Journal of Natural and Medical Sciences (JNMS)
vol. **15** (2) 2014
ISSN 1858-6805
e-ISS1858-6813

SUST
Journal of Natural and Medical Sciences

Journal homepage: http://journals.sustech.edu/

اكتشاف القيم الشاذة وتقديرها في الانحدار الخطي بالتطبيق على بيانات معدلات النمو وفقا لأعمار الأطفال في العام 1987

خالد سعد سلطان الشميري[1*] و زين العابدين عبد الرحمن البشير[2]

*1 – جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا– كلية العلوم – قسم الإحصاء التطبيقي
Email :Khaled _ shamiri@hotmail .de
2– جامعة النيلين – كلية علوم الرياضيات و الإحصاء – قسم الإحصاء

تاريخ الاستلام: 2014/2/16م تاريخ القبول: 2014/6/9م

المستخلص

في هذه الورقة أقترحنا طريقة جديدة لإكتشاف و تقدير القيمة الشاذة في النموذج الخطي . أعتمدت الطريقة على بواقي حد الخطأ المطلق المقدر ، و قورنت مع طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية ، و أثبتت الطريقة المقترحة أكثر كفاءة.

الكلمات المفتاحية :- القيم المتطرفة –القيم الشاذه –الطرق المعلمية– الطرق اللامعلمية – النموذج الخطي.

ABSTRACT

In this paper we propose new method for the detection and estimation of outlying values in linear regression . The method is based on an absolute residual estimator , compares to ordinary least square the method proved to be more effective.

KEYWORDS:- *extreme values- outlier values-parametric methods-nonparametric methods –linear model.*

المقدمـــــة :

أن وجود المشاهدات الشاذه في مجموعة البيانات لاسيما اذا كانت متطرفه سيؤدى الى تشويه نتائج التحليل الاحصائي المستخدم لتلك البيانات وانحراف نتائجه مما يؤدي الي نتائج غير واقعيه لذا سيركز هذا البحث لإيضاح مشكلة الشواذ في النماذج الخطية من حيث تشخيص ومحاولة إيجاد طريقة لمعالجتها وتحديد مدى تأثير وجود هذه القيم, أن معيار التأثير يعني اعتبار أن الحالة مؤثرة إذا كان استبعادها يحدث تغيراً ملحوظاً في قيم معاملات نموذج الانحدار والإحصاءات المرتبطة بها وتعد طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية(Ordinary Least Squares) من أفضل الطرق التقليدية لتقدير معالم النموذج الخطي وذلك في ظل توفر عدة شروط منها شروط توزيع حد الخطأ العشوائي

Journal of Natural and Medical Sciences (JNMS)
vol. **15** (2) 2014
ISSN 1858-6805
e-ISS1858-6813

, مما يعني أن يكون حد الخطأ العشوائي مستقل ويتبع التوزيع الطبيعي في الغالب بوسط حسابي يساوي الصفر وتباين ثابت يساوي (σ) إن الادبيات المتعلقة بطرق تشخيص القيم الشاذة في النماذج الخطية تتضمن الكثير من الطرق وكانت أول طريقة تشخيص في حالة النماذج الخطية لـ Srikantan[1] (1961) والتي اقترح فيها تشخيص مشاهدة واحدة وأوجد صيغة توزيع لهذه الإحصاءة , في الانحدار الخطي البسيط , ثم قدمت العديد من الطرق منها طريقة Cook[2] , (1977) الذي استطاع أن يوظف الإحصاءة , المستخدمة لحساب مجال ثقة بيضوي لمتجه معالم الانحدار (β) وذلك لاشتقاق إحصاءاته (C_1^2) و هناك طرق ذكرت عند (Rousseeuw , P , Jand) Leroy , A . M ((1987) كما قدمت عدد من الطرق الحديثة في هذا المجال وفي هذه المقدمه نستعرض الاهميه والمشكله والهدف من هذه الورقه العلميه كما يلي:

