

ألفصل الأول

المقدمة

1-1 تمهيد :

يلعب مستشفى محمد الأمين للاطفال دورا كبيرا في خدمة المرضى من جميع انحاء مدينة ام درمان ومن خارجها ، إن موضوع " استخدام العمليات البواسونية غير المتجانسة مع نماذج نظرية صفوف الإنتظار " من الموضوعات التي لاقت اهتماماً كبيراً في المدة الأخيرة من القرن الماضي وبداية القرن الحالي لا سيما في مجال تقديم الخدمات التي تشمل القطاع (الصحي، والمالي، والاتصالات) ، ويمكن وصف العمليات البواسونية غير المتجانسة هي عمليات وصول الحوادث بنسب وأوقات مختلفة كونهات مثل الحالة الطبيعية كثير من الظواهر في الحياة اليومية .

إن مستشفى حوادث الاطفال يتعرض لمشكلة الازدحام بالغ الذروة إذ انه يتضمن مجموعة من العيادات حسب الاطباء ويتم توزيع المرضى للعيادات حسب نوع المرض ، ولذلك نجد ان تكرار المرض المعين يشكل عبئاً على الطبيب لانه يتم استقبال عدد معين في فترة زمنية محدودة. لذلك جاء بحثنا هذا كمساهمة في حل المشكلة متضمننا عدد من المباحث الرئيسية بعد تحديد الهدف وهي:-

الجانب النظري واحتوى على تعريف لعمليات بواسون غير المتجانسة وعلاقتها بصفوف الانتظار فضلا عن الدالة الدورية باعتبارها دالة الشدة المعتمدة في البحث إضافة الى أهم المقاييس المستعملة لقياس التأخير الفعلي والتأخير المرتقب.

الجانب التجريبي تضمن تجربة اساسية تم من خلالها محاكاة واقع قسم الطوارئ للوقوف على حجم المشكلة ، بعد ذلك تم تنفيذ ثلاثة تجارب محاكاة (A,B,C) تضمنت الحلول المقترحة من قبل الباحثين لغرض الوصول لافضل الحلول وقد تمثل بعد التنفيذ في التجربة (C) .

الجانب التطبيقي تلخص بتطبيق الحل الافضل أي تطبيق التجربة (C) على البيانات الفعلية التي جمعت من قبل الباحثين وتم الوصول الى عدد من الاستنتاجات والحلول التي نعتقد انها الافضل لحل المشكلة.

تم تطبيق تجارب المحاكاة والتطبيق الفعلي باستعمال البيانات الحقيقية باستخدام برنامجي (Win QSB & Minitab).

١-٢ أهمية الدراسة :

تعتبر نماذج صفوف الانتظار من مسائل بحوث العمليات وخاصة تلك التي تهتم بتقديم الخدمات للأشخاص في العديد من المجالات منها مجال الصحة . تستخدم هذه النماذج لغرض تقديم حلول لمشكلات تظهر عند ازدياد الطلب لخدمه ما ، بحيث لا يتمكن القائمين علي تقديم هذه الخدمة من تقديمها في موعدها المطلوب مما يؤدي الي حدوث ارتباك في عملية تقديم الخدمة ، يترتب عليه في كثير من الحالات تأخير تقديم الخدمة مما ينعكس سلبا عي كفاءة وفعالية نظام الخدمه .

ان نظرية صفوف الانتظار تقوم علي نمذجة الحاله المدروسة رياضيا عن طريق استخدام نظرية الاحتمالات وصولاً الي نموذج رياضي يمثل واقع الحالة المدروسة ويعطي مقاييس مهمه متعلقه بعدد الوحدات المتوقعه وكفاءة النموذج.

مجتمعنا يعاني من مشكلات كبيره في مجال تقديم الخدمات للمرضي والتي تعتبر ارض خصبه لتطبيق مثل هذه النماذج الرياضية ، لذا كان لابد من اتباع الاتجاه الذي يقوم علي بيان اهمية الاحصاء في مختلف اوجه الحياة وكيفية تطبيق النماذج الرياضية واقعيا ومن ثم تقديم الحل للمشكلة قيد الدراسة ، ويعتبر قطاع الصحة من القطاعات الحيوية المهمة التي تقوم علي توظيف الموارد البشرية في سبيل تقديم افضل خدمة للمجتمع ، ونسبة لزيادة عدد المرضي

بصوره واضحه لذلك لايد من استخدام نماذج بحوث العمليات لايجاد نموذج يساعد في تقليل المشكلات والصعوبات التي تواجه هذا التطور .

١-٣ مشكلة البحث :

يعتبر قسم الطورئ بمستشفى محمد الأمين للاطفال (ام درمان) من اكبر الأقسام التي تستقبل المرضى يوميا وبصوره كبيره وواضحه لذلك لايد من وضع نظام خدمه متطور لعمل هذا القسم بحيث يؤدي ذلك الي تحسين نوع الخدمة المقدمة باقل زمن ممكن .

١-٤ فرضيات البحث :

*يوجد فرق بين نماذج التأخير الثلاثة (QLS) و (HOL) و (HOLr).

*استقبال المرضى بقسم الاحصاء وارسالهم للوحدات يمثل نموذج صف من النوع $M_t / M / s$

١-٥ اهداف الدراسة :

- تهدف الدراسة الي تطبيق احد نماذج صفوف الانتظار للمرضي الواصلين للمستشفى ووضع نموذج لتحسين الاداء ورفع كفاءة الخدمة المقدمة عن طريق معرفة مقاييس نموذج الانتظار المطبق و اختيار الحل الأمثل للنظام قيد الدراسة.
- وتهدف الدراسة ايضاً الي معرفة افضل نموذج لقياس التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة.

١-٦ منهج الدراسة :

تستند الدراسة الي المنهج الوصفي القائم علي وصف متغيرات الدراسة من اعداد المرضى الواصلين بالاضافة الي الاستعانة بالمنهج التحليلي الاستدلالي القائم علي اختبار فرضيات الدراسة باستخدام الادوات الاحصائية الخاصة بنماذج صفوف الانتظار .

٧-١ حدود الدراسة :

تتخصر الحدود المكانية لهذا البحث في مستشفى محمد الأمين حامد لحوادث لأطفال (امدرمان) - الخرطوم - السودان.

اما الحدود الزمانية فتتخصر في الفترة من يناير ٢٠١٥ حتى نهاية يونيو ٢٠١٥ م .

٨-١ اهم الدراسات السابقة:

لاهمية صفوف الانتظار فقد نالت اهتمام العديد من العلماء الرياضيين والاحصائيين والمهندسين غيرهم ، ولعل اول من حاول ان يدرس صفوف الانتظار بالاعتماد علي الاساليب الرياضية العالم (Erlang,1909) حين كتب اول بحث في طرق ربط الهواتف ، ويتبعه عدد من الباحثين راجعو كتبه (Erlang) كما بين ذلك Cox1961.

اما (Kendall ,1951) فوضح ان انواع صفوف الانتظار تتغير تبعا للدخول ونظام الخدمة . وفي سنة (١٩٥١) نشر (Cox) بحثا بين فية التغيير في توزيع وقت الخدمة وتأثير الاسبقيات في صفوف الانتظار اعقبه (Lindloy,1952) اعطى المعادلة التكاملية للوقت المتوقع للانتظار في نموذج $G1/G1/1$. اما (Takac,1955) رشيد ص ص ١-٢) فكون ودرس معادلات الفروق التفاضلية لتوزيع وقت الانتظار في النموذج (MG/C) هنا كذلك قدم بحث من قبل (Barrer,1957) حيث درس فيها المشاكل المتعلقة بالمرضى المنتظرين فترة من الزمن في النموذج (M/M/1) حيث الاختبار العشوائي للخدمة ، وكتب (Kartin,1958) نتائج عامة تتعلق بسلوك عدد من أنظمة صفوف الانتظار ذو الدخول العشوائي واوقات خدمة بتوزيع اسي سالب ، كما بين ذلك (Cox,1961).

وفي سنة ١٩٦١ نشر Cox كتابا عن صفوف الانتظار وعن تحليل بعض صفوف الانتظار من حيث طول الصف ووقت الانتظار فيه ودرس (Cooper1969) عمليات دخول

الزبائن المستمرة التي تدور في نظام صف الانتظار . اما (Chonick1970) فقدم بحثا حول النموذج (M/G/1).

هذا بالنسبة للدراسات النظرية .

ان دراسة صفوف الانتظار للعيادات الخارجية من حيث طول صف الانتظار ووقت الانتظار للمرضى الموجودين في الانتظار لغرض تقليص هذا الحجم فيتم بزيادة مراكز الخدمات ان اقتضت الضرورة والذي بدوره سينظم سريات تأدية مركز الخدمة لواجبها بشكل افضل.

ومن الباحثين في هذا المجال (Jack Son,1964) كما جاء في (Okeefe, 1985) حين اعطى انظمة مواعيد كتمرين لهذه العيادات مما خفض قليل من السلبيات التي يعانيتها المرضى الخارجين نتيجة الانتظار ، وقد قدر معدل وقت الانتظار بعد ذلك ب(٤٥) دقيقة . والكثير من الباحثين لاحظوا قلة البحوث التي تتناول دراسة العيادات الخارجية وتطبيق سياسة معينة تنفيذ هذه العيادات ومنهم (Okeefe, ١٩٨٥) اذ قدم بحثا لطرق وسياسات نوعية للعيادات الخارجية وتفيد من تقليص وقت الانتظار للمرضى ، ووضح ان نظام المواعيد لهذه العيادات يصبح غير مفيد في بعض الاحيان ،

كذلك من البحوث العربية في هذا المجال البحث المقدم من قبل خولة خالد اسماعيل ١٩٨٦ وهو "تطبيق نظرية الطوابير في المستشفى العام في الموصل بالعراق" ،حين وجدت ان معدل المغادرين هو (M=1.26) بتوزيع بواسون ووجدت ان معدل طول صف الانتظار ووقت الانتظار وبذلك تم قياس كفاءة صالات العمليات من حيث استغلال الوقت حيث اعتبر الدخول الى صالات العمليات كموايد المستشفى منه حالة الطوارئ . ومن البحوث ايضا في هذا المجال البحث المقدم من قبل مهند محمد صالح ١٩٨٨ "تطبيق صفوف الانتظار على

العيادات الخارجية لمستشفى الاطفال في مدينة صدام في بغداد في العراق " ،حين درس هذا البحث واقع الخدمات الطبية المقدمة للمرضى .

في عام ١٩٩٣ قدم بحث من قبل بسام يونس ابراهيم " تصميم نموذج تصادفي لحركة مرضى القلب داخل صالات المستشفى العام بالموصل /العراق" حيث تم تطبيق احد النماذج العشوائية التي تطبق في مجال الطبي والرعاية الصحية ، ذلك هو النموذج شبه الماكروفي يعرض التحقق من ملائمة سعة صالة العناية المركزة للمرضى الوافدين اليها من من خلال حساب التوزيع الاحتمالي لعدد المرضى الممكن وجودهم في الصالة في الوقت الواحد ،والتوزيع الاحتمالي للفترة الزمنية التي يقضيها المريض داخل الصالة ، فضلا عن تصميم نموذج تصادفي لحركة المرضى في تلك الصالة واليها ، وتم التوصل الي صلاحية النموذج (M/M/1) لهذه العملية ، وقد بلغت كثافة الحركة لهذا النموذج ٩٤% وهذا يشير الي الحاجة الضرورية لتوسيع صالة العناية المركزة بما يضمن استقبال اعداد المرضى الكبيرة والوافدين الي المستشفى .

وفي عام ١٩٩٣ ايضا قدم بحث من قبل عماد فاضل جاسم " نموذج صفوف الانتظار لنظام الإدامة" حيث يعد موضوع الإدامة من المواضيع المهمة جدا في الحياة العملية وبعد نموذج نظام الإدامة من نماذج صفوف الانتظار المهمة لما له من اهمية تطبيقيه من حيث تقليل تكاليف التصليحات وزيادة سرعتها وتقليل وقت الانتظار .

(1997) فائدة المحاكاة في مساعدة المستويات الإدارية المختلفة في اختيار البديل الأفضل لتقليل الفترة الزمنية لدورة التوريد، وأثبتت أهمية المحاكاة في المقارنة بين البدائل المختلفة، وأوصت بضرورة الاستفادة من المحاكاة في العمليات الإدارية المختلفة . وتوصلت دراسة الهزيم (١٩٩٨) إلى أن المحاكاة طريقة جيدة ومناسبة لحل المشاكل التي لا يمكن تمثيلها

بعلاقات رياضية . وأثبتت دراسة Curran & others (١٩٩٨) أن المحاكاة باستطاعتها حل المشاكل خارج نطاق المواصلات والصحة والتصنيع، وتساعد المشرفين على اختيار البديل الأفضل لكل عمل حسب نوعه، بعد أن أثبتت فائدة المحاكاة في صناعة صقل الطباعة (المختصة بنظام الفواتير والكشوفات الآلية).

توصلت دراسة Joel & others (٢٠٠٠) إلى أن محاكاة خطوط الانتظار ممكن استخدامها جوانب متعددة في العالم الحقيقي من موقف سيارات إلى مرفأ سفن، فإذا كان هناك فرصة لتحسين خطوط الانتظار سيكون هناك أرباح أكثر، ووقت أكثر لتحسين العمل .

وأثبتت دراسة Hermann & others (٢٠٠٠) أن تبني نظام المحاكاة يقلل الوقت والجهد والتكاليف في إعداد سي ناريوهات القرار، وأوضحت الفرق الإيجابي بين تبني نظام للمحاكاة داخل المؤسسة، وبين استخدام نظام خارجي . وأوضحت دراسة Alexopoulos & others (٢٠٠١) سهولة بناء نموذج المحاكاة من خلال الموظفين العاديين في المستشفى وإمكانية اختيار البديل الذي يناسب احتياجاتهم ، مع إمكانية الاستفادة من النموذج والحل لمراكز ومؤسسات مشابهة . وبينت دراسة Standridge (٢٠٠١) أهمية استخدام المحاكاة لتأهيل المحامين الجدد، وأثبتت أن الطلبة والمشرفين استفادوا من المحاكاة وأوصت باستخدام المحاكاة في المستوى الأخير في الكلية والمستوى الذي يسبقه لتحقيق نتائج أفضل .

واستخدمت دراسة الحبوبي وشبلاق (٢٠٠٢ - ٢٠٠٣) المحاكاة لحل مشكلة المعتمرين من زحام وتهديد سلامة شخصية وضياح قدر كبير من الوقت والبطء الشديد قي السير في المسعى، وقدمت الدراسة حل للمشكلة من خلال اقتراح مسار حلزوني حول الكبة .

وفي عام ٢٠٠٣ تقدمت الطالبة اسماء عبد الله بدوي برسالة ماجستير بعنوان "نموذج صف الانتظار ذو قنوات الخدمة المتعددة" ، وقد اختارت الدراسة مستشفى الخرطوم مركز

جراحة المخ والاعصاب كمكان للدراسة وتم التوجه الى قسم الاحصاء بالمستشفى لغرض الحصول على البيانات المطلوبة للمرضى الذين تم اجراء عمليات لهم بالمركز .

وقدمت دراسة Cao (2003) نموذج لحل مشكلة نظام التدقيق في مطار أوتوا الدولي في كندا بعد جمع المعلومات، ومحاكاة النظام القائم من وجهة نظر العاملين والمسافرين . وأثبتت دراسة Donna & Ernest .

وأثبتت دراسة Hewitt (2003) أن تنفيذ التصميمات الهندسية من خلال الحزمة البرمجية Arena ساعد على مشاهدة التغيرات في النظام بسهولة . واستخدمت دراسة Hakonen (٢٠٠٣) المحاكاة في إخلاء الأفراد والسكان من المباني العالية ، وعرضت احتمالات الحل بمنظور ثنائي وثلاثي الأبعاد . وأوضحت دراسة Balcombe (٢٠٠٤) فائدة المحاكاة بالحاسوب في مجال العلاج بالأدوية ؛ فوفرت المحاكاة التكاليف التي كانت تنفقها الشركات على شراء آلاف الحيوانات لتجربة الأدوية، وأوضحت الدراسة إمكانية محاكاة العمليات الجراحية، واختيار البديل الأمثل لكل مريض بدون تحمل الكثير من الخسائر . وأثبتت دراسة يحيى (٢٠٠٤) إمكانية استخدام نماذج المحاكاة في دراسة الإنتاجية لجدولة المشاريع الهندسية، وذلك عن طريق تصور تنفيذ المشاريع بالحاسوب وتطبيق هذا التصور على أرض الواقع .

اما في دراسة تطبيقية علي مطار الخرطوم الدولي، قامت الباحثة رجاء في ٢٠٠٤ بتطبيق النموذج (M/M/1) علي الرحلات القادمة والمقادرة من المطار ومن النتائج التي خرجت منها الدراسة ان عدد الزبائن المتواجدين في المطار يتبع التوزيع الهندسي بالمعلمة (٠.٨٦٤) كما ان كثافة الخدمة بلغت (٢١) ساعة يوميا وان معدل القدوم الفعال (effective arrival) بلغ (٤٠٨) مسافر يوميا .

