



استخدام تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات لبناء نموذج احصائي لانتاج الكهرباء
ومنسوب النيل في السودان

أمل السر الخضر عبد الرحيم* و عادل موسى يونس

*جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا – كلية العلوم – قسم الإحصاء التطبيقي، ايميل: amalalsir@gmail.com

RECEIVED: 2/6/2013

ACCEPTED: 31/12/2013

ABSTRACT

This study aimed to identify the suitable model for describing data related to the production of electricity and Nile water level from (1 June 2009- 31 July 2009), by using multivariate time series analysis which is used in forecasting. The data use is the The hypotheses of the study are the following, bivariate time series is non stationary, autoregressive models is unsuitable for the study time series. The analysis showed the following results: The time series of electricity production is non stationary, time series of Nile water level is non stationary, the two series becomes stationary after taking the first differences, the bivariate vector, autoregressive model of order one is the adequate for describing bivariate time series and using bivariate time series gives more accuracy of forecasts.

المستخلص

تهدف هذه الدراسة إلى معرفة النموذج المناسب لوصف كمية الطاقة الكهربائية المنتجة في السودان ومستوى النيل في الفترة (1 يونيو 2009 – 31 يوليو 2009) بواسطة نموذج واحد يشملهما معاً وذلك باستخدام تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات ومن ثم استخدامه في التنبؤ. ومن فرضيات الدراسة أن السلسلة الزمنية ثنائية المتغيرات غير مستقرة، وأن نماذج الانحدار الذاتي المتعدد لا تمثل النموذج المناسب للسلسلة الزمنية المدروسة. ومن نتائج التحليل أن السلسلة الزمنية لانتاج الكهرباء غير ساكنة، والسلسلة الزمنية لمنسوب النيل غير ساكنة، تحقق السكون في السلسلتين الزمنيتين بعد اخذ الفرق الاول، كما أن نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى للسلسلة الزمنية ثنائية المتغيرات هو النموذج الملائم لوصف البيانات، كما يمكن استخدام هذا النموذج الساكن في التنبؤ لانه يعطي دقة اكبر.

KEYWORDS: Bivariate Time series, Box – Jenkins Models, Stationary, and Unit circle, Forecasting.

المقدمة، تتناول هذه الدراسة تحليل السلاسل

الزمنية متعددة المتغيرات بالتطبيق على بيانات إنتاج الكهرباء في السودان ومنسوب النيل – الهيئة

المقدمة

تعتبر نماذج بوكس – جينكز من أهم النماذج المستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية، لأنها توفر استراتيجيات التحليل للسلاسل الزمنية عبر مراحل

Anthropogic Trend detection in

على Hemspheric mean Temperatures

بيانات درجات الحرارة ودرجات الرطوبة في الفترة (يناير 1970 - يونيو 2000م) وقد وجدوا أن النموذج الملائم هو $VAR(4)$ ⁽¹⁾. كما قام البروفيسير (سيبيانو نومن) من جامعة (فاسا) في عام 2003م بدراسة تطبيقية على بيانات عوائد الأسهم في الفترة (أبريل 1966م - ديسمبر 1996م) وقد توصل الى أن النموذج الملائم هو $VAR(2)$ ⁽⁴⁾. كما قام الباحثون (اليزابيث ليود) و (مارلين ستولار) و (ميني نيتشر) و (ليندا كولينز) و (ستيفاني بالي) من جامعة (ويلسون) بالولايات المتحدة الأمريكية عام 2006م بدراسة تطبيقية عن العلاقة بين التدخين وتعاطي الكحول بعنوان (The proximal association between smoking and alcohol) باستخدام بيانات في 210 يوم المدخنين وتعاطي الكحول وقد توصلوا إلى وجود درجة عالية من الارتباط التقاطعي بين التدخين وتعاطي الكحول وأن النموذج المناسب لوصف هذه العلاقة هو $VARIMA(2,1,2)$ ⁽¹⁾.

السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات (Multivariate Time series):

يعبر عن السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات في شكل متجه في الزمن t وكالاتي⁽²⁾:

$$Z_t = (Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{kt}) \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad (1)$$

يهدف تحليل السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات إلى فهم العلاقات الفعالة خلال السلسلة عبر الزمن ولتحسين دقة التنبؤ للسلسلة الزمنية المفردة⁽³⁾.

خواص السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات (Properties of multivariate time series):

$$1-\text{المتوسط}^{(4)}$$

$$E [Z_t] = \mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k)' \quad (2)$$

$$2-\text{التباين}^{(4)}$$

$$Ez = \dots \quad (3)$$

القومية للكهرباء الرئاسة 2009م. مشكلة البحث هي إيجاد نموذج للتنبؤ بكمية الطاقة الكهربائية المنتجة مع متغيرات أخرى كمنسوب النيل. تأتي أهمية هذه الدراسة من جانبيين إقتصادي ولحصائي فمن الجانب الإقتصادي فإن إستخدام نموذج للتنبؤ بكمية الطاقة الكهربائية المنتجة في السودان آخذين في الإعتبار منسوب النيل يحقق الكثير من المنافع الإقتصادية في الزراعة والصناعة وغيرها. أما من الجانب الإحصائي فإن إستخدام التحليل الإحصائي المعتمد على السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات يجعل النموذج أكثر اعتماداً. تعتمد فرضيات البحث على إختبار السكون ومدى ملائمة النموذج لوصف البيانات. ومن أهم البحوث والدراسات السابقة في هذا المجال ما قام به الباحث (ريتشارد جون) عام 1964م من جامعة (بلاتمور) من دراسة تطبيقية بعنوان (Prediction of Multivariate Time series). على بيانات درجات الحرارة الدنيا ودرجات الحرارة العليا في مدينة نيويورك في الفترة (مارس 1931م - فبراير 1961م) وتوصل إلى أن النموذج الملائم لوصف بالسلسلتين معاً هو نموذج الإنحدار الذاتي الثنائي من الرتبة الرابعة B $VAR(4)$ ⁽¹⁾. كما قام الباحث (دمينو كويم هانسن) عام 1980م من جامعة (كاليفورنيا) بإجراء دراسة تطبيقية بعنوان (Bivariate Time series analysis of the relationship between advertising and sales) على بيانات الأسعار والدعاية والأسعار للخضروات في مدينة بكنهام وان النموذج الملائم هو B $VARIMA(1,2,3)$ ⁽¹⁾. كما قام الباحثون (ريتشارد سميث) من جامعة (شمال كاليفورنيا) و (توم ويلي) من مركز (المركز القومي للأبحاث الجوية) و (بنجامين سانتير) و (مركز لورنس القومي للأبحاث) عام 2002م بدراسة تطبيقية بعنوان (Bivariate time series approach to)

حيث أن :

$$I = \sum_{l=0}^{\infty} \Gamma(l) < 0 \quad \text{أي مصفوفة موجبة التعريف} \quad (8)$$

$$[a_t \quad a_{t+c}] = \Gamma(l) = E [a_t \quad a_{t+c}] \quad (9)$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{l=0}^{\infty} \Gamma(l) & 0 \\ 0 & \sum_{l=0}^{\infty} \Gamma(l) \end{pmatrix} \quad (9)$$

نماذج الإنحدار الذاتي المتعدد في الرتبة الأولى
Vector Autoregressive model of (order one)

1- الصيغة العامة لهذا النموذج بصيغة المصفوفات
 هي (8):

$$Z_t = \Phi Z_{t-1} + a_t \quad (10)$$

2- شرط السكون:

$$\det \{ 1 - \Phi(B) \} = 0 \quad (11)$$

أو:

$$\det \{ \lambda I - \Phi \} = 0$$

عند

$$\lambda = \frac{1}{B}$$

والذي يعني أن القيم المميزة لـ Φ والتي هي عبارة عن محدد $\{ \lambda I - \Phi \}$ لها قيمة أصغر من الواحد:

$$\det \{ \lambda I - \Phi \} < 1$$

3- التباين والتغاير المشترك (4):

$$= \Gamma(-l) \Phi + E \Gamma(0) - 1 \quad (12)$$

$$= \Gamma(0) \Phi' \Gamma(t) - 2$$

$$= \Phi \Gamma(0) \Phi' + E$$

$$= \Gamma(0) \Phi' \quad (13)$$

4- مصفوفة الارتباط الذاتي (7):

$$\Phi' = P_j P^{-1} \quad (14)$$

$$(l) = \rho \quad (0) \quad (V^{-1/2} P_j V^{-1/2}) \rho \quad (15)$$

= P مصفوفة غير أحادية.