أهمية البحث:-

تأتي أهمية هذه الورقه لمناقشة مشكلة القيم الشاذه في النماذج الخطيه عبر الطرقالتقليديه المحصورة في بعض الطرق المعلمية و اللامعلمية، و الغرض ليست التوسع في إستعراض طرق إكتشاف القيم الشاذة في نموذج الإنحدار بقدر ما يكون معرفة كيف يتم الإكتشاف أو معرفة التقدير ، دون التعرض لطرائق الإنحدار الحصين أو طرق المعالجة الأخرى,وقد تم أخذ مثال من كتاب(Rousseeuw and Leroy)page46(1987)) والعرض تسهيل تطبيق الطريقه المقترحه دون التحدث عن البيانت المستخدمه والفتره التى أحذت فيها.

مشكلة البحث:

تأتي مشكلة القيم الشاذه من أسباب عديده منها :-

1- قابلية التغير المورثهو يشير الى الاختلافات غير المسيطر عليها في العدد باعتبارها هيئه طبيعيه.

2- خطأ القياس ويشير الى الاستعمال غير الصحيح للقياسات الطبيعيه اوالفيزيائيه وكذلك الخطأ في وسائل القياس,القراءة,التسجيل الخ.

3- خطأ التنفيذ ويشير الى نقص في جمع المعلومات بمعنى انعدام عينه نموذجيه.

لذلك مشكلة الشواذ في النماذج الخطية تتعرض لنفس الأسباب في أي نموذج إحصائي آخرى ، و تكون مشكلة الشواذ في النموذج الخطي في المتغير التابع (y_i)أو المتغيرات المفسرة (X_i)أو في كليهما

هدف البحث:-

تهدف الورقه العلميه إلى اقتراح طريقه تقدير لمعالجة القيم الشاذه والمتطرفه في النماذج الخطيه,كما تهدف أيضاإلى مقارنة الطريقه المقترحه مع بعض الطرق الموجوده في الدراسات السابقه.

فرضيه الاختبار:

فرضية الاختبارفي الطرق المعلميه كالتالي:

فرضية العدم (H_o) :- كل المشاهدات متأتية من نفس المجتمع .الفرضية البديلة

(H_1) :- وجود مشاهدة واحدة على الأقل متأتية من مجتمع أخر قد يكون طبيعياً يختلف في المتوسط أو التباين أو كليهما عن المجتمع الأصلي.

Journal of Natural and Medical Sciences (JNMS)
vol. **15** (2) 2014
ISSN 1858-6805
e-ISS1858-6813

أما فرضية الاختبار في الطرق اللامعلميه فهيتفترض عدم المعرفة بالتوزيع الحقيقي أو التقريبي لمجموعة المشاهدات. وتم تقسيم هذه الورقه العلميه إلى قسمين القسم الاول ويتناول الجانب النظري أماالقسم الثاني يتناول تطبيق الطريقة المقترحة,وآثارها التطبيقية على قرارات متخذي القرار على التحليلات التي تعتمد النماذج الإحصائية كأساس لبيان مدى تأثير متغيرات معينة على متغير تابع أو مجموعة متغيرات .

الجانب النظري

طرق التشخيص:-

يتم في هذا المبحث استعراض طرق تشخيص القيم الشاذة , ونود التأكيد هنا أن نماذج الانحدار الخطي تتأثر بالقيم الشاذة والمتطرفة إن وجدت كغيرها من النماذج الإحصائية الكلاسيكية الأخرى , وهذا مما لا شك فيه أن طرق التقدير التقليدية وبسبب اختراق الشروط الأساسية لها تخفق في إعطاء التقديرات الدقيقة لمعالم النموذج لذا فإن هذا الجزء سيركز على طرق تشخيص القيم الشاذة والمتطرفة وتحديد مدى تأثير وجود هذه القيم على المقدرات و سنكتفي في هذه الورقة إستعراض بعض الطرق المعلمية و اللامعلمية.

