

الباب الرابع

تقنية المرحلات

1.4 مقدمة:

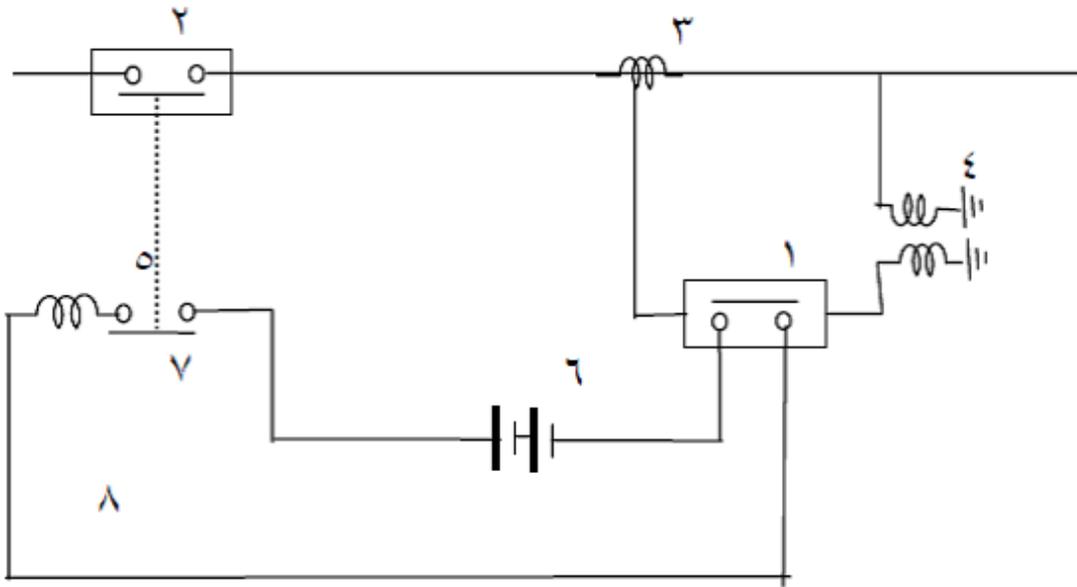
المرحل هو جهاز يستقبل إشارة تحكم معينة من الدائرة المركبة عليها وتبعاً لذلك الإشاره يجري

تغييراً في تلك الدائرة .ومرحلات الحماية هي مرحلات تستجيب لحالات التشغيل غير العادية في

منظومات القوى الكهربائية كالأخطاء وتجاوز الحمل . ويعطي المرحل تبعاً لذلك الإشارة المناسبة لقاطع

الدائرة الذي يفصل بدورة الجزء الخاطيء أو المعيب من المنظومة في أقل زمن ممكن .يبين الشكل

(1.4) المبدأ الأساسي الذي يعمل عليه المرحل مع القاطع .



شكل (1.4) يوضح منظومة الحماية التقليدية

نلاحظ من الشكل (1.4) أن المنظومة تتكون من الاتي :

- مرحل الحماية
- قاطع الدائرة

- محول التيار
- محول الجهد
- ملف اعتاق القاطع
- بطارية
- مفتاح مساعد
- دائرة اعتاق القاطع

2.4 الطريقة العامة لعمل منظومة الحماية:

يستقبل المرحل باستمرار إشارة تحكم من منظومة القوى المراد حمايتها . ويعتمد مقدار هذه الإشارة عادة إما على التيار في المنظومة ، أو على جهد المنظومة أو عليهما معا. يتم تغذية المرحل بإشارة التحكم عن طريق محول التيار أو محول الجهد تبعاً لنوع الكمية المغذاة.

3.4 كميات التشغيل:

- يعتمد المرحل في التمييز بين الحالة العادية وغير العادية على قياس كمية التشغيل له. وتكون هذه الكمية إما تياراً أو جهداً أو الأثنين معاً. وتنقسم الكمية المقاسة في معظم المرحلات إلى ما يأتي:
- قياس للمقدار ، كزيادة التيار وزيادة الجهد ونقص الجهد.
 - قياس حاصل ضرب ، كقياس القدرة ($V I \cos \phi$).
 - قياس النسبة، كما في مرحلات المعاوقة التي تقيس النسبة بين V/I .
 - قياس الفرق ، كما في المرحلات الفرقية التي تقيس الفرق بين كميتين من نفس النوع (تيار أو جهد)

4.4 أنواع المرحلات :

- يمكن تصنيف المرحلات حسب مبدأ عملها أو تركيبها إلى انواع كثيرة منها:
- المرحلات الكهرومغناطيسية.

- المرحلات الإستاتيكية .
- المرحلات الرقمية .

5.4 المرحلات الكهرومغناطيسية:

تحتوي هذه المرحلات على أجزاء متحركة بالتأثير المغناطيسي لذلك يطلق عليها المرحلات

الكهرومغناطيسية.

تنقسم المرحلات الكهرومغناطيسية إلى قسمين :

أ- مرحل الذراع المنجذب.

ب- المرحل الحثي.

1.5.4 مرحلات الذراع المنجذب :

تتكون مرحلات الذراع المنجذب من ملف أو أكثر ، يسري التيار الكهربائي في الملف فقط في

حالة حدوث عطل في الشبكة المحمية، وينتج عن سريان هذا التيار في الملف توليد مجال مغناطيسي

قابل لجذب قطب معدني، تؤدي حركة هذا القطب المعدني الي غلق أو فتح ملامسات كهربائية

(contacts) التي تقوم بدورها إلى إصدار إشارات الإفلات إلى قاطع الدائرة

• نظرية أداء الذراع المنجذب :

يقع الذراع تحت تأثير قوتين :

أ - قوة التشغيل F_1 الناشئة عن المجال الكهرومغناطيسية وتساوي:

$$F_1 = I^2 \times K_1 \quad (1.4)$$

حيث أن :

ا :التيار المار في ملف المرحل .

ب القوة المقيدة F_2 الناشئة عن الزنبرك وهي ثابتة :

$$F_2 = k$$

(2.4)

يعمل المرحل عندما تكون قيمة F_1 اكبر من F_2 وتسمى قيمة k عند هذه النقطة بقيمة اللقط k_0 ابعدها يعود المرحل إلى وضعه الطبيعي عندما تكون قيمة k (قيمة الرجوع) أقل من قيمة k_0 .

2.5.4 خواص مرحل الذراع المنجذب:

- زمن تشغيله لا يعتمد على قيمة تيار العطل .
- مرحل سريع لصغر المسافة التي يتحركها .
- فوري لا توجد به وسيلة تأخير ذاتية .
- يعمل بالتيار المتردد أو المستمر .
- تعمل بكمية تشغيل واحدة كمرحلات تجاوز التيار .

3.5.4 المرحلات الحثية:

المرحلات الحثية هي اكثر المرحلات إستخداماً في منظومات الحماية نظراً لأن التنوع الكبير في خصائصها الزمنية يعطيها مرونة كبيرة في إمكانية التنسيق بين مرحلات مستخدمة للعمل على التوالي، أو التنسيق بين مرحلات وقواطع أو مصهرات.

تحتوي المرحلات الحثية على جزء دوار مصنوع من مادة غير قابلة للتمغنط لكنها موصلة للكهرباء .

يحدث دوران الجزء الدوار في المرحلات الحثية نتيجة لتولد عزم ميكانيكي بتأثير الفيض المغناطيسي المنبعث من قطبين مغناطيسيين وكل منهما يؤدي إلى حث تيار دوامي في الجزء الدوار ، ونتيجة لتداخل التيار المحتث من أحد القطبين مع الفيض المنبعث من القطب الأخر تتولد قوة كهرومغناطيسية داخل جسم الدوار مسببة لعزم الدوران ، ولا يحدث هذا الدوران (ينعدم العزم) إذا لم يحصل إختلاف في الزمن الطوري للفيضان المغناطيسيين المتناوبين (Φ_1) ، (Φ_2) وهما:

$$v_1 = \Phi_{1m} \sin \omega t \quad (3.4)$$

$$\Phi_2 = \Phi_{2m} \sin(\omega t \pm \alpha) \quad (4.4)$$

يتولد هذين الفيضين عند مرور تيار كهربائي متناوب في ملف المرحل .

تعتبر الزاوية زاوية طورية بين الفيضين Φ_2, Φ_1 وأن احدهما يسبق الآخر أو يتأخر عنه، ويسبب هذان الفيضان المتناوبان قوة دافعة كهربائية محتثة وفقاً لقانون فارداي وعليه :

$$e_1 \propto \frac{d\Phi_1}{dt} \quad (5.4)$$

$$e_1 \propto \omega \Phi_{1m} \cos \omega t \quad (6.4)$$

$$e_2 \propto \frac{d\Phi_2}{dt} \quad (7.4)$$

$$e_2 \propto \omega \Phi_{2m} \cos(\omega t \pm \alpha) \quad (8.4)$$

فإن القوتين الدافعتين (e_1, e_2) تسببان سريان التيارين الدواميين (i_1, i_2) في المرحل وعليه :

$$i_1 \propto e_1 \quad (9.4)$$

$$i_2 \propto e_2 \quad (10.4)$$

عند إهمال مفاعلة المرحل ينعدم الاختلاف الطوري بين e_1, i_1 وكذلك بين e_2, i_2 وبهذا يصح كتابة ما يلي :

$$i_1 \propto \omega \Phi_{1m} \cos \omega t \quad (11.4)$$

$$i_2 \propto \omega \Phi_{2m} \cos(\omega t \pm \alpha) \quad (12.4)$$

ونتيجة لحدوث التداخل بين (i_2) والفيض (Φ_1) تنتج قوة كهرومغناطيسية (f_1) وتنتج قوة أخرى (f_2) بسبب تداخل (i_1)، (Φ_2) وعليه فإن :

$$F_1 \propto \Phi_1 i_2 \quad (13.4)$$

$$F_2 \propto \Phi_2 i_1 \quad (14.4)$$

أي أن:

$$F_1 \propto (\phi_{1m} \sin \omega t) \cdot (\omega \phi_{2m} \cos(\omega t \pm \alpha)) \quad (15.4)$$

$$F_2 \propto (\phi_{2m} \sin \omega t) \cdot (\omega \phi_{2m} \cos \omega t) \quad (16.4)$$

وهاتين القوتين الكهرومغناطيسيتين (F_1)، (F_2) متعاكستين في الإتجاه ، ويمكن إيجاد محصلة القوي

(F) كما يلي:

$$F \propto (F_2 - F_1) \quad (17.4)$$

$$F \propto \phi_{2m} \phi_{2m} \omega (\cos \omega t \cdot \sin(\omega t \pm \alpha) - \sin \omega t \cdot \cos(\omega t \pm \alpha)) \quad (18.4)$$

$$F \propto \phi_{1m} \phi_{2m} \omega \sin(\pm \alpha) \quad (19.4)$$

ويتضح من هذه المعادلة وجوب إختلاف في الطور بين الفيضين المتناوبين كي لاتتعدم

محصلة القوه وهذه المحصلة هي التي تسبب إحداث عزم الدوران ويتضح من هذه المعادلة بأن

أقصى مقدار للقوة المحصلة عندما تكون ($\alpha = \pm 90$) الزاوية α ثابتة القيمة حسب إختلاف الطور بين

Φ_2 و Φ_1 وعلى هذا فإن القوة (F) هي أيضاً ثابتة على الرغم من أن الفيض متناوب أي أن العزم

يكون ذا مقدار ثابت .

