الباب الأول

المقدمة

تعتبر شبكات المساحة من أهم المراحل التي تبنى عليها أعمال المساحة المختلفة سواءاً كانت في التخطيط أو تأسيس النقاط الثابتة بمختلف أنواعها بنشماركات أو تحديد مواقع (x,y,z) .

توجد عدة طرق إحصائية رياضية لإكتشاف الأخطاء و تصحيحها في العمل المساحي و منها ضبط الشبكات بطريقة مجموع أقل التربيعات و التي تحتوي علي عدة طرق سواء كانت حسابية أو بسيطة أو بإستخدام المصفوفات , هذه الطرق تصلح لجميع الأعمال المساحية سواء كانت أحادية البعد مثل : الميزانية أو ثنائية البعد مثل : شبكات الثوابت الأفقية و الترافيرسات أو ثلاثية البعد مثل : شبكات المواقع العالمية , و يكون الإختلاف بين هذه الطرق في كيفية تكوين المعادلات .

و المقصود بعملية ضبط الشبكات المثلثية هو الحصول على قيم صحيحة للزوايا المرصودة في هذه الشبكات بحيث تحقق جميع الشروط المتوافرة في هذه الشبكة سواءاً أكانت هذه الشروط شروط مثلثية أو ضلعية أو محلية , حيث توجد عدة طرق يمكن أن يتم بها إجراء الضبط لهذه الشبكات و تنحصر في الطرق البسيطة أو التقريبية و الضبط بالطرق الدقيقة .

و في هذا البحث تم تكوين المعادلات بإستخدام طريقتين و هما طريقة أقل التربيعات و التي تشمل علي طريقة معادلات الرصد و المعادلات الشرطية و الطريقة الثانية هي طريقة الإزاحة المتساوية حيث نجد أن هناك إختلاف في تكوين المعادلات بين هذه الطرق و نتيجة لهذا الإختلاف كان هناك إختلاف في النتائج

المتحصل عليها في كل نتيجة , لذلك تمت المقارنة بين هذه الطرق و تحصلنا على المقارنات كما فى الباب الرابع .

1-1 الهدف من البحث :

ضبط الشبكات المساحية ثنائية الأبعاد بإستخدام الإزاحة المتساوية و أقل التربيعات (معادلات الرصد و المعادلات الشرطية) و إيجاد إحداثيات النقاط المجهولة , و المقارنة بينهما .

1-2 شرح أبواب البحث :

يشمل هذا البحث على خمسة أبواب , الباب الأول يحتوي على المقدمة , و يحتوى الباب الثاني على ضبط الشبكات المساحية , و الباب الثالث يشتمل على نظرية أقل التربيعات و الأخطاء , و الباب الرابع يناقش الحسابات و النتائج , أمّا الباب الخامس و الأخير فهو يحتوي على الخلاصة و التوصيات و المراجع .

الباب الثاني

ضبط الشبكات المساحية

2-1 مقدمة عن الشبكات :

أول من أدخل طريقة الشبكات المثلثية في العمليات المساحية في عام 1615م هو سي لاين الهولندي و شبكات المثلثات هي الهيكل الذي تستند إليه الأعمال المساحية و تتلخص عملية المثلثات في ثتبيت مواقع نقاط متباعدة تكون رؤية شبكة من المثلثات و تسمى هذه النقاط بنقاط المثلثات , و هذه النقاط يمكن أن تشكل أيضاً أشكال هندسية بسيطة متداخلة أو مشتركة في بعض الأضلاع . و هذه الشبكة يمكن أن تعين أطوال أضلاعها بمقياس خط يسمى (خط القاعدة) بدقة عالية و يربط بشبكات المثلثات , ثم تقاس الزوايا الأفقية بين الأضلاع و تصحح بإحدي الطرق , و من طول خط القاعدة و الزوايا الأفقية المصححة نحسب أطوال الأضلاع و إنحرافاتها , و تحدد نسب إحداثيات النقاط لتوقيعها علي الخرائط لتكون أساساً أو هيكلاً و مرجعاً للأعمال الطبوغرافية و التفصيلية و خاصة الأعمال التي تنحصر بين هذه النقاط . و تعتبر هذه الطريقة الوحيدة في إنشاء شبكات المثلثات فيما مضى و من ثم تم إختراع أجهزة القياس الإلكتروني حيث أُستعمِلت في تشكيل الشبكات المثلثية مما جعل من الممكن إستعمال طرق مختلفة منها ما تقاس فيها الأطوال فقط و سميت بشبكة المثلثات المثلثية المقيسة الأَضلاع و منها ما تقاس فيها أضلاعها و زواياها معاً و تسمى شبكات المثلثات المزدوجة و تستعمل هذه الطريقة الأخيرة للحصول على أعلى دقة ممكنة للعمل المساحي , و ليس من الضروري أن تقاس كل الأضلاع و الزوايا و إنما يتوقف العدد المقاس علي مقدار الدقة المطلوبة . تعتبر طريقة شبكة المثلثات المزدوجة من أدق الطرق الإ أن إستعمالها يتطلب نفقات باهظة و مجهود كبير خاصة عند إجراء التصحيحات التي قد تستغرق عشرة أمثال

الزمن اللازم لتصحيح الوحدة المساحية المناظرة بطريقة الشبكات المثلثية . و طريقة الشبكات المقيسة الأضلاع لا تفضل في الأعمال عالية الدقة , و تمتاز علي طريقة المثلثات بسهولة العمل و سهولة الربط علي نقاطها في المساحة الطبوغرافية . أي نقطة أساس هي التي تبدأ منها الحسابات الجيوديسية أو تربط عليها , ونحسب إحداثياتها الفلكية (خط طولها و خط عرضها) , و كذلك الإنحراف الزاوي لأحد الأضلاع المارة بها , و يطلق عليها نقطة الأساس .

من أهم الاغراض الأخري للشبكات المثلثية :

1- تعيين الشكل الحقيقي للأرض .

2- تشكيل و توقيع نقاط ربط دقيقة لأعمال المساحة الجوية .

3- التوقيع الدقيق للأعمال الهندسية الكبيرة لتوقيع دعمات الكباري خاصة ذات البحور الطويلة و المنشآت الضخمة كالسدود و أيضاً تستعمل في قياس تحركات المنشآت الضخمة نتيجة الزلازل أو أي أسباب أخرى .

2-2 درجات المثلثات :

تنقسم شبكات المثلثات إلي أربعة درجات تبعاً لأهمية العمل المستعملة له و لدرجة الدقة المطلوبة , و هذه الدقة تتوقف على دقة قياس الزوايا و خطوط القواعد .

2-2-1 مثلثات الدرجة الأولي (المثلثات الجوديسية) :

و هي أهم و أدق أنواع الشبكات المثلثية و يجب عند إجراء التنفيذ و الحسابات من أخذ الشكل الحقيقي للأرض في الأعتبار و تعتبر مثلثات الدرجة الأولي هي الحكم و الربط لضبط مثلثات الدرجات الأخرى .

و نظراً لعدم وجود نقاط ربط سابقة لهذا النوع من المثلثات فإن إنشاء تشكيل هذه المثلثات يجب أن يراعي فيه الآتي :

أ- الدقة العالية جداً في قياس خط القاعدة .

ب- إتباع أدق الطرق في أخذ الارصاد .

ت- إجراء عمليات تحقيق داخل الشبكة نفسها بحساب الإحداثيات الجغرافية لبعض نقط الشبكة و ذلك في الإرصادات الفلكية .

ث- الربط على نقط الأساس إن وجدت مع الضرورة بأن تكون إحدى النهايات كل خط قاعدة نقطة أساس .

2-2-2 مثلثات الدرجة الثانية :

و هي تنشأ بين نقاط مثلثات الدرجة الأولي و تربط عليها و ذلك بغرض تفصيل المنطقة بينهما , و لذلك فإن نقاطها تكون أكثر تقارباً من نقاط الدرجة الأولي , وهي تعتبر مرجعاً و ضابط لمثلثات الدرجتين الثالثة و الرابعة .

2-2-3 مثلثات الدرجة الثالثة :

تنشأ بين نقاط الدرجة الثانية بغرض تفصيل و تقسيم المنطقة بين نقاط المثلثات و يتم ربط نقاط مثلثات الدرجة الثالثة على نقاط مثلثات الدرجتين الاولي و الثانية .

2-2-4 مثلثات الدرجة الرابعة :

تستعمل غالباً في الأراضي الجبلية أو عندما يراد إنشاء نقاط مثلثات جديدة و تنشأ بالربط على مثلثات الدرجة الثالثة , و هي أقل أنواع المثلثات دقة , و أطوال أضلاعها حسب ما تسمح به الظروف و طبيعة

الأرض , و لا تستعمل مثلثات الدرجة الرابعة في الأراضي المستوية و إنما تشكل منها ترافرسات دقيقة .