1-الطرق المعلمية لاكتشاف المشاهدات الشاذة:(Parametric Methods)

وهذه الطرق هي طرق عامة وليست مقتصرة على النماذج الخطية أو أية حالة أخرى وتفترض هذه الطرق وجود عينة بحجم (n) من المشاهدات $(x_1 , x_2 ..... , x_n)$ مسحوبة في أغلب الأحيان من مجتمع يتوزع حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط (u) وتباين (∂^2) أي أن : $N \cong X (u , \partial^2)$

وتهدف هذه الطرق لاختبار المشاهدة الأولى بين المشاهدات المرتبة تصاعدياً (X_1) أو المشاهدة الأخيرة (X_n) أو اختبار أكبر أو أصغر مشاهدتين متتاليتين وذلك على وفق الآتي :-

$X_1<X_2< ..... <Xi< ..... <X_n$

وهذه الطرق يمكن استخدامها في اكتشاف المشاهدات الشاذة في حالة التمكن من تحويل هذه النماذج إلى حالة المتغير الواحد باستخدام إحدى الإحصاءات أو دوال التحويل و من أهم هذه الطرق ما يلي :

طرق Grubbs

تعتبر طرق[3]Grubbs أولى المحاولات التي جرت وفق منطق علمي رصين لتشخيص وجود مشاهدات شاذة من دون الدخول في كيفية معالجة هذه المشاهدات وقد تم اقتراح هذه الطرق من قبل Grubbs في عام (1950) وتضمنتاختبار فيما إذا كانت المشاهدة الكبيرة بين القيم المرتبة هي الشاذةأواختبار فيما إذا كانت القيمة الصغيرة هي الشاذةأما قاعدة القرار فتقوم على مقارنة القيمة المحتسبة لهما مع جدوال خاصة أعدت لهذا الشان.

طرق Dixon

اقترح [4]Dixonفي عام (1950) مجموعة من الإحصاءات لاختبار حالات مختلفة من المشاهدات الشاذةكإختبار فيما إذا كانت المشاهدة الآولى لمجموعة البيانات تكون قيمة شاذة أيضاإختبار فيما إذا كانت المشاهدة الأخيرة من مجموعة البيانات تكون قيمة شاذةوتقارن قيم الإحصاءات المحتسبة مع قيم جدولية أعدها الباحث عام 1950م لهذا الخصوص.

2-الطرق اللامعلميه:-

طريقة الصندوق

اقترح [5]Tukeyفي عام (1977) طريقة الصندوق والقطع المخططة مع الملخصات الخمسة لاكتشاف

Journal of Natural and Medical Sciences (JNMS)
vol. **15** (2) 2014
ISSN 1858-6805
e-ISS1858-6813

المشاهدات الشاذة وتتكون الطريقة من المكونات الآتية:

الوسيط(Q_2)

الربيع الأدنى(Q_1)

الربيع الاعلى (Q_3)

و تحسب الطريقة على النحو الآتي :

1- نحسب الفجوة بين الربعين الأعلى و الأدنى كما يلي :

$$IQR = Q_3 - Q_1 \qquad (1)$$

2- نحسب السياج الداخلي (Inner Fence) و تحسب كما يلي :

$$IF_1 = Q_1 - 1.5 \ . \ IQR \qquad (2)$$

$$IF_2 = Q_3 + 1.5 \ IQR \qquad (3)$$

أي قيمة تقع بين الحد الأعلى و الأدنى في السياج الداخلي تكون قيم شاذة معتدلة

3- نحسب السياج الخارجي (Outer Fence) كما يلي :

$$Of_1 = Q_1 - 3 \ . \ IQR \qquad (4)$$

$$Of_2 = Q_3 + 3 \ IQR \qquad (5)$$

أي قيمة تقع بين الحد الأعلى و الأدنى تكون قيم شاذه متطرفة

3-الطريقة المقترحة :