6.4 المرحلات الإستاتيكية :

1.6.4 مبدأ المرحلات الإستاتيكية:

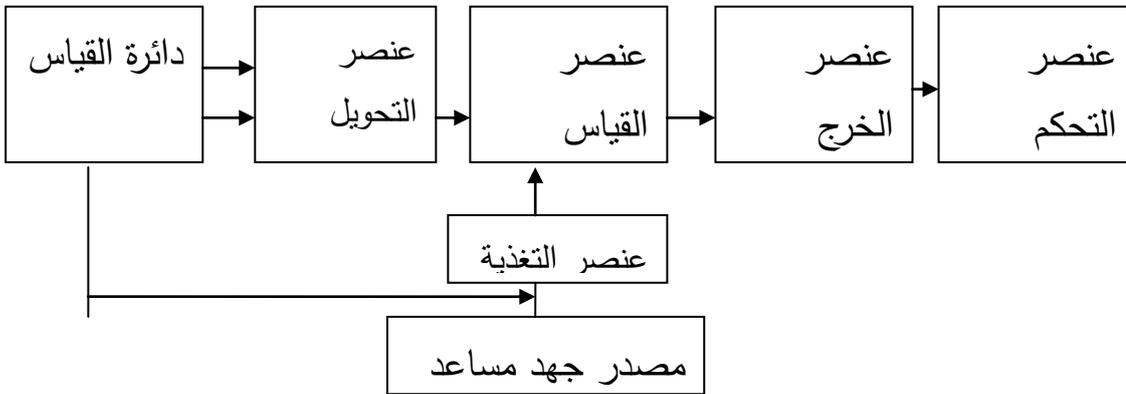
هو مرحل تتشأفيه الاستجابة المطلوبة عن طريق مكونات الكترونية او مغناطيسية دون

حدوث حركة ميكانيكية.مركبات الجوامد المستخدمة هي المحولات ، المقومات ، المقومات ، المكثفات ،المكثفات وظائف المقارنة والقياس تتأثر بالدوائر الإستاتيكية.

2.6.4 التركيب الاساسي لمرحل الحماية الاستاتيكي :

أساساً مرحلات الحماية من الجوامد هي مغيرات إشارة ثنائية تشابهية (Analog) مع وظائف قياس ، والمتغيرات الجهد ، التيار ، زاوية الطور والتردد . والقيم المشتقة يتم الحصول عليها بالتفاضل ، التكامل ، وهذه تظهر كإشارات قياس عند الدخل ، الخرج هي إشارة ثنائية (on أو off)لتشغيل المرحل.

الإشارات من وحدة القياس تغذي إلى وحد المغير (Converter unit)،المغير يوصل إشارات القياس والتي تعالج حينئذ بعنصر القياس ، عنصر القياس يشتغل عندما تصل إشارة الدخل إلى القيمة المطلوبة لعلق الإشارة عند خرجها ، عنصر الخرج يكبر الإشارة الثنائية ويحولها لعناصر التحكم التي تنفذ الوظيفة النهائية مثل فتح أو غلق قواطع الدائرة Circuit breaker والشكل (2.4) يبين التركيب الأساسي لمرحلات الجوامد .



شكل (2.4) يوضح التركيب الاساسي لمرحلات الجوامد

3.6.4 شرح عمل الدائرة :

يتم تغذية عنصر التحويل بإشارة التغذية عن طريق دائرة القياس وهي عبارة عن محول جهد التغذية داخل عنصر التحويل الى كميات يمكن التعامل معها بسهولة بواسطة عنصر القياس يبدأ القياس في العمل عندما تصل قيمة اشارة التغذية الى حد معين حيث يعطي حينئذ اشارة القفل ، يستقبل عنصر الخرج هذه الاشارة ويقوم بتكبيرها وتقويتها ثم نقلها الى عنصر التحكم الذي يعطي الاشارة النهائية لدائرة اعتاق قاطع الدائرة ويتم تغذية عنصري القياس والخرج عن طريق عنصر التغذية ، يحصل عنصر التغذية على الطاقة اللازمة اما من مصدر جهد مساعد ، او من دائرة القياس نفسها.

4.6.4 مميزات وعيوب المرحلات الإستاتيكية :

أ - المميزات:

- حمل صغير على محولات التيار والجهد.
- حماية ضد الصدمات .
- لها قصور ذاتي ميكانيكي.
- التشغيل سريع .
- لها مشاكل صيانة أقل .
- أصغر في الحجم بالمقارنة بالمرحلات الكهرومغناطيسية.
- إعادة ضبط سريع .
- حساسية أكبر .
- إستهلاك قدرة صغير يمكن إهماله.
- موثوقية عالية .

- إمكانية التركيب المشكل .

ب-العيوب:

- سرعة التأثير والقابلية للتدمير بالانتقالات ذات مقدار القدرة الصغيرة .
- ضرورة وجود شخص مدرب تدريب عالي لخدمتهم.
- وجود حدود لدرجة الحرارة المحيطة لتشغيله .

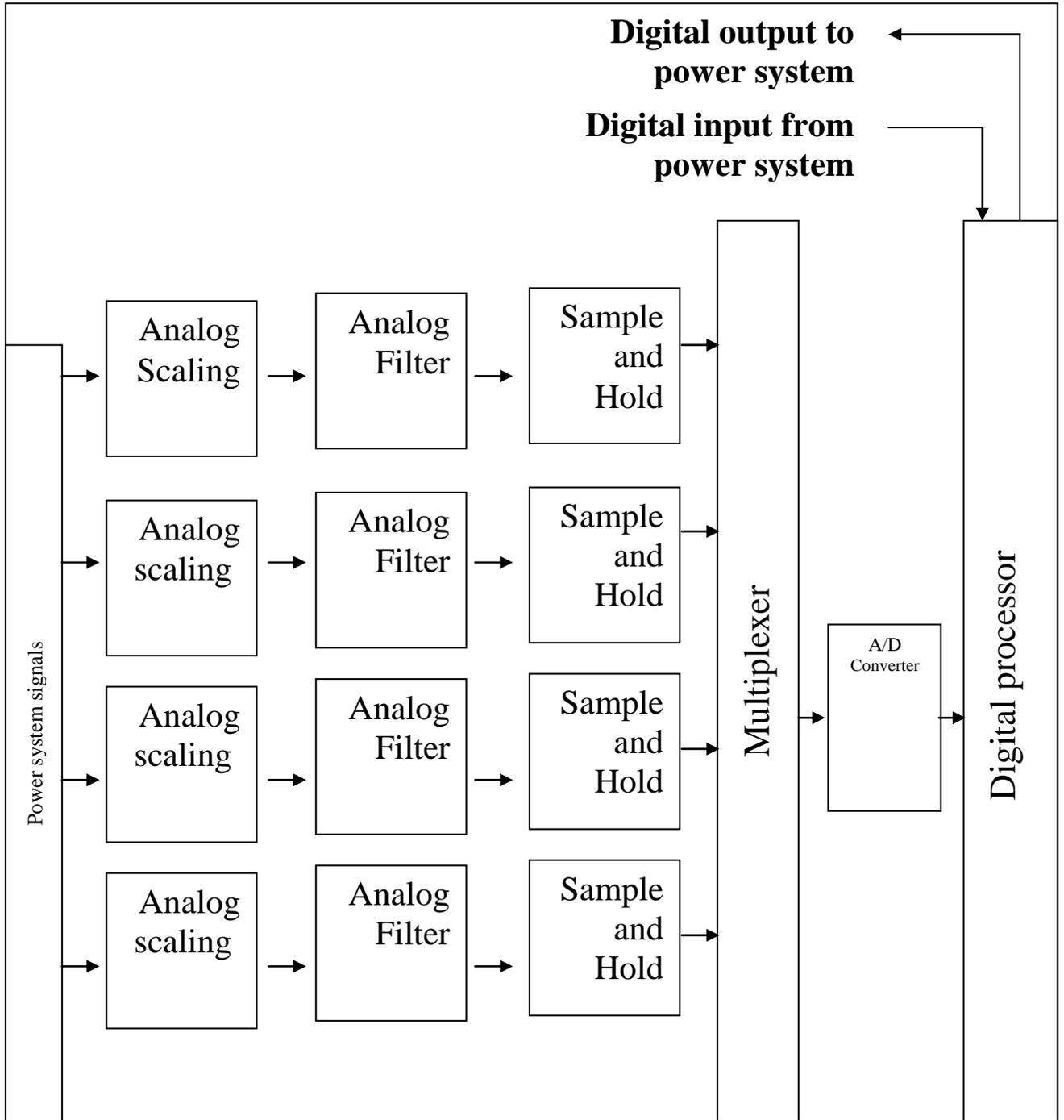
7.4 الحماية الرقمية:

العمليات الصناعية اليوم حساسة جداً لتوقف الإمداد الكهربائي واضطرابه ، ومن ناحية أخرى الإستعمال المتزايد للأحمال يولد تداخلاً ويساهم في زيادة الفولتية والتيار في الشبكات الكهربائية. هذه الحالة يمكن أن تؤثر على عملية التشغيل الطبيعية للزائن المرتبطين بهذه الشبكات ، وهكذا ففي السنوات الأخيرة الحساسية نحو الكهرباء زادت بشكل كبير نتيجة لزيادة الطلبات من قبل المستهلكين . لذلك كان لابد من توفير أنظمة حماية مناسبة لتقليل المشاكل التي تحدث في المنظومة ومن هذه الأنظمة المرحلات .