2-3 أشكال شبكة المثلثات :

يجب أن يراعى عند إختيار نقط المثلثات و تشكيل شبكتها أن تكون أشكال هندسية سهلة كالمثلثات و الأشكال الرباعية ذات القطرين أو أشكالا ذات نقطة مركزية بحيث تكون الشبكة ذات متانة عالية و بها عدد كافي من الشروط الهندسية التي تساعد على سهولة عملية الضبط .

دقة و تحديد الشكل يتوقف علي الأتي :

أ- شكل المنطقة المراد عمل مساحة لها .

ب- الدقة المطلوبة .

ت- طبيعة المنطقة .

وهذه الأشكال هي :

1- السلاسل الفردية .

2- السلاسل المزدوجة .

3- أشكال ذات نقط مركزية .

4- الأشكال المتداخلة .

2-4 متانة الشبكات المثلثية :

يقصد بها عدم تأثير دقة أطوال الأضلاع المحسوبة نتيجة لإستخدام قاعدة الجيوب أو يكون هذا التأثير بسيط بحيث لا يتعدى الحدود المسموح بها , و للتعبير عن مدى صلاحية أي شكل أو شبكة مثلثية تختاره فإنه من

المعتاد إستعمال قيمة تقديرية يطلق عليها (متانة الشكل أو الشبكة) و هذه القيمة مستقلة تماماً عن دقة الإرصاد في الحقل .

2-5 ضبط الشبكات المثلثية :

المقصود بضبط الشبكات المثلثية هو الحصول على قيم صحيحة للزوايا المرصودة في هذه الشبكات بحيث تحقق جميع الشروط المتوافرة في هذه الشبكة .

و هذه الشروط هي :

1- شروط مثلثية .

2- شروط ضلعية .

3- شروط محلية .

و توجد عدة طرق يمكن أن يتم بها إجراء الضبط للشبكات المثلثية , وهذه الطرق هي :

1-الطرق البسيطة أو التقريبة .

2- الطرق الدقيقة .

و يطلق على الطرق البسيطة بسيطة و ذلك لسهولتها و بساطتها , و تستخدم في الحالات التي لا تتطلب دقة عالية مثل ضبط شبكات مثلثات الدرجة الثانية , والنتائج المتحصل عليها من هذه الطريقة جيدة لمثل هذه الحالات .

و من الطرق التقريبية ما يلي :

1- طريقة النقل المتساوي .

2- طريقة التصحيح المتتالي .

2-6 ضبط شبكات المساحة :

الشبكات المساحية تمثل العمود الفقري لجميع المسوحات مثل :

1- المسوحات الهندسية .

2- المسوحات الطبوغرافية .

3- التسوية المساحية .

الجودة في ضبط شبكات المساحة ترتبط مباشرة مع الغرض من إنشاءها لذا الشبكة عالية الدقة هي شرط مسبق لمسوحات ذات دقة عالية .

الشبكات المساحية عادة ما تقسم إلى :

1- شبكات أحادية الأبعاد .

و هي مهمة في شبكات التسوية التي توفر محطة من المرتفعات المعروفة .

2- شبكات ثنائية الأبعاد .

مثل الترافيرس و التضليع و التثليث المساحي توفر محطات تعرف بالسطح المستوي أو الألبسويد (E,N)أو $(\varnothing, \lambda)$.

3- شبكات ثلاثية الأبعاد .

تعطي إحداثيات النقاط المرتفعة (E,N,W) أو $\varnothing, \lambda, h)$.

2-6-1 السطح المرجعي للشبكات المساحية :

يعتبر السطح المرجعي لأي شبكة مساحية إلزامي و ذلك للأسباب الأتية :

1- لا يمكن حساب الإحداثيات قبل تعريف سطح الإسناد .

2- يمكننا من تحويل الإحداثيات من نظام لأخر .

3- لا يتم عمل التعديل والتحليل إلا بعد إنشاء سطح الإسناد .

2-6-1-1 السطح المرجعي للشبكات أحادية الأبعاد :

- يمكن تقسيم شبكات التسوية إلي مجموعتين :

1- شبكات التسوية العادية .

2- شبكات التسوية الجيوديسية .

2-6-1-2 السطح المرجعي للشبكات ثنائية الأبعاد :

سطح الأسناد أو السطح المرجعي للشبكات ثنائية الأبعاد يمكن أن يعرف بتعين أربعة عناصر كما يلي :

1- إثنان للموقع , و الموقع في المحطة الواحدة (E,N) .

2- توجيه (السمت) أو الإنحراف من الموقع المعروف إلى الموقع الأخر .

3- مقياس رسم واحد (المسافة من المحطة المعلومة إلى المحطة الأخري) .

العناصر الأربعة أعلاه هي :

أ- إزاحتين .

ب- تدوير .

ت- معامل مقياس رسم .

2-6-1-3 السطح المرجعي للشبكات ثلاثية الأبعاد :

سطح الإسناد أو السطح المرجعي للشبكات ثلاثية الأبعاد يحتاج لمعرفة سبعة عناصر كما يلي :

1- ثلاثة عناصر لتعريف الموقع أو المكان (X ,Y,Z) .

2- عنصر واحد لتعريف الإتجاه .

3- عنصر واحد لتعريف القياس أو المسافة المائلة من النقطة المطلوبة إلى النقطة الأخري .

4- عنصر واحد و هو الزاوية الرأسية من النقطة المطلوبة إلى النقطة الأخري .

5- عنصر واحد و هو الزاوية الرأسية من النقطة المطلوبة إلى أي نقطة أخري .

2-6-2 معادلات ضبط الشبكات المساحية :

ضبط كل الشبكات يتم تنفيذه بإستخدام معادلات الرصد المعروفة بأقل التربيعات .

تقدر المربعات الصغرى من الإحداثيات الغير المعروفة من :

$$\hat{X} = (A^T W A)^{-1} A^T W b \qquad (1\_2)$$

و يمكن أن تعطي مصفوفة التباين للمجاهيل من :

$$C\hat{X} = (A^T W A)^{-1} \qquad (2\_2)$$

هذه المصفوفة يتم حسابها من خلال عملية الضبط , في هذه الطريقة نحتاج إلي معادلة توضح عملية الرصد و وزن المصفوفة .

2-6-2-1 معادلات الرصد للشبكات أحادية البعد :

$$X_i - X_j = O_i + V_i \qquad (3\_2)$$

X_i, X_j = إرتفاع مجهول المحطة i و J .

O_i= فرق الإرتفاع .

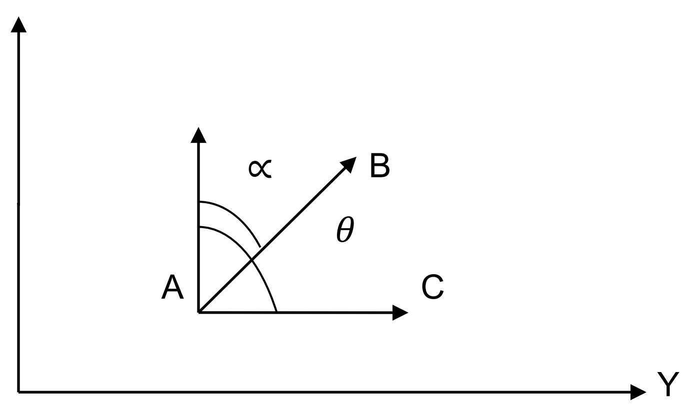
V_i = الأخطاء المتبقية .

العلاقة بين العناصر و الرصد علاقة خطية يتم الحصول عليها مباشرة من المجاهيل .