تقوم الطريقة على بعدين البعد الأول هو فحص النموذج الخطي لمعرفة وجود أو عدم وجود مشاهدات شاذة والبعد الثاني هو كيفية معالجة هذه المشاهدات فهل نحذفها ؟ أم نقدرها ؟ وحسب اعتقادنا فإن الحذف يؤدي إلى نقص في المعلومات ويؤثر على درجات الحرية وبالتالي على اختبار معلمات النموذج وعليه فإن اعتماد طريقة التقدير لهذه المعلمات بدلاً من حذفها يؤدي إلى المحافظة على المعلومات وجودتها كما هو معروف فإن هناك طرق عديدة لتقدير معلمات النماذج في النماذج الخطية[6] وطالما أنجزت عمليات التقدير فإنه بالإمكان تقدير حد الخطأ (ϵ_i) ولنرمز له (e_i) حيث أن:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \qquad (6)$$

حيث أن :

y_i= تمثل المشاهدة ($_i$) للمتغير المعتمد y .

$\hat{y}_i$ = تمثل المشاهدة المقدرة (i) للمتغير المعتمد y.

وبناء على ذلك فإن حالة النماذج الخطية البسيطة و المتعددة تتحول إلى حالة المتغير الواحد[7]الذي هو e_i مما يسهل عملية فحص هذه المشاهدات باستخدام إحدى طرق فحص المشاهدات الشاذة التي مر ذكرهافي هذا البحث

الطريقة المقترحة للتقدير :

إن الطريقة المقترحة للتقدير تعتمد بالدرجة الأساس على استخدام القيمة المطلقة لموجة حد الخطأ المقدر وحسب الآتي :

1-ترتيب$|e_i|$تصاعدياً أي $e_1 < e_2 < \ldots\ldots < e_n$, ثم نختبر هذه البواقي بإحدى طرق اختبار المشاهدات الشاذة في حالة المتغير الواحد .

2-عند اكتشاف أن هناك قيمة شاذة نقوم بمعالجة هذه المشاهدات بالطريقة الآتية :

أ) نقوم بتقسيم موجه البواقي إلى مجموعات عددها G كما بين الجبوري[8] ، وذلك بأن تكون كل مجموعة تحتوي على عدد من المشاهدات لا يزيد الفرق بين أعلى قيمة وأدنى قيمة في هذه المجموعة عن ضعف المدى (المدى هو عبارة عن الفرق بين أعلى قيمة وأصغر قيمة) وذلك للمحافظة على التجانس داخل كل مجموعة .

ب) وفق ما ورد في (أ) فيكون لدينا من المجموعات هي $g_1, g_2, \ldots\ldots g_G$ فتقوم بإيجاد وزن كل قيمة من قيم |ei| داخل مجموعته فيتكون لدينا مجموعة من الأوزان كما يلي:-

W_i

$W11$
W_{21} ⋮

Wg_1
W_{22} ⋮
Wg_2
W_1g_G ⋮
W_2g_G
Wg_G ⋮

ج) نقوم باستخراج أوزان جديدة هي عبارة عن قسمة Wig على عدد المجموعات فيصبح لدينا:

$$W_{IG} = \frac{W_{IG}}{G} \qquad (8)$$

د) يستخدم الوزن W′ig المتكون أمام المشاهدة الشاذة $|e_i^*|$ كما يلي :-

أولاً : نضرب هذا الوزن في قيم المشاهدة $(y^*_1, X^*_{1i} \ldots X^*_{pi})$ فتصبح لدينا القيم الآتية :-

$$y_{ii}{}^*{}_1 W'_{ig} , X^*_{1i} W'_{ig} , X^*_{2i} W'_{ig} \ldots\ldots, X^*_{pi} W'_{ig} \qquad (9)$$