= J مصفوفة مثلثية عليا.

3- التباين بين Z_t و Z_{t+l} يعتمد على

الأخطاء ، وليس على الزمن t (5):

$$\gamma_{ij}(l) = \text{Cov} (Z_{it}, Z_{jt}, t+l)$$

$$= E [(Z_{it} - \mu) (Z_{jt} - \mu)]$$

$$= \begin{bmatrix} \gamma_{11}(l) & \gamma_{12}(l) & \gamma_{1k}(l) \\ \gamma_{21}(l) & \gamma_{22}(l) & \gamma_{2k}(l) \\ \gamma_{k1}(l) & \gamma_{k2}(l) & \gamma_{kk}(l) \end{bmatrix}_{k \times k} \quad (4)$$

; for l = 0, ± 1, ± 2, ...

4- الارتباط التقاطعي (Cross-correlation) (6):

$$\rho_{ij}(l) = \text{corr} [Z_{it}, Z_{jt}, t+l]$$

$$= \frac{\gamma_{ij}(l)}{[\gamma_{ij}(0)\gamma_{ij}(0)]^{1/2}} \quad (5)$$

حيث:

$$\sigma_{ii} = \text{Var} \{Z_{it}\} \gamma$$

$$= V^{1/2} \Gamma(t) V^{1/2} \Gamma(0)$$

Where

$$= \text{Diag} \{ \sigma_{ii} (0)^{1/2}, \dots, \gamma_{kk} V^{1/2} (0)^{1/2} \}$$

والتي تشير إلى وجود عناصر الصف القطري في

مصفوفة التباين $\Gamma(0)$ مع ملاحظة أن:

$$= \Gamma(l) \Gamma(l)$$

$$(l) - \rho \quad (-l) \rho$$

عند:

$$\rho_{ij}(l) = \gamma_{ji}(-l) \gamma$$

5- متجه عملية التشويش الأبيض (6):

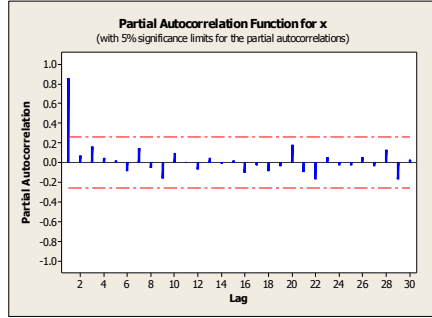
$$a_t = (a_{1t}, \dots, a_{kt})' \quad (6)$$

ومن خصائصه:

$$E(a_t) = 0 \quad (7) - 1$$

$$E(a_t \quad a_t)' = \sum_{l=0}^{\infty} \Gamma(l) \quad (8) - 2$$

وكذلك دالة الارتباط الذاتي الجزئي كما في الشكل ادناه :

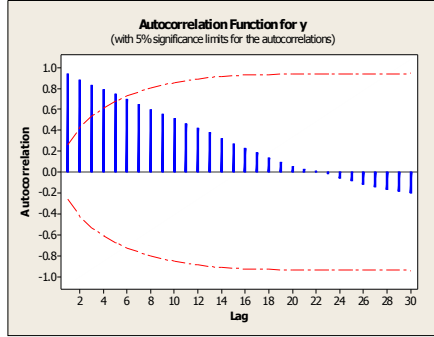


الشكل 2: الرسم البياني لمعاملات الارتباط الذاتي

الجزئي للسلسلة X

حيث نلاحظ أن جميع معاملات الارتباط الذاتي الجزئي لا تقع داخل حدود الثقة مما يدل على عدم السكون.