2-6-2-2 معادلات الرصد للشبكات ثنائية الأبعاد :

- معادلات الرصد لإنحراف أو زاوية السمت :

-الإنحراف α_{AB} له صلة بالإحداثيات الغير معلومة بواسطة المعادلات الآتية :



الشكل (2-1)

$$f = \alpha_{AB} = ArC\tan[(X_B - X_A)/(Y_B - Y_A)] \qquad (4\_2)$$

$$\partial f/\partial X_A = [1/(1+(X_B-X_A)^2/(Y_B-Y_A)^2]\,[(-1/(Y_B-Y_A)] \qquad (5\_2)$$

$$\partial f/\partial X_A = -\frac{Y_B-Y_A}{d_{AB}^2} \qquad (6\_2)$$

حيث أن d_{AB} تمثل المسافة الأفقية بين A,B .

$$\partial f/\partial y_A = [1/(1+(X_B-X_A)^2/(Y_B-Y_A)^2]\,[(X_B-\frac{X_A)^2}{(Y_B-Y_A)^2]} \qquad (7\_2)$$

$$\partial f/\partial Y_A = \frac{X_B-X_A}{d_{AB}^2} \qquad (8\_2)$$

بنفس الطريقة :

$$\partial f/\partial X_B = \frac{Y_B-Y_A}{d_{AB}^2} \qquad (9\_2)$$

$$Or \quad \partial f/\partial X_B = -\partial f/\partial X_A \qquad (10\_2)$$

$$\partial f/\partial y_B = -\frac{X_B-X_A}{d_{AB}^2} \qquad (11\_2)$$

$$Or \quad \partial f/\partial Y_B = -\partial f/\partial Y_A \qquad (12\_2)$$

7_2 معادلات الرصد للزاوية الأفقية :

$$f = \theta = Arc\tan[(X_C - X_A)/(Y_C - Y_A)] - Arc\tan[(X_B - X_A)/(Y_B - Y_A)] \quad (13\_2)$$

$$\partial f/\partial X_A = [\frac{(Y_B - Y_A)}{d_{AB}^2} - \frac{(Y_C - Y_A)}{d_{AC}^2}] \quad (14\_2)$$

$$\partial f/\partial Y_A = [\frac{(X_C - X_A)}{d_{AC}^2} - \frac{(Y_B - Y_A)}{d_{AB}^2}] \quad (15\_2)$$

$$\partial f/\partial X_B = \frac{[-(Y_B - Y_A)]}{d_{AB}^2} \quad (16\_2)$$

$$\partial f/\partial Y_B = \frac{(X_B - X_A)}{d_{AB}^2} \quad (17\_2)$$

$$\partial f/\partial X_C = \frac{(Y_C - Y_A)}{d_{AC}^2} \quad (18\_2)$$

$$\partial f/\partial Y_C = \frac{[-(X_C - X_A)]}{d_{AC}^2} \quad (19\_2)$$

8_2 معادلات الرصد للمسافة الأفقية :

$$f = d_{AC} = [(X_C - X_A)^2 + (Y_C - Y_A)^2]^{1/2} \quad (20\_2)$$

$$\partial f/\partial X_A = \frac{[-(X_C - X_A)]}{d_{AC}} \quad (21\_2)$$

$$\partial f/\partial Y_A = \frac{[-(Y_C - Y_A)]}{d_{AC}} \quad (22\_2)$$

بنفس الطريقة :

$$\partial f/_{\partial X_C} = -\,\partial f/_{\partial X_A} \qquad (23\_2)$$

$$\partial f/_{\partial Y_C} = -\,\partial f/_{\partial Y_A} \qquad (24\_2)$$

الباب الثالث

نظرية أقل التربيعات والأخطاء

3-1 مقدمة :

أي قياسات تجري بغرض إيجاد كميات مجهولة تحتوي على أخطاء و بعد حذف ما يمكن حذفه من الأخطاء سواءاً أكانت منتظمة أو غير منتظمة تبقي هناك أخطاء أخرى لم تُصحح و هذا يكون السبب في لجوء الراصد إلى رصد كميات إضافية بحيث يكون العدد الكلي للأرصاد أكثر من مجرد العدد الضروري و هذا يؤدي إلى تناقض الارصاد و بالتالي لابد من طريقة نحصُل بها على الأفضل من هذه الإرصادات و هذا بإضافة تصحيحات لها حيث :

1- يجب أن تكون هذه التصحيحات صغيرة .

2- أن تُزال التناقُضات الناشئة من الإرصادات الزائدة .

3- أن نحصل على قيم للمجاهيل المطلوبة الأكثر إحتمالاً من أي قيم أخرى .

و نجد أن هناك أكثر من طريقة و لكن أفضل الطرق هي الطريقة التي أوجدها جاوس و التي إستنبطها من نظرية الإحصاء على أساس أن التوزيع التكراري للأخطاء يعتبر توزيع عادي وتسمي هذه الطريقة بطريقة أقل التربيعات أو طريقة أقل مجموع للمربعات .

و طريقة أقل المربعات هذه تنص على أن التصحيحات المعطاة للكميات المرصودة تكون بحيث أن مجموع مربعاتها أقل ما يمكن .

3-2 مميزات طريقة أقل المربعات :

1- النتيجة النهائية لا تتوقف على خطوات الحل , بمعنى آخر أنها تعطي حلاً وحيداً .

2- تتعامل مع جميع الإرصادات سواءاً أكانت مسافة أو زوايا أو غيرها كما أنها توفر دقة الإرصادات .

3- لإيجاد القيم الأكثر إحتمالاً للمجاهيل تعطي طريقة أقل التربيعات تقيماً لدقة كل من الكميات المرصودة و الكميات المضبوطة أي أنها تُعطي الحل المعياري للمجاهيل قبل الضبط و بعده , و نجد أن صور الحل الأساسية يمكن حصرها في :

1- الإرصاد المباشر.

2- الإرصاد غير المباشر.

3-3 تطبيقات نظرية أقل التربيعات :

يمكن حصر تطبيقات نظرية اقل التربيعات في الآتي :

1- الرصد المباشر لمجهول واحد .

2- الإرصاد غير المباشر أو المرتبط ببعض المعادلات .

3-الإرصادات الشرطية .

3-4 الطريقة الموحدة لأقل التربيعات :

جميع مشاكل تحديد الموقع يمكن التعبير عنها كنظام معادلات خطية :

$$Ax + CV - b = 0 \qquad (1\_3)$$

- مصفوفة الأخطاء المتبقية (V) و المجاهيل (X) يجب أن تحدد , مصفوفة معاملات المجاهيل (A) , ومصفوفة معاملات الأخطاء هي (C) , والحد المطلق للأرصاد (b) .

و بعبارة أخرى هي مطلوبة لإشتاق معادلات علي الشكل:

$$X = f_1(A, C, b) \qquad (2\_3)$$

$$V = f_2(A, C, b) \qquad (3\_3)$$

و التي تحقق المعادلة (1_3) .

و من المعادلتين (2 و3) الموضحتان أعلاه نكون قادرين على النظر في معادلات الرصد و المعادلات الشرطية كحالات خاصة بوضع على التوالي :

$$A = 0 \qquad C = -1$$

و عادة سيكون هناك كثير من القياسات الدقيقة و هي ضرورية للغاية في حل المعادلات , و بسب أخطاء الرصد سيكون هناك عدد لا نهائي من الحلول المحتملة للمعادلة (1_3) .

و ينظر إلي هذه النقطة بشكل أفضل من خلال النظر في حالة خاصة من معادلات الرصد .

$$Ax = b + v \qquad (4\_3)$$

و هنا سيكون من الممكن إيجاد أي قيمة إفتراضية من القيم ل X نقول X^* وتحل في V^* .

$$V^* = Ax^* - b \qquad (5\_3)$$

بالتالي أي إختيار ل X^* يتبعه مجموعة من المتبقيات V^* و ما لم تكون المرصودات مثالية و صحيحة لن يكون من الممكن إختيار القيمة الحقيقية X لذلك كلما إعتمدت عملية حسابية يمكن ان تنتج فقط تقديراً ل X في هذا البحث تم إستخدام عملية حسابية تعرف بالمربعات الصغرى و سوف يتم استخدام الرموز X^* و V^* و ذلك للإشارة إلى تقديرات المربعات الصغري ل X و V على التوالي

$$V^T wv = minmum \qquad (6\_3)$$

حيث أن w هي معكوس مصفوفة التغاير و التباين (CL) .

و المربعات الصغرى تستخدم في حالة خاصة و هي حين تكون جميع الإرصاد غير مترابطة و لها نفس التباين (σ^2) وبالتالي :

$$w = \frac{1}{\sigma^2} \qquad (7\_3)$$

و هذا النموذج من الدرجة الثانية و الشكل التربيعي (3_6) يمكن تبسيطه إلى :

$$\frac{1}{\sigma^2} V^T V = minimum \qquad (8\_ 3)$$

$$\frac{1}{\sigma^2} (V_1^2 + V_2^2 + \cdots V_n^2) = minimum \qquad (9\_ 3)$$

و مجموع تربيعات المتبقيات تم تصغيرها , و عبارة المربعات الصغرى تستخدم عموماً في هذا البحث .

إن العديد من النصوص في الإحصائيات تفرق بين المربعات الصغري و المربعات الصغري المرجحة أو الموزونة و في هذا البحث المربعات الصغري دائماً تعني المربعات الصغرى الموزونة للنصوص الإحصائية.

و سوف يستخدم في هذا التعريف المربعات الصغرى لإشتقاق التعبيرات الصريحة من (3 _ 3) و (3 _ 2) فنجد هنا أن المشكلة هي في التحسين الرياضي لإيجاد معادلات ل X و V والتي تجعل :

$$V^T V W = minimum$$

تخضع للقيد :

$$Ax + CV - b = 0 \qquad (10 \_ 3)$$

حيث نجد أن (A,C,b) معرّفة و لحل هذه المشكلة نستخدم غالباً الطرق القياسية و ذلك للتحسين الرياضي و تسمي بطريقة لاجرانج للمضاعفات غير المحددة .