ثانياً : في حالة كون المشاهدة الشاذة $|e_i^*|$ هي القيمة الكبيرة نقوم بطرح القيم

$y^*_1 W'_{ig} , X^*_{1i} W'_{ig} \ldots., X^*_{pi} W'_{ig}$ من قيم المشاهدة الأصلية لتصبح القيمة التقديرية لـ $[y^*_i, X^*_{ii} \ldots . X^*_{pi}]$ كما يلي :-

$$[(y_1{}^* - y_1{}^* W'_{ig}), (X_{1i}{}^* - X^*_{1i} W'_{ig}) \ldots . (X^*_{pi} - X^*_{pi} W'_{ig})] \qquad (10)$$

أما في حالة كون المشاهدة الشاذة $|e^*_i|$ هي الصغيرة ضمن موجة البواقي فتضيف القيم $y^*_{i1} - w_{ig}, X^*_{wig}, \ldots\ldots, X^*_{pi} W_{ig}$ من قيم المشاهدة الأصلية لتصبح القيم التقديرية لـ $[y_i^*, X_{ii}^* \ldots\ldots X^*_{pi}]$ كما يلي :

$$[(y^*_i + y_i{}^* W'_{ig}) , (X^*_{1i} + X^*_{1i} W'_{ig}) \ldots\ldots (X^*_{pi} + X^*_{pi} W'_{ig})] \qquad (11)$$

3- بعد تقدير هذه القيم نعيدها إلى أصل البيانات ثم نعيد التحليل للنموذج وإيجاد $|e_i|$ واختباره وفي حالة وجود قيمة شاذة نقوم بإعادة الطريقة السابقة وهكذا حتى نصل إلى تخليص المشاهدات من القيم الشاذة .

الجانب التطبيقي

تطبيق الطريقة المقترحة :-

سنتناول في هذا القسم قدرة الطريقة المقترحة على إكتشاف و تقدير لقيم الشاذه أو المتطرفة في النموذج الخطي البسيط مما يتطلب في البداية إختبار البواقي المطلقة أولاً بمعرفة مدى وجود قيم شاذه ام لا

و قد تم إختيار المتغيرات التالية

Journal of Natural and Medical Sciences (JNMS)
vol. **15** (2) 2014
ISSN 1858-6805
e-ISS1858-6813

Y: تمثل معدل النمو عند الاطفال

X : تمثل متوسط العمر بالأشهر عند الأطفال

و البيانـات المرتبطـة لكـل متغيـر مـن متغيـرات النموذج تمثل بيانات خاصة لمجموعة من الأطفال والتى تكون مبينه في الجدول (1) التي تأتي من Mickey el at (1967) كما وردت عند Rousseeuw and Leroy (1987)

جدول (1) البيانات الخاصه لمجموعه من الاطفال

معدل النمو	العمر الأشهر عند الأطفال	الأطفال
95	15	1
71	26	2
83	10	3
91	9	4
102	15	5
87	20	6
93	18	7
100	11	8
104	8	9
94	20	10
113	7	11
96	9	12
83	10	13
84	11	14
102	11	15
100	10	16
105	12	17
57	42	18
121	17	19
86	11	20
100	10	21

المصدر:Rousseeuw and Leroy(1987)

تقدير البواقي :

تم استخراج القيمة التقديرية لمتجه البواقي في الصيغة (10) و تم ترتيب هذه القيم تصاعدياً حسبما تم اقترحه في القسم السابق و ذلك بايجاد$|ei|$من أجل إختبار أصغر أو أكبر قيمة لمعرفة إذا كانت المشاهدة المرتبطة بها شاذه أم لا كما يلي:

Journal of Natural and Medical Sciences (JNMS)
vol. **15** (2) 2014
ISSN 1858-6805
e-ISS1858-6813

العمود (1) يوضح القيمة التقديرية للبواقي

0.334
1.396
1.396
2.031
2.523
3.142
3.412
3.731
4.523
5.540
6.666
8.650
8.731
9.031
9.572
11.015
11.477
13.477
15.604
15.604
30.285

إختبار البواقي :