1.7.4 المرحل الرقمي :

له برنامج ذا تطبيق منطقي وتقنية معالج دقيق .
تتكون المرحلات الرقمية من أجزاء رئيسية وهي :

- المعالج الدقيق .
- نظام الدخل التماثلي .
- نظام الخرج الرقمي .
- مجهز قدرة مستقل .



شكل (3.4) يوضح المكونات الرئيسية للمرحل الرقمي

الإختلاف الرئيسي بين المرحلات الرقمية والتقليدية يتعلق بطريقة معالجة إشارة الدخل ، ففي حالة

المرحلات الرقمية تحول إشارة الدخل إلى شكل رقمي قبل أن تحلل بالمعالج الدقيق .

تستخدم هذه المرحلات بشكل رئيسي في حماية نظام الإرسال وحماية وحدة التوليد .

أ- مزايا الحماية الرقمية :

بدأت أنظمة الحماية الحديثة تعتمد على المرحلات الرقمية لما تتمتع به من مميزات أهمها :

- زمن إستجابتها قصير جداً .
- عدم وجود أجزاء متحركة وبالتالي تتعدم مشكلة العطل لعناصرها .
- إستهلاكها من الطاقة صغير جداً لإنعدام ملفات الدخل .
- حساسيتها عالية جداً .
- خلوها من التماسات الكهربائية وإنعدام مشكلة الفتح والإغلاق والشرارة الكهربائية المرافقة .
- سهولة معايرتها وفحصها بالحاسوب .

ب- مساوئ الحماية الرقمية :

- عمرها قصير بسبب التطور المستمر بإستخدام التقنيات الحديثة .
- سهولة تأثرها بالحالة العابرة .
- عندما تزداد الأنظمة الرقمية تعقيداً يتطلب هذا زيادة تدريب الموظفين خصوصاً لأعمال الصيانة الصحيحة ومراقبة البيانات .

8.4 عملية أخذ العينات (The sampling process):

يسمى الجهاز الذي يقطع البيانات المستمرة مع الزمن ويحولها إلى إشارات متقطعة

(samples) بالـ (sampler) وهو عبارة عن مفتاح (switch) يفتح كل T. Second كما مبين في

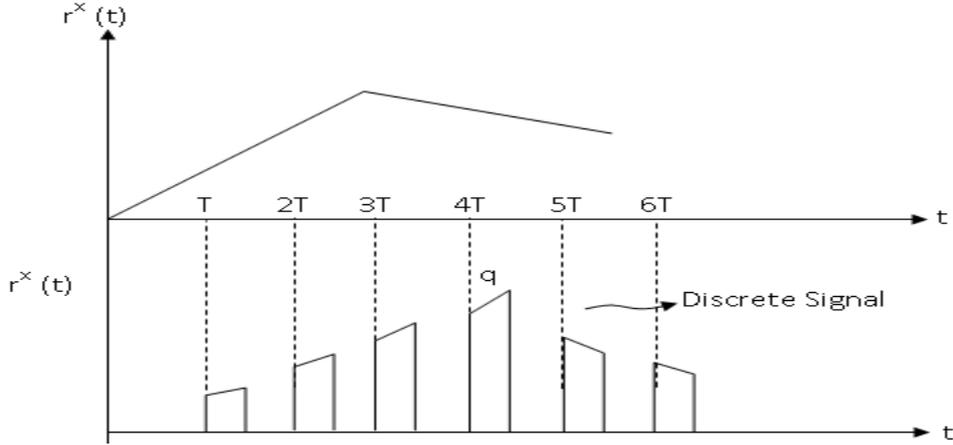
الشكل (4.4). $r^*(t)$ $r(t)$ T-sec

Continuos

Sampled

شكل (4.4) يوضح مفتاح أخذ العينات

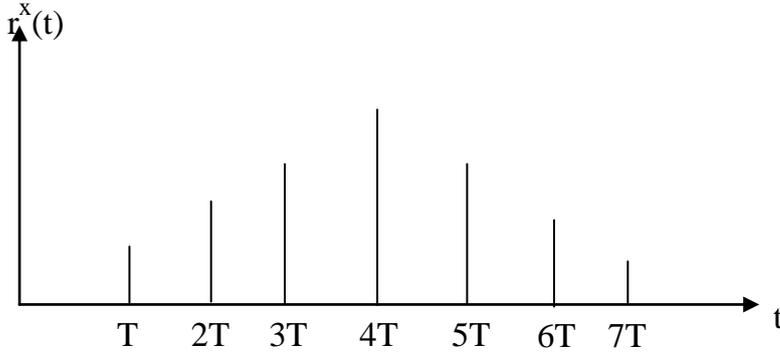
الإشارة $r(t)$ عبارة عن إشارة مستمرة يتم تقطيعها (sampled) بفترات منتظمة بمقدار (T. Second) عن طريق مفتاح أخذ العينات (sampling switch) والنتيجة هي إشارة منقطعة زمنياً (Discrete time signal) و الشكل (5.4) يوضح عملية التقطيع وأخذ العينات.



شكل (5.4) يوضح عملية التقطيع وأخذ العينات

q: تمثل الزمن الذي عنده المفتاح يغلق

عملياً زمن الغلق قليل جداً مقارنة بزمن أخذ العينات (T) لذلك فإن النبضات سوف تقرب كما مبين



بالشكل (6.4) التالي

شكل (6.4) يوضح تقريب أخذ العينات الناتجة من عملية التقطيع

تحويلات لابلاس لاتستخدم في المعالجة الرقمية لذلك نحولها إلى المدى Z

كما بالمعادلات (20.4) و (21.4):

$$R(S) = \sum_{n=0}^{\infty} r(nT) \quad (20.4)$$

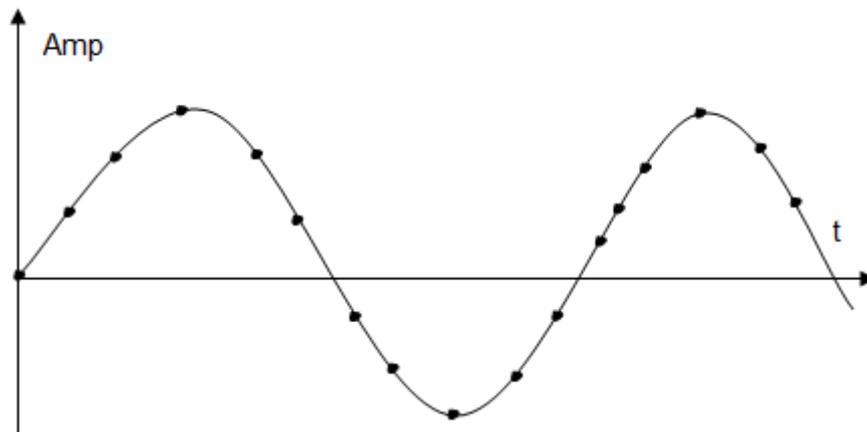
$$\text{Let } Z = e^{sT} R^*(Z) = \sum_{n=0}^{\infty} r(nT)Z^{-n} \quad (21.4)$$

- أخذ العينات يكون مناسب إذا مثل الإشارة الأصلية أو أقرب منها والشكل (7.4) يوضح ذلك فمثلاً إذا كان :

$$f = 1$$

$$f = 0.09 f_s$$

$$f_s = 1/0.09 = 11.11$$



شكل (7.4) يوضح أن أخذ العينات مناسب

أخذ العينات للإشارة (3.7) مناسب لأنها أقرب إلى الإشارة الأصلية .

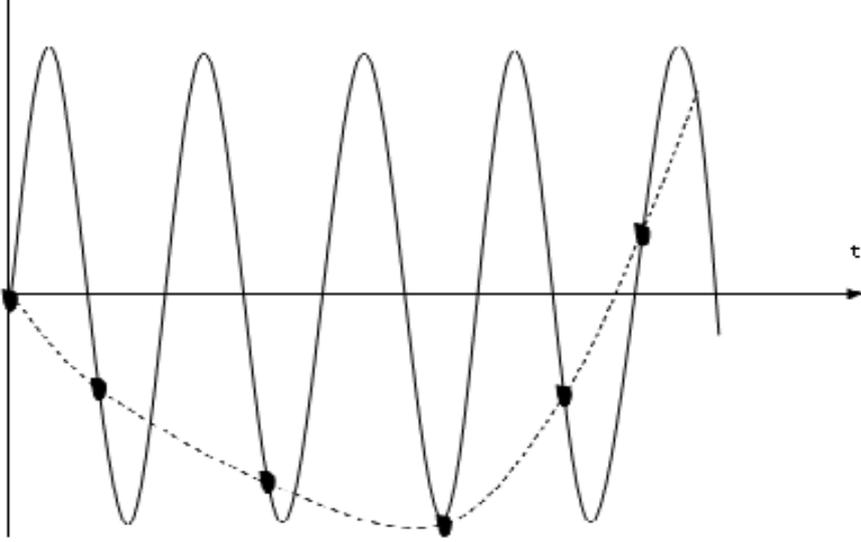
- أخذ العينات يكون غير مناسب إذا لم يمثل الإشارة الأصلية كما في الشكل (7.4) ، فمثلاً إذا كان :

$$f = 1$$

$$0.95 f_s = f$$

$$f_s = 1.05 f = 1/0.9$$

- أخذ العينات للإشارة (8.4) لا تمثل الإشارة الأصلية وبالتالي فإن عملية أخذ العينات غير مناسب وهذه الظاهرة أعلاه تسمى بالتداخل (aliasing) .