و طريقة لاجرانج توضح أنه إذا كان لدينا دالة ل $(\emptyset)$ و التي يجب أن تكون الأمثل تخضع للقيود

$(\emptyset_1, \emptyset_2, \emptyset_3, \cdots)$ تكون صغيرة , وبعدها يتم إيجاد الحل لتحسين الدالة.

$$\emptyset = \emptyset + P_1\emptyset_1 + P_2\emptyset_2 + \cdots P_r\emptyset_r \qquad (11\_3)$$

$P_1, P_2, \cdots P_r$ هي غير معروفة و تسمى المضاعفات غير المحددة .

و لمشكلة المربعات الصغرى من المناسب وضع :

$$P_1 = 2K_1 \,, P_2 = 2K_2 \;, etc$$

K_1 و K_2 متلازمان , فإذا رمزنا لمضاعفات لاجرانج بالرمز K و من ثم تعويض (3_ 6) و (3_10) في المعادلة (3_11) ليعطي :

$$\emptyset = V^TWV + 2K^T(Ax + CV - b) \qquad (12\_ 3)$$

و التي يجب أن تقلل إلى أدنى حد و يتحقق هذا عن طريق مساواة المشتقات الجزئية من (2_ 15) بالنسبة ل (X,V) تساوي صفراً و منها تصبح :

$$\frac{\partial\emptyset}{\partial x} = 2A^TK^{\wedge} = 0 \qquad (13\_3)$$

$$\frac{\partial\emptyset}{\partial V} = 2wV^{\wedge} + 2C^TK^{\wedge} = 0 \qquad (14\_3)$$

و هنا تجدر الملاحظة إلى أن المعادلة (3_ 12) أصبحت متباينة , والمعادلة الناتجة ساوت الصفر والرموز $K^{\wedge}, V^{\wedge}, X^{\wedge}$ قدمت الدالة علي تقديرات المربعات الصغري ل X,V,K علي التوالي , مبدئياً هذا يمكن أن يتم في (3 _ 12) ولكن سيكون صعب مع التفاضل الجزئي لأن $K^{\wedge}, V^{\wedge}, X^{\wedge}$ ذات صلة واضحة و ليس هناك مشكلة مع (3_ 12) لأن X (التصحيحات الصحيحة للقيم التقريبية واضحة أنها مستقلة عن الV (المتبقيات الصحيحة للإرصاد) .

من المعادلات (3_ 10) و (3 _ 13) و (3_ 14) معاً يمكن أن نحصل علي :

$AX^{\wedge} + CV^{\wedge} = b$

$A^{T}K^{\wedge} = 0$

$WV^{\wedge} + C^{T}K^{\wedge} = 0$

و التي يمكن إعادة تنظيمها في مصفوفة مزدوجة كالأتي :

$$\begin{bmatrix} W & C^{T} & 0 \\ C & 0 & A \\ 0 & A^{T} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^{\wedge} \\ K^{\wedge} \\ X^{\wedge} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (15\_3)$$

أو :

$$PY = u \qquad (16\_3)$$

و مبدئياً يمكن أن تحل المعادلة أعلاه بواحدة من تقنيات الجبر الخطية القياسية لحل المعادلات الخطية و ذلك لإنتاج :

$Y = P^{-1}u$

و هذا الحل يحتوي على كمية كبيرة لا داعي لها في العمل , ومن الأسهل جداً إستخدام(3 _ 18) لإشتقاق حلول واضحة ل $X^{\wedge}, V^{\wedge}$ و نبدأ بإشتقاق صيغ عامة للتخلص من المجاهيل من مجموعة تقسيم المعادلات.

المعادلة (3 _ 19) تقسم كالاتي :

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{2} \\ y_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \end{bmatrix} \qquad (17\_3)$$

و بعد ذلك يمكن أن تضرب لتعطي :

$$P_{11} = y_{1} + P_{12}y_{2} = u_{1} \qquad (18\_3)$$

$$P_{21} = y_{1} + P_{22}y_{2} = u_{2} \qquad (19\_3)$$

المعادلة (3 _ 18) بعد إعادة ترتيبه تصبح كالآتي :

$$y_1 = \mathrm{P}_{11}^{-1}(\mathrm{u}_1\mathrm{P}_{12}\mathrm{y}_2) \qquad (20\ \_\ 3)$$

و يمكن أن نعوض في (3 _ 19) وذلك لتعطي :

$$P_{21}P_{11}^{-1}(y_1 - P_{12}y_2) + P_{22}y_2 = u_2 \qquad (20\ \_\ 3)$$

$$(P_{22} - P_{21}P_{11}^{-1}P_{12})(y_2) = (u_2 - P_{21}P_{11}^{-1}u_1) \qquad (21\ \_3)$$

قسمت (3 _ 15) كالاتي :

$$\begin{bmatrix} w & C^T & 0 \\ C & 0 & A \\ 0 & A^T & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V^\wedge \\ K^\wedge \\ X^\wedge \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}$$

و يتم تطبيق (3 _ 21) و ذلك للحصول على :

$$\left[\begin{bmatrix} 0 & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix} W^{-1}[C^T \quad 0]\right]\begin{bmatrix} K^\wedge \\ X^\wedge \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (22\ \_\ 3)$$

و لأن $u_1 = \mathrm{zero}$ والذي يؤدي إلي :

$$\begin{bmatrix} -CW^{-1}C^T & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} K^\wedge \\ X^\wedge \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (23\ \_\ 3)$$

و هذه المعادلة قسمت كما هو مبين وتم تطبيق(3_21) وذلك ليعطي الأتي :

$$(0 - \mathrm{A}^\mathrm{T}(-\mathrm{CW}^{-1}\mathrm{C}^\mathrm{T})\mathrm{X}^\wedge = 0 - \mathrm{A}^\mathrm{T}(\mathrm{CW}^{-1}\mathrm{C}^\mathrm{T})^{-1}\mathrm{b} \qquad (24\ \_\ 3)$$

و هي المعادلة القياسية لمشكلة المربعات الصغري الموحدة .

إذا كتبت (3_24) في الشكل :

$$X^\wedge = [A^T(CW^{-1}C^T)^{-1}A]^{-1}A^T(CW^{-1}C^T)^{-1}b \qquad (25\ \_\ 3)$$

فإنه يمكن ملاحظة أنه حل واضح (2_2) وهو ما كنا نبحث عنه والمتبقيات تم الحصول عليها عن طريقة الترابط .

و بتطبيق (3_20) في (3_23) نحصل علي الاتي :

$$k^{\wedge} = -(CW^{-1}C^{T})^{-1}(b - AX^{\wedge}) \qquad (26\ \_\ 3)$$

و الذي يمكن تعويضه في (3_14) كالآتي :

$$V^{\wedge} = -W^{-1}C^{T}K^{\wedge} \qquad (27\ \_\ 3)$$

و ذلك يعطي :

$$V^{\wedge} = W^{r}e^{T}(CW^{-1}C^{T})^{-1}(b - AX^{\wedge}) \qquad (28\ \_\ 3)$$

و بتعويض (3_25) في (3_28) تنتج لنا المعادلة الصحيحة المطلوبة من النموزج أي :

$$V^{\wedge} = \mathrm{W}^{-1}\mathrm{C}^{\mathrm{T}}(\mathrm{CW}^{-1}\mathrm{C}^{\mathrm{T}})^{-1}\{\mathrm{I} - \mathrm{A}[\mathrm{A}^{\mathrm{T}}(\mathrm{CW}^{-1}\mathrm{C}^{\mathrm{T}})^{-1}\mathrm{A}]^{-1}\mathrm{A}^{\mathrm{T}}(\mathrm{CW}^{-1}\mathrm{C}^{\mathrm{T}})^{-1}\} * b \qquad (29\_3)$$

و لحل (2_24) ل X نستخدم معكوس $(\mathrm{C}W^{-1}C^{T})$ و التي تمثل الحجم r و يليها حل m معادلات آنياً .

المتلازمات و المتبقيات تم الحصول عليها بضرب المصفوفات (3_26) و (3_27) و ذلك علي التوالي ,

و ليس هناك معكوسات أو حلول إضافية .

- إشتقاق بديل :

أعطى وثمان و ذلك في العام (1982) إشتقاق بديل للمعادلات (3_25) و (3_28) و التي لديها مزايا كونها أقصر بكثير مما سبق و التي لا تتطلب إلي اللجوء إلي العلاقات و الترابط و طريقة لاجرانج للمضاعف غير المحدد , إلاّ أننا في هذه البحث قد ركزّنا فقط علي طريقة واحدة .