وعام ٢٠٠٧ تقدمت الطالبة رجاء حسن علي الشيخ برسالة دكتوراة بعنوان "صفوف الانتظار لنماذج سلاسل ماركوف ذات الزمن المستمر وتطبيقها في مراكز الاتصالات" ، وقد تناول البحث تطبيق نظرية صفوف الانتظار بالشركة السودانية للاتصالات سودايل وشملت الدراسة البيانات التفصيلية المسجلة يوميا من المكالمات المنفذه من قبل الزبائن المشتركين بالشركة في الفترة من ٢٠٠٥/١/١ الى ٢٠٠٥/١٢/٣١.

٩-١ هيكل الدراسة:

يشتمل هذا البحث علي سبع فصول ، الفصل الاول يتضمن المقدمة والتي تتضمن مشكلة واهمية واهداف وفرضيات البحث وكذلك حدود الدراسه اهم الدراسات السابقة ومحتويات الدراسة ، ، اما الفصل الثاني فيحتوي علي نظرية صفوف الانتظار من حيث مفهومها والعناصر الأساسية لنماذج صفوف الإنتظار ومقاييس الأداء للصفوف وتوزيعات القدوم والمغادرة عملياً واختبارات توزيع بواسون وأخيراً أهم الدراسات السابقة التي اجريت في هذا المجال ، اما الفصل الثالث فتناول عمليات الولادة والوفاة وبعض نماذج صفوف الانتظار. اما الفصل الرابع فيتضمن الجانب النظري لتحليل العملية البواسونية غير المتجانسة مفهومها وتعريفها وطريقة حسابها واختبار مدى معنويتها وملائمتها للدوال الجيبية الدورية اما الفصل الخامس فيحتوي علي نبذة تعريفية عن مستشفى محمد الأمين لحوادث الأطفال (ام درمان) ، اما الفصل السادس فيحتوي علي الجانب التطبيقي للبيانات الأساسية ودراسة حالة قسم الطوارئ لمستشفى الأطفال ام درمان والجانب التجريبي (المحاكاة) ، اما الفصل السابع فيتضمن النتائج والتوصيات والمراجع.

الفصل الثاني

الجانب النظري

٢-١ نظرية صفوف الانتظار

2-1-1 تمهيد:

تعتبر بحوث العمليات من العلوم التطبيقية التي احرز تطبيقها نجاحاً واسعاً في مختلف ميادين الحياة لحل معضلات مدنية وعسكرية على السواء ، وتطور تطبيقها واستخدمت بشكل واسع بعد الحرب العالمية الثانية . ومن اهم موضوعات بحوث العمليات نظرية صفوف الانتظار التي نشأت عام ١٩٥٩م ، وقد استخدمت بكثرة في كثير من نواحي الحياة وخاصة النواحي التي ترتبط مباشرة بالمرضى وامكانية حصولهم على خدمة باسرع وقت واقل تكلفة .

تعرف صفوف الانتظار على انها "خطوط انتظار الزبائن القادمين الى اماكن تقديم خدمة مطلوبة او تسهيلات معينة .

ومن الامثلة على صفوف الانتظار سيارات تنتظر أمام مكتب تحصيل الرسوم أو الإشارات الضوئية ، شاحنة أو سفينة تنتظر للتحميل أوالتفريغ ، طائرات تنتظر الهبوط أو الإقلاع من مدرج (مركز الخدمة)، وكذلك المستشفيات تمثل صفوف الإنتظار حيث إنتظار المرضى لتقديم الخدمة الصحية لهم المتمثلة بالأطباء أو سيارات الإسعاف أو أسرة المستشفى .

يتكون صف الانتظار من مركز الدخول ومركز الخدمة اضافة الى موقع الانتظار ، ولكل منها مواصفات خاصة تؤثر على دراسة ذلك الصف . ولعل من اهم المتغيرات الواجب اخذها بالاعتبار لتحديد مواصفات صف الانتظار هي تلك التي تخص طبيعة الدخول الى صف الانتظار ، بما في ذلك الفترة الزمنية بين زبون وآخر ، والتي غالباً ما تحدد نوع التوزيع الاحتمال للمتغير العشوائي الذي يمثل الفترة الزمنية لوقت الدخول ، كذلك ومما يؤثر في صف

الانتظار عدد وحدات الخدمة ووقت الخدمة المخصص لكل زبون ، وحيث ان هذا الوقت غير ثابت في معظم الاحيان بل يتأثر بتأثيرات عشوائية ، لذا فان من الضروري الاهتمام بالتوزيع الاحتمالي لهذا الوقت اضافة الى اهمية معرفة طريقة تصّرف وحدة الخدمة والتسلسل الذي يؤدي به الخدمة للزبائن المنتظرين حيث يمكن ان يكون التسلسل حسب قدومهم او العكس او بواسطة الاختيار العشوائي من بين الزبائن او الوحدات المنتظرة للخدمة (الزبائن).

ان صف الإنتظار يمكن ان يكون في حيز محدود مثل عيادة الطبيب او يكون مفتوحاً بلا نهاية محددة كانتظار على حجز بضاعة . والمسألة الاخيرة التي تؤثر في صف الانتظار هي مصدر القادمين لصف الانتظار وهل ان هذا المصدر محدوداً مثل الماكينات العاملة في معمل معين وصف الانتظار هو العاطل منها يطلب التصليح او ان يكون ذلك المصدر مفتوحاً.

٢-١-٢ مفهوم صف الانتظار:

يمكن النظر الى كثير من النماذج التي نصادفها في حياتنا كنماذج صفوف انتظار "طوابير Queues" اذ يوجد بهذة النماذج عنصرين اساسيين هما : مقدم الخدمة وطالب الخدمة فإذا اخذنا السيارات المصطفة امام محطات الوقود للتزود بالوقود علي انها نموذج للصفوف ، حيث تمثل محطة الوقود جهة الخدمة " مقدم الخدمة " وتمثل السيارات الواردة للمحطة بطالبي الخدمة ، وغيرها الكثير من الامثلة المباشرة ، ولكن هنالك امثله لطوابير غير مباشرة ولكنها بمثابة نموذج للصفوف ، فمثلا الرسائل التي تجمع امام احدي الطابعات في انتظار الطباعة ، فالطابعات تمثل مقدم الخدمة والرسائل المراد طباعتها تمثل طالبي الخدمة ، العمال الذين يقفون امام مخزن ادوات الشغل في انتظار استلامها ، كل هذه امثلة لظاهرة الصفوف .

اي ان طالب الخدمة يأخذ عدة اشكال ، كما ان الخدمة يمكن ان تتم بإنتقال الزبون الي الشخص او المكان حيث تقدم الخدمة او تتم بإنتقال مقدم الخدمة نفسة الي الزبون طالب الخدمة . وبصورة عامة يمكن تعريف الصف علي انة الوحدات (اشخاص - سيارات) التي تصل الي مكان الخدمة وتنتظر في صف ثم تحصل في انهاية علي الخدمة ، واخيرا تغادر مكان الخدمة .. ونموذج الصف هو مجموعة زبائن ومجموعة مقدمي الخدمة .

يرجع اصل نظرية صفوف الانتظار الي اعمال (A.K.Erlang) التي بدأت عام ١٩٥٩م ، وقد وجد اجري (Erlang) تجاربه علي مشكلة تتعلق بالازدحام في حركة تلقي المكالمات التلفونية ، ففي خلال الفترات التي تكثر فيها المكالمات يتعرض طالبو المكالمات الي شئ من التأخير لعدم قدرة العمالة علي مواجهة الطلبات بالسرعة التي تحدث فيها والمشكلة الاصلية التي عالجها (Erlang) كانت عبارة عن حساب هذا التأخير بالنسبة لعامل واحد .

وفي عام ١٩١٧م استخدمت النتائج لتشمل عدد من المعاملات وقد استمر التطورفي مجال حركة المكالمات التلفونية علي نفس الاسس التي بدأها (Erlang) ليشمل عدد من المشاكل العامة التي لها صلة بصفوف الانتظار .

وتطبق نظرية صفوف الانتظار في اوجة كثيرة من الحياة فقد تستخدم بعض المحلات الكبرى نظرية صفوف الانتظار لتحديد عدد المرات التي يدفع فيها الزبائن حسابهم عند الخروج لضمان التشغيل الاقتصادي بهذه المحلات في مختلف الاوقات خلال اليوم .

وهناك مشكلة حلت بنجاح استخدام نظرية صفوف الانتظار وهي مشكلة تحديد عدد الارصفة التي تستقبل السفن او عربات نقل البضائع في المواني او محطات النفايات ، لان

المعروف ان كل من تكاليف الارصفة وتكاليف غرامات التأخير ترتفع ، وعلي ذلك فإنه من المرغوب فيه اقامة عدد من الارصفة يؤدي الي خفض مجموع هذه التكاليف .

ومن كل ما سبق ذكره نستنتج ان نظرية صفوف الانتظار تعتبر اداة تحليل تقدم معلومات اكثر اهمية من النموذج المدروس ، وانها نظرية تقوم على اساس وصف معدل الوصول ووقت تقديم الخدمة باستخدام التوزيعات المناسبة ، كما يجب ان تكون القرارات المتعلقة بالطابور مبنية على اساس من التكلفة مما يجعل مجموع التكاليف (تكلفة الخدمة + تكلفة الانتظار) اقل ما يمكن .

٢-١-٣ الرموز الرياضية المستخدمة :

n : عدد الوحدات في النظام (التي في الصف + التي تقدم الخدمة)

P_n : احتمال وجود (n) وحدة في النظام في حالة التوازن .

λ : متوسط عدد الوحدات التي تصل، وتتضم الى الصف في الوحدة الزمنية الواحدة (معدل الوصول).

L : العدد المتوقع من الوحدات في النظام .

μ : متوسط عدد الوحدات التي يتم تقديم الخدمة لها في الوحدة الزمنية الواحدة ، وعن طريق مقدم خدمة واحد.

L_q : العدد المتوقع من الوحدات في الصف (طول صف الانتظار) .

W : الوقت المتوقع ان تنفقه وحدة واحدة في النظام (وقت الانتظار المتوقع في الصف + وقت تقديم الخدمة).

W_q : الوقت المتوقع ان تنفقه وحدة واحدة في الصف .

ρ : (معامل الاستخدام) احتمال ان يكون مقدم الخدمة مشغولاً وتمثل النسبة بين معدل الوصول ومعدل المغادرة ($\rho = \lambda/\mu$).

λ_{eff} :معدل الوصول الفعال وهو يمثل معدل الوصول λ مطروحاً منه معدل التأخيرين لذلك فان $\lambda_{eff} \leq \lambda$.

٢-١-٤ العناصر الاساسية لنموذج صف الانتظار:

يتكون نموذج صف الانتظار من سبعة مكونات او عناصر اساسية وفيما يلي عرض موجز لكل عنصر علي حدة .

٢-١-٤-١ توزيع الوصول *Arrival Distribution*:

يقصد به الكيفية التي يصل بها طالب الخدمة الي مركز تقديم الخدمة فقد يكون الوصول بمعدل ثابت ، مثلاً كل نصف ساعة يأتي الي مركز الخدمة عشرين زبون ، وقد يكون الوصول عشوائياً اي ان معدل الوصول (القدوم) يختلف من زمن لآخر . فقد يصل الزبون الي مركز الخدمة منفرداً او يصل الزبون وتتم خدمتهم مجتمعين في شكل مجموعات كما في المطاعم وعادة ما يطلق علي هذه الحالة " الخطوط المجتمعة " وهناك طريقتين للتعبير عن معدل الوصول ، قد تكون الوحدات التي تصل وتتضم للنموذج في الوحدة الزمنية ، وقد يكون التعبير في شكل الوقت الذي يمضي بين وصولين متتاليين .

٢-٤-١-٢ توزيع الخدمة *Service Distribution*:

يقصد به الكيفية التي تقدم بها الخدمة ، فقد يكون تقديم الخدمة بشكل ثابت او عشوائي . ويتم التعبير عن معدل الخدمة بطريقتين ، قد يكون علي شكل عدد الوحدات التي تقدم لها الخدمة في الوحدة الزمنية ، اود يكون علي الوقت المطلوب لتقديم الخدمة لزيون ما .

٢-٤-١-٣ طريقة تقديم الخدمة (نظام الخدمة) *Service discipline*:

هي الترتيب الذي يخدم به الزبائن ، وقد يكون علي اساس من يأتي اولاً يخدم اولاً (Service First ' First come (FCFS) وقد يكون علي اساس من يصل اولاً يخدم اخيراً (Last Come First Service (LCLS) وقد يكون علي اساس عشوائي (Service Random order (SIRO) ، وقد يكون علي اساس الاسبقية (Service in priorities (SIP) حيث تقدم الخدمة لطالبيها وفقاً لحاجتهم الملحة لها كما يحدث للمستشفيات .

٢-٤-١-٤ مركز تقديم الخدمة *Service facility* :-

ينقسم مركز تقديم الخدمة علي اساس عدد مقدمي الخدمة في النموذج ، فقد يوجد مقدم واحد (Single Channel system) وقد يكون اكثر من مقدم خدمة (Multiple Channel system) .

٢-٤-١-٥ عدد طالبي الخدمة *Input Population*:

قد يكون عدد طالبو الخدمة عدد محدود (Finite) مثل خمس الآت في احدي المصانع تصاب بالعطل بين الوقت والآخر ، وقد يكون عدد الوحدات الطالبة للخدمة عدداً لانهائياً (Infinite) مثل السيارات التي تأتي للمحطات للتزود بالوقود .

٢-١-٤-٦ طاقم النظام *System Capacity*:

طاقة النظام هي اكبر عدد يسمح النموذج بدخوله اليها (الوحدات التي في الطابور + الوحدات التي تقدم لها الخدمة) في نفس الوقت . وقد يكون عدد الوحدات محدودا مثل انتظار المرضى في حجرة أحد الاطباء ، او يكون غير محدود كالسيارات المصطفة علي طريق عام ، لدفع ضريبة المرور علي جسر معين مثلاً.

٢-١-٤-٧ السلوك البشري *Human Behavior*:

بعض الزبائن قد يصلون الي الطابور ولكن لاينضمون اليه لأن عدد كبير من الزبائن ينتظرون الخدمة لحظة وصولهم والبعض الآخر قد ينضم للطابور لفترة معينة ثم يغادره قبل حصولهم علي الخدمة التي كانوا ينتظرونها ، والبعض قد ينضم للطابور لفترة ، ثم يغادره لينضم لطابور اخر تقدم فيه نفس الخدمة ، لأنه يحتوي علي اقل عدد من الطابور الذي كان فيه، ايضاً قد يسرع مقدم الخدمة من معدل اداء الخدمة عندما يرى زيادة في طول خط الانتظار . نلاحظ انه وفقاً للطبيعة البشرية ، وقت الانتظار الذي يعتبر طويلاً لشخص معين قد لا يكون كذلك لشخص آخر وايضاً لايمكن ان تأخذ نماذج الإنتظار في الاعتبار سلوك اي زبون علي حده اثناء وجوده في مركز الخدمة ، لذلك سيعتبر السلوك الشاذ من زبون معين علي انه سلوك فردي ويجب اهماله عند تصميم النموذج .

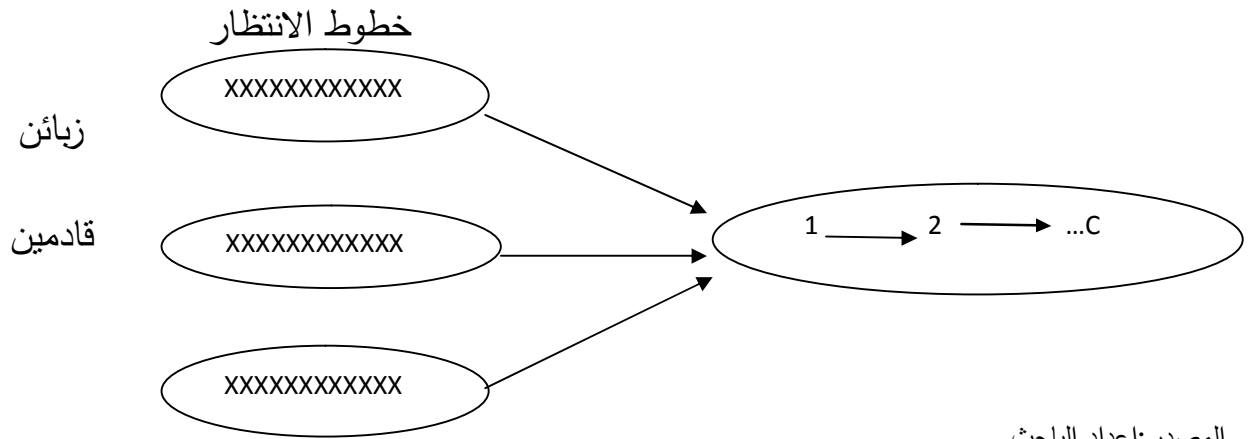
عند دراسة سلوك الصف يجب دراسة سلوك ذلك الصف لفترة طويلة نسبياً من الزمن ، وذلك لان خصائص السلوك المبدئ للنموذج قد لا تكون ممثلة للسلوك الدائم له ، وهذه الحالة تمثل حالة الاستقرار في سلوك النموذج المدروس وتسمى بحالة التوازن (Balance State) .