شكل (8.4) يوضح أن أخذ العينات غير مناسب

9.4 تحويل الإشارة التماثلية إلى رقمية (ADC) :

معظم الإشارات الفيزيائية في التطبيقات العملية هي إشارات كمية مستمره مع الزمن ونحناج إلى عملية تحويلها إلى شكل رقمي للسماح في معالجتها رقمياً عن طريق الأجهزة الرقمية .
الإشارات الرقمية تختلف عن الإشارات الكمية في الآتي :

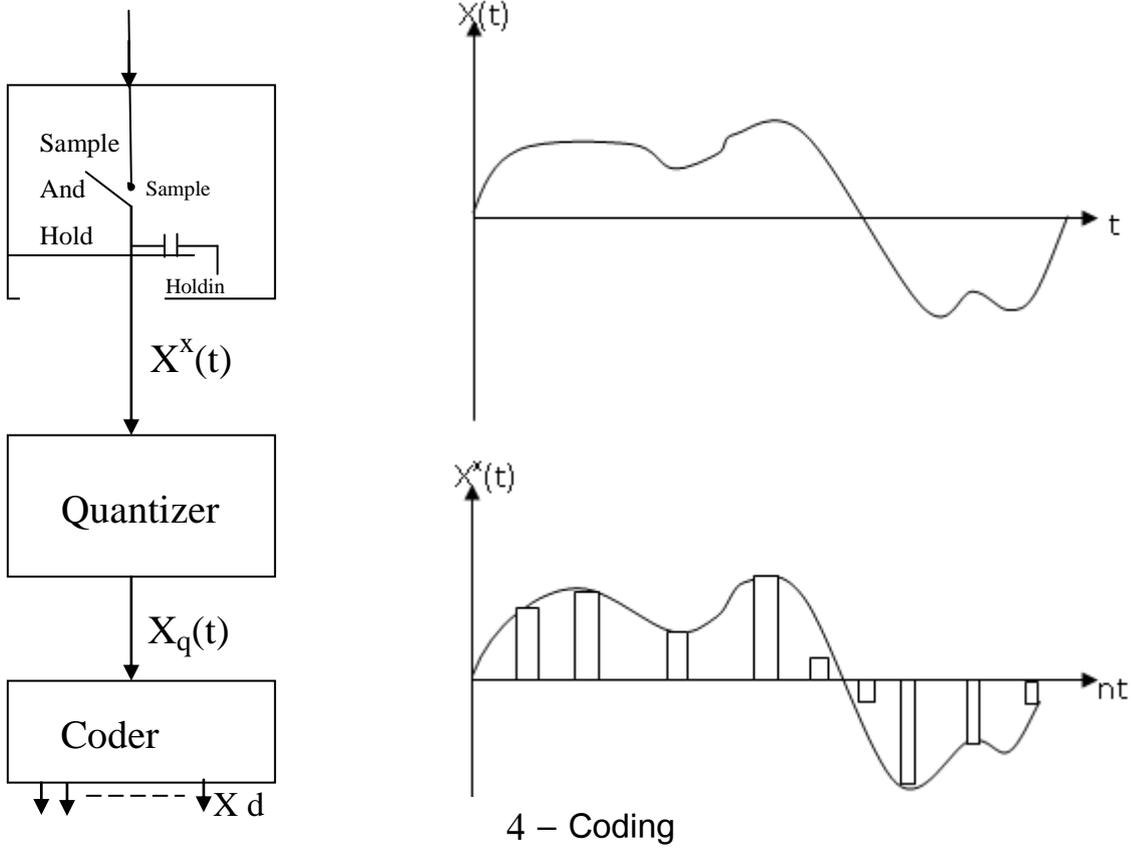
- Sampled data
- Quantized data

عملية تحويل الإشارات التماثلية إلى رقمية يتم عن طريق ال Analog to digital يتم عن

طريق الخطوات التالية كما بالاشكال (9.4) و(10.4):

- Sampling process

- Holding
- Quantization

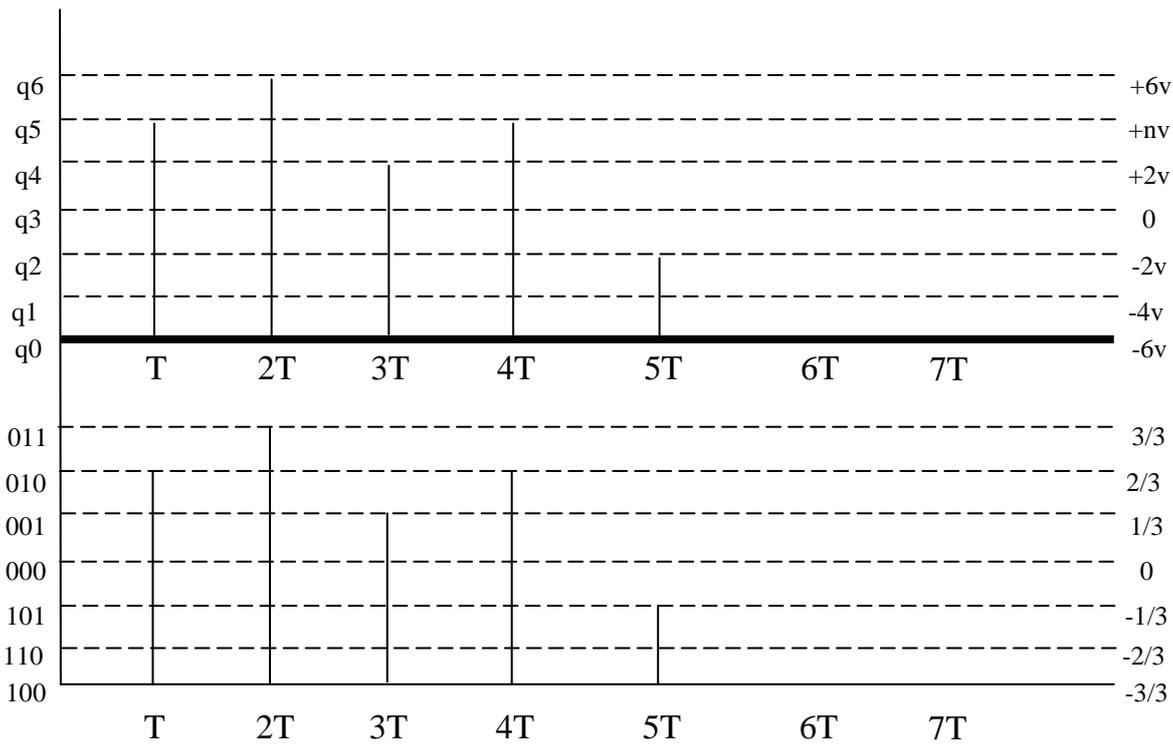


شكل (9.4) يوضح عملية تحويل الإشارة التماثلية إلى رقمية

خطوات تحويل الإشارات التماثلية إلى رقمية :

- الإشارات الكمية هي إشارات مستمرة في الزمن والقيمة .
- تدخل هذه الإشارة على مفتاح أخذ العينات (sampling switch) من أجل تحويلها إلى إشارة منقطعة بالزمن (discrete time) .
- الإشارة المنقطعة (sampled signal) مستمرة بالقيمة ولكنها معروفة عند نقاط منقطعة بالزمن (n T) ، حيث T تمثل زمن أخذ العينات.

- قيمة كل عينة يتم تقريبها إلى كمية معرفة مسبقاً (Quantization) بعدد مستويات مساوي إلى 2^B حيث B هي عدد ال Bits الواجب إستخدامها لتمثيل كل عينة.
- مستويات القيمة المتقطعة يتم تمثيلها بشكل ثنائي عن طريق عملية ال encoding.
- الإشارة $X(n)$ حيث أن $(n = 0,1,2,3,\dots)$ هي إشارة رقمية تكون موجودة فقط عند نقاط متقطعة بالزمن وهي تمتلك قيم بمستوى 2^n فقط .



شكل (10.4) يوضح عملية تكميم الإشارة وتشفيرها

10.4 التداخل (Aliasing):

التداخل هو عملية تشويش في الإشارة المسترجعة بعد عملية معالجة الإشارة رقمياً نتيجة مركبات الترددات العالية .

التداخل يحدث بسبب ظهور مركبات تردديه بتردد أعلى من نصف تردد أخذ العينات والتي تكون متاخذ مع مركبات الترددات ال منخفضة ، مركبات الترددات العالية سوف تؤدي إلى تشويش في الإشارة المسترجعه بعد عملية معالجة الإشارة رقمياً .

بعد معرفة التداخل يجب معرفة المستوى المطلوب للتداخل من أجل تصميم مرشح مناسب يسمى

ب Anti-aliasing filter بالإضافة إلى نسبة أخذ العينات المناسبة لأخذ العينات تسمى بال

sampling theorem أو تسمى Shannon theorem وعادة تسمى ب Nyquist theorem

وتنص على (اي إشارة مستمره يمكن تقطيعها وأخذ منها عينات وبصوره مناسبه فقط إذا كانت مركباتها الترددية أكبر من نصف نسبة أخذ العينات).

$$f_s \geq 2f_{max} \quad (22.4)$$

حيث أن:

f_s : تردد أخذ العينات .

11.4 مرشح عدم تداخل العينات: (Anti- aliasing filter):

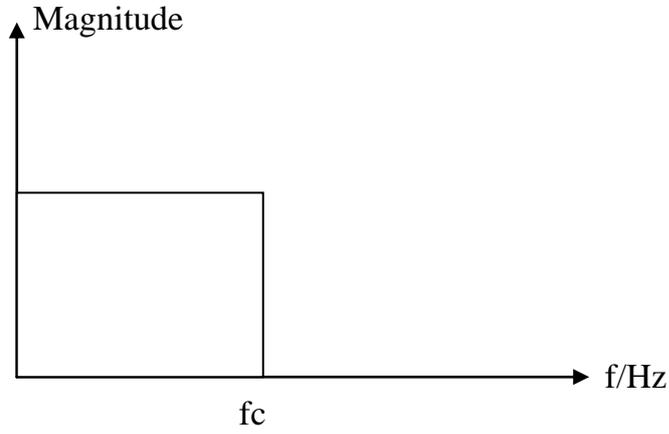
لتفادي التداخل يجب ترشيح كل مركبات الترددات العالية قبل عملية أخذ العينات ،أي قبل عملية

توجيه الإشارة التماثلية إلى (ADC) فإن إشارة الإدخال تعالج ب Active low pass filter لإدخال

الترددات الأكبر من Nyquist frequency وذلك من أجل منع التدخل خلال عملية أخذ العينات

وهذا المرشح يطلق عليه اسم Anti - aliasing filter .

الشكل (11.4) يوضح الفعل الترددي ل Anti -Aliasing filter من الناحية المثالية .