3-5 معادلات الرصد :

هي الطريقة غير المباشرة أو هي الطريقة الوسيطة و فيها تكتب معادلات الرصد بعدد الكميات المقاسة في الشبكة أو المشروع حيث نجد أن هذه إحدى مشاكل هذه الطريقة حيث يكون عدد المعادلات التي يجب كتابتها كبيرة جداً في حالة الشبكات التي تمتد إلى مساحات طويلة أو تلك التي تحتوي علي عدد كبير من النقاط , حيث نجد أن حل هذه المعادلات بالحاسوب يخلق أو يسبب الكثير من المشاكل الحسابية أو الإحصائية كمثال لذلك نجده في (تكوين المصفوفات الصفرية أو صعوبة تكوين كل معادلات الأرصاد مكتملة أو صعوبة حساب القيم الايقونية) و بالرغم من هذه الحقيقة إلا أن هذه الطريقة هي أكثر إستعمالاً نسبةً لملائمتها لكل أنواع شبكات التحكم سواءاً أكانت هذه الشبكات أفقية أو رأسية أو خليط من النوعين . و نجد أن تكوين معادلات الرصد تكون أسهل بكثير من تكوين المعادلات الشرطية و ذلك إذا كانت شبكات التحكم كبيرة و متسعة أو ذات نقاط كثيفة . و معادلات الرصد هي المعادلات التي تربط الكميات المقاسة بمتبقياتها و بعدد من الوسائط المستقلة و المجهولة بمعادلات الأرصاد فتكتب معادلة معادلة واحدة لكل رصدة وللحصول علي حل وحيد للمجاهيل يجب أن يكون عدد المعادلات مساوٍ لعدد المجاهيل , و عادة يكون عدد المعادلات أكبر من عدد المجاهيل كما يمكن من حساب القيم الأكثر إحتمالاً لهذه المجاهيل بإستخدام نظرية التعديل بالمربعات الصغري .

تعتبر هذه الطريقة الأكثر انتشارا وذلك لأنها:

1- طريقة سهلة لأن كل قيمة مرصودة يجب أن تنتج عنها معادلة (تسمى معادلة الرصد) , تحتوي على المجاهيل .

2- تعطي الجواب مباشرة للمجاهيل (x) .

مسألة أقل التربيعات لطريقة معادلات الرصد تكتب كألاتي:

$V^{T}WV=0$ (30_3)

$A*X=B+V$ (31_3)

- قام بحل هذه المعادلات العالم الفرنسي لاجرانج و تحصل علي الأتي:

$X^{\wedge} = (A^{T}WA)^{-1} * A^{T}Wb$ (32_3)

$V^{\wedge}=AX^{\wedge} - b$ (33_3)

A : مصفوفة معاملات المجاهيل وذات ابعاد (N*M) .

حيث :

N : عدد الارصاد.

M : عدد المجاهيل.

X : مصفوفة المجاهيل وذات ابعاد (M*1) .

W : مصفوفة الوزن وذات ابعاد (N*N) .

b : مصفوفة تحتوي علي القيم المرصودة أو قيم محسوبة من القيم المرصودة و ذات أبعاد

. $(N*1)$

V : مصفوفة الأخطاء المتبقية و ذات ابعاد $(N*1)$.

3-6 المعادلات الشرطية :

هي الطريقة المباشرة أو الطريقة غير الوسيطية و تعطي عدد أقل من المعادلات حيث يساوي عدد هذه المعادلات عدد حالات الشروط الهندسية التي لابد من تحقيقها وهذه الطريقة يطلق عليها أيضاً طريقة الروابط .

النقاط التي يجب مراعاتها في الطريقة الشرطية :

1- يجب التأكد من كتابة المعادلات الكاملة المستقلة للشكل و إلا لن يكون الشكل صحيحاً من الناحية الهندسية بعد إجراء عملية الضبط .

2- يجب أن تكون المعادلات كلها في صورة خطية بالنسبة للمجاهيل حيث نلاحظ هنا أن المعادلات المثلثية و المحلية قد أمكن كتابتها في الصورة الخطية مباشرة أما المعادلات الضلعية فتحتاج إلي تحويلات .

3-الطريقة الشرطية مبنية على الأساس الرياضي لنظرية أقل مجموع المربعات حيث أنها تعطي حلاً وحيداً مهما إختلفت خطوات الحل .

في هذه الطريقة تكتب مسألة اقل التربيعات كالاتي:

$$V^T W V = 0 \qquad (34\_3)$$

$$CV=b \qquad (35\_3)$$

- قام بحل المعادلات أعلاه العالم الفرنسي لاجرانج و تحصّل علي الأتي :

$V^\wedge=W^{-1}C^{T}(CW^{-1}C^{T})^{-1}*b$ (36_3)

V : مصفوفة الأخطاء العشوائية و ذات أبعاد (N*1) .

W : مصفوفة الوزن و ذات أبعاد (N*N).

C : مصفوفة معاملات الأخطاء المتبقية وذات أبعاد (d*N) .

b : مصفوفة أخطاء القفل و ذات أبعاد (d*1) .

3_7 نظرية الأخطاء :

يعتمد علم المساحة الجيوديسة في المقام الأول على الإرصاد (القياسات) والتي مهما بلغت دقة قياسها فلن تعطي نتائج صحيحة بصورة مطلقة بل سيكون بها خطأ مهما كان صغيرا جدا . لذلك من الضروري على دارس الجيوديسيا أن يلم بمصادر الأخطاء و أنواعها و كيفية التغلب عليها إن أمكن , أو كيفية التعامل معها حسابياً للوصول إلى قيمة أقرب للصحة للكمية التي يتم قياسها .

3-8 مصادر وأنواع الأخطاء :

الخطأ هو مقدار الفرق بين القيمة المقاسة (المرصودة) والقيمة الحقيقية لها . و لكن من الصعب معرفة القيمة الحقيقية لأي قياس , فنستعيض عنها بالقيمة الأكثر إحتمالا له.

– تحدث الأخطاء نتيجة ثلاثة أسباب أو مصادر هي :

1- أخطاء آلية :

أخطاء ناتجة عن عيوب الأجهزة المستخدمة في القياس و التي يمكن التغلب عليها من خلال ضبط الجهاز ضبط دائم و معايرته كل فترة و إتباع خطة معينة في الرصد .

2- أخطاء شخصية :

أخطاء ترجع للراصد ذاته مثل عدم إعتنائه بعملية الرصد بصورة سليمة أو قلة خبرته العملية .

3- أخطاء طبيعية :

أخطاء ترجع أسبابها لتغير الظروف الطبيعية أثناء عملية الرصد مثل تغير تأثير الإنكسار الجوي علي الميزان في فترات اليوم الواحد .

تنقسم أنواع الأخطاء إلي أربعة أنواع تشمل :

1- الغلط أو الخطأ الجسيم :

هو قيمة شاذة تجعل القيمة المرصودة غير متجانسة مع بقية الإرصادات المماثلة .

و ينتج عن قلة الخبرة أو الإهمال في القياس .

2- الخطأ التراكمي :

هو خطا صغير القيمة نسبياً (عند مقارنته بقيمة الغلط) يتكرر بنفس المقدار و الإشارة إذا تكرر القياس تحت نفس الظروف و بإستحدام نفس الأجهزة و نفس الراصدين .

3- الخطأ المنتظم :

يشبه الخطأ المنتظم الخطأ التراكمي في طبيعته إلا أنه قد يكون تراكمياً بنفس المقدار و الأشارة و قد يختلف في قيمته و إشارته من أجزاء العمل الحقلي .

4- الخطأ العشوائي أو العارض :

الخطأ العشوائي خطأ متغير غير ثابت لا في القيمة و لا في الإشارة و لا يمكن التنبؤ به و لا معرفة مصدره الرئيسي , و لذلك فأسمه العشوائي .

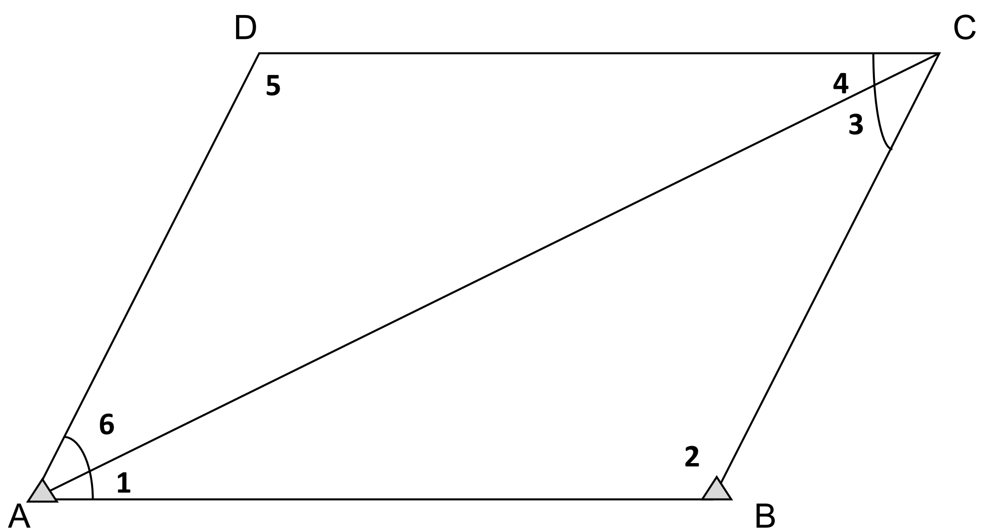
- توجد الأخطاء العشوائية مهما صغرت قيمتها في كل القياسات و يتم التعامل معها بطرق رياضية لمحاولة الوصول إلى القيمة الأكثر إحتمالاً للكميات المطلوب حساب قيمتها الدقيقة .