٢-١-٥ مقاييس الأداء لصف الانتظار :

يبين هنا حالات موت عمليات الوصول والمغادرة (بعد الحصول على الخدمة) في وقت واحد وسنركز اهتمامنا على خطوط الانتظار التي يوجد بها عدد (C) من مقدمى الخدمة على التوازي بحيث يتم خدمة عدد (C) زبون في وقت واحد . ويعرض كل مقدمى الخدمات متساوية من حيث وقت أداء الخدمة لكل زبون وهنا يتم التحدث عن نوعين هما :-

أ / خطوط انتظار متوازية : وهي ان الزبون يستلم خدمته كاملة من قناة واحدة فقط مثل محطات تعبئة الوقود للسيارات . الشكل (٢-١) .

ب / خطوط انتظار متتالية : وهي ان الزبون يستلم خدمته بالمرور على جميع قنوات الخدمة مثل انجاز معاملات الافراد فى مؤسسات الدولة

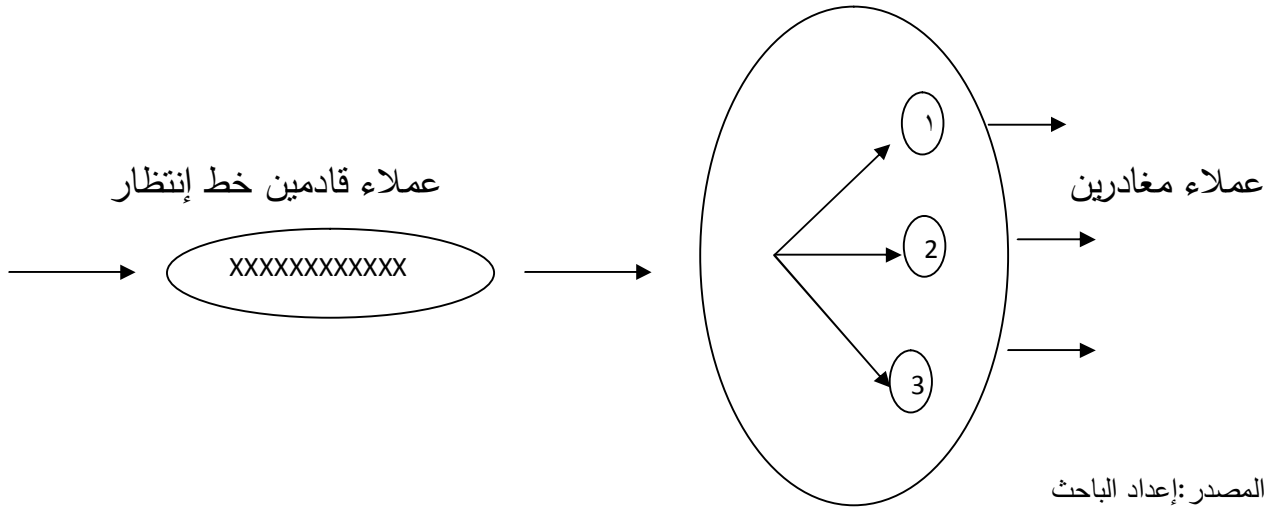


المصدر: إعداد الباحث

الشكل (١) (٢-١) نظام خدمة فى صف انتظار بقنوات متعددة ومتوازنة.

والشكل اعلاه يوضح رسم تخطيطى لنظام خطوط انتظار متوازية

نلاحظ ان عدد الزبائن المتواجدين فى النظام فى اى نقطة زمنية يشتمل على عدد الزبائن فى صفوف الانتظار بالاضافة الى الزبائن الجارى خدمتهم .



الشكل (٢-٢) نظام خدمة فى صف انتظار بقنوات متعددة ومتتالية .

والشكل (٢-٢) اعلاه يوضح رسم تخطيطى لنظام خطوط انتظار متتالية . نلاحظ ان عدد الزبائن المتواجدين فى النظام فى اى نقطة زمنية يشتمل على عدد الزبائن فى صفوف الانتظار بالاضافة الى الزبائن الجارى خدمتهم .

وتمثل الرموز الملائمة لتلخيص الخصائص الرئيسية لخطوط الانتظار المتوازية فى شكل نمطى متعارف عليه عالمياً وهو (Cox,D.R.&Simth,W.L.(1961))

$$(a/b/c) : (d/e/f)$$

حيث ترمز الحروف اعلاه الى العناصر الاساسية للنموذج هى كالاتى :-

$$a \equiv \text{توزيع الوصول}$$

$$b \equiv \text{توزيع زمن أداء الخدمة (أو المغادرة)}$$

$$c \equiv \text{عدد مقدمي الخدمة (1,2,3,.....)}$$

$\equiv D$ نظام الخدمة (Sip، siro ، lcfs، fcfc)

$\equiv E$ أقصى عدد يسمح له بالتواجد في النظام (في الصفوف + في الخدمة)

$\equiv F$ حجم مصدر طلب الخدمة

وتوجد مصطلحات نمطية تحل محل الحروف A و B لعمليات الوصول والمغادرة وهي :-

$\equiv M$ توزيع بواسون للوصول أو المغادرة (أو ما يكافئه من توزيع أسّي لفترة ما بين الوصول أو زمن الخدمة)

$\equiv D$ فترة ما بين الوصول (أو زمن أداء الخدمة) ثابتة أو محدودة

$\equiv E$ توزيع أرلنج أو جاما لفترة ما بين الوصول أو زمن الخدمة بمعلمة K

$\equiv G1$ توزيع مستقل عام للوصول (أو لفترة ما بين الوصوليين)

$\equiv G$ توزيع عام للمغادره (او زمن الخدمة) (M / M / 1) : (DG / N / ∞)

يفهم من ذلك أن النظام على وصول بتوزيع بواسون ، زمن أداء الخدمة ثابت مع وجود

١٠ من مقدمي الخدمة من مركز الخدمة . ويعتبر نظام الخدمة عام (GD) بمعنى أنه يمكن

أن يكون أي من أنظمة الخدمة أعلاه أو أي إجراء آخر يمكن أن يتبعه مقدمو الخدمة في

تحديد الترتيب الذي سيتم به اختيار الزبائن من الصف لإبتداء تقديم الخدمة لهم ويبلغ الحد

الأقصى للعدد المسموح بتواجده في النظام (في الصف + في الخدمة) عدد N زبون بصرف

النظر عن عدد الزبائن القادمين الى مركز الخدمة وأخيراً يمكن لمصدر طلب الخدمة أن ينتج عنه وصول عدد لانتهائي من الزبائن .

ويعتبر (١٩٥٣) (D. G .kendall) اول من استخدم هذه المصطلحات النمطية في

شكل (a/b/c) وهو ما يعرف في كتب بحوث العمليات بإسم ترميز كنترال notation kendall تم أضاف (1966) A.M.lee فيما لا بعد الرمزين e و d الى مصطلحات kendall . وقد استخدمنا رمز آخر لمصطلحات lee & kendall وهو رمز F الذي يمثل طاقة مصدر طلب الخدمة (أقصى عدد من القادمين يمكن ان يخرج من هذا المصدر) .

ونهدف من تحليل حالات الإنتظار ان نضع مقياسا للاداء لتقييم النظم الواقعية . ونظرا لان خط الإنتظار يعمل كدالة في الزمن فيجب ان نحدد مقدماً ما اذا كنا نرغب في تحليل النظام في ظل ظروف انتقالية transient condition او ظروف مستقره steady state condition وتسود الظروف الإنتقالية عندما يظل سلوك النظام متوقفا على الزمن . ومن ناحية أخرى تبدأ الخطوط التي تجمع بين الوصول والمغادره في ظل ظروف انتقالية ثم تصل بالتدريج الى حالة الإستقرار بعد مرور زمن طويل وكاف بشرط أن تسمح معاملات النظام بالوصول الى هذه الحالة (فمثلا من يصل خط انتظار بمعدل الوصول (λ) أكبر من معدل المغادرة (μ) ابدأ الى حالة الإستقرار مهما كان طول الزمن المنقضي ، وذلك لان حجم خط الإنتظار سيزيد مع مرور الزمن) . سنركز تحليلنا على نتائج الحالة المستقرة مع ملاحظة أنه

يمكن استخدام نفس المعدلات الأساسية للنماذج المختلفة التي سنقدمها لدراسة السلوك الإنتقالي أيضا . وتتوقف هذه النتيجة على إفتراض انه عادة ما يتم تصميم النظم لكي تبقى في العمل فترة طويلة . وعلى اي حال يجب ان نشير ايضاً الى التعقيد الشديد في تحليل الحالة الإنتقالية رياضياً بما يعني الدخول في تفاصيلها .

ان مقاييس الاداء لصفوف الانتظار هي التي تحدد بواستطها كفاءة صف الانتظار من حيث معدل الدخول ومعدل الخدمة وطول خط الانتظار ووقت الانتظار فيه ،وهي كالاتي:-

١- طول صف الانتظار l_q :

يمثل عدد الزبائن الموجود في صف الانتظار في وقت معين . ويعتبر من اهم المقاييس لقياس كفاءة النظام ، حيث بزيادة صف الانتظار تقل كفاءة النظام .

٢- طول صف الانتظار للنظام l_s :

هو عدد الزبائن الموجودين في صف الانتظار مضافاً لهم عدد الموجودين في مراكز خدمه في وقت معين ، اذ غالبا ما يكون هناك عدد من الزبائن يتلقون خدمه حتي اذا كان صف الانتظار خاليا وبذلك يتأثر النظام حتي تقل كفاءته عند زيادة عدد الزبائن الموجودين في مركز الخدمة.

٣- الوقت المتوقع للانتظار في صف الانتظار Wq :

هو الوقت المتوقع للانتظار داخل صف الانتظار مستثني منه الوقت المستغرق داخل مركز الخدمة.

٤- الوقت المتوقع للانتظار في النظام Ws :

ويمثل الوقت المتوقع للانتظار داخل صف الإنتظار مضافا له الوقت المستغرق داخل مركز الخدمة.

٥- معدل الوصول λ :

ويمثل معدل عدد الداخلين في صف الانتظار خلال الزمن . ويزيادة قيمة λ عن طاقة النظام يؤدي ذلك الي التقليل من كفاءة النظام.

٦- معدل المغادره الخدمه μ :

وهي تمثل عدد المغادرين (المخدوميين) خلال الزمن . وكلما كان معدل عدد الداخلين اكثر من معدل المغادرين قلت كفاءة النظام.

٧- عدد الزبائن في النظام $N(t)$:

$N(t)$ متغير عشوائي يعبر عن عدد الزبائن في النظام عند الزمن T ' وكلما زاد عدد الزبائن قلت كفاءت النظام .

٨- كثافة الخدمة ρ :

وهي نسبة الداخلين الي المغادرين في صف الإنتظار خلال وحدة الزمن

وعندما تكون $\rho < 1$ يكون مجتمع الوصول محدوداً (N) وتفيد في قياس توازن صف الإنتظار حيث عندما تكون $\rho \geq 1$ بمعنى أن مجتمع الدخول يصبح غير محدود (∞) .

٩- حالة النظام :

إذا كان $P_n(t)$ هي إحتمال وجود (n) زبون في النظام عند الزمن (t) فإن النظام يوصف بأنه في حالة مستقره في الزمن (stationary) لذا سلوك النظام لا يعتمد على الزمن أي الإحتمال $P_n(t)$ لا يعتمد على الزمن لذا يرمز له ب P_n ويكون النظام في حالة إستقلال على الزمن أي :

٢-١-٦ تحديد توزيعات القدوم والمغادرة عملياً:

يتوقف اختبار طريقة ما لتحليل حالة الإنتظار ، سواءً تحليلياً أو بإستخدام المحاكاة اساساً على توزيع الوصول وتوزيع زمن الخدمة وتتحدد هذه التوزيعات عملياً من خلال ملاحظة نظام الإنتظار أثناء تشغيل البيانات المطلوب تجميعها . وهنا يجب معرفة شيئين مهمين بخصوص تجميع البيانات اللازمة لعملية التحليل ، الأول هو الزمن الذي يجب ملاحظة أو مشاهدة النظام فيه ، والثاني هو كيفية جمع البيانات عادة ما توجد أوقات ذروة في حالات الإنتظار يزيد فيها معدل وصول مقارنة بالأوقات الأخرى في نفس اليوم، ففي نظام إنتظار السيارات امام إشارات المرور الضوئية على الطرقات الرئيسية فإن نظام الإنتظار يصل ذروته في ساعات الصباح الأولى مثل الساعة الثامنة صباحاً ، وكذلك في بعض ساعات المساء مثل الساعة الخامسة مساء (بإفتراض ان ساعات العمل اليومية تبدأ من الثامنة صباحاً حتى الخامسة مساء لمدة خمس أيام عمل في الإسبوع) . ولذلك يجب في مثل هذه الحالات تجميع

البيانات اثناء اوقات الذروة . وقد يبدو هذا الرأي متحفظاً ، ولكنه ضروري على إعتبار أن نظم الإنتظار لاتكون مزدحمة إلا في خلال هذه الأوقات ، ولذلك يجب أن يأخذ المصمم حالة النظام في مثل هذه الأوقات في الإعتبار .

ويمكن جمع البيانات الخاصة بالوصول أو المغادرة بإتباع طريقة من الطريقتين :

١/ قياس الفاصل الزمني بين عمليات القدوم (أو المغادرة) للحصول على الفترة الزمنية ما بين عمليات القدوم (أو أداء الخدمة)

٢/ حصر عدد القادمين (أو المغادرين) أثناء وحدة زمنية معينة (مثلا خلال ساعة)

تهدف الطريقة الأولى الى تحديد توزيع الفترة ما بين عمليات الوصول أو أداء الخدمة ، في حين تهدف الطريقة الثانية الى تحديد توزيع عدد الوصول أو المغادرة . ويمكن وصف المدخلات ومخرجات عمليات النظام في معظم نماذج الإنتظار التحليلية اما من خلال (عدد) الأحداث (القدوم أو المغادرة) أو من خلال (الفترة) ما بين الأحداث (فترة ما بين الوصول أو زمن أداء الخدمة) . ويمكن أن تتم عملية جمع البيانات بإستخدام الساعة الميقاتية stopwatch او جهاز لتسجيل الوقت آلياً . ويتطلب الأمر استخدام التسجيل كلياً عندما يكون الوصول بمعدل مرتفع .

وبعد جمع البيانات يتم تلخيصها بطريقة مفيدة تسمح بتحديد نوع التوزيع الذي تمثله هذه البيانات . وعادة ما يتم ذلك من خلال تلخيص المشاهدات في شكل مدرج تكراري ثم إستنتاج التوزيع الذي يتوافق مع هذه المشاهدات (مثلاً أسّي ، طبيعي ، بواسون) ثم تتم عملية التحقق من صحة هذا الإستنتاج بإجراء اختبار جودة التوفيق goodness of fit .

2-1-6-1 تحديد توزيع عدد الوحدات القادمة او المغادرة:

كثيراً ما تتوفر لدينا البيانات الاحصائية في شكل تكرارات يمكن بتحليلها الوصول لبعض الخصائص المهمة للمجتمع الذي اخذت منه هذه البيانات فمثلا قد تكون توزيعا تكراريا لظاهرة ما ونريد معرفة ما اذا كانت المنقطعة او المستمرة . وعند تحليل التكرارات لمعرفة خصائص المجتمع وجد ان التوزيع الذي يمكن الاستفادة منه هو توزيع χ^2 وهو من اهم وأقدم التوزيعات ويستخدم في اختبارات الاستغلال والتجانس وجودة التوفيق وفي الاستدلال عن تباين المجتمع .

فإذا رمزنا للتكرارات المشاهدة او الفعلية (Observed frequencies) ب $(F_1, F_2, F_3, \dots, F_k)$ حيث K عدد الفئات في التوزيع التكراري وللتكرارات النظرية او المتوقعة المقابلة (Expected frequencies) في حالة تحقيق التوزيع النظري ب (E_1, E_2, \dots, E_k) علي الترتيب ، فإننا نرغب ما إذا كانت التكرارات المتوقعة في حالة تحقق التوزيع النظري مقابل الفرض البديل بأنها لاتتوافق في هذه الحالة ، نستفيد من الحقيقة التي تقول ان الإحصائية χ^2 حيث

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k (F_i - E_i) / E_i$$

يتبع تقريباً توزيع χ^2 بدرجات حرية $(k-m-1)$ حيث m عدد المعالم المستقلة المقدرة اذا كانت من بيانات العينة عند حساب E_i اذا كانت حجم العينة كبيراً وفرض العدم صحيحاً ونحصل علي التكرارات المتوقعة بصفة عامة كمايلي :

١- نقدر ان معالم مجهولة تعتمد عليها دالة التوزيع النظري ونرمز لعدد المعالم المقدرة ب m .

