

# **Dedication**

To my Mother, Father, Brothers and Sisters.

## **Acknowledgements**

First I would like to thank without end our greatest Allah, then I would like to express about my appreciation and thanks to my Supervisor: prof. Shawgy Hussein Abdalla and thanks for everyone help me ...

## Abstract

We study upper bounds on the Schur multiplier norm of Loewner matrices for concave and convex functions. Bracci, Graham, Hamada, and Kohr developed a new method to construct Loewner chains, by considering variations of certain Loewner chains. We complete the characterization of all the entrywise powers below and above the critical exponents that are positive, monotone, or convex on the cone of positive semidefinite matrices. We generalize to several variables the classical theorem of Nevanlinna that characterizes the Cauchy transforms of positive measures on the real line. We show that for the Loewner class, a large class of analytic functions that have non-negative imaginary part on the upper polyhalf-plane, there are representation formulae in terms of densely-defined self-adjoint operators on a Hilbert space.

## الخلاصة

درسنا الحدوديات العليا على نظيم مضاعف سيشر لمصفوفات لونيير لأجل الدوال المقعرة والمحدبة. طور براكي وجرهام وحمادا وكوهر طريقة جديدة الى تشيد سلاسل لونيير بواسطة اعتبار تغيرات سلاسل لونيير المعينة. اتمنا التشخيص لكل قوى العوامل النقطية اسفل واعلى الأسيات الحرجة والتي هي موجبة ورتيبة أو محدبة على المخروط للمصفوفات شبه المنتهية الموجبة. عمنا ألى المتغيرات المتعددة المبرهنة التقليدية لنيفانلينا الى تشخيص تحويلات كوشي للقياسات الموجبة على الخط الحقيقي. أوضنا انه لأجل عائلة لونيير والعائلة الكبيرة للدوال التحليلة التي لها جزء تخيلي غير سالب على نصف-المستوى المتعدد الأعلى وهناك صيغة تمثيل بدلالات لمؤثرات مرافق ذاتي معرفة-كثيفة على فضاء هلبرت.

## The contents

Subject		Page
	Dedication	I
	Acknowledgements	II
	Abstract	III
	Abstract (Arabic)	IV
	The contents	V
	<b>Chapter 1</b> Schur Multiplier Norms for Loewner Matrices	1
	<b>Chapter 2</b> Complete Characterization of Hadamard Powers Preserving	9
<b>Section (2.1)</b>	Characterizing Entrywise Powers that are Loewner Positive	9
<b>Section (2.2)</b>	Characteizing Entrywise Powers that are Loewner Convex	15
	<b>Chapter 3</b> Some Applications of Variation of Loewner Chains in Several Complex Variables	24
	<b>Chapter 4</b> Nevanlinna Representations in Several Variabls	32
<b>Section (4.1)</b>	Nevanlinna's Representations	32
<b>Section (4.2)</b>	Asymptotic Behavior and Types of Representations	55
	List of Symbols	68
	References	69