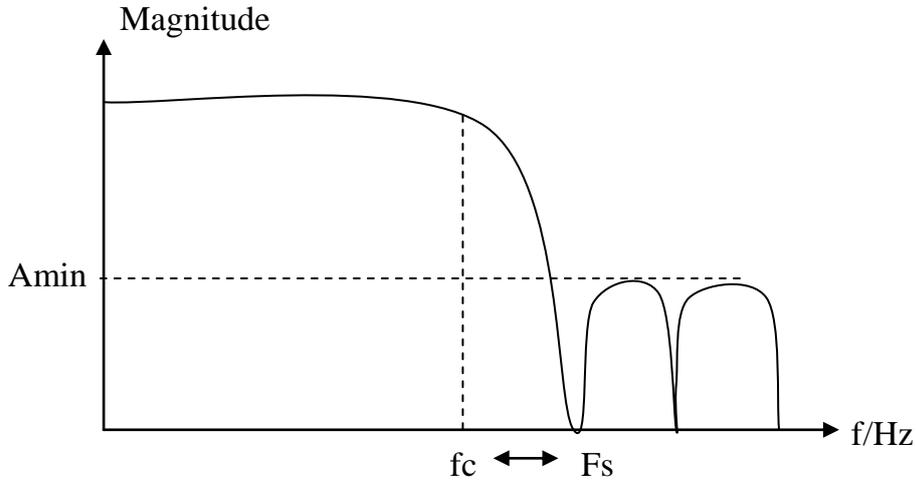


شكل (11.4) يوضح رد الفعل المثالي لمرشح عدم تداخل العينات

والشكل (12.4) يمثل رد الفعل الترددي العملي للـ (AAF) حيث نلاحظ أن مركبات الإشارة ذات

الترددات الأعلى من f_s سوف يتم إضعافها بمقدار A_{min} أما تلك الترددات المحصورة ما بين f

و f_s (Transition width) سوف تضعف بصورة تدريجية .

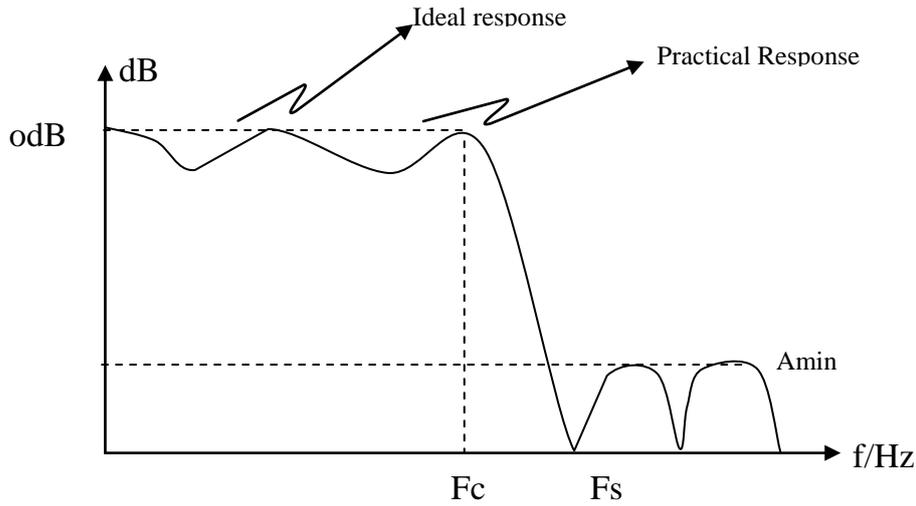


شكل (12.4) يوضح رد الفعل العملي لمرشح عدم التداخل

أما فترة الـ pass-Band (حزمة الأمرار) والمحصورة ما بين الترددات الواطئة والـ f_c فمثالياً

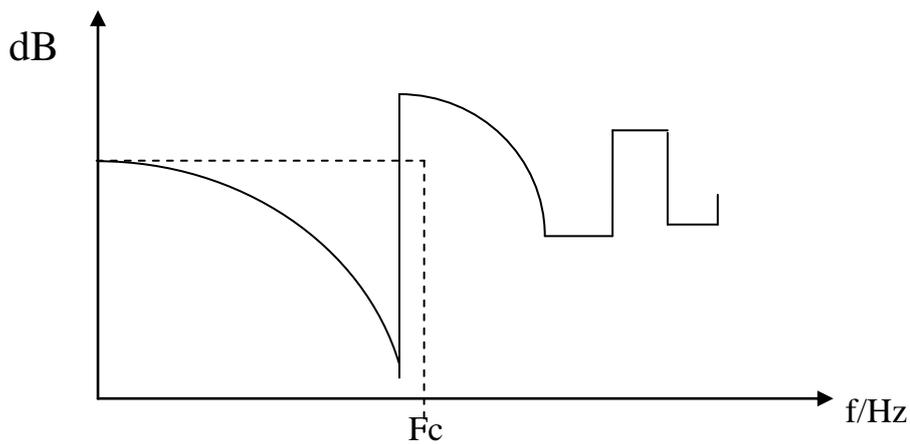
سوف تمر بريح مقداره 0dB من دون إضعاف ولكن عملياً فإن رد الفعل الترددي سوف يضعف

الإشارة كما بالشكل (13.4) :



شكل (13.4) يوضح رد الفعل الترددي لمرشح عدم تداخل العينات

في عدد من التطبيقات العملية للمرشحات فإن القيم المؤثرة لل Nyquist Frequency تؤخذ بقيمة f_s حيث تعتبر ال f_s ال edge of frequency stop band. نأخذ دقة ال ADC بنظر الإعتبار عند تصميم ال (AAF) حيث أنتصميم ال AAF يكون بحيث يتم إضعاف الترددات الأعلى من ال Nyquist Frequency بمستوى غير قابل للتحسس من قبل ال ADC. إن إستخدام مرشح تماثلي Analog filter لتنفيذ ال AAF يؤدي إلى تشوية أو إنحراف طور الإشارة المراد ترشيحها (phase - distortion) كما مبين في الشكل (14.4):



شكل (14.4) يوضح رد الفعل لطور الإشارة المراد ترشيحها

12.4 تحويل فوريير المتقطع (DFT) Discrete Fourier transform :

هو عملية تحويل الإشارة من المدى الزمني إلى المدى الترددي بحيث تحمل الإشارة المتقطعة

القيمة والطور ، وتحويل فوريير هو عملية تحليل الإشارة لإيجاد واقعها ويكون الفرق بين Sin و Cos زاوية مقدارها 90 درجة وأيضاً نفس الزاوية بين ال Real وال Imaginary .

في المدى الترددي لابد أن يكون الإدخال دالة جيبيية ويعطي القيمة والطور بحيث أن :

قيمة الإخراج = قيمة الإخراج × قيمة النظام .

الذي يرجع الإشارة إلى أصلها هو :

• متسلسلة فوريير

• تحويلات فوريير

أصل أي إشارة تكون دالة أسية ومشتقاتها sin , Cos ، والهدف من تحويل الإشارة من المدى

الزمني إلى مديات أخرى للآتي :

• إستخلاص معلومات غير موجودة في المدى الزمني .

• إيجاد قيمة وطور الإشارة .

• التخلص من ال Convolution .

إذا كانت الإشارة طويله فإن عملية أخذ العينات لها كلها غير صحيح ولكي أتعامل معها أستقطع

جزء منها عن طريق ضربها بنافذه (window) وترحف هذه النافذة (window) بمقدار عينة واحدة

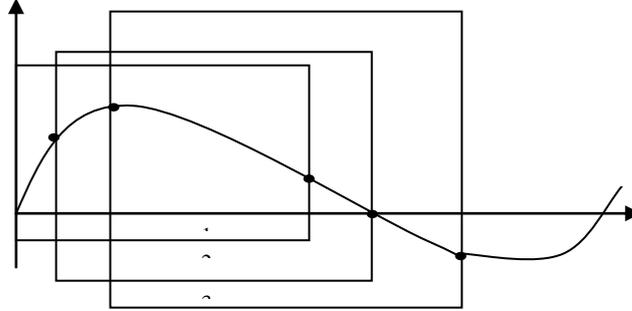
تسمى window Rectangular وشرط النافذة (window) أن تكون

الإشارة مستمره وعبئها هي ظهور تشوية في الإشارة نتيجة عدم الإستمرارية .

13.4 النوافذ:

النافذة هي أخذ جزء من الإشارة ومعالجته ثم أخذ جزء آخر (التدقيق يكون بمقدار عينة

وأحدة) كما مبين في الشكل (15.4) :



شكل (15.4) يوضح طريقة عمل النافذة

وعن طريقة عمل النافذة في الشكل (15.4) نلاحظ أنها تعالج كل قيم الإشارة .

1.13.4 أنواع النوافذ :

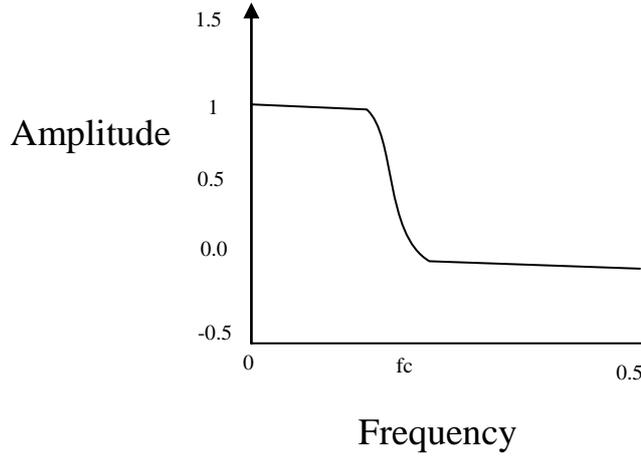
• نافذة بلا كمان (Black man window):

هي عبارة عن ضرب تابع ال SinC المقطوع بالمنحني والنتيجة ستكون إستجابة $\sin C$

المبوبة . الهدف من هذه العملية هو تخفيف حدة الإنقطاع عند الأطراف وبالتالي تحسين شكل

الإستجابة ويوضح الشكل (16.4) التحسين الحاصل في شكل الإستجابة الترددية وكما هو واضح أن

عصبت التميرر أصبحت مسطحة تماماً وأن تخميد عصبة المنع قد تحسن أيضاً.



شكل (16.4) يوضح الإستجابة الترددية لنافذة بلاكمان

• نافذة هامينغ (Hamming window):

في الخمسينيات من القرن السابق تم إيجاد العديد من النوافذ الأخرى، إلا أن أفضل هذه النوافذ على الإطلاق هي نافذة هامينغ (Hamming window) وتعطى بالعلاقة التالية:

$$W(i) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi f}{M}\right) \quad (23.4)$$

M : عدد العينات.