٢- في حالة أن يكون فيها التوزيع التكراري المشاهد بدون فئات (وهي عادة حالة التوزيع المنفصل) نستخدم دالة التوزيع (أو جداولها المناسبة) في تقدير احتمالات أخذ المتغير في هذه الفئات .

٣- نحصل علي التكرارات المتوقعة المقابلة لاي قيمة او فئة بضرب مجموع التكرارات المشاهدة في احتمال هذه القيمة أو فئة . بعد الحصول التكرارات المتوقعة يتم استخدامها مع التكرارات المشاهدة في الحصول علي القيمة المحسوبة للإحصائية χ^2 والتي تقارن بالقيمة الحرجة من توزيع χ^2 بدرجة حرية $k-m-1$ لاختبار ذي طرف ايمن وفق مستوي المعنوية المحدد (ونستخدم دائماً الطرف الايمن في اختبار جودة التوفيق) ونلاحظ عند تطبيق توزيع χ^2 أن هذا التوزيع ليس في الواقع سوي تقريبا التوزيع الحقيقي للإحصائية السابقة . وقد اتضح ان التقريب يكون جيداً مادامت التكرارات المتوقعة تساوي او تزيد عن (٥) . إما إذا قلت عن ال(٥) فإنه يتم دمج التكرارات . من الواضح أن استخدام احصائية χ^2 والتي قدمها كارل برسون منذ عام ١٩٥٥م في اختبار جودة توفيق توزيع نظري لتوزيع مشاهد تبدو منطقية اذ ان قيمة هذه الاحصائية تتضخم كلما زادت الفترات بين التكرارات المشاهدة والمتوقعة أي كلما ساء التوفيق ، ويجب معرفة أن الاحصائية تتبع توزيع χ^2 بدرجات حرية $k-1$ وهذا هو الاساس الذي استندنا اليه عند استخدامنا الاحصائية في اختبار جودة التوفيق ، ونلاحظ اننا لم نقدر أي معالم هنا اذ أن جميع المعالم محددة ولهذا درجات الحرية تنقص واحد فقط أما إذا قمنا بتقدير عدد m من المعالم المستغلة فإن هذا العدد يجب طرحه من درجات الحرية ايضا وتظل الأحصائية كما هي ولكن مع التعديل في درجات الحرية المذكورة لتوزيعها .

٢-٦-١-٢ تحديد توزيع زمن القدوم أو المغادرة :

في هذه الحالة تكون البيانات موضوعة بجدول تكراري فيه فئات الزمن (دقائق ، ساعات ، ايام) وتقابلها التكرارات الفعلية وتكون خطوط حساب الاحصائية χ^2 كالآتي :-

(١) تحسب الدالة التراكمية للتوزيع الاحتمالي المستمر المطلوب اختبار ملائمة للبيانات علما بأن

$$F(x) = Pr(x \leq x) \int_{-\infty}^x f(x) dx \dots \dots \dots (2.2)$$

(٢) نحسب قيمة $F(x)$ المقابلة لكل فئة عن طريق تعويض الحد الاعلي للفئة في الدالة التراكمية المحسوبة في الخطوط (١) .

(٣) نحسب الإحتمال المقابل لكل فئة عن طريق أخذ الفرق بين كل قيمتين متتاليتين ل $F(x)$ المحسوبة في الطوة (٢) ، فمثلا الإحتمال المقابل للفئة الأولى يحسب من العلاقة الآتية :

$$\Delta F(x_1) = F(x_2) - F(x_1) \dots \dots \dots (2.3)$$

وهكذا بالنسبة لبقية الفئات .

(٤) وبعد الحصول علي الأحمالات المقابلة للفئات يتم اجراء باقي الخطوات كما هو معتاد في حالة التوزيعات المتقطعة ، حيث نحصل علي التكرارات المتوقعة من خلال ضرب الإحتمالات بمجموع التكرارات أي التكرار المتوقع يحسب من العلاقة

$$E_i(\sum f_i) \Delta F(x_i) \dots \dots \dots (2.4)$$

ومن ثم تحسب الأحصائية χ^2 كما مر سابقاً

٢-١-٧ أختبارات عملية بواسن :

لكون أن عدد الوحدات القادمة في أغلب نماذج صفوف الانتظار تتبع عملية بواسن ، لذلك سنبين في هذه الفقرة أهم الإختبارات التي تستخدم لأثبات عملية بواسن .

الفرضية المراد اختبارها هنا هي أن الوحدات القادمة الي مركز الخدمة تتبع عملية بواسن غير المتجانسة علي اعتبار ان كثافة القوم تختلف بإختلاف الفترات الزمنية . ومن الإختبارات الشائعة في هذا المجال هي اختبار مربع كاي لجودة المطابقة ، إختبار كو لموكروف - سمنروف ، وإختبار مربع كاي .

أولاً : اختبار مربع كاي لجودة المطابقة Chi- square Goodness of fit في هذا الإختبار يتم تقدير معلمة التوزيع λ من خلال البيانات وهي تمثل الوسط الحسابي المحسوبة من بيانات جدول التوزيع التكراري .

ثانياً : إختبار كو لموكروف - سمنروف Kolmogrov-smirnovtest يبدأ هذا الإختبار بتقسيم الزمن الكلي الي فترات جزئية ويفضل ان تكون ذات أطوال متساوية بحيث يكون معدل القوم تقريباً ثابت في كل فترة زمنية جزئية بهذا فإننا نحصل علي قطاعات Blocks زمنية ذات أطوال متساوية بعدد i . نعرف N_{ij} بأنها القوم ذواتسلسل z في قطاع الزمن i حيث $i = 1, 2, \dots, a$ وهكذا نحصل علي $T_{i1}, T_{i2}, \dots, T_{ij(i)}$ حيث $T_{(i)}$ تمثل العدد الكلي للوحدات القادمة في قطاع الزمن i ، ونعرف $T_{i0} = 0$ وأن

$$R_{ij} = \{J(i) + 1 - j\} \left[-\log \left(\frac{L - T_{ij}}{L - T_{i,j-1}} \right) \right] \quad j = 1, 2, 3, \dots, J(i) \dots (2.5)$$

حيث تمثل L العدد الكلي لوحدات الزمن من قطاع الزمن والواحد . وتحت فرض ان معدل

القدوم هوثابت في كل قطاع من الزمن ، فإن R_{ij} سوف تمثل متغيرات عشوائية مستقلة ذات توزيع أسي (Brown , L., et.al ,2002) .

وأخيرا يطبق إختبار كو لموكروف - سمنروف علي المتغيرات العشوائية R_{ij} . وتكمن الصعوبة في تطبيق هذا الاختبار في امكانية حصول قدوم مكثف للوحدات ضمن وحدة الزمن الواحد في القطاع وهذا يجعل T_{ij} مساوياً تقريباً ل $T_{i,j-1}$ في الصيغة (٢.٥) وهذا يؤدي بالتالي الي أن R_{ij} ستساوي الصفر .

ثالثاً : مربع كاي Chi-square Test

في هذا الاختبار نفرض أن N_{ij} تمثل عدد الوحدات القادمة الي النظام في الوحدة الزمنية z وفي القطاع الزمني i ونعرف

$$Y_{ij} = \sqrt{N_{ij} + \left(\frac{3}{8}\right)} \dots \dots (2.6)$$

$$T_i = 4 \sum_{j=1}^I (Y_{ij} - \bar{Y})^2 \dots \dots \dots (2.7)$$

وتحت افتراض أن الوحدات القادمة في وحدة الزمن الواحد تتبع عملية بواسن غير المتجانسة فإن T_i سوف تتبع توزيع مربع كاي بدرجة حرية (I-1) ، حيث i عدد القطاعات الزمنية ، وبفرض نموذج صف الانتظار للمرضي الواصلين فإن $i=22$ وعليه فإن درجة الحرية ستكون ٢١ . فإذا كان $\alpha = 0.05$ ، فإنه تقبل فرضية العدم ، أي أن عدد الوحدات القادمة تتبع عملية بواسون . أما إذا كانت $\alpha = 0.05$ ، $T_i > \chi^2_{\alpha}$ فإنه تُرفض فرضية العدم بمعنى أن عدد الوحدات القادمة x يتبع توزيع بواسون (Brown , L & Zhao,2002) .

٢-٢ عمليات الولادة والوفاة وبعض نماذج صفوف الانتظار

١-٢-٢ تمهيد:

نظام الصفوف هو عملية ولادة ووفاة بمجتمع يتكون من زبائن سواء منتظري الخدمة أو حاصلين عليها فعلاً ، وتحدث الولادة عند وصول أحد الزبائن الي مكان الخدمة ، وتحدث الوفاة عند خروج أحد الزبائن من مكان الخدمة وفي هذا الفصل نتناول بالشرح الرموز الرياضية المستخدمة وعملية الولادة والوفاة ومعادلاتها الرياضية وعملية الوصول والمغادرة ومعادلاتها ، ثم بعد ذلك نبين كيفية تحديد توزيعات نموذج الإنتظار عملياً عن طريق تحديد توزيعات الوحدات القادمة او المغادره وتوزيع أزممنتها .

٢-٢-٢ قواعد توزيعي بواسون والأسّي :

نفترض نظام صفوف الإنتظار بحيث أن عدد الواصلين والذين تقدم الخدمة

لهم خلال فترة من الوقت تتبع الشروط الآتية :

١/ احتمال حدوث أي حادثة (وصول أو مغادرة) بين الوقت (t) و $(t+h)$ يعتمد فقط على طول h (أي أن دالة الإحتمال تمتلك زيادة مستقلة ومستقرة) .

٢/ احتمال حدوث الحادثة خلال فترة صغيرة جداً من الوقت h هو كمية موجبة ولكنة أقل من الواحد .

٣/ على الأكثر حادثة واحدة ممكن أن تحدث خلال الفترة h .

نفترض أن $P_n(t)$ يمثل احتمال حدوث n من الحوادث خلال الفترة t ولذلك فإن $P_n(t)$ تمتلك زيادات مستقلة ومستقرة تبعاً للشرط الأول عندما $n=0$ فإن :

$$P_0(t+h) = P_0(t) P_0(h) \dots\dots\dots(٢.٨)$$

ومن خلال الشرط الثاني يتضح لنا أن $0 < P_0(h) < 1$ لكل قيم h ، وعلى هذا الأساس فإن حل المعادلة (٢.٨) هو :

$$P_0(t) = e^{-\alpha t}, \quad t \geq 0 \quad \dots\dots\dots(٢.٩)$$

حيث أن α هو ثابت موجب .

عندما $h > 0$ وقيمة صغيرة جداً فإن :

$$P_0(h) = e^{-\alpha h} = 1 - \alpha h + \frac{(\alpha h)^2}{2!} - \frac{(\alpha h)^3}{3!} + \dots \cong 1 - \alpha h \quad \dots\dots\dots(٢.١٠)$$

من خلال الشرط الثالث يتضح لنا أنه على الأكثر حادثة واحدة تحدث خلال h ولذلك :

$$P_1(h) = 1 - P_0(h) \cong 1 - \alpha h \quad \dots\dots\dots(٢.١١)$$

نفترض أن :

$f(t)$: دالة الكثافة الاحتمالية (P.d.f) للفترة الزمنية بين حدثين متتاليين $t, t \geq 0$.

$F(t)$: الدالة التجميعية (C.d.f) للفترة الزمنية بين حدثين متتاليين t وتسوي $\int_0^x f(x) dx$.

إذا t يمثل فترة الوقت منذ حدوث الحادثة الأخيرة فإن :

$$\left\{ \text{احتمال الوقت بين حدثين متتاليين هو أقل من الـ } T \right\} = \left\{ \text{احتمال عدم حدوث أي حادثة خلال } T \right\}$$

يعبر عنها رياضياً كالآتي :

$$P(t \geq T) = P_0(T)$$

بما أن $f(t)$ هي (P.d.f) لـ t و $P_0(t) = e^{-\alpha t}$ فإن :

$$\int_T^\infty f(t) dt = e^{-\alpha T} \quad \dots\dots\dots(٢.١٢)$$

أو بإستخدام تعريف $F(t)$ فإن :

$$1 - F(t) = e^{-\alpha T}, \quad T > 0 \quad \dots\dots\dots(٢.١٣)$$

$$f(t) = \alpha e^{-\alpha T}, \quad T > 0 \quad \dots\dots\dots(٢.١٤)$$

المعادلة (٢.١٤) تمثل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الأسي ، من ذلك نستنتج :

١. من خلال العمليات التي وصفت لاحتمالات $P_n(t)$ فإن الوقت بين حدوثين متتاليين يجب أن يتبع التوزيع الأسي .

٢. القيمة المتوقعة للتوزيع الأسي

$$E\{T\} = 1/\alpha \text{ وحدة وقت}$$

تمثل معدل فترة الوقت بين حدوثين متتاليين وان :

$$1/E\{T\} = \alpha \text{ حوادث / وحدة وقت}$$

تمثل معدل الحوادث المولدة لكل وحدة واحدة من الوقت وهذا يعني أن α تمثل معدل المغادرة عند تولد الحوادث .

٣. يمتلك التوزيع الأسي خاصية تتمثل بأن وقت حدوث الحادثة التالية هو مستقل عن حدوث الحادثة المنصرمة (الحادثة الأخيرة) أي أن :

$$\Pr \{ t > T+S / t > s \} = \Pr \{ t > T \}$$

حيث أن t هو متغير عشوائي يمثل الوقت بين حدوث حدثين متتاليين و s هو وقت حدوث الحادثة الأخيرة ولتوضيح ذلك :

$$\Pr \{ t > T+S / t > S \} = \Pr \{ t > T+S * t > S \} / \Pr \{ t > S \}$$

$$\begin{aligned}
&= \Pr \{ t > T+S \} / \Pr \{ t > T \} \\
&= e^{-\alpha(T+S)} / e^{-\alpha S} \\
&= e^{-\alpha T} = \Pr \{ t > T \}
\end{aligned}$$

هي الخاصية يطلق عليها فقدان الذاكرة (Lack Of Memory) وهي إحدى خصائص التوزيع الأسي.

٣-٢-٢ عمليات الوصول (الولادة البحتة) (Arrivals Process (Pure Birth))

في هذا المقطع نفترض أن الحادثة تمثل عملية وصول بحتة ، هذا يعني أن الزبون يشترك في النظام ولا يغادره وهذا ما ينطبق عليه بالولادة البحتة .