نستخدم طريقة الصندوق لـTukey[7]لأجل أكتشاف القيمة الشاذه كما يلي :

قيمة الربيع الاول :

Q1 = 2.834

قيمة الربيع الثاني :

10.294

نوجد الفجوة بين الربيعين كما في المعادلة (1)

IQR = 10.294 – 2.834 = 7.460

نوجد السياج الداخلي كما في المعادلة (2) و (3)

$IF_1 = 2.834 – 1.5 \text{ X } 7.460 = -8.356$

$IF_2 = 10.294 + 1.5 \text{ X} 7.460 = 21.484$

نوجد السياج الخارجي كما في المعادلة (4 و 5)

$OF_1 = 2.834 – 3 \text{ X } 7.460 = 19.546$

$OF_2 = 10.294 + 3 \text{ X } 7.460 = 32.67$

نلاحظ أن المشاهدة (30.285) تقع بين السياج الداخلي العلوي و السياج الخارجي العلوي على ذلك نستطيع القول أن هذه القيمة قيمة شاذه و هي المشاهدة (19)كما في الجدول (1) حيث Y = , 121 X = 17

Journal of Natural and Medical Sciences (JNMS)
vol. **15** (2) 2014
ISSN 1858-6805
e-ISS1858-6813

حساب الطريقة المقترحة للتقدير :-

جدول (2) خطوات حساب الطريقه المقترحه

المجموعات	A	B	C
	$\|e_i\|$	w_{ij}	$\grave{w}_{ij}$
المجموعة الأولى	0.334	1	0.17
المجموع	0.334		
المجموعة الثانية	1.396	0.19	0.032
	1.396	0.19	0.032
	2.031	0.28	0.047
	2.525	0.34	0.057
المجموع	7.348		
المجموعة الثالثة	3.142	0.15	0.025
	3.411	0.17	0.028
	3.731	0.18	0.030
	4.523	0.22	0.037
	5.540	0.27	0.045
المجموع	20.347		
المجموعة الرابعة	6.666	0.10	0.017
	8.650	0.13	0.022
	8.731	0.13	0.022
	9.031	0.14	0.023
	9.572	0.15	0.025
	11.015	0.17	0.028
	11.477	0.18	0.030
المجموع	65.142		
المجموعة الخامسة	13.477	0.30	0.050
	15.604	0.35	0.058
	15.604	0.35	0.058
المجموع	44.685		
المجموعة السادسة	30.285	1	0.17
المجموع	30.285		

$X = 17 - 0.17 \text{ X } 17 = 14.11$

$Y = 121 - 0.17 \text{ X } 121 = 100.43$

نقوم بإعادة هذه التقديراتالمشار إليها في الجدول(2) إلى البيانات الأصلية ليصبح كما يلي:-

معدل النمو	العمر الأشهر عند الأطفال	الأطفال
100.43	14.11	19

Journal of Natural and Medical Sciences (JNMS)
vol. **15** (2) 2014
ISSN 1858-6805
e-ISS1858-6813

و لقد تم حساب التقدير الجديد بعد أعادت المشاهدة إلى البيانات الأصلية لتصبح معادلة التنبؤ الإنحدار كما يلي :

$$\hat{y}_{i=109.696-1.194\ x_1}$$

بذلك يصبح متجه البواقي$|e_i|$حسب طريقة التقدير المقترحة كالتالي :-

العمود(2) القيمة التقديرية لمتجه البواقي بعد حساب ألطريقه المقترحة

1.287
2.246
2.246
2.541
2.949
3.216
3.440
3.857
4.799
5.440
7.584
7.648
7.949
8.187
9.634
10.216
10.560
11.663
12.560
14.754
14.754

إختبار البواقي في الطريقة المقترحة :

نستخدم طريقة الصندوق لـ Tukeyلأجل أكتشاف القيمة الشاذه كما يلي :

قيمة الربيع الاول :

Q1 = 3.083

قيمة الربيع الثالث :