ونافذة بلاكمان Black man تعطى بالعلاقة التالية :

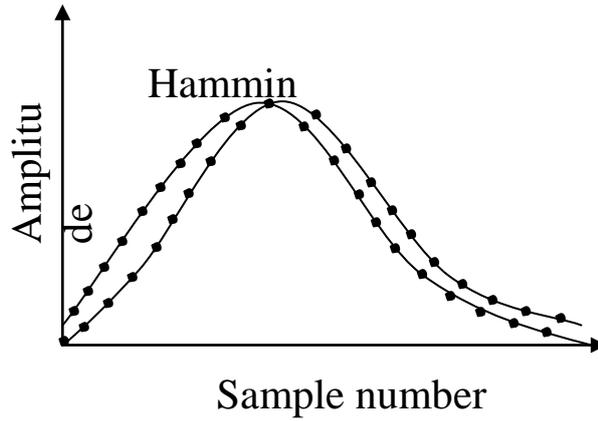
$$W(i) = 0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi f}{M}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi i}{M}\right) \quad (24.4)$$

مقارنة بين نافذتي هامينغ وبلاكمان:

- نافذة هامينغ ذات إنحدار أسرع بمقدار 20% من نافذة بلاكمان .
- نافذة بلاكمان ذات تخميد أفضل في عتبة المنع .
- تخميد عتبة المنع يساوى 0.74 dB أي (0.02%) تقريباً في نافذة بلاكمان بينما يساوى في نافذة هامينغ -53dB (0.2%) .

من هذه المقارنات نستنتج بأن نافذه بلاكمان هي الخيار الأول وذلك لأن التعامل مع إنحدار بطيء أسهل من تحمل الضعف في تخميد عصابة المنع .

الشكل (17.4) يوضح نافذتي بلاكمان وهامينغ مع ملاحظة المقارنات أعلاه:



شكل (17.4) يوضح المقارنة بين نافذتي بلاكمان وهامينغ

• نافذه بارتليت (Bartlett window) :

وهي عبارة عن مثلث وتستخدم خطوطاً مستقيمة عند التضيق

• نافذه هانينغ (Henning window) :

تسمى أيضاً نافذه Cos المرتفعة (window Raised Cos) وتعطى بالعلاقة التالية

$$W(i) = 0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi i}{M}\right) \quad (25.4)$$

إن هاتين النافذتين متساويتان تقريباً مع نافذه هامينغ من حيث سرعة الإنحدار إلا أن تخميد عصابة

المنع فيهما أسوأ (في بارتلين يساوى -25dB أو 5.6% وفي نافذه هامينغ يساوى -44dB أو

0.63%)

• النافذة المربعة (rectangular window):

هي نافذة شكلية غير مستخدمة وذلك لأنها ليست لإقطةً مفاجئاً لطوق الإشارة علماً بأن الإنحدار فيها أسرع بمقدار 2.5 مرة تقريباً، إلا أن تخميد عصابة المنع يساوي فقط -21dB (8.9%).

14.4 الخوارزميات تخمين الطور Phasor Estimation Algorithms :

الخوارزمية هي برنامج يستخدم في المعالج الدقيق ، وعملية أخذ العينات بالنسبة لموجتي الجهد والتيار ينتج عنها معاملات تستخدم في المرحلات الرقمية ، معظم الخوارزميات المتحصل عليها والشائعة الاستخدام في المرحل الرقمي تقسم إلى مجموعتين ،الأولى تعتمد على نموذج شكل الموجة مثل حماية خط النقل والثانية تتضمن نموذج العنصر المحمي مثل حماية المولد المتزامن خوارزميات شكل الموجة تتضمن العمليات التالية :

- أ - القيمة العظمى للموجة الحبيبية للتيار بالنسبة للحماية ضد زيادة التيار .
- ب- مطاور مركبة التردد الأساسية للجهد والتيار بالنسبة للمرحلات المسافية .
- ج- قيمة التوافقيات في شكل موجة التيار بالنسبة لتقطيع التوافقيات في محول الحماية (محول التيار).
- د- التردد الأساسي للإشارة الدورية بالنسبة لمرحل التردد .

المعلومات الضرورية بالنسبة لخوارزمية شكل الموجة تؤخذ من عينات الإشارة في مديات زمنية متساوية .

في حالة نافذه البيانات بعد حساب معاملات العينة الجديدة ندمج إليها بيانات النافذه ، أما العينة القديمة يتم إهمالها.

15.4 خوارزميات المرحل الرقمي :-

أ- تكرارية

ب - غير تكرارية وتنقسم إلى :

• خوارزمية النافذه القصيره وتشمل :

أ- miki and mikonos .

ب- mann and morrison .

ج- Rockefeller and udren .

• خوارزمية النافذه الطويلة وتشمل :

أ- Discret fourier transform .

ب- walsh function .

ج- least square error .

وأستخدمت خوارزمية تقنية تحويل فورير المتقطع في هذا البحث .

16.4 خوارزمية النافذه القصيره غير التكرارية:

خوارزمية النافذه القصيره غير التكرارية تعطي فرضية للإشارة الجيبية للتردد الإسمي ولتردد

النظام الثابت وتعتمد هذه التقنية على عينتين أو ثلاثة عينات ضرورية لتخمين المطاور ، وهذا

المطاور يمثل بموجة جيبية للجهد أو التيار بالنسبة للتردد الأسمي (الإبتدائي f_0) والنموذج الرياضي

بالنسبة للمطاور موضحة بالتالي :

$$\vec{V} = |V|e^{j\theta} = |V|(\text{Cos}\theta + j \text{Sin}\theta) \quad (26.4)$$

$$\text{Re}\vec{V} = |V|\text{Cos}\theta \quad (27.4)$$

$$Im\vec{V} = |V|Sin\theta \quad (28.4)$$

حيث أن:

$Re\vec{V} \equiv$ الجزء الحقيقي لموجة الجهد .

$Im\vec{V} \equiv$ الجزء التخيلي لموجة الجهد .

وقيمة الجهد تعطى بالعلاقة (29.4) :

$$|V| = \sqrt{(Re\vec{V})^2 + (Im\vec{V})^2} \quad (29.4)$$

وزاوية الطور تعطى بالمعادلة (30.4):

$$\tan \theta = \frac{Im\vec{V}}{Re\vec{V}} \quad (30.4)$$

وخوارزمية النافذه القصيره غير التكرارية تحتوي على التقنيات التالية .

1.16.4 تقنية Miko and Mikano :

توضح بالمعادلة (4.13) :

$$V(t) = V_p Sin(\omega_0 t + \theta) \quad (31.4)$$

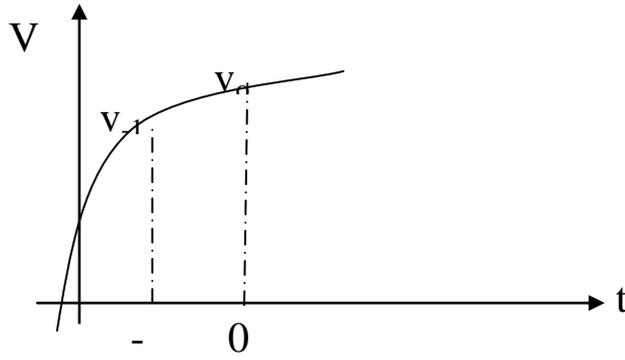
حيث أن:

$V_p \equiv$ القيمة العظمى للجهد .

$\omega_0 \equiv$ مركبة التردد الزاوي الأساسية .

$\theta \equiv$ الزاوية المزاحة للإشاره من المحور المرجعي .

عينات موجة الجهد تؤخذ كل Δt ثانية وعند أخذ عينتين من شكل الموجة كما بالشكل (18.4):



شكل (18.4) يوضح تقنية تخمين الطور لـ Miko and Mikano

وعند تعويض $t = 0$ في المعادلة (31.4) نحصل على المعادلة (32.4) :

$$V(0) = V_p \sin \theta \quad (32.4)$$

وهذه المعادلة تمثل الجزء التخيلي للمطاور V .

وعند تعويض $t = \Delta t$ و $t = -\Delta t$ في المعادلة (31.4) نتحصل على المعادلتين (33.4) و (34.4)

$$V(\Delta t) = V_{+1} = V_p \sin(\omega_0 \Delta t + \theta) \quad (33.4)$$

$$V(-\Delta t) = V_{-1} = V_p \sin(-\omega_0 \Delta t + \theta) \quad (34.4)$$

ويستخدم المتطابقات المثلثية تصبح المعادلة (32.4) كما بالمعادلة (35.4) :

$$V_{-1} = V_p [\sin(-\omega_0 \Delta t) \cos \theta + \cos(-\omega_0 \Delta t) \sin \theta] \quad (35.4)$$

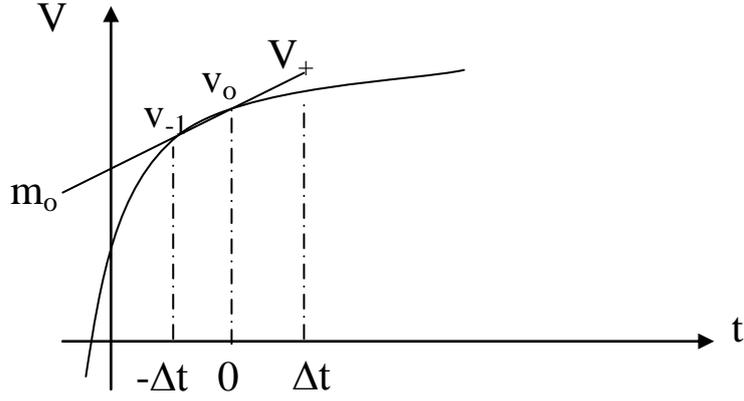
(: 36.4 تنتج المعادلة (35.4) في المعادلة (32.4) ويتعويض المعادلة

$$V_p \cos \theta = \frac{V_{-1} - V_0 \cos(-\omega_0 \Delta t)}{\sin(-\omega_0 \Delta t)} \quad (4.36)$$

وهذه المعادلة تعبر عن الجزء الحقيقي لمطاور الجهد .