نشق الصيغة الاحتمالية $P_n(t)$ بالاعتماد على الشروط المعطاة سابقاً عندما $n > 0$ و $h > 0$ وقيمة صغيرة جداً فإن :

$$P_n(t+h) = P \left\{ \begin{array}{l} \text{وصول } n \text{ زبون من خلال } t \text{ وعدم وصول أي زبون خلال } h \\ \text{أو} \\ \text{وصول } n-1 \text{ من الزبائن خلال } t \text{ ووصول زبون واحد خلال } h \end{array} \right.$$

يعبر عنها رياضياً كالاتي :

$$P_n(t+h) = P_n(t) P_0(h) + P_{n-1}(t) P_1(h) , \quad n= 1,2,\dots \quad \dots\dots(٢.١٥)$$

$$P_n(t+h) = P_0(t) P_0(h) , \quad n= 0 \quad \dots\dots(٢.١٦)$$

نستبدل معدل تولد الحوادث (α) بوساطة معدل الوصول (λ) وباستخدام النتائج التي تم التوصل اليها سابقاً :

$$P_0(h) = e^{-\lambda h} \cong 1 - \lambda h$$

$$P_1(h) = 1 - P_0(h) \cong \lambda h$$

فإن المعادلتين (2.15) و (2.16) تصبح كالآتي :

$$P_n(t+h) \cong P_n(t) (1 - \lambda h) + P_{n-1}(t) \lambda h ; n > 0$$

$$P_0(t+h) \cong P_0(t) (1 - \lambda h)$$

بقسمة طرفي المعادلتين نحصل على :

$$(P_n(t+h) - P_n(t))/h \cong -\lambda P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t)$$

$$(P_0(t+h) - P_0(t))/h \cong -\lambda P_0(t)$$

بأخذ الغاية عندما h تقترب من الصفر فإن :

$$P'_n(t) = -\lambda P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t) \dots\dots\dots(2.17)$$

$$P'_0(t) = -\lambda P_0(t) \dots\dots\dots(2.18)$$

من (2.18) نحصل على

$$P'_n(t) / P_0(t) = -\lambda$$

$$\int (P'_n(t)/P_0(t)) dt = -\lambda df$$

$$L_n P_0(t) = -\lambda t + C$$

$$P_0(t) = \exp(-\lambda t + C)$$

عندما $t=0$ فإن :

$$1 = e^C$$

ولذلك فإن الصيغة النهائية هي :

$$P_0(t) = e^{-\lambda t} \dots\dots\dots(2.19)$$

ويضرب طرفي المعادلة (2.17) ب $(e^{\lambda t})$ نحصل على :

$$e^{\lambda t} P'_n(t) + \lambda e^{\lambda t} P_n(t) = \lambda e^{\lambda t} P_{n-1}(t)$$

$$d/dt[e^{\lambda t} P_n(t)] = \lambda e^{\lambda t} P_{n-1}(t) \dots\dots\dots(2.20)$$

عندما $n=1$ فإن :

$$d/dt[e^{\lambda t} P_1(t)] = \lambda e^{\lambda t} P_0(t)$$

بتعويض المعادلة (2.19) أعلا :

$$d/dt[e^{\lambda t} P_1(t)] = \lambda e^{\lambda t} e^{-\lambda t}$$

$$e^{\lambda t} P_1(t) = \lambda \int dt$$

$$e^{\lambda t} P_1(t) = \lambda t + C$$

عند $t=0$ فإن

$$C=0$$

ولذلك فإن الصيغة النهائية هي :

$$P_1(t) = \lambda t e^{-\lambda t}$$

عندما $n=2$ فإن المعادلة (2.20) تصبح كالآتي :

$$d/dt[e^{\lambda t} P_2(t)] = \lambda e^{\lambda t} P_1(t)$$

$$d/dt[e^{\lambda t} P_2(t)] = \lambda e^{\lambda t} (\lambda t e^{-\lambda t})$$

$$d/dt[e^{\lambda t} P_2(t)] = \lambda^2 t$$

$$e^{\lambda t} P_2(t) = \lambda^2 \int t dt$$

$$e^{\lambda t} P_2(t) = \lambda^2 (t^2/2 + c)$$

$$C=0$$

$$P_2(t) = \frac{\lambda t^2 e^{-\lambda t}}{2!}$$

ومن ذلك نستنتج بأن القانون العام للصيغة الاحتمالية $P_n(t)$ هو:

$$P_n(t) = \frac{\lambda t^n e^{-\lambda t}}{n!} \quad ; \quad n=0.1.2.....$$

من ذلك يظهر أن الصيغة الاحتمالية $P_n(t)$ تتوزع بتوزيع بواسون بوسط حسابي وتباين مقدارة λt وهذا يعني أن عدد الحوادث (وصول) التي تحدث خلال الفترة الزمنية t تتبع توزيع بواسون بمعدل λt .

٢-٢-٤ عمليات المغادرة (الوفاة البحتة) *Departures Process (Pure Death)*

نفترض نظام صفوف إنتظار يحتوي على عدد من الزبائن N الذي موقع الخدمة بمعدل M بعد حصوله على الخدمة ولايسمح بإشتراك زبائن جدد في النظام ، هذه العملية يطلق عليها عملية الوفاة البحتة . نشق الصيغة الاحتمالية q_n والتي تمثل احتمال حدوث n من الحوادث (مغادرة) خلال t بالأعتماد على الشروط المعطاة سابقاً وبإستبدال معدل تولد الحوادث (α) بمعدل المغادرة M .

$$q_0(h) = e^{-Mh} \cong 1 - Mh$$

$$q_1(h) = 1 - q_0(h) \cong Mh$$

المعادلات التي تمثل $q_n(t+h)$ تكون كالاتي :

$$q_N(t+h) \cong q_N(t) (1 + q_{N-1}(t)) Mh \quad ; \quad n = N \quad \dots\dots\dots(2.21)$$

$$q_n(t+h) \cong q_n(t) (1 - Mh + q_{n-1}(t)Mh) \quad ; \quad 1 < n < N \quad \dots\dots\dots(2.22)$$

$$q_0(t+h) \cong q_0(t) (1- Mh) \quad ; \quad n=0 \quad \dots\dots\dots(2.23)$$

من المعادلة (2.21) نلاحظ أنه في حالة مغادرة كل الزبائن N خلال الفترة t فإن احتمال عدم حدوث مغادرة خلال الفترة h هو مؤكد = 1 ، بتبسيط المعادلات وأخذ الغاية عندما h تقترب من الصفر نحصل علي :

$$q'_N(t) \cong Mq_{N-1}(t) \quad ; \quad n=N$$

$$q'_n(t) \cong -Mq_n(t) + Mq_{n-1}(t) \quad ; \quad 1 < n < N$$

$$q'_0(t) \cong -Mq_0(t) \quad ; \quad n=0$$

الحل النهائي للمعادلات أعلاة هو :

$$q_n(t) = \frac{(Mt)^n e^{-Mt}}{n!} \quad ; \quad n=0,1,2,\dots,N-1$$

$$q_N(t) = 1 - \sum_{n=0}^{N-1} q_n(t) \quad ; \quad n=N$$

٢- ٢- 5- بعض نماذج صفوف الانتظار:

هنالك عدد من نماذج صفوف الإنتظار التي يمكن اشتغاق الصيغ الرياضية بخصوصها مستخدمين في ذلك عملية الولادة والوفاة . عند الكلام عن الأنواع الأساسية لنماذج صفوف الإنتظار يتم التصنيف على اساس القسم الأول من المصطلح (سبق التحدث عن المصطلح في الفل الثاني) أي (a,b,c) على اعتبار ان القسم الثاني (d,e,f) تكون تصنيفات النماذج علي اسس ثانوية ، وسوف نهتم في ظل ظروف الحالة المستقرة بتحديد مقاييس الأداء الاساسية لكل نموذج وهي:

$$P_n \equiv \text{احتمال وجود } (n) \text{ وحدة في النظام .}$$

$L_s \equiv$ العدد المتوقع من الوحدات في النظام .

$L_q \equiv$ العدد المتوقع من الوحدات في الصف .

$W_s \equiv$ زمن الإنتظار في النظام (في الصف + في الخدمة).

$W_q \equiv$ زمن الإنتظار المتوقع في الصف .

وباتعريف سنجد أن :

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n \quad \dots\dots\dots(2.24)$$

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} (n - c)P_n \quad \dots\dots\dots(2.25)$$

وتوجد علاقة قوية بين L_s و W_s (وايضاً L_q و W_q) بحيث انه يمكن تحديد اي مقياس من

الآخر . وعلى وجه الخصوص ، وبإفتراض أن معدل القدوم $\lambda =$ سنجد أن :

$$L_s = \lambda * W_s \quad \dots\dots\dots(2.26)$$

$$L_q = \lambda * W_q \quad \dots\dots\dots(2.27)$$

وتبقى هذه المعادلات صحيحة حتى في ظل الظروف العامة التي لا تتقيد بطبيعة توزيع القدوم

أو زمن الخدمة . وعلى اي حال يجب تعديل هذه المعادلات في الحالة الخاصة التي يكون

فيها معدل القدوم هو λ لكن لا يستطيع كل القادمين أن يلتحقوا بالنظام (وذلك عندما يوجد حد

أقصى لعدد الموجودين في النظام) وذلك من خلال اعادة تعريف λ لتشمل الزبائن الذين

التحقوا بالنظام فقط ولذلك ، بجعل :

(معدل القدوم الفعال لهؤلاء الذين يلتحقون بالنظام) $\lambda_{\text{eff}} =$ سنجد أن :

$$L_s = \lambda_{\text{eff}} W_s \quad \dots\dots\dots(2.28)$$

$$L_q = \lambda_{\text{eff}} W_q \quad \dots\dots\dots(2.29)$$

وبصفة عامة سنجد أن :

$$\lambda_{\text{eff}} = \beta \lambda \quad 1 > \beta > 0 \quad \dots\dots\dots(2.30)$$

مما يعني أن جزءاً من القادمين يمكنهم أن يلحقوا بالنظام . ويلاحظ أنه يمكن تحديد قيمة λ_{eff} معبراً عنها بدلالة L_s و L_q بالطريقة التالية ، فبالتعريف نجد أن :

زمن الخدمة المتوقع + زمن الإنتظار المتوقع في الخط = زمن الإنتظار المتوقع في النظام

إذن بمعرفة معدل الخدمة μ سيكون زمن الخدمة المتوقع هو $1/\mu$ تحصل على العلاقة التالية :

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad \dots\dots\dots(2.31)$$

وبضرب كل الطرفين في λ سنحصل على

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \quad \dots\dots\dots(2.32)$$

وتظل هذه العلاقة صحيحة ايضاً عندما تحل λ_{eff} محل λ بحيث يمكن تحديد λ_{eff} بمعرفة قيمة L_s و L_q كما يلي :

$$\lambda_{\text{eff}} = \mu (L_s - L_q) \quad \dots\dots\dots(2.33)$$

سنركز في كل نماذج الإنتظار التي سنتناولها في هذا الفصل علي اشتقاق ال P_n في معظم نماذج الإنتظار في حين أن حساب توزيع وقت الإنتظار سيكون معقداً للغاية ولذا سيكون من الأفضل دائماً حساب قيمة كل من W_s و W_q من خلال L_s و L_q .

سنتناول فيما يلي عدد من نماذج الإنتظار تجمع بين القوم والمغادرة وسنلخص خصائص كل نموذج بإستخدام مصطلحات Kendall المذكورة سابقاً وسيكون الأَاحتمال P_n هو النتيجة الأساسية لكل نموذج في حالة الأَستقرار. وسنجد أن حساب P_n سيكون مستغلاً تماماً عن نظام الخدمة المستخدم في تحديد اولويات خدمة الزبائن ، ولذلك سنجد المصطلح GD (نظام خدمة عام) لكي نشير الي أن P_n تنطبق علي اي نظام للخدمة ويجب أن نؤكد أن نظام الخدمة يؤثر علي تحديد توزيع زمن الإنتظار لذلك يجب تحديد نوع نظام الخدمة عند تحديد توزيع زمن الإنتظار.

٢-٥-٢-١ النموذج (M/M/1):(GD/∞/∞)

وهو نموذج حالة وجود قناة واحدة لتقديم الخدمة ، حيث يوجد في هذا النموذج مقدم خدمة واحد فقط مع طاقة غير محدودة علي استيعاب اي عدد من الزبائن في النظام وعدد لانهاى من القادمين. ويتبع القوم والمغادرة توزيع بواسون بالمعدلات λ و μ على التوالي .

عند اشتقاق معادلات الفروق التفاضلية للأَاحتمال $P_n(t)$ والذي يمثل إَاحتمال وجود عدد n زبون في النظام أثناء المدي الزمني t ثم اخذ النهاية $t \rightarrow \infty$ يتم الحصول علي الإَاحتمال P_n للحالة المستقرة . ويتم إَاشتقاق معادلات الفروق التفاضلية للأَاحتمال $P_n(t)$ بإستخدام نفس الأفكار التي استخدمناها مع نماذج الولادة فقط والوفاة فقط وسنجد أن :

$$P_n = (1-\rho) \rho^n \quad n=0.1.2\dots \quad \dots\dots\dots (2.34)$$

حيث $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$ تمثل كثافة الخدمة.

واضح من الصيغة (2.18) تمثل التوزيع الهندسي بالمعملة (ρ) . وبتطبيق الصيغ (2.24)-(2.27)

(2.27) نلاحظ أن مقاييس الأداء للنموذج سيكون وفق الصيغ الآتية :

$$L_s = \frac{\rho}{1-\rho} \dots\dots\dots(2.35)$$

لاحظ أن تقارب $\sum_{n=0}^{\infty} \rho^n$ يكون مضموناً بصورة مؤكدة لأن $\rho < 1$ ويمكن الآن الحصول علي كل مقاييس الأداء الأساسية باستخدام العلاقات الموضحة سابقاً وكمايلي :

$$L_s = E[n] = \frac{\rho}{1-\rho} \Rightarrow L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\rho^2}{1-\rho} \dots\dots\dots(2.36)$$

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} \dots\dots\dots(2.37)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} \dots\dots\dots(2.38)$$

٢-٥-٢-٢ النموذج (M/M/1):(GD/N/∞)

وهو نموذج وجود قناة واحدة لتقديم الخدمة مع طاقة محدودة للنظام ، يتمثل الاختلاف الوحيد بين هذا النموذج و النموذج (M/M/1):(GD/∞/∞) في اقصي عدد من الزبائن يسمح بتواجده في النظام سيكون N (الحد الأقصى لطول الخط =N-1) وهذا يعني أنه بمجرد وجود عدد N زبون في النظام ، لن يسمح لزبائن جدد أن يلتحقوا بالنظام ويرتب علي ذلك أن يصبح معدل القدوم فعال λ_{eff} أقل من المعدل λ الذي يمثل القدوم للمجتمع من مصدر طالب الخدمة . وستكون معادلات الفروق التفاضلية للنموذج الحالي هي نفسها الخاصة بالنموذج (M/M/1):(GD/∞/∞) عندما تكون $n=0$ و $0 < n < N$ وسنجد أن :

$$P_n = \begin{cases} \left[\frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \right] \rho^n , & \rho < 1 \\ \frac{1}{N-1} , & \rho = 1 \end{cases} \quad n=0.1.2\dots\dots\dots(2.39)$$

للإطلاع على تفاصيل اشتقاق هذه المعادلة يمكن الرجوع إلي (طه،حمدي ١٩٩٤م، ص ص ٨٠٧-٨٠٥).

نلاحظ أنه لاجابة لأن تكون $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ أقل من الواحد كما في حالة النموذج السابق وذلك لأن الذي سيتحكم في العدد المسموح بوجوده في النظام في النظام في هذه الحالة هو طول الصف والذي يساوي (N-1) وليس المعادلات النسبية للوصول والمغادرة λ و μ ، وبإستخدام معادلة P_n أعلاة نجد أن العدد المتوقع في النظام يمكن تحديده بإستخدام :

$$L_s = \begin{cases} \rho \left[\frac{1-(N+1)\rho^N + N\rho^{N+1}}{(1-\rho)(1-\rho^{N+1})} \right] , & \rho \neq 1 \\ \frac{N}{2} , & \rho = 1 \end{cases} \quad n=0.1.2... \quad \dots\dots\dots(2.40)$$

وبذلك يمكن اشتقاق L_q و W_s و W_q من L_s بمجرد تحديد معدل القدوم الفعال λ_{eff} ، حيث أن احتمال أن الزبون بالنظام يساوي P_n أي احتمال أن يوجد عدد N زبون في النظام فإن نسبة الزبائن الذين يتحققون بالنظام يجب أن يساوي $P=[n>N]=1-P_n$ ، وبذلك نجد أن :

$$\lambda_{eff} = \lambda (1-P_N) \quad \dots\dots\dots(2.41)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda_{eff}} = \frac{L_q}{(1-P_N)\lambda} \quad \dots\dots\dots(2.42)$$

$$L_s = L_q + \frac{\lambda_{eff}}{\mu} = L_q + \frac{\lambda(1-P_N)}{\mu} \quad \dots\dots\dots(2.43)$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = \frac{L_s}{\lambda(1-P_N)} \quad \dots\dots\dots(2.44)$$

ويمكن بيان أن :

$$\lambda_{eff} = \mu(L_s - L_q) = \lambda (1-P_N) \quad \dots\dots\dots(2.45)$$

٢-٥-٢-٣ النموذج (GD/N/∞):(M/G/1):

وهو نموذج وجود قناة واحدة لتقديم الخدمة مع معلومية أن معدل الخدمة لا يتبع توزيع بواسون للاحتتمالات ، لأشتقاق معادلات مقاييس هذا النموذج مستخدم معادلة Pollaczek - Khintchine والتي يرمز لها إختصاراً بمعادلة (P-K) ، ويمكن اشتقاق هذه المعادلة في حالة مقدم خدمة واحد بناءً على الفروض الأتية : (Morse , 1958)

١/ وصول بتوزيع بواسون بمعدل λ .

٢/ توزيع عام لزم الخدمة بمتوسط $E(t)$ وتباين $Var(t)$.

