

# Dedication

I dedicate this research to the spirit of my mother

and to compassionate heart of my father

and to my brothers and  
sisters.

## **Acknowledgments**

The Thanksgiving metaphors are due to Allah the Almighty who guided me to complete this search. I extend my sincere thanks to the teacher of the Sea of mathematics, who has long taught us advice Prof. Shawqy Hussein. I also like to thank the princes who stood beside me without laziness my sister and to my older brother, and to all who helped me at the end of this project, to them I offer my sincere thanks and sincere prayers.

## Abstract

We show that  $\Phi$  preserves zero products in both directions if and only if  $\Phi$  is either an isomorphism or a conjugate isomorphism. We arrive at the same conclusion for an arbitrary unital, complex Banach algebra, by imposing an extra surjectivity condition on the map. Let  $G$  be a reductive group and  $\theta$  an involution on  $G$ , both defined over a  $p$ -adic field. We provide a criterion for  $G^\theta$ -integrability of matrix coefficients of representations of  $G$  in terms of their exponents along  $\theta$ -stable parabolic subgroups. Let  $B$  be a semiprime commutative unital Banach algebra with connected character space  $\Phi_B$ . For each  $x \in \Phi_B$ , let  $\pi_B(x)$  be the collection of all closed primary ideals contained in the maximal ideal  $M(x) = x^{-1}(0)$ . The purpose is to illustrate how knowledge of the collection  $\pi_B(x)$  at each  $x \in \Phi_B$  can be used in describing the outer spectrum of a quasi-compact unital endomorphism of  $B$ .

## الخلاصة

أوضحنا أن  $\Phi$  حافظة للضرب الصفري في الاتجاهين معاً إذا وفقط إذا كانت  $\Phi$  هي إما ايزومورفيزم او ايزومورفيزم مرافق . وصلنا عند الخلاصة نفسها لاجل الاحادية الاختيارية وجبر باناخ المركب وبواسطة فرض شرط الشموليه الاضافيه على الراسم . لتكن  $G$  هي زمرة مختزلة و  $\theta$  إنتفاف على  $G$  ومعاً معرفة فوق حقل  $P$  - أديك . إشرطنا معيارية لأجل قابلية تكاملية -  $G^\theta$  لمعاملات المصفوفة للتمثيلات الى  $G$  بدلالات اسياتها على طول الزمر الجزئية المكافئية المستمرة -  $\theta$  . ليكن  $B$  هو جبر باناخ الأحادي التبديلي شبه الاولي مع فضاء الحرف المتصل  $\Phi_B$  . لاجل أي  $x \in \Phi_B$  ليكن  $\pi_B(x)$  هي جماعة كل المثاليات الاولييه المغلقة المحتواه في المثالي الأعظمي  $M(x) = x^{-1}(0)$  . الغرض هو توضيح كيف معرفة الجماعة  $\pi_B(x)$  عند أي  $x \in \Phi_B$  يمكن ان تستخدم في وصف الطيف الخارجي الى الاندومورفيزم الأحادي شبه- المتراص إلى  $B$ .

## The contents

Subject	Page
Dedication	I
Acknowledgements	II
Abstract	III
Abstract (Arabic)	IV
The contents	V
<b>Chapter 1</b> Additive Maps on Standard Operator Algebras Preserving Invertibilities or Zero Divisors	1
<b>Chapter 2</b> Additive Maps onto Matrix Spaces Compressing the Spectrum	14
<b>Chapter 3</b> A criterion for Integrability of Matrix Coefficients with Respect to Asymmetric Space	26
<b>Section (3.1):</b> Preliminaries on the Symmetric Subgroup	26
<b>Section (3.2):</b> $H$ – Integrability and Non – Vanishing	40
<b>Chapter 4</b> Quasi – Compact Endomorphisms and Primary Ideals in Commutative Unital Banach Algebras	56
<b>Section (4.1):</b> Spectral Projection and Primary Ideals	56
<b>Section (4.2):</b> Applications for Concrete Function Algebras	66
Lists of Symbols	71
References	72