega^2 \int x\, dx$$

$$\therefore V = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \rightarrow (4-2-8)$$

إذا

$$V = \frac{1}{2} kx^2$$

إذن الفونون متذبذب توافقى طاقة وضعه تساوى :

$$V = \frac{1}{2} mkx^2 \rightarrow (4-2-9)$$

وحسب معادلة شرودنجر للمتذبب التوافقىفى البند (2-6) فإن طاقة الفونون تساوى

$$E_n = \left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega \rightarrow (4-2-10)$$

وحسب نظرية المتذبذب التوافقى فإن متوسط طاقة الوضع يساوى :

$$V_a = \frac{1}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega \rightarrow (4-2-11)$$

ومن (4-2-1)

$$V_a = \frac{1}{2} k\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} kx^2 \rightarrow (4-2-12)$$

تكون سعة الازاحة مكممة وفى الصيغة:

$$x = 2\sqrt{\frac{V_a}{k}} = 2\left[\frac{1}{2}\frac{\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega}{m\omega^2}\right]^{1/2}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}}\left[\frac{\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega}{m\omega^2}\right]^{1/2} \rightarrow (4-2-13)$$

$$x = x_0 e^{i\omega t} \rightarrow (4-2-14)$$

3 . 4 المناقشة :

إذا اعتبرنا الفونون فى بئر جهد فإن عدده الموجى وإندفاعه وطاقته مكممات حسب المعادلات

(4-2-25) ، (4-2-26) ، (4-2-27)

وهذا يعن أن الفونون تتكمم طاقته داخل بلورة محدودة الحجم وتؤثر على إلكتروناتها جهد بلورى ثابت ، أما إذا اعتبرنا الفونون ناتج من تذبذب الجسيمات غير المشحونة فإن طاقة وضعه ستساوى طاقة حسب $(4-2-13)$،$(4-2-14)$.المتذبذب التوافقى حسب المعادلة وعليه طاقته مكممة المعادلة وتوضح المعادلات

4.4 الخلاصة:-

تكون طاقة الفونون مكممة عندما يكون موجود داخل بلورة ذات حجم محدود . كما تكون طاقته مكممة عندما يتصرف كمتذبذب توافقى او موجى متحرك.

المصادر والمراجع :-

1. د/ شاهر ربحى عليان اساسيات ،الفيزياء ،الطبعة الرابعة (2011م) ، دار المسيرة للنشر والتوزيع ،عمان
2. د/ غازى ياسين القيسى ، أساسيات الفيزياء الحديثة ،الطبعة الرابعة (2014م) ، دار المسيرة للنشر والتوزيع ، عمان
3. د/ محمد نبيل يس البكرى ، د/ صلاح الدين يس البكرى، (2005م)، ميكانيكا الكم ، دار الفكر العربى ، القاهرة
4. ر. ديكة ، ج. ويتكه (1993) المدخل إلى ميكانيكا الكم ، المركز العربى للتعريب والترجمة والتأليف والنشر ، دمشق
5. ا.د. عبد الفتاح الشاذلى الجزء الأول (2003م) ، الدار العربية للنشر والتوزيع ، مصر
6. أ.د / محمد محمد الزيدية ، خواص المواد ، (2008)، خواص المواد الصلبة،الدار العربية للنشر والتوزيع.مصر
7. أ.د أحمد خوجلى ، مبادئ فيزياء الجوامد (2002م) دار عزة للطباعة والنشر ، السودان
8. أ.د احمد سالم الزيدية مبادئ فيزياء الحالة الصلبة (2014) ، دار الصفاء للنشر والتوزيع ، عمان

فهرس الموضوعات