٣/ سيادة شروط حالة الإستقرار مع $\rho = \lambda E[t] < 1$

لاحظ أن الفرض الثاني يغير الحالة من التحليل المعروف " وصول بتوزيع بواسون ومغادرة بتوزيع بواسون " ، وفي هذه الحالة ستكون عملية اشتقاق الصيغ الرياضية للإحتمال P_n معقدة وتعتمد علي السلاسل الماركوفية . ونوجد L_s والتي منها نحصل علي L_q و W_s و W_q وذلك من خلال معادلة (P-K) التالية :

$$L_s = \lambda E[t] + \frac{\lambda^2(E^2[t] + Var[t])}{2(1-\lambda E[t])} \dots\dots\dots(2.46)$$

ومنها نحصل على :

$$L_q = L_s - \lambda E[t] \dots\dots\dots(2.47)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \dots\dots\dots(2.48)$$

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \dots\dots\dots(2.49)$$

نلاحظ أن معدل الخدمة $\mu = \frac{1}{E[t]}$

٢-٥-٤-٢ النموذج (M/M/C):(GD/N/∞):

وهو نموذج وجود أكثر من قناة واحدة لتقديم الخدمة مع محدودية طاقة النظام علماً بأن $c \leq N$ ، وتتم عملية القدوم في هذا النموذج بمعدل λ مع امكانية خدمة عدد c زبون في وقت واحد كحد أقصى ، في وجود حد اقصى N لطاقة النظام (أي أن أقصى عدد يمكن أن يوجد في النظام N) بالتالي يكون اقصى عدد في الصف (الحد الأقصى لحجم الصف هو $N-c$) وباشتقاق صيغة الإحتمال P_n مع ملاحظة أن $\rho = \lambda/\mu$ نجد أن :

$$P_n = \begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} P_0 & , \quad 0 \leq n \leq c \\ \frac{\rho^n}{n!n^{n-c}P_0} & , \quad c \leq n \leq N \end{cases} \dots\dots(2.50)$$

كما نجد أن :

$$P_0 = \begin{cases} \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c (-\frac{\rho}{c})^{N-c+1}}{c!(1-\frac{\rho}{c})} \right]^{-1} & , \quad \frac{\rho}{c} \neq 1 \\ \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} (N-c+1) \right]^{-1} & , \quad \frac{\rho}{c} = 1 \end{cases} \dots\dots(2.51)$$

نلاحظ عدم ضرورة أن تكون كثافة الخدمة $\frac{\rho}{c}$ أقل من الواحد

$$L_q = \begin{cases} P_0 \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} \left[1 - \left(\frac{\rho}{c}\right)^{N-c} - (N-c)\left(\frac{\rho}{c}\right)^{N-c} \left(1 - \frac{\rho}{c}\right) \right] & , \frac{\rho}{c} \neq 1 \\ P_0 \frac{\rho^c (N-c) (N-c+1)}{2c!} & , \frac{\rho}{c} = 1 \end{cases} \quad \dots\dots(2.52)$$

$$L_s = L_q + (c - c^-) = L_q + \frac{\lambda_{\text{eff}}}{\mu} \quad \dots\dots\dots(2.53)$$

حيث :

$$c^- = \sum_{n=0}^c (c - n) P_n \quad \dots\dots\dots(2.54)$$

وتمثل c^- في العدد المتوقع لمقدمي الخدمة المتعطلين .

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda (1 - P_N) = \mu(c - c^-) \quad \dots\dots\dots(2.55)$$

حيث $(c - c^-)$ تمثل العدد المتوقع لمقدمي الخدمة غير المتعطلين (المشغولين) ، فإن $\mu(c - c^-)$ تمثل العدد الفعلي المخدوم لكل وحدة زمن أي معدل القدوم الفعال .

٢-٥-٥-٢ النموذج $(M/M/\infty):(GD/\infty/\infty)$:

ويسمى بنموذج اخدم نفسك بنفسك مع وجود عدد لانتهائي من مقدمي الخدمة ، لن يوجد في هذا النموذج قيد على مقدمي الخدمة Service حيث سيكون الزبون نفسه هو مقدم الخدمة مثل المطعم ذي البوفيه المفتوح وعلى كل زبون أن يخدم نفسه بنفسه . لاحظ أن هذه الحالة

لاتتطبيق على محطات البنزين اخدم نفسك او على الصراف الآلي في البنك الذي يعمل ٢٤ ساعة فعلى الرغم من أن الزبون هو الذي يقوم بالخدمة بنفسه الا أن مقدم الخدمة في هذه الحالة سيكون مضخة البنزين او الحاسب العالي للبنك وليس الزبون . نشق معادلة P_n

$$P_n = \frac{c^\rho \rho^n}{n!}, \quad n=0.1.2..... \quad \dots\dots\dots(2.56)$$

والتي تعتبر بواسون بمتوسط $E[n] = \rho$ كما سنجد أن :

$$L_s = E[n] = \rho \quad \dots\dots\dots(2.57)$$

$$W_s = \frac{1}{\mu} \quad \dots\dots\dots(2.58)$$

$$L_q = W_q = 0 \quad \dots\dots\dots(2.59)$$

نلاحظ أن $W_q = 0$ لأن كل زبون يخدم نفسه ولا ينتظر الخدمة من احد . ويترتب على ذلك أن زمن الإنتظار في النظام W_s سيكون مساوياً لمتوسط زمن الخدمة $\frac{1}{\mu}$.

ومن السهولة الحصول على إحصائيات الحالة الإنتقالية $P_n(t)$ لهذا النموذج حيث ستكون النتيجة النهائية كما يلي :

$$P_n(t) = \frac{e^{-a} a^n}{n!}, \quad n=0.1.2..... \quad \dots\dots\dots(2.60)$$

حيث $a = \rho (1 - c^{-\mu t})$ وهي تعبر بواسون بمتوسط مساوي ل $E[\frac{n}{t}] = a$ ويمكن إستخدام نتائج النموذج $(M/M/\infty):(GD/\infty/\infty)$ لتقريب نتائج النموذج $(M/M/c):(GD/\infty/\infty)$ عندما تزيد c زيادة كافية وبذلك سنستفيد من ميزة سهولة العمليات الحسابية الخاصة بالنموذج $(M/M/\infty)$ كلما اصبحت ρ صغيرة (بمعني أن تكون λ اصغر بكثير من μ) عندها سيصبح النموذج $(M/M/\infty)$ تقريباً ملائماً للنموذج $(M/M/c)$.

٦-٥-٢-٢ النموذج (M/M/R):(GD/K /K):

وهو نموذج خدمة الآلات ويفترض هذا النموذج وجود عدد R عامل فني لخدمة عدد K آلة ، R < K . نلاحظ أن الآلة المعطلة الجاري إصلاحها لن تستطيع أن تطلب خدمة إصلاح جديدة إلا بعد إصلاحها من العطل الحالي وتصبح سليمة . وبذلك سيكون هذا النموذج مثلاً لمصدر محدود لطلب الخدمة (Bunday & Scratos , 1980) .

نجد أن

$$P_n = \begin{cases} \binom{K}{n} \rho^n P_0 & , \quad 0 \leq n \leq R \\ \binom{K}{n} \frac{n! \rho^n}{R! R^{n-R}} P_0 & ' \quad R \leq n \leq K \end{cases} \dots\dots\dots(2.61)$$

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^R \binom{K}{n} \rho^n + \sum_{n=R+1}^K \binom{K}{n} \frac{n! \rho^n}{R! R^{n-R}} \right\}^{-1} \dots\dots\dots(2.62)$$

اي أن :

$$L_q = \sum_{n=R+1}^K (n - R) \rho_n \quad ' \quad R > 1 \quad \dots\dots\dots(2.63)$$

$$L_s = L_q + (R - R^-) = L_q + \frac{\lambda \text{ eff}}{\mu} \quad ' \quad R > 1 \quad \dots\dots\dots(2.64)$$

حيث R يمثل العدد المتوقع للفنيين المتعطلين ، علماً بأن :

$$R^- = \sum_{n=0}^R (R - n) \rho_n$$

أن :

$$\lambda_{\text{eff}} = \mu (R - R^-) = \lambda (K - L_s)$$

ويتم الحصول على المعادلة الثابتة لمعدل القدوم الفعال λ_{eff} بطريقة اخرى ، وهي : بما أن معدل القدوم بإفتراض وجود n آلة في النظام يكون $\lambda (K - n)$ (حيث λ تمثل معدل عطل الآلة) ، فسيكون معدل القدوم الفعال في ظل ظروف الحالة المستقرة كما يلي :

$$\lambda_{\text{eff}} = E \{ \lambda (K - n) \} = \lambda (K - L_s)$$

وتتطبق هذه النتائج علي حالة وجود عامل فني واحد بجعل $R=1$ في هذه الحالة يمكن

بيان أن :

$$\left. \begin{aligned} L_q &= K - \left(1 + \frac{1}{\rho}\right) (1 - P_0) \\ L_s &= K - \frac{1 - P_0}{\rho} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.65)$$

٣-٢ العمليات البواسونية غير المتجانسة وخصائصها

٣-٢-١- تمهيد

تفترض معظم نماذج صفوف الانتظار أن وصول الوحدات الي نظام الصف ومغادرتة لة يتم وفق بما يسمى بعملية الولادة والوفاة التي تستخدم في نظرية الاحتمالات . فالعملية البواسونية غير المتجانسة هي عبارة عن عملية وصول للوحدات المختلفة (الولادة) خلال فترة زمنية محددة ولكن بمعدلات وصول تختلف في كل فترة زمنية .

٢-٣-٢ العملية البواسونية المتجانسة Homogeneous Poisson Process

هي عملية العد $\{N(t) ; t \geq 0\}$ يقال لها عملية بواسون بمعدل (λ) عندما $\lambda > 0$ وتوافرت الشروط الاتية

1- عدد الحوادث بالزمن صفر تساوي صفر $N(0) = 0$.

2- إن العملية $\{N(t); t \geq 0\}$ لها زيادات مستقلة (Independent Increments).

3- عدد الحوادث في أي مدة زمنية طولها (t) يتبع توزيع بواسون بمتوسط (λt)

$$P\{N(t) = n\} = \frac{\lambda(t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad \dots (2.66)$$

وإن $N(t+s)-N(s)=n$ هي عدد الحوادث في الفترة $(s, t+s)$ هي أيضا متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون بمتوسط (λt)

$$P\{N(t+s)-N(s) = n\} = \frac{\lambda(t)^n}{n!} e^{-\lambda t}; \forall S, t \geq 0 \quad \dots (2.67)$$

٣-٢-٣ العملية البواسونية غير المتجانسة وخصائصها

Properties of Non- Homogeneous Poisson Process

هي عملية العد $\{N(t); t \geq 0\}$ يقال لها عملية بواسون غير متجانسة بدالة شدة (λt)

عندما $t \geq 0$

إذا توافرت الشروط الآتية :

* عدد الحوادث بالزمن صفر تساوي صفر $N(0)=0$

* إن العملية $\{N(t); t \geq 0\}$ لها زيادات مستقلة (Independent Increments).

* احتمال حدوث أكثر من حادثة في المدة الزمنية (h) يقترب من الصفر.

$$\Pr \{N(t+h)-N(t) \geq 2\} = o(h)$$

* احتمال حدوث حادثة واحدة خلال الزمن (h)

$$\Pr \{N(t+h)-N(t)=1\} = \lambda(t)h + o(h)$$

حيث إن الحد $o(h)$ يرمز لأي كمية تؤدي إلى الصفر عندما h تقترب من الصفر

وبذلك تكون العملية البواسونية $\{N(t); t \geq 0\}$ تتبع توزيع بواسون بدالة كتلة

احتمالية

$$\Pr \{N(t) = n\} = \frac{[m(t)]^n e^{-m(t)}}{n!}; \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.68)$$

حيث إن $m(t)$ تمثل معلمة العملية (المعدل) ، وهي نسبة تراكم الحدوث للمعدل الزمني ، (Cumulative Rate of Occurrence)، وتُعرف بالصيغة الآتية :

$$M(t) = \int_0^t \lambda(u) du \quad ; t > 0 \quad \dots\dots\dots(2.69)$$

فإذا كانت $\lambda(t)$ ، هي كمية ثابتة لجميع قيم t أي ان $m(t)$ خطية في t فان العملية $\{ N(t) ; t \geq 0 \}$ هي عملية بواسونية متجانسة (Homogeneous Poisson Process) بنسبة حدوث (λ) . أما اذا كانت $\lambda(t)$ متغيرة أي انها تتغير بتغير الزمن فإن العملية $\{ N(t) ; t \geq 0 \}$ هي عملية بواسونية غير متجانسة (Non-Homogeneous Poisson Process)

يُعد الباحث (Feller) أول من أعطي تعريفاً رصينا للعملية البوسونية مع ابرز خصائصها التالية :

١. العملية البواسونية توصف من خلال المتغير العشوائي $N(t)$ ، الذي يمثل عدد الحوادث التي تحدث في المدة الزمنية $(0, t)$ ، إذ إن $t < t_n$ ، وأن T_n يمثل الزمن التراكمي لحين حدوث الحادثة n ، وإن $N(t)$ تنتمي لفضاء الحالة S . وتكون المتغيرات $\{ N(t) \}$ ذات طبيعة متزايدة ، فعندما $t_1 < t_2$ فإن $N(t_1) < N(t_2)$ مع افتراض انه عند نقطة الاصل فإن $N(0) = 0$. إذا كانت $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ تمثل أوقات وصول .

٢. ان العملية البواسونية $\{N(t); t \geq 0\}$ هي عملية تصادفية لها زيادات مستقلة ومستقرة.

٣. إن العملية البواسونية لا تمتلك ذاكرة (Memory Less) أي أن حدوث حادثة مستقبلية لا يعتمد على المعلومات الحالية أو الماضية بمعنى آخر لا يمكن التنبؤ بحصولها.

٤. إن احتمال حدوث أي حادثة في فترة زمنية معينة يتناسب مع طول تلك الفترة ، فإذا كانت

العملية $\{N(t); t \geq 0\}$ تمثل عدد الحوادث التي تحدث في الفترة $(0, t)$ فإن :

$$\Pr \{N(t+h)-N(t)=1\} = \lambda(t)h+o(h)$$

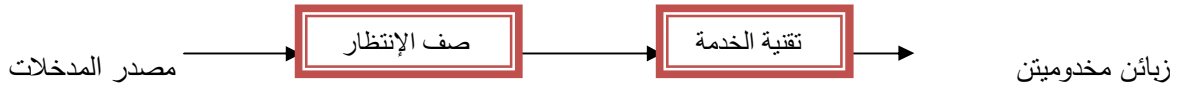
$$\Pr \{N(t+h)-N(t) \geq 2\} = o(h)$$

والاحتمالات في المعادلات السابقة تُشير إلى إن اتجاه الزمن يجب أن لا يغير من خاصيتها أي أن قيمتها لا تتغير بتغير الزمن . في هذه العملية لا تحدث الحوادث إطلاقاً في آنٍ واحد، بمعنى آخر أن حدوث الحوادث يكون بصورة مستقلة كل حادثة عن الحادثة التي تليها.

٢-٣-٤- العلاقة بين استخدام العمليات البواسونية غير المتجانسة ونماذج نظرية صفوف الأنتظار

Relationship between Non - Homogenous Poisson Processes and Queuing Theory Models

يمكن تعريف نظرية صفوف الأنتظار على أنها دراسة أوقات الأنتظار وخصائص الصفوف بمصطلحات أو أنها خط الأنتظار للأشياء التي تنتظر الخدمة و يمكن أن تكون زبائن في عيادة طبية أو زبون في بنك أو محطة وقود أو مجموعة بيانات في شبكات الانترنت. ظهر الشكل أدناه الهيكلية العامة لنظرية صفوف الأنتظار.



شكل رقم (1-4)

في نظرية صفوف الأنتظار وفي أغلب النماذج أن السلوك الاحصائي المتبع الذي يُعبر عن وصول الزبائن بوقت مُحدد وبطريقة عشوائية هو حسب الفرضية الشائعة لعمليات بواسون (Poisson Process) بمعدل وصول ثابت (λ) .

والفرضية المكافئة له هو توزيع مُعدل وقت الخدمة فقد يكون أما توزيعاً أسياً أو توزيع إيرلانج أو اي توزيع آخر بمعدل وقت خدمة ثابت (μ) .

وعلى هذا الاساس أُستُخدمت تلك الفرضيات الأساسية في نماذج صفوف الأنتظار ذات الانواع المُتعددة وفق مقاييس الاداء المعروفة والقوانين الخاصة بكل أنموذج.

لقد أثبتت البحوث والدراسات خلال العقدین الاخيرین أن تطبيق العمليات البواسونية غيرالمتجانسة في نماذج صفوف الانتظار هي الاكفاً لبعض أنظمة الخدمة وذلك عن طريق المعدل الزمني لوصول الحوادث (Rate of Occurrence time) في أغلب النماذج الكلاسيكية والمتعارف عليها مع أنظمة صفوف الانتظار كانت تُطبق تجارياً احتمالية واحدة بزم (أفتراضي) محدد مستتب من الظاهرة كمعدل ثابت لعمليات الوصول (λ) . في تلك النماذج كونها تُعد حالة مستقرة . أما إذا كانت لأكثر من حالة أي هناك تغير في أوقات الوصول الحقيقية وهذا طبعاً يكون على أساس دالة بدلالة الزمن (t) تسمى دالة الشدة (Intensity Function) أو دالة معدل الوصول (λ) كونها تعد حالة غير مستقرة.