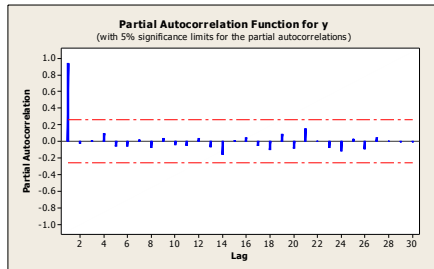
2. السلسلة الزمنية y والخاصة بمنسوب النيل غير ساكنة وذلك من خلال فحص سلوك دالة الارتباط الذاتي كما في الشكل ادناه :



الشكل 3: الرسم البياني لمعاملات الارتباط الذاتي

للسلسلة Y

حيث نلاحظ ان جميع معاملات الارتباط الذاتي لا تقع داخل حدي الثقة مما يدل على عدم السكون ومعاملات الارتباط الذاتي الجزئي كما في الشكل ادناه :



الشكل 4: الرسم البياني لمعاملات الارتباط الذاتي

الجزئي للسلسلة Y

مراحل تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات

تمر عملية تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات بالمراحل التالية (7,3):

- 1- إختبار السكون.
- 2- التعرف على نوع النموذج من خلال دالتي الارتباط الذاتي والإرتباط الذاتي الجزئي.
- 3- التعرف على رتبة النموذج من خلال المعايير المستخدمة لذلك (كمعيار أكايكي ، شوارتز، هان كوين).

4- تقدير النموذج.

5- إختبار ملائمة النموذج لوصف البيانات من خلال إختبار البواقي، وإختبار معنوية معاملات النموذج.

6- التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة الزمنية متعددة المتغيرات.

النتائج والمناقشة

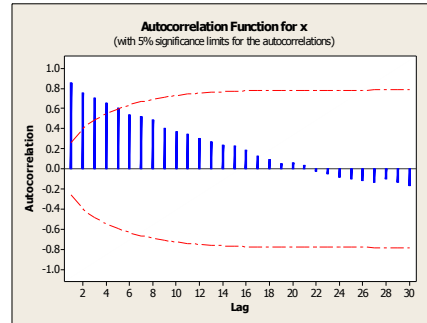
تم تحليل البيانات وفقاً لمراحل منهجية بوكس - جنكز للسلاسل الزمنية متعددة المتغيرات وباستخدام البرنامج الاحصائي (Stata) كالاتي :
إختبار السكون :

1. السلسلة الزمنية X الخاصة بنتاج

الكهرباء غير ساكنة وذلك بعد فحص

سلوك دالة الارتباط الذاتي كما في الشكل

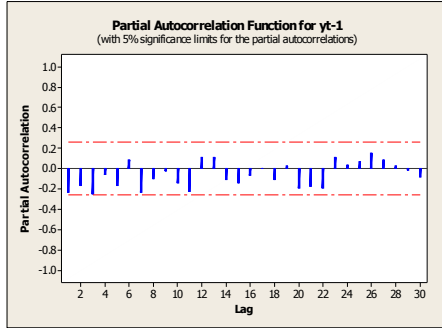
ادناه :



الشكل 1: الرسم البياني لمعاملات الارتباط للسلسلة

X

حيث نلاحظ أن جميع معاملات الارتباط الذاتي لا تقع داخل حدي الثقة مما يدل على عدم السكون ،



الشكل 8: الرسم البياني لمعاملات الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة Y_{t-1}

حيث نلاحظ وقوع معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي داخل حدي الثقة مما يدل على السكون .
 التعرف على نوع النموذج :

وذلك بفحص سلوك دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لكلاً من السلسلتين X , y ، حيث نلاحظ ان دالة الارتباط الذاتي لكلاً من السلسلتين تقترب تدريجياً نحو الصفر كما في الشكلين (1,3)

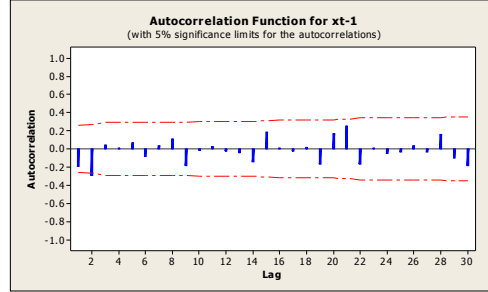
كما نلاحظ ان دالة الارتباط الذاتي الجزئي لكل من السلسلتين تقطع بعد فجوة زمنية تساوي الواحد كما في الشكلين (2,4)

مما يدل على ان النموذج الملائم لوصف السلسلتين معاً هو نموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات من الرتبة الاولى .