2.16.4 تقنية MorisonMann and :

تعتمد تقنية موريسون ومان علي أخذ ثلاثة عينات من موجة الجهد كل Δt كما بالشكل (19.4):



شكل (19.4) يوضح تقنية تخمين الطور ل MorisonMann and

وتوصف بتفاضل طرفي المعادلة (31.4) لتصبح (37.4) :

$$\frac{dV}{dt} = \omega_0 V_p \cos\theta = m_0 \quad (37.4)$$

ومن الشكل (19.4) نجد أن ميل الخط الواصل بين v_{+1} و v_{-1} مماثل لميل m_0 وتصبح المعادلة

(37.4) كما بالمعادلة (38.4) :

$$\omega_0 V_p \cos\theta \approx \frac{V_{+1} - V_{-1}}{2\Delta t} \quad (38.4)$$

وبإعادة تنظيم المعادلة (38.4) نحصل على الجزء الحقيقي للمطور V الذي يمثل بالمعادلة (39.4)

$$V_p \cos\theta \approx \frac{V_{+1} - V_{-1}}{2\omega_0 \Delta t} \quad (39.4)$$

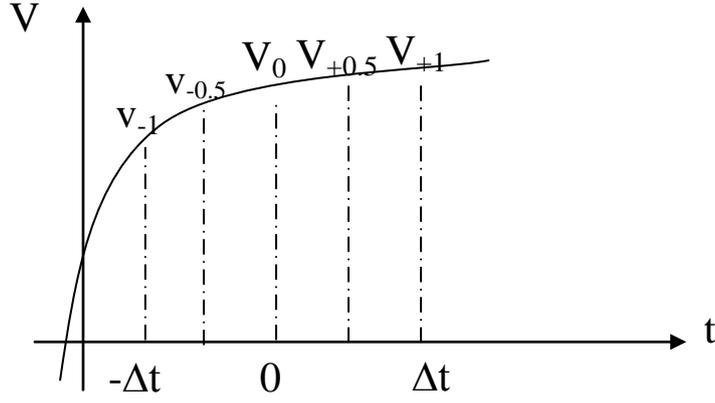
3.16.4 تقنية Udren and Rockefeller :

تعتمد هذه التقنية على أخذ عينات أكثر من التقنية السابقة لها حيث يتم تقسيم كل عينتين إلى

ثلاثة عينات كما بالشكل (20.4) ، وتوصف هذه التقنية بالمعادلة (40.4) الناتجة من المشتقة الثانية

للمعادلة (31.4) .

$$\frac{d^2V}{dt^2} = \omega_0^2 V_p \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (40.4)$$



شكل (20.4) يوضح تقنية تخمين الطور ل Udren and Rockefeller

ومن الشكل (20.4) نلاحظ أن النقاط الوسطية $V_{+0.5}$ و $V_{-0.5}$ بين الثلاثة عينات V_0 و V_{-1} و V_{+1} أن ميل الخط المصاحب ل V_0 و V_{-1} مشابه لميل المماس للعينة $V_{-0.5}$ وكذلك ميل المماس للعينة $V_{+0.5}$ مشابه لميل الخط المصاحب ل V_0 و V_{+1} والمعادلات (41.4) و (42.4) توضح ذلك :

$$\frac{dV}{dt}_{+0.5} = \frac{V_0 - V_{-1}}{\Delta t} \quad (41.4)$$

$$\frac{dV}{dt}_{-0.5} = \frac{V_{+1} - V_0}{\Delta t} \quad (42.4)$$

وتكون المشتقة الثانية لموجة الجهد عندما $t=0$ بالمعادلة (43.4) :

$$\frac{d^2V}{dt^2}_0 = \frac{\frac{dV}{dt}_{+0.5} - \frac{dV}{dt}_{-0.5}}{\Delta t} \quad (43.4)$$

وبتعويض المعادلتين (41.4) و (42.4) في المعادلة (43.4) تنتج المعادلة (44.4) :

$$\frac{d^2V}{dt^2}_0 = \frac{-V_{-1} + 2V_0 - V_{+1}}{(\Delta t)^2} \quad (44.4)$$

وبتعويض المعادلة (44.4) في المعادلة (40.4) تنتج المعادلة (45.4) :

$$-\omega_0^2 V_p \sin\theta = \frac{-V_{-1} + 2V_0 - V_{+1}}{(\Delta t)^2} \quad (45.4)$$

ويقسمة طرفي المعادلة (45.4) على $-\omega_0^2$ وتعويض $t=0$ نحصل على الجزء التخيلي للمطور V الموضح بالمعادلة (46.4) :

$$V_p \sin\theta = \frac{-V_{-1} + 2V_0 - V_{+1}}{(\omega_0 \Delta t)^2} \quad (46.4)$$

4.16.4 تقنية Shovlin Gilbert and

هي عبارة عن تحسين للتقنية السابقة حيث تقوم بضرب المعادلتين (33.4) و (34.4) للحصول على المعادلة (47.4) :

$$V_{-1}V_{+1} = V_p \sin(-\omega_0 \Delta t + \theta) \cdot V_p \sin(\omega_0 \Delta t + \theta) \quad (47.4)$$

وبإستخدام المتطابقات المثلثية في الجانب الأيمن من المعادلة (47.4) نحصل على المعادلة (48.4) :

$$V_{-1}V_{+1} = V_p^2 [\sin(-\omega_0 \Delta t) \cos\theta + \cos(-\omega_0 \Delta t) \sin\theta] \cdot [\sin(-\omega_0 \Delta t) \cos\theta + \cos(-\omega_0 \Delta t) \sin\theta] \quad (48.48)$$

ويتبسيط المعادلة (48.4) تنتج المعادلة (49.4) :

$$V_{-1}V_{+1} = V_p^2 [-\sin^2(\omega_0 \Delta t) \cos^2(\theta) + \cos^2(\omega_0 \Delta t) \sin^2(\theta)] \quad (49.4)$$

بتربيع طرفي المعادلة وطرح المقدار $V_{-1} \cdot V_{+1}$ منها لتصبح بالمعادلة (50.4) :

$$V_0^2 - V_{-1} \cdot V_{+1} = V_p^2 \sin^2(\theta) - V_{-1} \cdot V_{+1} \quad (50.4)$$

بتعويض المعادلة (49.4) في الطرف الأيمن للمعادلة (50.4) وبعد التبسيط تنتج المعادلة (51.4)

$$V_0^2 - V_{-1} \cdot V_{+1} = V_p^2 \sin^2(\omega_0 \Delta t) \quad (51.4)$$

ومن المعادلة (51.4) نجد أن قيمة المطاور تعطى بالمعادلة (52.4) :

$$V_p^2 = \frac{V_0^2 - V_{-1} \cdot V_{+1}}{\sin^2(\omega_0 \Delta t)} \quad (52.4)$$

17.4 إكتشاف الأعطال بواسطة تقنية النافذه القصيره غير التكرارية :

لتحديد قيمة الجهد نستخدم جهاز إزالة التشويش الرقمي ، ولجعل النموذج الفيزيائي (موجة

الجهد الأساسية) يشابة نموذج المعادلات التفاضلية.(53.4) في حالة العطل نستخدم الفيض في المولد

حيث أن المعادلة التفاضلية التي تصف الجهد النهائي $V(t)$ والتيار المار في الملفات $i(t)$ وفيض

التسريب $A(t)$ هي:

$$V(t) - L \frac{di(t)}{dt} = \frac{dA(t)}{dt} \quad (53.4)$$

حيث أن :

L : محاثة التسريب للملفات .

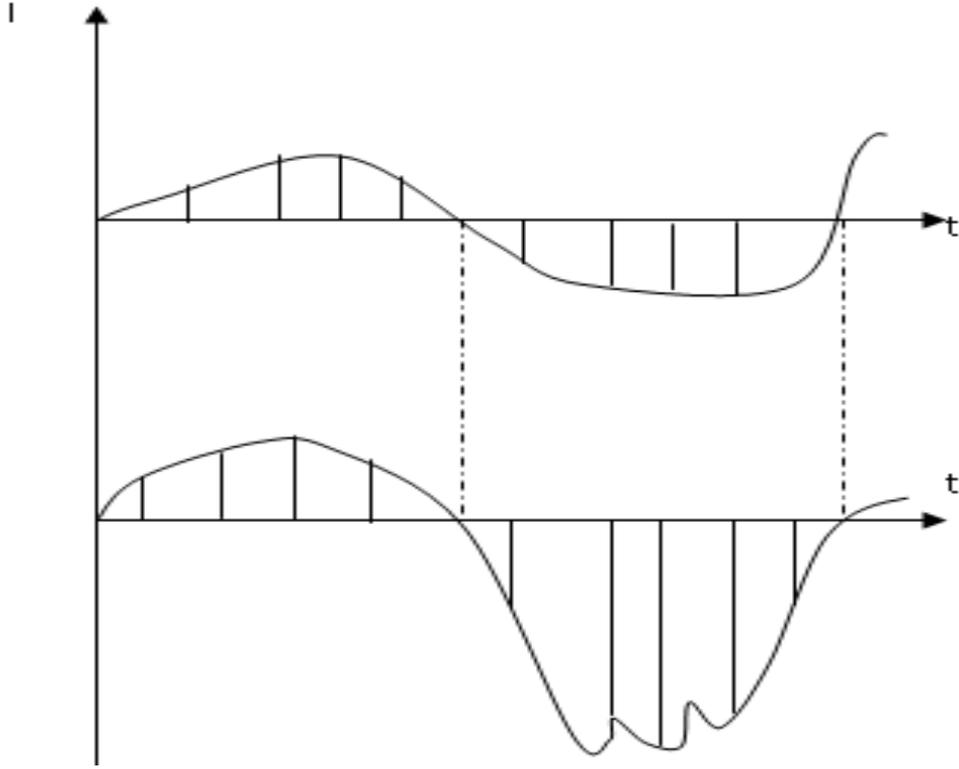
بتكامل المعادلة (53.4) نحصل على المعادلة (54.4) و (55.4) و (56.4) :

$$\int_{t_1}^{t_2} V(t) dt - L[i(t_2) - i(t_1)] = A(t_2) - A(t_1) \quad (54.4)$$

$$A(t_2) - A(t_1) = \frac{T}{2} [V(t_2) + V(t_1)] - L[i(t_2) - i(t_1)] \quad (55.4)$$

$$A_{k+1} = A_k + \frac{T}{2} [V_k + V_{k+1}] - L[i_{k+1} - i_k] \quad (56.4)$$

وعند حدوث عطل يرتفع التيار إلى أعلى قيمة له كما بالشكل (21.4).