لهذا السبب نتجت هناك أوقات يكون فيها ازدحام بالغ الذروة (Peak Congestion)

وضغط على انشغال الخدمة (ρ) يصعب فيه الحصول على الاستقرار خلال العملية البواسونية المتجانسة مما يؤدي الى ايجاد صعوبة وأرباك في جدولة الملاكات وتوصيل الانجاز وعدم الانتظار بشكل قياسي وفق النماذج الاعتيادية لمثل هذه الحالات، والخلل في الاستقرار يؤدي الى تقليل من ثبوتية النظام واستقراريتهُ بسبب تأثير معدلات الوصول المتباينة والحل لتلك المشكلة هو استخدام نموذج بواسون الغير متجانس (NHPP) .

وعليه معلمة (λ) هي مفتاح الاختلاف بين التجانس وعدم التجانس وتم الاعتماد على دالة معدل الوصول والتي تعد دالة تتغير بتغير الزمن (t) وان ذلك يؤدي الى كون الأنموذج متحركاً لذلكُ رمز بالرمز (Mt) ، بدلاً من (M) ، وسيكون هناك فرق ملحوظ بصياغة الشكل أوالاتجاه الذي ستسلكه نماذج صفوف الانتظار الكلاسيكية بتغير حالتها من الأستقرارية (Stationary) الى عدم الأستقرارية (Non-Stationary) .

وقد دعم عدد من الباحثين استخدام أنموذج العملية البواسونية غير المتجانسة وعالجوا خاصية تغير الوقت بدالة الشدة المحددة بالوقت وتوصلوا الى إمكانية تحليل اتجاه تلك العمليات التي تعتمد على الزمن في حدوثها الى فترات مختلفة من الزمن (يوم، أسبوع، شهر، سنة) .

٣-٢-٥ دالة الشدة : *Intensity Function*

إن الصعوبة الرئيسية في العملية البواسونية غير المتجانسة تكمن في أن المعدل الزمني للحدوث $\lambda(t)$ هو دالة غير معروفة الشكل وتكون الصيغة بدلالة الزمن (t) فهناك عدة أشكال لهذه الدالة وهذا طبعاً يعتمد على طبيعة الظاهرة في تحليل سلسلة العمليات النقطية إذ أنها تضم أنواعاً عديدة منها الصيغ الثابتة واللوغاريتمية الخطية (Log- Linear Function) والجيبية ذات الشكل المتموج ومتعددة الحدود والأسية اللاخطية ودالة قانون القوة (Power-Law Function) جميعها استخدمت كمعدل زمني لحدوث الحوادث.

٣-٢-٦ أنواع الدوال الدورية: *Types of Cyclic Function*

هناك نوعين من الدوال ذات السلوك الدوري (Cyclic Behavior) قد استخدمت في نماذج نظرية صفوف الأنتظار، الأولى هي أنموذج دالة القطع الخطية في اتجاه عمليات وصول الحوادث المُقطعة (Discrete Events) والثانية كانت أنموذج الدالة الجيبية في اتجاه عمليات وصول الحوادث المُستمرة (Continuous Events).

٣-٢-٦-١ أنموذج الدالة الجيبية *Sinusoidal Function Model*

يُعد أنموذج تلك الدالة من أفضل نماذج الدوال الدورية التي أُستُخدمت في نظرية صفوف الانتظار وأكثرها شيوعاً لأنها سهلة في التطبيق ويمكن ان تمثل عمليات وصول الحوادث المستمرة.

ومن المعروف في أغلب التطبيقات للدوال الدورية هي عبارة عن مُتسلسلة فوريير (Fourier Series) والتي يمكن وصفها بأنها سلسلة من المنحنيات الجيبية المرتبطة مع بعضها بشكل توافقي وتحتوي على تكرار لعدد غير منته من النقاط خلال زمن الدورة (T) .

و الشكل المُقترح لتلك الدالة كانت تحتوي على ثلاث معلمات (a, b_1, b_2) فقاموا بمحاولة تقدير معلماتها الثلاث وفقاً لأحدى طرائق التقدير المعروفة كطريقة دالة الإمكان الاعظم (MLE). أما الصيغة المُقترحة لتلك الدالة كالآتي:

$$\lambda(t) = a + b_1 \sin(Ct) + b_2 \cos(Ct) \quad \dots\dots\dots (2.70)$$

وبعد سلسلة من العمليات الحسابية، تم التوصل الى معادلات صعبة الحل لا يمكن حلها إلا باستخدام الطرائق العددية كطريقة نيوتن رافسن او غيرها. لذلك تم ايجاد طريقة لتبسيط هذه الدالة وهي أخذ جزء من الدالة بحيث تمثل دورة كاملة مع معدلات وصول الحوادث المتأثرة بالزمن لتكون اكثر ملائمةً في نمذجة اتجاه العمليات النقطية من خلال عمليات الوصول التي تحدث بشكل مستمر على المحور الزمني والأسباب التي ادت إلي ذلك هي:

أولاً التماثل في المعلمة (Ct) كونها تمثل المدة الزمنية نفسها وكذلك قيمة الثابت (C) . ثانياً تم أخذ جهة الجيب (\sin) لأنني شكل دورة كاملة بدأً من نقطة البداية وقيمتها عند تلك النقطة مساوية للصفر بأعتباره شكل الجزء الفردي للدالة (Single Period Function) في متسلسلة فوريير .

ولهذا السبب سُميت بدالة ذات الطابع الجيبي (Sinusoidal Function) وهذا يعني بالإمكان تمثيل الدالة الدورية بسلسلة من المنحنيات الجيبية والمعروف عن الدورة الكاملة هي الدورة اليومية (Daily Cycle) وهي أربع وعشرين ساعة حيث أن هناك بعض أنواع أنظمة الخدمة كنظام خدمة الزبائن في مراكز الاتصالات ونظام الخدمة قسم الطوارئ في المستشفيات تكون آلية تقديم الخدمة فيه مستمرة طوال اليوم بمعنى آخر نظام تقديم الخدمة يكون مفتوحاً عليه أصبح الشكل المُقترح للدالة الجيبية على النحو الآتي:

$$\lambda(t) = a + b \sin(Ct) \quad 0 \leq t \leq \psi$$

ويُمكن تعريف أنموذج الدالة الجيبية بالشكل الآتي:

$$\lambda(t) = \bar{\lambda} + \beta \sin(\gamma t) \equiv \lambda + \bar{\lambda} \alpha \sin(2\pi) \psi \quad 0 \leq t \leq \psi \quad \dots(2.71)$$

$$\beta = \lambda * \alpha \quad 0 < \alpha < 1 \quad \dots(2.72)$$

$$\bar{\lambda} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \lambda(u) du \quad \dots(2.73)$$

$$\gamma \equiv C = (2\pi / \psi) * M \quad \dots(2.74)$$

حيث إن

$\bar{\lambda}$ تمثل عدد قنوات الخدمة المشغولة (No. of Busy Server) في بداية الدورة .

α : تمثل ثابت وتسمى احتمالية التأخير (Probability of Delay) وفي بعض الاحيان

تسمى السعة النسبية (Relative Amplitude) .

ψ : تمثل طول الدورة (Cycle Length) .

γ : تمثل معلمة عدم التجانس (Relative Frequency) .

$\lambda(t)$: تمثل معدل نسبة الوصول (Average Arrival Rate) أو تُسمى دالة الشدة .

M : تمثل معدل وقت الخدمة (Mean Service Time) .

٢-٣-٧ الأنموذج (GD/N/∞) (Mt/M/S) :

يُعد هذا الأنموذج أحد نماذج التأخير التي تتأثر بمعدلات وصول الزبائن المتغيرة اي التي

تعتمد على الزمن (t) بدالة دورية تسمى الدالة الجيبية $\lambda(t)$ ، أي بمعنى كل زبون يصل بزمن

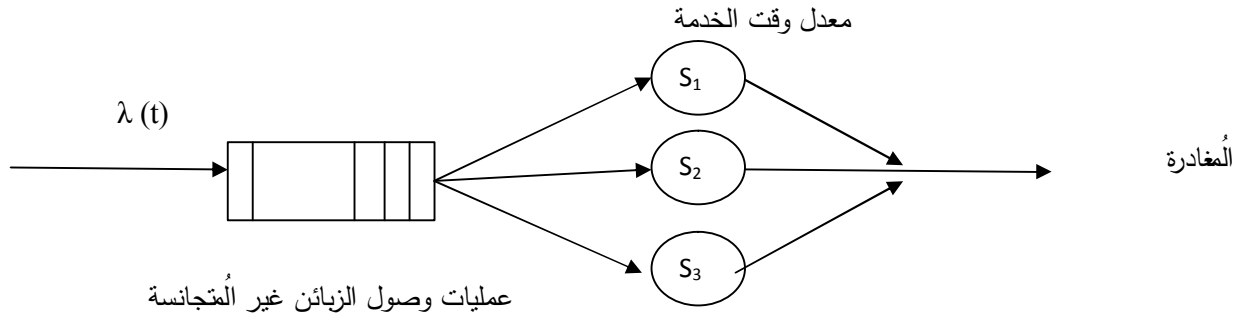
معين وهذا مياً سمي ، بالعمليات البواسونية غير المتجانسة (NHPP) .

أن النظام في هذا الانموذج قابليته محدودة بعدد (N) وهو أنموذج صف انتظار واحد ذو

قنوات خدمة متعددة بمرحلة واحدة (Single Queue Model With Multiple Servers) .

والشكل الآتي يوضح الأنموذج.

الهيكلية العامة لأنموذج صف أنتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة



شكل (4-2)

ومن الظواهر التي تنطبق على هذا النوع من النماذج هو نظام قسم الطوارئ في المستشفيات حيث ان قابلية هذا النظام محدودة باستيعاب المرضى في الردهة هذا من جهة ومن جهة أخرى فأن الخدمة فيه مستمرة طوال اليوم فضلاً عن معدلات الوصول المتباينة وتأتي هنا أهمية الدالة الدورية $\lambda(t)$ التي بالإمكان من خلالها الحصول على معدلات الوصول المختلفة. أما بالنسبة الى معدل وقت الخدمة فإنه يتبع التوزيع الأسي والذي تثبت قيمته بمقدار واحد لمنع التوزيع من التدهور والحفاظ على توزيعات خدمة مستقلة و متماثلة (Independent Identically Distribution) كإحدى الفرضيات الأساسية في هذا الأنموذج فضلاً عن طول الدورة في الدالة الدورية $[0, 2\pi / \gamma]$.

$$\mu = E[S] = 1$$

أن الصيغة الرياضية لشدة المرور (ρ) والتي تتعلق بالأنموذج (Mt/M/S) هي نفس الصيغة المتبعة في الأنموذج الكلاسيكي ولكن مع معدلات الوصول المختلفة تكون متغيرة بسبب تأثيرها بمعدلات الوصول التي تعتمد على الزمن (t) ، بمعنى آخر وصول كل زبون هو عبارة عن عملية بواسونية متجانسة (HPP). بزمن معين وجميع معدلات الوصول للزبائن ككل هي عبارة عن سلسلة من العمليات البواسونية غير المتجانسة (NHPP) كونها تمثل الحالة الطبيعية بوصول كل زبون في زمن معين، أما صيغة شدة المرور هي كالاتي:

$$\rho = \lambda (t)/S\mu \quad \dots(2.75)$$

حيث إن

$\lambda (t)$: تمثل معدلات الوصول التي تعتمد على الزمن وهي الدالة الدورية (الجيبية) .

S : تمثل عدد مراكز الخدمة (No. of Server).

μ : تمثل معدل وقت الخدمة (Mean Service Time).

٢-٣-٨ بعض الطرائق لحساب التأخير لنظام صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة (Mt/M/S)

Some Methods for Computation of Delay for Single Queue Length with Multiple Channels

هنالك نوعان من التأخير في هذا النوع من النماذج الأول هو التأخير المرتقب (Potential Delay) او ميُسمى التأخير المتوقع في طول مدة بقاء الزبون باشغاله لقناة الخدمة حتى الانتهاء من تقديم الخدمة له. والنوع الثاني من التأخير يسمى التأخير الفعلي (Actual Delay) عندما يأتي الزبون الى النظام ويكون هناك عدد من الزبائن وينتظر لحين حصوله على قناة خدمة لعدم توفر قناة خدمة متاحة، اي هناك حالات حمل زائد وبالتالي أهمل الزبون لمثل تلك الحالات.

ان الميزة المهمة في تلك المقاييس يعطينا الدقة الكافية للتمييز بين التأخير الفعلي والتأخير المرتقب حيث ان التأخير الفعلي بعد مشاهدة مباشرة وتأخير ظاهر وبالتالي أهمل للزبون أما التأخير المرتقب فأنه قاس بمدى انتظار الزبون وطول مدة بقائه في قناة الخدمة فأنها مشاهدة غير مباشرة والتأخير في بعض الاحيان لا يكون ظاهراً الا في حالات الحمل الزائد ومن هذه المقاييس كالاتي:

٣-٢-١-٧-١ مقياس طول الصف البسيط (QLs) Simple Queue Length

يُعد مقياس طول الصف البسيط من أبسط أنواع المقاييس التقديرية في حساب التأخير الحاصل للزبون قبل دخوله للخدمة والمتعارف عليه زمن الانتظار الذي يقضيه الزبون في الصف لحين حصوله على الخدمة، وهذا المقياس يستخدم لحساب التأخير المرتقب أي التأخير المتوقع الذي يمكن أن ينتظر فيه الزبون لحين بدء الخدمة ويسمى في بعض الأحيان (Length of Stay) أي طول مدة بقاءه في إشغال قناة الخدمة فكلما كان وقت تقديم الخدمة قليل بشكل قياسي كان وقت اشغاله لقناة الخدمة أقل، وهذا بدوره يؤدي إلى تقليل الضغط على نظام الخدمة ككل وتجنب حالات الازدحام بالغ الذروة.

ويمكن استخدام هذا المقياس مع الكثير من نماذج صفوف الانتظار واغلب استخداماته بالتحديد مع حساب نموذج صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة (Mt/M/S) أقل تأخير للزبون ولا سيما في حالات الحمل الزائد لأنه يعتمد على المعلومات المستحصلة من الأنموذج بمعنى آخر يعتمد على المعلمات الأساسية المتوفرة في النظام والتي تمثل (معدل الوصول، وقت الخدمة، شدة المرور).

ومن المعروف أن شدة المرور (ρ) تُعد معلمة أساسية ومهمة في نظرية صفوف الانتظار وهي نسبة وقت الخدمة إلى معدلات الوصول والتي يستوجب ضرورة الحفاظ على قيمتها أقل من الواحد لتجنب انفجار الطابور وبالتالي أنعدام الحالة الاحتمالية (P_n) أما توزيع وقت الخدمة فإنه يتبع التوزيع الاسي الذي يتناسب مع مقياس طول الصف البسيط لتوزيعات خدمة مستقلة وبالتحديد مع انموذج (Mt/M/S) ، والصيغة العامة لمقياس (QLs)

كالآتي :

$$QLs(t,w) = \frac{1}{(S\mu)^2(1-\rho)} \dots (2.76)$$

حيث إن

μ : يمثل متوسط وقت الخدمة (Mean Service Time).

S : يمثل عدد مراكز الخدمة (No. Of Channel Server).

ان الصيغة أعلاه تحسب مقدار التأخير المرتقب لكل زبون والتي تحتوي على معلمة شدة المرور التي تتغير متأثرة بمعدلات الوصول المختلفة $\lambda(t)$ ، مما يؤدي في بعض الحالات الى حصول ضغط على قنوات ، الخدمة (انشغال الخدمة) وبالتالي على النظام ككل وتكون واضحة في حالات الحمل الزائد اي عندما يكون النظام عاني من حالات ازدحام بالغ الذروة.

من ميزات هذا المقياس التقديري هي الحفاظ على كفاءته في الاداء حتى في حالات الحمل الزائد وبما أن العامل الاساسي في نظرية صفوف الانتظار هو توفير الخدمة للزبون بأقصر وقت ممكن ماعدا وقت الخدمة من لحظة دخوله لها لأن الخدمة في بعض انواع الانظمة تكون مفتوحة ولا يمكن اهمال الزبون فيها كنظام الطوارئ في المستشفيات .. عليه فأن مقياس طول الصف البسيط من المقاييس التي تحسب اقل تاخير للزبون في مدة بقائه اشغال قناة الخدمة. ان المتوسط والتباين لمقياس طول الصف البسيط هما (QLs) :

$$E [WQ(t,w)] = \frac{n+1}{S\mu} \quad \dots(2.77)$$

$$Var[WQ(t,w)] = \frac{n+1}{S^2 \mu^2} \quad \dots(2.78)$$

وبالإمكان الحصول على معيار معامل الاختلاف (Coefficient Variation

Criteria) لهذا المقياس بقسمة المعادلة رقم (2.78) الى مربع المعادلة رقم (2.77) وفقا

لقانون معامل الاختلاف (CV).

$$C_a^2 WQ(t,w) = \frac{Var[WQ(t)]}{(E [WQ(t)])^2} = \frac{1}{n+1} \quad \dots(2.79)$$

٢-٣-٧-٢ مقياس أول زبون يأتي الى الخدمة (HOL) ومقياس أول زبون يأتي الى الخدمة المعدل (HOLr)

Head of Line Customer Come to the Server

يُعد هذا المقياس من المقاييس المهمة والتي نالت إهتماماً واسعاً أيضاً من قبل الباحثين فقد ظهر هذا المقياس لأول مرة في الولايات المتحدة الأمريكية عام 2002 في احد مراكز الاتصالات وسمي بأخر زبون دخل الى الخدمة (Last Enter Service -LES) وبعد ذلك سُمي بمقياس (Head of the Line Service) على أساس ان اول زبون يأتي الى الخدمة، وقد استخدم هذا المقياس التقديري في الآونة الاخيرة في مكاتب الهجرة الخاصة بالولايات المتحدة الامريكية (U.S.C.I.S) وقد تم أخذ هذا المقياس مع معدلات الوصول المختلفة التي تتأثر بالزمن في حساب التأخير الحاصل للزبون قبل دخوله الى الخدمة وهو التأخير الفعلي عندما يأتي الزبون الى نظام الخدمة ويكون هناك عدد من الزبائن في نظام الخدمة، وإمكانية تقليل هذا التأخير ولاسيما في حالات الحمل الزائد.