التعرف على رتبة النموذج :
 وذلك من خلال معايير اختيار الرتبة كما في الجدول ادناه :

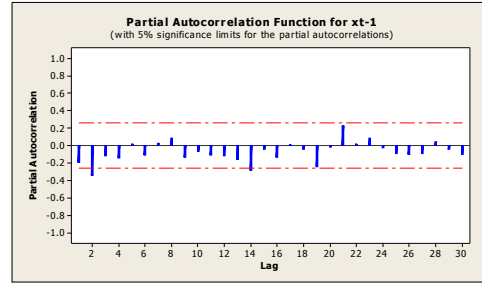
حيث نلاحظ ان جميع معاملات الارتباط الذاتي الجزئي لا تقع داخل حدي الثقة مما يدل على عدم السكون .

3. تحولت السلسلة الزمنية X الي سلسلة زمنية ساكنة بعد اخذ الفرق الاول كما موضح في الشكلين ادناه :



الشكل 5: الرسم البياني لمعاملات الارتباط الذاتي الجزئي

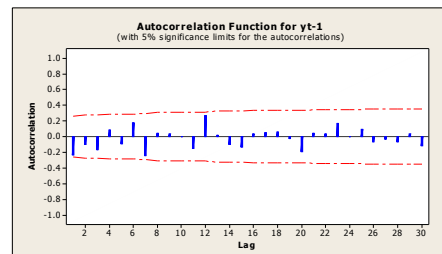
للسلسلة X_{t-1}



الشكل 6: الرسم البياني لمعاملات الارتباط الذاتي الجزئي

للسلسلة X_{t-1}

حيث نلاحظ وقوع معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي داخل حدي الثقة مما يدل على السكون ، كما تحولت السلسلة الزمنية y الي سلسلة زمنية ساكنة بعد اخذ الفرق الاول كما في الشكلين ادناه :



الشكل 7: الرسم البياني لمعاملات الارتباط الذاتي

للسلسلة Y_{t-1}

الجدول 1: معايير إختيار رتبة النموذج

رتبة النموذج ج	LR	LL	P	FPE	AIC	HQIC	SBIC
1	211.26	- 465.062	0.00 0	51685.7*	16.5285*	16.6121*	16.5285*
2	4.6198	- 452.752	0.32 4	54882.5	16.5878	16.7271	16.5878
3	4.112	- 460.696	0.39 1	5882.50	16.656	16.8548	16.565
4	9.825*	- 455.785	0.04 4	57159.7	16.624	16.84748	16.624

حيث نلاحظ أن BVAR (1) ، يأخذ اقل قيمة لجميع المعايير المستخدمة مما يدل علي انه النموذج الملائم لوصف السلسلتين معا

تقدير النموذج (1) BVAR: باستخدام الجدول ادناه :

الجدول 2: نتائج تقدير النموذج BVAR(1)

المعامل	المقدر	الخطأ المعياري	قيمة Z	القيمة الاحتمالية
$\hat{\phi}_{11}$	0.4985808	0.1101112	4.53	0.000
$\hat{\phi}_{12}$	99.06752	24.31467	4.07	0.000
$\hat{\phi}_{21}$	0.0002187	0.0002171	1.01	0.031
$\hat{\phi}_{22}$	0.9346059	0.0479341	19.5	0.000
Constant 1	-476.605	303.5051	-1.57	0.011
Constant 2	0.5494113	0.598332	0.92	0.035

يمكن كتابة معادلة النموذج كالآتي :

$$BVAR(1) = \begin{bmatrix} -476.605 \\ .549113 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4985 & 99.0675 \\ .0002 & .9346 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix}$$