9.925

نوجد الفجوة بين الربيعين كما في المعادلة (1)

IQR = 9.925 – 3.083=6.842

نوجد السياج الداخلي كما في المعادلة (2و 3)

IF_1 = 3.083– 1.5 X 6.842 = --7.180

IF_2 = 9.925 + 1.5 X6.842= 20.188

نوجد السياج الخارجي كما في المعادلة (4و 5)

OF_1= 3.083 – 3 X 6.842 = -17.443

OF_2 = 9.925 + 3 X 6.842 = 30.451

نلاحظ من العمود (2) ان القيمة (14.754) تقع أسفل السياج الداخلي العلوي و هذا مما يدل على أن لا يوجد قيمة شاذه في متجه البواقي .

كما نلاحظ من طريقة التقدير المقترحة أن المشاهدة (19) التي كانت$|e_i|$ 30.285 = كقيمة شاذه كما لاحظنا مسبقاًفي العمود(1) أصبحت7.584=$|e_i|$و هذا يعني أن طريقتنا المقترحة تخلصت من القيمة الشاذة.

Journal of Natural and Medical Sciences (JNMS)
vol. **15** (2) 2014
ISSN 1858-6805
e-ISS1858-6813

مقارنة بين الطريقة المقترحة و طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية OLS

جدول (3) المقارنه بين الطريقه المقترحه وطريقة المربعات الصغرى

الطريقة المقترحة للتقدير (ME)	المربعات الصغرى الإعتيادية (OLS)	اوجه المقارنة
0.56	0.41	R^2
73.70	121.49	Mean Square error

من الجدول (3) نلاحظ أن قيم معاملات التحديد في الطريقة المقترحة أكبر من طريقة المربعات الصغرى الإعتيادية ،كما نلاحظ أيضاً أن متوسط مربعات الخطأ في الطريقة المقترحة أصغر من متوسط مربعات الخطأ في طريقة المربعات الصغرى مما يدل على أن الطريقة المقترحة أفضل من طريقة المربعات الصغرى الإعتيادية.

الإستنتاجات :

في ضوء ما تم عرضه في هذه الورقة نخلص إلى الإستنتاجات التالية :

1- الطريقة المقترحة تتمتاز بالبساطة و سهولة التطبيق .

2- برهنت الطريقة المقترحة كفاءة جيدة بتقدير المشاهدات الشاذه.

3- أظهرت الطريقة المقترحة حساسيتها بدرجة كافية في تقدير المشاهدات المشاذه .

4- أظهرت الطريقة المقترحة تفوقاً ملحوظاً على الطرق الموجودة الأخرى كما رأينا عند مقارنتها مع طريقة المربعات الصغرى الإعتيادية .

المراجع

1- Rousseeuw, P.J. and Leroy, A.M. (1987), Robust Regression and Outlier Detection, Wiley-Interscience, New York (Series in AppliedProbability and Statistics), 329 pages. ISBN0-471-85233.

2-Barnett, V. and Lewis, T. (1994), Outliers in Statistical Data, 3rd ed., John Wiley :Great Britain.

3- Dixon , w , j (1950) " Analysis of Extreme enc Values " Ann . math .statist , 21 , 488-506.

4-Grubbs F. E (1950). (Sample criteria for testing outlying observations , Ann moth , statist , 27-28.

5-Tukey, J. W. (1977).Exploratory data analysis. Addison-Wesley.

6- Draper,N.R., and Smith ,H.(1989).Applied Regression Analysis. 3rd edition, Wiley and Sons.

7- اسماعيل ، محمد عبد الرحمن (2001) (تحليل الإنحدار الخطي) مركز البحوث ، معهد الإدارة العامة – الرياض – المملكة العربية السعودية –عدد الصفحات 276.

8- الجبوري ، شلال حبيب (2005) (مقدار حصين لبعض دوال كثافة الإحتمال) مجلة العلوم الاقتصادية – جامعة عدن- العدد (1) الصفحات 15 .