الباب الرابع

الحسابات والنتائج

في هذا البحث أُستخدمت شبكة عبارة عن رباعي مرصود القطر , أي تتكون من أربع نقاط إثنان من هذه النقاط معلومتي الإحداثيات , وبقية النقاط مجهولة يمكن حلها بعد ضبط الشكل .

- يحتوي الشكل علي ست زوايا أفقية تم رصدها مسبقاً .



الشكل (4_1) (رباعي مرصود القطر)

– الإحداثيات المعلومة للنقطتين (A,B) :

جدول (4−1) : إحداثيات النقاط المعلومة

Point	$X_{(m)}$	$Y_{(m)}$
A	1000	1000
B	1012.4	1059.84

– الجدول يوضح الزوايا الأفقية المرصودة والمحسوبة :

جدول (4_2) : الزوايا الأفقية المرصودة والمحسوبة

Number	الزوايا المرصودة	الزوايا المحسوبة
1	$54^\circ 39' 47''$	$54^\circ 39' 42.29'$
2	$88^\circ 36' 45''$	$88^\circ 39' 57.03''$
3	$36^\circ 43' 18''$	$36^\circ 40' 20.68''$
4	$55^\circ 43' 37''$	$55^\circ 43' 27.53''$
5	$88^\circ 45' 16''$	$88^\circ 45' 22.93''$
6	$35^\circ 31' 12''$	$35^\circ 31' 26.38''$

– **الجدول يوضح الإحداثيات المحسوبة للنقطتين C,d :**

جدول (4_3) : الإحداثيات المحسوبة

Point	$X_{(m)}$	$Y_{(m)}$
C	993.582	1141.062
D	935.228	1130.091

– **الجدول يوضح الإحداثيات التقريبة للنقطتين C,d :**

جدول (4_4) : الإحداثيات التقريبة للنقاط المجهولة

Point	$\boldsymbol{X}_{(m)}$	$\boldsymbol{Y}_{(m)}$
C	993.570	1141.080
D	935.210	1130.070

4–1 ضبط الشبكة بطريقة معادلات الرصد :

مع العلم أن جميع الإرصاد قد أخذت بنفس الدقة .

– تكوين معادلات الرصد :

$$f_1 = BrgAB - BrgAC \qquad (1\ \_\ 4)$$

$$f_1 = tan^{-1}\frac{E_{\mathring{B}}-E_{\mathring{A}}}{N_{\mathring{B}}-N_{\mathring{A}}} - tan^{-1}\frac{E_{\mathring{C}}-E_A}{N_{\mathring{C}}-N_A} \qquad (2\ \_\ 4)$$

$$f_2 = BrgBC - BrgAB \qquad (3\ \_\ 4)$$

$$f_2 = tan^{-1}\frac{E_{\mathring{C}}-E_{\mathring{B}}}{N_{\mathring{C}}-N_{\mathring{B}}} - tan^{-1}\frac{E_{\mathring{B}}-E_A}{N_{\mathring{B}}-N_A} \qquad (4\ \_\ 4)$$

$$f_3 = BrgAC - BrgBC \qquad (5\ \_\ 4)$$

$$f_3 = tan^{-1}\frac{E_{\mathring{C}}-E_A}{N_{\mathring{C}}-N_A} - tan^{-1}\frac{E_{\mathring{C}}-E_{\mathring{B}}}{N_{\mathring{C}}-N_{\mathring{B}}} \qquad (6\ \_\ 4)$$

$$f_4 = BrgCD - BrgAC \qquad (7\ \_\ 4)$$

$$f_4 = tan^{-1}\frac{E_{\mathring{D}}-E_{\mathring{C}}}{N_{\mathring{D}}-N_{\mathring{C}}} - tan^{-1}\frac{E_{\mathring{C}}-E_A}{N_{\mathring{C}}-N_A} \qquad (8\ \_\ 4)$$

$$f_5 = BrgCD - BrgAD \qquad (9\ \_\ 4)$$

$$f_5 = tan^{-1}\frac{E_{\mathring{D}}-E_{\mathring{C}}}{N_{\mathring{D}}-N_{\mathring{C}}} - tan^{-1}\frac{E_{\mathring{D}}-E_A}{N_{\mathring{D}}-N_A} \qquad (10\ \_\ 4)$$

$$f_6 = BrgAD - BrgAC \qquad (11\ \_\ 4)$$

$$f_6 = tan^{-1}\frac{E_{\mathring{D}}-E_A}{N_{\mathring{D}}-N_A} - tan^{-1}\frac{E_{\mathring{C}}-E_A}{N_{\mathring{C}}-N_A} \qquad (12\ \_\ 4)$$

- تكوين معادلات الرصد بطريقة المصفوفات :

$$A_{6*4} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial E_C} & \frac{\partial f_1}{\partial N_C} & \frac{\partial f_1}{\partial E_D} & \frac{\partial f_1}{\partial N_D} \\ \frac{\partial f_2}{\partial E_C} & \frac{\partial f_2}{\partial N_C} & \frac{\partial f_2}{\partial E_D} & \frac{\partial f_2}{\partial N_D} \\ \frac{\partial f_3}{\partial E_C} & \frac{\partial f_3}{\partial N_C} & \frac{\partial f_3}{\partial E_D} & \frac{\partial f_3}{\partial N_D} \\ \frac{\partial f_4}{\partial E_C} & \frac{\partial f_4}{\partial N_C} & \frac{\partial f_4}{\partial E_D} & \frac{\partial f_4}{\partial N_D} \\ \frac{\partial f_5}{\partial E_C} & \frac{\partial f_5}{\partial N_C} & \frac{\partial f_5}{\partial E_D} & \frac{\partial f_5}{\partial N_D} \\ \frac{\partial f_6}{\partial E_C} & \frac{\partial f_6}{\partial N_C} & \frac{\partial f_6}{\partial E_D} & \frac{\partial f_6}{\partial N_D} \end{bmatrix}$$

A = مصفوفة المعاملات التي الحصول عليها من تفاضل المعادلات .

- بما أن جميع الأرصاد قد رصدت بنفس الدقة فإن مصفوفة الوزن تمثل مصفوفة الوحدة .

$$W_{6*6} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b = مصفوفة أخطاء القفل و هي عبارة عن (القياسات المرصودة – القياسات المحسوبة)

و هي مصفوفة ذات أبعاد (N*1) .

$$b_{6*1} = \begin{bmatrix} -0.00015570 \\ -0.04759330 \\ 0.000946404 \\ 0.000494410 \\ -0.04307760 \\ 0.000069720 \end{bmatrix}$$

$X^{\wedge}$ = القيم الأكثر إحتمالا للمجاهيل محسوبة بطريقة أقل التربيعات و ذلك من المعادلة (32_3) .

$$\boldsymbol{X^{\wedge} = (A^T W A)^{-1} A^T W b}$$

$$X^{\wedge}_{4*1} = \begin{bmatrix} -0.02892883 \\ 0.0008491772 \\ -0.025628917 \\ -0.01830789 \end{bmatrix}$$

$V^{\wedge}$ = الأخطاء المتبقية المتحصل عليها من المعادلة (33_3) .

$$\boldsymbol{V^{\wedge} = AX^{\wedge} - b}$$

$$V^{\wedge}_{6*1} = \begin{bmatrix} 0.026320854 \\ 0.0196034372 \\ -0.002473781 \\ -0.002587989 \\ 0.0040087718 \\ -0.002758914 \end{bmatrix}$$

– حساب الأحداثيات عن طريق معادلات الرصد :

$$E_C = E_C^{\circ} + X_1^{\wedge} \qquad \_(13\ \_4)$$

$$N_C = N_C^{\circ} + X_2^{\wedge} \qquad \_(14\ \_4)$$

$$E_D = E_D^{\circ} + X_3^{\wedge} \qquad \_(15\ \_4)$$

$$N_D = N_D^{\circ} + X_4^{\wedge} \qquad (16\_4)$$

– الجدول يوضح الإحداثيات التي تم حسابها بإستخدام المعادلات أعلاه للنقاط C,D :