اختبار مدى ملائمة النموذج للبيانات (تدقيق التشخيص):

1- اختبار معنوية مقدرات النموذج :

من الجدول ادناه :

الجدول 3: مصفوفة الارتباطات لمقدرات النموذج *BVAR 1*

	$\hat{\phi}_{11}$	$\hat{\phi}_{12}$	$\hat{\phi}_{21}$	$\hat{\phi}_{22}$
$\hat{\phi}_{11}$	1.000 (0.000)	-0.0884 (0.43)	0.0711 (0.62)	-0.0608 (0.34)
$\hat{\phi}_{12}$		1.000 (0.000)		
$\hat{\phi}_{21}$			1.000 (0.000)	
$\hat{\phi}_{22}$				1.000 (0.000)

* القيم بين القوسين تمثل القيمة الاحتمالية

نلاحظ ان معاملات الارتباط لمقدرات النموذج ضعيفة وغير معنوية مما يدل علي ملائمة النموذج .

2. اختبار البواقي :

وذلك من خلال اختبار أن هذه البواقي تتوزع طبيعياً ، ومن الجداول ادناه :

الجدول 4: اختبار البواقي بواسطة *jargue – Bera*

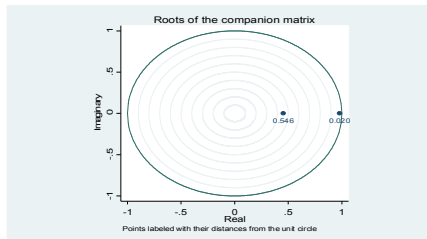
Eguation	Chi ²	df	Prob> Chi ²
x	73.479	2	0.0000
y	0.097	2	0.095273
ALL	73.576	4	0.0000

الجدول 5: اختبار الالتواء

Eguation	Skewness	Chi ²	df	Prob> Chi ²
x	-1.2578	15.822	1	0.00007
y	0.07372	0.054	1	0.81567
ALL		15.876	2	0.00036

الجدول 6: اختبار التقطح

Eguation	kurtosis	Chi ²	Df	Prob> Chi ²
x	7.8024	57.657	1	0.00006
y	3.1304	0.043	1	0.83666
ALL		57.708	2	0.00000



الشكل 9: دائرة الوحدة لاختبار السكون

نلاحظ أن القيمة الاحتمالية (All) (0.00036) ، وعلى الترتيب (0.000) ، (0.00036) ، (0.000) اصغر من مستوي المعنوية مما يدل على أن البواقي تتوزع طبيعياً وهذا يؤكد ملائمة النموذج لوصف السلسلتين معاً .
 3. اختبار السكون للنموذج : وذلك من خلال استخدام دائرة الوحدة كما في الشكل ادناه:

حيث نلاحظ ان القيم المميزة تقع داخل دائرة الوحدة
 مما يدل على ان النموذج المستخدم لوصف
 البيانات ساكن عليه يمكن استخدامه في التنبؤ .
 سادساً : التنبؤ :
 يمكن استخدام نموذج (1) BVAR في التنبؤ
 بالقيم المستقبلية لانتاج الكهرباء ومنسوب النيل كما
 يلي :

الجدول 7: إنتاج الكهرباء اليومية المنتبأ بها للفترة (1 اغسطس 2009م – 31 اغسطس 2009م) بفترة ثقة 95%.