شكل (21.4) يوضح شكل موجة التيار قبل وبعد حدوث العطل

وتستخدم المعادلة (56.4) لإيجاد القيمة الابتدائية للفيض A_0 . الميل لمنحنى فيض التيار نوجده من

المعادلة (57.4) :

$$\frac{dA}{dT} = \frac{T}{2} \left(\frac{V_K + V_{K-1}}{i_k - i_{k-1}} \right) - L \quad (57.4)$$

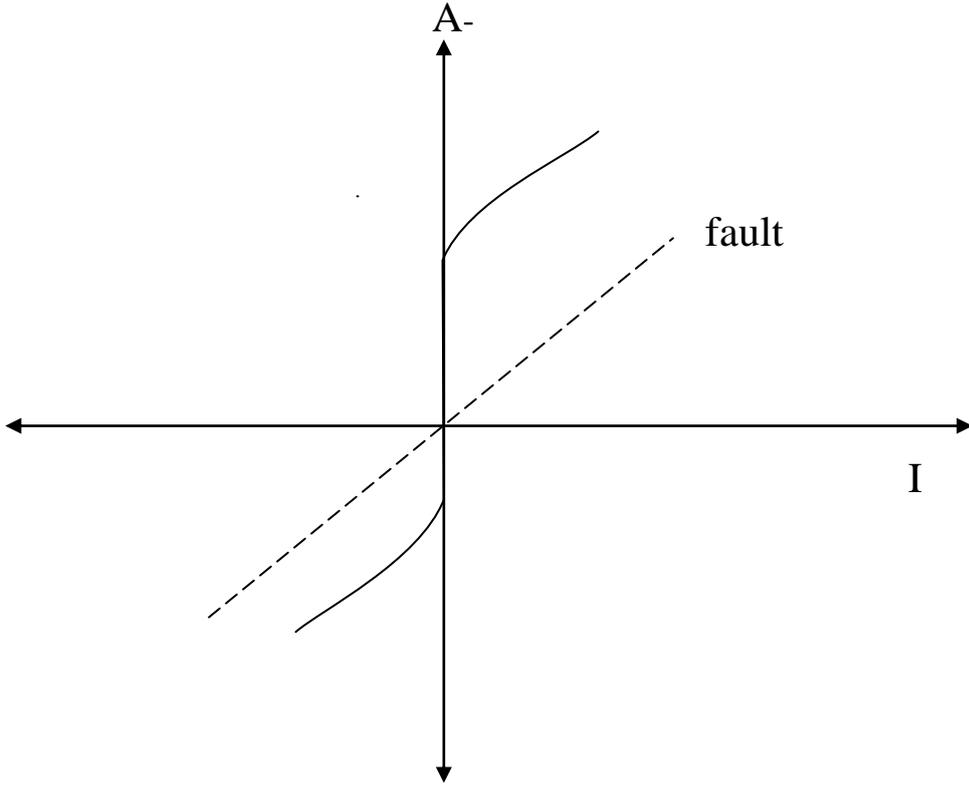
وباستخدام المعادلة (57.4) لرسم الميل نحدد إذا كان هنالك عطل أم لا حيث أن الميل يتبدل بين

القيمة الأقل والأكبر ويكون الميل في حالة العطل صغير دائماً كما موضح في الشكل (22.4) ،

ولحساب المخطط نستعمل خوارزمية المعادلات التفاضلية لحماية المولد فإذا زاد الحساب

عن عتبة الميل يشير إلى وجود عطل أما إذا لم يزيد الحساب (العد) عن عتبة الميل فلا يشير

إلى حدوث عطل .



شكل (22.4) يوضح إكتشاف العطل بواسطة تقنية النافذة القصيره غير التكرارية

18.4 محاسن ومساوي تقنية النافذه القصيره :

1.18.4 المحاسن :

أ- طريقة بسيطة تأخذ بضع عينات .

ب- تمثل بحسابات بسيطة .

2.18.4 المساوي :

أ- تتأثر بوجود تحليل مركبات DC في شكل الموجة .

ب- تضخم الضوضاء التي تؤثر بصورة عكسية في تخمين المطاوع .

19.4 تقنية النافذة الطويلة غير التكرارية Non Recursive Long

: Window Techniques

تقنية النافذة الطويلة تستخدم بيانات من نصف دوره بالنسبة للتردد الأساسي حيث أن

المرحلات تعمل على أخذ 64 عينة في دوره .

20.4 تحويل فوريير للإشارة المتقطعة Discrete Fourier Transform

أي إشارة دورية متقطعة مع الزمن $x(n)$ تمتلك دورة زمنية N نستطيع ان نعبر عنها

بالمعادله (58.4):

$$X(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{jk \omega_0 n} \quad \text{for all } n \quad (58.4)$$

Where:

$X(k) \equiv$ Coefficient of the expansion.

$\omega_0 \equiv$ Fundamental Digitl Frequency.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jk \omega_0 n} \quad (59.4)$$

المعادلتين (58.4) و (59.4) يطلق عليهما اسم Discrete Fourier Series (DFS) Pair

شكل الـ Discrete Fourier Series يعتمد علي دوال الـ Sin و الـ Cos كما بالمعادلة (60.4)

$$x(n) = A(0) + \sum_{K=1}^{\frac{N}{2}-1} A(K) \cos\left(\frac{2k\pi n}{N}\right) + \sum_{K=1}^{\frac{N}{2}-1} \quad (60.4) :$$

المعادلة (60.4) إذا كانت N عدد زوجي .

أما إذا كانت N عدد فردي فسوف تكون المعادلة (60.4) بالشكل (61.4):

$$x(n) = A(0) + \sum_{K=1}^{\frac{N-1}{2}} A(K) \cos\left(\frac{2k\pi n}{N}\right) + \sum_{K=1}^{\frac{N-1}{2}} B(K) \sin\left(\frac{2k\pi n}{N}\right) \quad (61.4)$$

Where:

$$A(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \quad (62.4)$$

$$A(K) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right), \quad k = 1, 2, 3, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (63.4)$$

$$B(K) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \quad K = 1, 2, 3, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (64.4)$$

$$A\left(\frac{N}{2}\right) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) \cos\pi n \quad (65.4)$$

العلاقة بين المعاملات $A(k), B(k)$ و $X(k)$ هي :

$$A(0) = \frac{X(0)}{N} \quad (66.4)$$

$$A(K) = \frac{[X(k) + X(N - k)]}{N} \quad K = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (67.4)$$

$$B(K) = j \frac{[X(k) - X(N - k)]}{N} \quad K = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (68.4)$$

$$A\left(\frac{N}{2}\right) = \frac{X\left(\frac{N}{2}\right)}{N} \quad (69.4)$$

عندما تكون الإشارة ذات فترة محددة فإن عملية تمثيلها بدوالها الأساسية "أسية مركبة" أو دوال مثلثية (sin و cos) تتم عن طريق الـ (Discrete Fourier Transform) (DFT) فإذا كانت $X(n)$ معرفة على طول الفترة الزمنية من $0 \leftarrow N-1$ فإن الـ DFT للإشارة $X(n)$ يكون معرف على طول الفترة من $0 \leftarrow N-1$ وياخذ الصيغة المعادلة (70.4) :

$$X(k) = DFT(X(n)) = \sum_{n=0}^{N-1} X(n)e^{-jk\omega_0 n} \quad 0 \leq k \leq n-1 \quad (70.4)$$

حيث أن:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N} \quad (71.4)$$

الإشارة الدورية يمكن أن يعبر عنها بواسطة مجموعة دوال خطية ذات أزواج متعامدة ، خوارزمية تحويل فوريير المتقطع تستخدم دوال الجيب وجيب التمام حيث أنهما دالتين متعامدتين لتخمين مطاور الموجة الجيبية ، الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ تعتبران متعامدتان إذا تحقق الشرط كما بالمعادلة. (72.4)

$$f(x) \perp g(x) = \int_a^b f(x) - g(x).dx = 0 \quad (72.4)$$

حيث أن :

$F(x) \equiv$ دالة الجيب.

$g(x) \equiv$ دالة جيب التمام .

وتعامد دالتي الـ \sin و الـ \cos في الفترة $(\pi, -\pi)$ تحسب بالمعادلة (73.4) :

$$(\sin(x) \perp \cos(x)) = \int_{-\pi}^{\pi} \sin x \cos x \, dx = 0 \quad (73.4)$$

وبأخذ $w = \sin(x) \perp \cos(x)$ دالة تحقق أساس التعامد في الفترة $(\pi, -\pi)$ تصبح دالة

الهدف w (projection of w) وبتعويضها في الـ $f(wt)$ نحصل على المعادلة (74.4) :

$$proj_w [f(wt)] = f(wt) \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t) + f(wt) \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t) \quad (74.4)$$

وبتخمين أخذ المطاور للموجة الجيبية بالمعادلة (75.4) :

$$V(\omega t) = V_p \sin(\omega t + \theta) \quad (75.4)$$

ولتحقيق التعامدية للموجة الجيبية ودالة الجيب بتعويضها في المعادلة (72.4) تنتج المعادلتين

(74.4) و(77.4):

$$[V(\omega t), \sin(\omega t)] = \int_{-\pi}^{\pi} (V_p \sin(\omega t + \theta) \cdot \sin(\omega t)) d\omega t = \pi V_p \cos \theta \quad (76.4)$$

$$V_p \cos(\theta) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (V_p \sin(\omega t + \theta) \cdot \sin(\omega t)) dt \quad (77.4)$$

وعلى نحو مشابه يمكن تعويض التعامديه للموجه الجيبية ودالة جيب التمام وتعطى بالمعادله (78.4)

و (79.4)

$$[V(\omega t), \cos(\omega t)] = \int_{-\pi}^{\pi} (V_p \sin(\omega t + \theta) \cos(\omega t)) dt = \pi V_p \sin \theta \quad (78.4)$$

$$V_p \sin \theta = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (V_p \sin(\omega t + \theta) \cdot \cos(\omega t)) dt \quad (79.4)$$

إذا موجة الجهد المعطاه بالمعادله (4.76) أخذت منها ω عينه خلال فترة اخذ عينات Δt في فترة دوره

واحد ، المعادلات (78.4) و(79.4) تمكنا من تخمين مركبات الجزء الحقيقي والجزء التخيلي للموجه

المعطاه بالمعادله (75.4) بالمعادلات (80.4) و (81.4).

$$Re(V) = V_p \cos \theta = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N V_i \sin(\omega_i \Delta t) \quad (80.4)$$

$$Im(V) = V_p \sin \theta = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N V_i \cos \theta(\omega_i \Delta t) \quad (81.4)$$

المعادلات (80.4) و (81.4) تمثل دوال الجيب وجيب التمام التي يجب أخذ العينات لها بمعدل

مشابه للمعدل الذي يتم به أخذ العينات لموجة الجهد ، العينة الأولى في نافذه أخذ العينات يتم ضربها

بأول عينة من دالة ال Sin وال Cos وكذلك بالنسبة للعينة الثانية في نافذه أخذ العينات يتم ضربها
بالعينة الثانية من دالة ال Sin وال Cos وتستمر العملية هكذا .