جدول (5_4) :الأحداثيات المحسوبة من المعادلات أعلاه

Point	$E_{(m)}$	$N_{(m)}$
C	993.5410712	1141.080849
D	935.1843711	1130.051692

– الجدول يوضح الزوايا المصححة بطريقة معادلات الرصد:

جدول (6_4) :الزوايا المصححة بطريقة معادلات الرصد

رقم الزاوية	الزوايا المرصودة	الزوايا المصححة
1	$54^{\circ}39'47''$	$54^{\circ}39'48.65''$
2	$88^{\circ}36'45''$	$88^{\circ}36'46.23''$
3	$36^{\circ}43'18''$	$36^{\circ}43'17.84''$
4	$55^{\circ}43'37''$	$55^{\circ}43'36.84''$
5	$88^{\circ}45'16''$	$88^{\circ}45'16.25''$
6	$35^{\circ}31'12''$	$35^{\circ}31'11.83''$

4-2 ضبط الشبكة بطريقة المعادلات الشرطية :

- المعادلة **(3_36)** أستخدمت لإيجاد الأخطاء المتبقية :

$$\boldsymbol{V^{\wedge} = W^{-1}C^{T}(CW^{-1}C^{T})^{-1} * b}$$

- **الأخطاء المتبقية المحسوبة من المعادلة (3_36) :**

$$V^{\wedge}_{6*1} = \begin{bmatrix} 0.000015999 \\ 0.000015999 \\ 0.000015999 \\ -0.000008000 \\ -0.000008000 \\ -0.000008000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 00^{\circ} & 00' & 03.3'' \\ 00^{\circ} & 00' & 03.3'' \\ 00^{\circ} & 00' & 03.3'' \\ -00^{\circ}00' & 1.65'' \\ -00^{\circ}00' & 1.65'' \\ -00^{\circ}00' & 1.65'' \end{bmatrix}$$

- **الجدول يوضح الزوايا المصححة بطريقة المعادلات الشرطية :**

جدول (4_7) : الزوايا المصححة بطريقة المعادلات الشرطية

الزوايا المصححة	الزوايا المرصودة	رقم الزاوية
$54^{\circ}39'50.3''$	$54^{\circ}39'47''$	**1**
$88^{\circ}36'48.3''$	$88^{\circ}36'45''$	**2**
$36^{\circ}43'21.3''$	$36^{\circ}43'18''$	**3**
$55^{\circ}43'35.35''$	$55^{\circ}43'37''$	**4**
$88^{\circ}45'14.35''$	$88^{\circ}45'16''$	**5**
$35^{\circ}31'10.35''$	$35^{\circ}31'12''$	**6**

3-4 المقارنة بين الطرق المختلفة لحساب الإحداثيات :

جدول (4_8) :الإحداثيات المحسوبة من طريقة الأزاحة المتساوية و طرق أقل التربيعات

معادلات الرصد	المعادلات الشرطية	الأزاحة المتساوية	Point
993.541	993.097	993.097	E_C
1141.080	1140.949	1140.949	N_C
935.184	934.801	934.802	E_D
1130.052	1129.683	1129.683	N_D

الباب الخامس

الخلاصة و التوصيات

5-1 الخلاصة :

في هذا البحث إستخدمنا الإزاحة المتساوية لإيجاد الإحداثيات , إضافة إلي ذلك إستخدمنا إحداثيات تقريبية في طريقة أقل التربيعات للحصول علي القيم الأكثر إحتمالا للمجاهيل .

- عند مقارنة طريقتي الإزاحة المتساوية و أقل التربيعات (معادلات الرصد و المعادلات الشرطية) في عملية ضبط الشبكات المساحية وجدت طريقة أقل التربيعات (معادلات الرصد) أفضل من طريقة الإزاحة المتساوية لأنها تعطي الجواب الأفضل عند مقارنة الشبكة بعد ضبطها .

- في طريقة معادلات الرصد الإرصادات ذات الأوزان المختلفة أفضل من الإرصادات التي لها نفس الوزن .

5-2 التوصيات :

- زيادة عدد الإرصادات و مقارنتها مع النتائج السابقة .

- إستخدام نقاط ثابتة أي مرصودة بنظام تحديد المواقع العالمية و مقارنتها مع الإحداثيات المحسوبة .

المراجع :

- محمد فريد يوسف , 1983 , الجيوديسيا الهندسية .

- عبد الله الصادق علي , نظرية الأخطاء و ضبط الإرصاد بالمربعات الصغري .

- تلخيصات علي فقيري .

- شريف فتحي الشافعي , 2005 , ضبط الشبكات المساحية .

- محمود حسني عبد الرحيم و محمود رشاد الدين مصطفي حسين ,1982 , المساحة الجيوديسية و التصويرية .

- **جمعة محمد داؤد** , 2012 , أسس المساحة الجيوديسية و الجي بي أس , مكة المكرمة , المملكة العربية السعودية .

الملحقات

الملحق (1) :

طريقة الإزاحة المتساوية :

- مع العلم ان جميع الإرصاد أخذت بنفس الدقة .
- عدد الارصاد (n) = 6 .
- عدد المجاهيل (m) = 4 .
- عدد الأرصاد الزائدة (d) = 6−4 = 2 . (عدد الشروط المستقلة) .

الشروط هي :

- **مجموع زوايا المثلث (1,2,3) = 180°**

$54^\circ 39' 47''$
$88^\circ 36' 45''$
$36^\circ 43' 18''$

$$
\begin{array}{r}
180^\circ 00' 00'' \\
= \underline{\ 179^\circ 59' 50''} \\
00^\circ 00' 10''
\end{array}
$$

$$\text{Error} = \frac{10''}{3} = 3.33''$$

– الجدول يوضح الزوايا التي تم تصحيحها بطريقة الأزاحة المتساوية :

الزوايا بعد التصحيح	الزوايا
$54^{\circ}39'47''$	**1**
$88^{\circ}36'45''$	**2**
$36^{\circ}43'18''$	**3**

– مجموع زوايا المثلث $(4,5,6)$ = 180°

$55^{\circ}43'37''$
$88^{\circ}45'16''$
$35^{\circ}31'12''$

$$180^{\circ}00'00''$$

$$= \underline{\ 180^{\circ}00'05''}$$

$$-\ 00^{\circ}00'05''$$

$$\text{Error} = \frac{-5''}{3} = -1.67''$$

– الجدول يوضح الزوايا التي تصحيحها بطريقة الأزاحة المتساوية :

الزوايا بعد التصحيح	
4	$55^{\circ}43'35.33''$
5	$88^{\circ}45'14.33''$
6	$35^{\circ}31'10.33''$

الملحق (2) :

طريقة معادلات الرصد :

- مع العلم ان جميع الإرصاد أخذت بنفس الدقة .

- عدد الارصاد (n) = 6 .

- عدد المجاهيل (m) = 4 .

- عدد الأرصاد الزائدة (d) =6−4 = 2 .

- مصفوفة المعاملات التي تم الحصول عليها من تفاضل المعادلات المستنتجة من الشكل (2_4)

كما يلي :