اليوم والشهر	الحد الادنى للتنبؤ	إنتاج الكهرباء(م.و)	الحد الاعلى للتنبؤ
8/1	2216.527	2861.125	3505.723
8/2	2139.837	2882.376	3624.915
8/3	2090.561	2883.008	3675.456
8/4	2045.031	2874.472	3703.912
8/5	2000.516	2861.957	3723.398
8/6	1962.126	2847.814	3733.501
8/7	1933.415	2833.104	3732.793
8/8	1913.725	02818.306	3722.888
8/9	1898.392	2803.634	3708.877
8/10	1883.942	2789.182	3694.420
8/11	1869.603	2774.987	3680.371
8/12	1855.379	2761.065	3666.749
8/13	1841.297	2747.419	3653.540
8/14	1827.363	2734.047	3640.731
8/15	1813.582	2720.946	3628.311
8/16	1799.958	2708.111	3616.265
8/17	1786.493	2695.538	3604.583
8/18	1773.189	2683.219	3593.251
8/19	1760.048	2671.153	3582.257
8/20	1747.072	2659.331	3571.591
8/21	1734.261	2647.751	3561.241
8/22	1721.616	2636.406	3551.196
8/23	1709.139	2625.292	3541.445
8/24	1696.829	2614.404	3531.979
8/25	1684.689	2603.738	3522.788
8/26	1672.716	2593.289	3513.863
8/27	1660.913	2583.053	3505.194
8/28	1649.278	2573.026	3496.774
8/29	1637.811	2563.203	3488.594
8/30	1626.513	2553.579	3480.645
8/31	1615.383	2544.152	3472.921

الجدول 8: منسوب النيل اليومي المتنبأ به للفترة (1 اغسطس 2009م – 31 اغسطس 2009م) بفترة ثقة %95.

اليوم والشهر	الحد الادنى للتنبؤ	منسوب النيل	الحد الاعلى للتنبؤ
8/1	18.236	19.507	20.777
8/2	17.629	19.406	21.185
8/3	17.149	19.317	21.485
8/4	16.749	19.233	21.718
8/5	16.415	19.154	21.892
8/6	16.155	19.076	22.997
8/7	15.977	19.001	21.025
8/8	15.867	18.927	21.987
8/9	15.791	18.855	21.919
8/10	15.721	18.785	21.849
8/11	15.651	18.716	21.779
8/12	15.583	18.648	21.713
8/13	15.514	18.582	21.649
8/14	15.447	18.517	21.587
8/15	15.379	18.453	21.526
8/16	15.314	18.391	21.468
8/17	15.248	18.329	21.411
8/18	15.183	18.269	21.356
8/19	15.119	18.211	21.303
8/20	15.056	18.154	21.252
8/21	14.994	18.098	21.202
8/22	14.932	18.043	21.154
8/23	14.871	18.989	21.107
8/24	14.810	17.936	21.061
8/25	14.751	17.884	21.017
8/26	14.692	17.833	20.974
8/27	14.634	17.784	20.933
8/28	14.577	17.735	20.893
8/29	14.521	17.687	20.853
8/30	14.465	17.640	20.816
8/31	14.411	17.595	20.779

3. Jones, R.H (1964). *Prediction of Multivariate Time Series*, Baltimore, United State of America
4. Shewhart and Walter A, Wilks Samuels, (2004). *Applied Econometric Time Series*, John Wilby, United States of America.
5. Lukepoli, Helmut, (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer Berlin Heidelberg, New York.
6. Reinsel, G, C, (2003). *Elements of Multivariate Time Series Analysis*, second edition, Springer, Verlag New York Berlin Heidelberg New York.
7. Lukepohi, Helmut, (1993). *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer Berlin Heidelberg, New York.
8. Willam, S, WEL (1990). *Time Series Analysis, Univariate and Multivariate Method*, first edition, A John Wiley, New York.

الإستنتاجات

- 1- السلسلة الزمنية لإنتاج الكهرباء غير ساكنة.
- 2- السلسلة الزمنية لمنسوب النيل غير ساكنة.
- 3- تحقق السكون للسلسلتين الزمئيتين بعد أخذ الفرق الأول.
- 4- نموذج الإنحدار الذاتي الخطي ثنائي المتغيرات من الرتبة الأولى (BVAR(1) نموذج ملائم للسلسلة الزمنية ثنائية المتغيرات.
- 5- إستخدام السلسلة الزمنية متعددة المتغيرات يعطي دقة أكبر فى التنبؤ.

REFERENCES

1. Seppo, P, (2003). *Nonlinear Univariate and Linear Multivariate Time Series*, department of mathematics and statistic, University of Vaasa, United State of America.
2. Hamlton, R. A and wichern D.W, (1998). *Applied Multivariate Statistical Analysis*, fourth edition prenticehall, New York.