$$\frac{\partial f_1}{\partial E_C} = -\frac{N_C^{\circ} - N_A}{(N_C^{\circ} - N_A)^2 + (E_C^{\circ} - E_A)^2}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial N_C} = -\frac{E_C^{\circ} - E_A}{(N_C^{\circ} - N_A)^2 + (E_C^{\circ} - E_A)^2}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial E_D} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial N_D} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial E_C} = \frac{N_C^{\circ} - N_B}{(N_C^{\circ} - N_B)^2 + (E_C^{\circ} - E_B)^2}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial E_C} = \frac{N_C^{\circ} - N_B}{(N_C^{\circ} - N_B)^2 + (E_C^{\circ} - E_B)^2}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial N_C} = \frac{E_C^{\circ} - E_B}{(N_C^{\circ} - N_B)^2 + (E_C^{\circ} - E_B)^2}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial E_D} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial N_D} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial E_C} = \frac{N_C^{\circ} - N_A}{(N_C^{\circ} - N_A)^2 + (E_C^{\circ} - E_A)^2} - \frac{N_C^{\circ} - N_B}{(N_C^{\circ} - N_B)^2 + (E_C^{\circ} - E_B)^2}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial N_C} = \frac{E_C^{\circ} - E_A}{(N_C^{\circ} - N_A)^2 + (E_C^{\circ} - E_A)^2} + \frac{E_C^{\circ} - E_B}{(N_C^{\circ} - N_B)^2 + (E_C^{\circ} - E_B)^2}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial E_D} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial N_D} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial E_C} = -\frac{N_D^{\circ} - N_C^{\circ}}{(N_D^{\circ} - N_C^{\circ})^2 + (E_D^{\circ} - E_C^{\circ})^2} + \frac{N_C^{\circ} - N_A}{(N_C^{\circ} - N_A^{\circ})^2 + (E_C^{\circ} - E_A)^2}$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial N_C} = -\frac{E_D^{\circ}-E_C^{\circ}}{(N_D^{\circ}-N_C^{\circ})^2+(E_D^{\circ}-E_C^{\circ})^2}+\frac{E_C^{\circ}-E_A}{(N_C^{\circ}-N_A)^2+(E_C^{\circ}-E_A)^2}$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial E_D} = \frac{N_D^{\circ}-N_C^{\circ}}{(N_D^{\circ}-N_C^{\circ})^2+(E_D^{\circ}-E_C^{\circ})^2}$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial N_D} = \frac{E_D^{\circ}-E_C^{\circ}}{(N_D^{\circ}-N_C^{\circ})^2+(E_D^{\circ}-E_C^{\circ})^2}$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial E_C} = \frac{N_D^{\circ}-N_C^{\circ}}{(N_D^{\circ}-N_C^{\circ})^2+(E_D^{\circ}-E_C^{\circ})^2}$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial N_C} = \frac{E_D^{\circ}-E_C^{\circ}}{(N_D^{\circ}-N_C^{\circ})^2+(E_D^{\circ}-E_C^{\circ})^2}$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial E_D} = -\frac{N_D^{\circ}-N_C^{\circ}}{(N_D^{\circ}-N_C^{\circ})^2+(E_D^{\circ}-E_C^{\circ})^2}+\frac{N_D^{\circ}-N_A}{(N_D^{\circ}-N_A)^2+(E_D^{\circ}-E_A)^2}$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial N_D} = -\frac{E_D^{\circ}-E_C^{\circ}}{(N_D^{\circ}-N_C^{\circ})^2+(E_D^{\circ}-E_C^{\circ})^2}+\frac{E_D^{\circ}-E_A}{(N_D^{\circ}-N_A)^2+(E_D^{\circ}-E_A)^2}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial E_C} = -\frac{N_C^{\circ}-N_A}{(N_C^{\circ}-N_A)^2+(E_C^{\circ}-E_A)^2}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial N_C} = -\frac{E_C^{\circ}-E_A}{(N_C^{\circ}-N_A)^2+(E_C^{\circ}-E_A)^2}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial E_D} = \frac{N_D^{\circ} - N_A}{(N_D^{\circ} - N_A)^2 + (E_D^{\circ} - E_A)^2}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial N_D} = \frac{E_D^{\circ} - E_A}{(N_D^{\circ} - N_A)^2 + (E_D^{\circ} - E_A)^2}$$

$$A_{6*4} = \begin{bmatrix} -0.91624 & -0.40063 & 0.000 & 0.000 \\ 0.97417 & 0.22579 & 0.000 & 0.000 \\ 0.05793 & 0.17484 & 0.000 & 0.000 \\ -0.73085 & -0.58204 & 0.18539 & 0.98267 \\ 0.18539 & 0.7931 & 0.7931 & 0.77638 \\ -0.91624 & -0.40063 & 0.97849 & 0.20631 \end{bmatrix}$$

- تم الحل بإستخدام المعادلة (4_13) لإيجاد القيم الأكثر إحتمالا لإحداثيات النقطتين (التصحيحات).

- تضاف التصحيحات إلي القيم التقريبية للحصول علي قيم محسنة .

الملحق (3) :

طريقة المعادلات الشرطية :

- مع العلم أن جميع الإرصاد قد أخذت بنفس الدقة .
- عدد الارصاد (n)= 6 .
- عدد المجاهيل (m) = 4 .
- عدد الأرصاد الزائدة (d) =6−4 = 2 .(عدد الشروط المستقلة) .

تكوين المعادلات الشرطية :

CV=b

$$54^\circ 39' 47'' + v_1 + 88^\circ 36' 45'' + v_2 + 36^\circ 43' 18'' + v_3 = 180^\circ$$

$$v_1 + v_2 + v_3 = 00^\circ 00' 10''$$

$$55^\circ 43' 37'' + v_4 + 88^\circ 45' 16'' + v_5 + 35^\circ 31' 12'' + v_6 = 180^\circ$$

$$v_4 + v_5 + v_6 = -00^\circ 00' 05''$$

$$W^{-1}C^{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$CW^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(CW^{-1}C^{T}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Adj = (3*3) –(0*0) = 9 .

$$(CW^{-1}C^{T})^{-1} = \frac{1}{9} * \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.33 & 0 \\ 0 & 0.33 \end{bmatrix}$$

$$V^{\wedge}_{6*1} = \begin{bmatrix} 0.000015999 \\ 0.000015999 \\ 0.000015999 \\ -0.000008000 \\ -0.000008000 \\ -0.000008000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 00^{\circ} & 00' & 03.3'' \\ 00^{\circ} & 00' & 03.3'' \\ 00^{\circ} & 00' & 03.3'' \\ -00^{\circ} & 00' & 1.65'' \\ -00^{\circ} & 00' & 1.65'' \\ -00^{\circ} & 00' & 1.65'' \end{bmatrix}$$

الملحق (4) :

برنامج الماتلاب :

هو برنامج هندسي متقدم يقوم بإجراء العمليات الحسابية و محاكاة الأنظمة المختلفة لذا يستخدم كوسيلة تحليل في عدة مجالات مثل العلوم و الرياضيات المتقدمة وفي الصناعة كاداة بحث و تصميم ذات مردود عالي .

إستعمالات البرنامج :

1- إجراء العمليات الحسابية المعقدة بسرعة فائقة .

2- إشتقاق اللوغريثمات .

3- محاكاة و تصميم الأنظمة المختلفة في جميع فروع العلوم الرياضية .

4- تحليل البيانات و إستكشافها .

5- رسم المجسمات الهندسية و الصناعية ذات الثلاثة أبعاد .

مكونات برنامج الماتلاب :

1- لغة البرمجة

هي عبارة عن لغة برمجة جاهزة و مكونة من ملفات فرعية تستخدم فيها المصفوفات و المحددات و الدوال الجبرية .

2- محيط العمل

عبارة عن مجموعة وسائل و تسهيلات تستخدم لتمكين المستخدم من العمل , و يحتوي هذا المحيط علي وسائل لتنظيم و إدارة المتغيرات كما يقوم بجلب و إرسال المعلومات .

3- منظم الرسوم البيانية

هو عبارة عن منظومة رسم تجسيمي يحتوي علي أوامر لرسم المجسمات ذات البعدين و الثلاثة أبعاد . كما يحتوي علي أومر لإظهار المجسمات و تحريكها .

- هي هذا البحث تم إستخدامه لحساب الإحداثيات و تصحيحها , بإيجاد كل من مصفوفة المعاملات والحد المطلق .

```
A:is the coefficientOfparameters.
B:is the vectormatrix(o-c).
W:is the weightmatrix.
%this getvals () function works for 4 elements
CLOSE ALL;
%fuction{E,N} = getvals(j,samples);
%for i=1:4;
%Initialize variables
%x(:,i)=[E(i);N(i)];
symsEaEbEcEdNaNbNcNd
f1=(atan((Eb-Ea)/(Nb-Na)))-(atan((Ec-Ea)/(Nc-Na)));
%syms E N
f2=(atan((Ec-Eb)/(Nc-Nb)))-(atan((Eb-Ea)/(Nb-Na)));
%syms E N
f3=(atan((Ec-Ea)/(Nc-Na)))-(atan((Ec-Eb)/(Nc-Nb)));
%syms E N
f4=(atan((Ed-Ec)/(Nd-Nc)))-(atan((Ec-Ea)/(Nc-Na)));
%syms E N
f5=(atan((Ed-Ec)/(Nd-Nc)))-(atan((Ed-Ea)/(Nd-Na)));
%syms E2
f6=(atan((Ed-Ea)/(Nd-Na)))-(atan((Ec-Ea)/(Nc-Na)));
A=[diff(f1,E3) diff(f1,N3) diff(f1,E4) diff(f1,N4);
diff(f2,E3) diff(f2,N3) diff(f2,E4) diff(f2,N4);
diff(f3,E3) diff(f3,N3) diff(f3,E4) diff(f3,N4);
diff(f4,E3) diff(f4,N3) diff(f4,E4) diff(f4,N4);
diff(f5,E3) diff(f5,N3) diff(f5,E4) diff(f5,N4);
diff(f6,E3) diff(f6,N3) diff(f6,E4) diff(f6,N4);]
E=[re(:,1)];
Ea=E(a);
Eb=E(b);
Ec=E(c);
Ed=E(d);
N=[re(:,2)];
Na=N(a);
```

```
Nb=N(b);
Nc=N(c);
Nd=N(d);
B=[re(:,3)-re(:,4)];
B=B*(1/206265)
W=input ('insert the weight matrix : ');
A=eval(A);
X=(inv(A'*W*A)*(A'*W*B);
```