تأتي أهمية هذا المقياس في حساب التأخير لكونه لا يعتمد على معلمات الأنموذج وهذا يعطيه ميزة لأمكانية استخدامه مع نماذج أخرى لصفوف الانتظار فضلاً عن أدائه الجيد في حالات الوصول الاعتيادية المستقرة بإعتماد معلماته على مقياس طول الصف البسيط وتفترض تلك الطريقة أن أول شخص يأتي الى الخدمة وهناك على الاقل زبون ينتظر لتلقي الخدمة وزبون آخر داخل في الخدمة لكون الظاهرة قيد الدراسة لا يمكن ان يكون نظام الخدمة فارغ فيها.

إن مقياس (HOL) يفقد كفاءته في حساب التأخيري في حالات الحمل الزائد (Over load) لأن التأخيرات تختلف في ترتيبها بمرور الوقت بسبب التغيرات في معدلات الوصول وكذلك بسبب ضعف الخدمة أيضاً بمرور الوقت.

أما خطوات الصيغة المتبعة لمقياس (HOL) على النحو الآتي:

$$HOL(t,w) = 2W$$

حيث إن (W) تُمثل الانتظار (*Waiting*) وهو عبارة عن متغير عشوائي يأخذ قيمه من التوزيع الشرطي لطول الصف مقسوماً على إحصائية نسبة معدل الوصول الى وقت انشغال الخدمة.

$$E(\text{wait}/\text{wait} > 0) = E(\text{wait}) / P(\text{wait} > 0) \quad \dots (2.80)$$

$$W = \text{Queue length} / \rho \quad \dots (2.81)$$

$$HOL(t, w) = 2 * W$$

وقام الباحثون بأجراء تعديل على مقياس (*HOL*) محاولة منهم ليكون أداءه أفضل وأدق في حالات الحمل الزائد (*Head of the Line*) وسميت طريقة مقياس أول زبون يأتي الى الخدمة التقديري المعدل (*Head of the line Refined Estimation*) ويرمز له بالرمز (*HOLr*) .

إن مقياس (*HOLr*) متناغم مع مقياس (*HOL*) لأن يأخذ قيمه على أساس أول زبون يأتي الى الخدمة وهناك على الأقل شخص داخل في الخدمة وآخر ينتظر، وبالرجوع الى المعادلة رقم (2.81) فإن الصيغة المعدلة لهذا المقياس على النحو الآتي:

$$w = 2 * W \equiv HOL$$

$$HOLr(t, w) = \rho * w \quad \dots (2.82)$$

أما بالنسبة إلى المتوسط والتباين فإن المقياسين لهما نفس الصيغ وكالآتي:

$$E [WHOL(t, w)] = \frac{1}{s\mu} [2 + \int_0^t \lambda(u) du] \quad \dots (2.83)$$

$$Var[WHOL(t, w)] = \frac{2}{s^2 \mu^2} [1 + \int_0^t \lambda(u) du] \quad \dots (2.84)$$

ومعامل الاختلاف للمقياسين فيكون بقسمة المعادلة رقم (2.84) على مربع المعادلة رقم (2.83) وفق قانون معامل الاختلاف (*CV*) .

$$C_a^2 WHOL(t,w) = \frac{Var[WHOL(t,w)]}{(E[WHOL(t,w)])^2} = 2 * \frac{1 + \int_0^t \lambda(u) du}{(2 + \int_0^t \lambda(u) du)^2} \quad \dots (2.15)$$

تمكن الباحث (Ward) من التوصل الى المبرهنة التالية والتي تتعلق بأنموذج (Mt/M/S) صف أنتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة ومع معدلات الوصول الجيبية (Sinusoidal Average Arrival Rate) وهذه المبرهنة تُستخدم لغرض معرفة دقة ومدى تجانس البيانات وتطابقها بشكل تقريبي، وهي أخذ نسبة كل مقدار من المقاييس على المقياس الآخر بمعنى آخر نسبة مقياس أول زبون يأتي الى الخدمة (HOL) مقسوماً على مقياس طول الصف البسيط (QLs) وكذلك نسبة مقياس (HOL) مقسوماً على مقياس اول زبون يأتي الى الخدمة المعدل (HOLr) واخيرا نسبة مقياس (HOLr) مقسوماً على مقياس (QLs) ومقارنة تلك النسب مع الصيغة الآتية

$$SW \approx \rightarrow \frac{2}{\rho} \quad \dots \dots \dots (2.16)$$

الى بعدها توصل (w) و (t) قيمة من لكل المالا لنهاية من تقترب (n) عندما
التالية العلاقة

$$\frac{C_a^2 + 1}{\rho} \equiv \frac{2}{\rho} \quad \dots \dots \dots (2.17)$$

حيث إن

C_a^2 يُمثل معيار معامل الاختلاف عندما $C_a^2 = 1$ لأن بيانات وقت الخدمة تتبع التوزيع الأسي.

SW يُمثل نسبة كل مقياس مقسوماً على المقياس الآخر .

٢-٣-٩ اختبار مغنوية معلمة العملية البواسونية غير المتجانسة للدالة الجيبية

Significant Test of Non-Homogeneous Poisson Process Parameter for Sinusoidal Function

كما هو معلوم فإن العملية البواسونية غيرالمتجانسة الموصوفة بالدالة الجيبية ذات السلوك الدوري تعتمد على الزمن (t) وهذا الزمن مقترن بالمعلمة (γ) كما موضح في المعادلة (6)، وبذلك فإن العملية البواسونية تكون متجانسة في حالة ($\gamma = 0$) وغير متجانسة في حالة ($\gamma \neq 0$)

وعليه لإختبار فيما إذا كانت العملية البواسونية تعتمد على الزمن (t) (غير متجانسة) أم لا متجانسة فيتم اختبار الفرضية بطريقة تسمى اختبار لابلاس (Laplace Test) وحسب الصيغة الآتية:

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n t_i - \frac{1}{2}nt}{\sqrt{\frac{nt}{12} (n^2)}} \dots\dots\dots(2.11)$$

حيث إن

- t_i : تمثل اوقات حدوث الحوادث (ساعات، دقائق، أيام .. الخ) للمدة الزمنية (0,tn) .
 - n : تمثل عدد الحوادث التي تحدث في المدة الزمنية (0,tn) .
 - t_n : تمثل المدة البينية المتراكمة بين حدوث الحوادث.
- اما الفرضية التي تستخدم لحساب قيمة (Z) على النحو الآتي:

$H_0: \gamma = 0$ Constant HPP

$H_1: \gamma \neq 0$ Not Constant NHPP

أن قبول فرضية العدم (H_0) والتي سيتم اختبارها في قيمة (Z) تنص على أن جميع العمليات النقطية تعود الى عملية بواسونية متجانسة إذا كانت واقعة ضمن الفترة ($-Z \alpha / 2 < Z < Z \alpha / 2$)

أما الفرضية البديلة (H_1) فإن قبولها يعني ان جميع العمليات النقطية تعود الى عملية بواسونية غير متجانسة اذا كانت قيمة ($Z > Z \alpha / 2$) أو ($Z < - Z \alpha / 2$)

الفصل الثالث

نبذة تعريفية عن مستشفى محمد الأمين للاطفال (ام درمان)

١-٥ الموقع :

تقع مستشفى حوادث الاطفال شرق مستشفى ام درمان يحدها جنوباً مسجد الأمام المهدي وشمالاً حي الشهداء وشرقاً ميز الاطباء والسسترات.

٢-٣ المساحة :

مساحة المستشفى ٧٢٠٠ متر مربع ، الطول من الشمال الى الجنوب ١٢٠ متر م والعرض من الشرق الى الغرب ٦٠ م .

٣-٣ تاريخ الإنشاء :

أنشئت المستشفى في عام ١٩٨٦ م قام بإنشائها رجل البر والإحسان محمد الأمين حامد (رحمة الله) يتكون ذلك المبنى من طابقين وبعد تطوير المستشفى وتحديثها اطلق عليه اسم العنابر الجنوبيه تضم عشره عنابر قسمت علي النحو التالي:-

الطابق الارضي به اربعة عنابر وهي عنبر الالتهابات،حديثي الولاده وعنبر دابله ودالمفتي.

الطابق الاول به عنبر د/سميه ،د/وداد وب/امنه ود/عمر ابوريده

أماالطابق اثنائي /يضم عنابر الكواش وحديثي الولاده والاسهالات وكان في السابق مخصص للاداره

كان هذا المبني والذي اشرفنا عليه اعلاه يمثل كل المستشفى بعدد ٩٠ سرير ولكن تمشياً مع التطور ومواكبة لمتطلبات صحة الطفولة ، وفي منتصف التسعينات تمت المصادقة من وزارة الصحة بإنشاء مبنى اخر وهو الذي يقع في الجزء الشمالي ليكون مكمل للمستشفى .

أما في العام ١٩٩٧م تم افتتاح جزء من المبني اي الطابق الأرضي وكان يضم العيادة الخارجية - المعمل والأشعة وبنك الدم ومكتب المدير الطبي والصيدلية . بعد ذلك اي في اواخر التسعينات اصبحت المستشفى تتبع ادارياً لوزارة الصحة الاتحادية. عملت المستشفى بعناية خاصة لحل مشكلة التكديس وخفض نسبة إنشغال الأسرة تصل احياناً الي اكثر من ٣٠٠% وقد بدأ ذلك العمل وبصورة جادة وكذلك مراجعة خطة التصميم والتهوية وتم ذلك لكل المستشفى قديمها وجديدا ولم يكن التغيير في الشكل فقط وإنما في المضمون ايضاً وهذا هو الأهم . ومن أهم مقوماتها مجانية العلاج ، حيث تمت أول خطوة نحو المضمون بمجانية العلاج لكل طفل يدخل المستشفى إن كان في الإقامة الصيرة أو الإقامة الطويلة وطبق ذلك القرار وبحرص شديد ومراقبة دقيقة من المدير الطبي ، مع كل هذا تطمح الإدارة لتقليل عدد الوفيات وبالفعل شهد عدد الوفيات انخفاً كبيراً لأن كل شئ قد أعد بطريقة علمية وفق دراسة علمية سبقت ذلك .

٣-٤ الوصف التفصيلي للمبني المكمل للمستشفى :

المبني من طابقين ويضم العديد من الأقسام :

٣-٤-١ الطابق الأول:-

١-مكتب العمين العام

٢-المدير الطبي

٣- شئون العاملين

٤- قسم السجلات الطبية

٥- قسم الحسابات

٦- قسم التمريض

٧- المراجعة الداخليه

٣-٤-٢ الطابق الثانى :

١- مكتب المدير العام

٢- ضبط الجودة

٣- مكاتب للأخصائيين

٤- قاعة الشهيد الزبير

ولايفوتنا ان نتطرق الى قسم التغذية اى التغذية العلاجية ، وهذا القسم يعد من الأقسام الهامة بالمستشفى في اعداد الوجبات للمرضى كل حسب مرضة تحت إشراف كوادر متخصصة فى هذا المجال.

أن هذه المستشفى وبما تبذلة الإدارة للمحافظة على تقديم أرقى خدمة علاجية للمرضى أصبحت قبلة للعلاج يقصدها كل المرضى الأطفال ليست من ولاية الخرطوم فحسب بل من كل ولايات السودان .

الفصل الرابع

الجانب التجريبي (المحاكاة) والتطبيقي للبيانات الأساسية

٤-١ تمهيد

لقد تم بناء نموذج المحاكاة المستخدم في هذا البحث بهدف التقليل من التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة وكذلك العمل على تقليل مدة بقاءه في اشغال قناة الخدمة (Length of Stay) ولا سيم في حالات ازدحام البالغ الذروة فقد تم توليد بيانات عشوائية تتبع العمليات البواسونية غير المتجانسة. باستخدام ال (Mintab) وتم إختبارها وفقاً لطريقة لابلاس، والقيام بعد ذلك باستخدام مقاييس لحساب التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله الخدمة فضلا عن تقييم النتائج لمعرفة دقة وفضلية اي مقياس من المقاييس والمتمثلة ب (ρ) و (QLs) .
(HOL , HOL_r).

٤-٢ مراحل بناء تجربة المحاكاة:

تضمنت مراحل بناء تجربة المحاكاة خمس مراحل وهي كالاتي:

٤-٢-١ المرحلة الأولى:

في هذه المرحلة تم تحديد القيم الافتراضية اذ تعد هذه المرحلة من أهم المراحل التي تعتمد عليها بقية المراحل وقد تم إختيار القيم الافتراضية كالاتي

لقد تم اختيار ثلاث قيم افتراضية لحجم العينة ، $(n= 350,300,250)$ لان طبيعة الظاهرة قيد الدراسة لا يمكن اخذ احجام عينات كبيرة بسبب معدلات وصول المرضى الى قسم الطوارئ في المستشفى يتراوح ما بين $(250-300)$ مريضا كحد أعلى ما زاد على ذلك يعد من الكوارث (لاسمح الله)، وتم إضافة حجم عينة (350) في الجانب التجريبي.

لقد تم الحصول على القيم الافتراضية من خلال ملاحظتنا الميدانية لقسم الطوارئ ومن الملاكات الطبية والعاملين ذوي الخبرة المتواجدين في المستشفى والتي تضمنت عدد قنوات

الخدمة المشغولة (λ) والتي في بداية الدورة، وكذلك العدد الكلي لقنوات الخدمة (S) تمثل الأسرة المتوفرة في ردهة قسم الطوارئ.

أما القيم الأخرى الثابتة في البرنامج وهي الثوابت الخاصة بدالة الشدة كما في العلاقة (6) وتتضمن قيمة الثابت (α) ومتوسط وقت الخدمة (M) وطول الدورة (ψ) في الوردية الأولى (480 دقيقة) يحسب على أساس وصول المرضى بالدقائق .

جدول (٤-١) القيم الافتراضية للثوابت

α	0.1
M	1h
	480

المصدر: إعداد الباحث

٤-٢-٢ المرحلة الثانية: توليد البيانات

في هذه المرحلة تم توليد بيانات عشوائية تخضع لعمليات بواسون غير المتجانسة ، و تعد هذه البيانات بمثابة اوقات وصول المرضى الى المستشفى وكذلك توليد بيانات لأوقات مغادرة المرضى بإستخدام برنامج ال (Minitab).

وقد تم اختيار قيم إفتراضية في توليد هذه البيانات بدورة طولها (٨-٠) ، وكانت كما يأتي:

جدول (٤-٢)

القيم الافتراضية المثبتة لتوليد بيانات لأوقات الوصول وأوقات المغادرة

Lamda _ arrival	0.50
Lamda _ going	0.15

المصدر: إعداد الباحث

٤-٢-٣ المرحلة الثالثة: اختبار تجانس البيانات

تم في هذه المرحلة عملية اختبار تجانس البيانات لأنه من الخطأ إعتداد البيانات المولدة بدون اختبارها مهما كانت دقة طريقة التوليد، لذلك عمدنا الى اختبار بيانات التوليد العشوائية

والتي تمثل أوقات وصول المرضى باستخدام طريقة لابلاس (Laplace Method) وذلك للوقوف على كون البيانات تسلك على وفق عمليات بواسون غير المتجانسة.

٤-٢-٤ المرحلة الرابعة: إيجاد مقدار التأخير

في هذه المرحلة تتم عملية إيجاد مقدار التأخير لكل مريض بعد الحصول على معدلات الوصول التي تتغير بتغير الزمن $\lambda(t)$ في الصيغة (2.71) وكذلك المعلمة الأساسية شدة المرور (ρ) حسب الصيغة (2.75) وهي والخاصة بأنموذج (Mt/M/S) وفقاً للمقاييس التقديرية الثلاثة على التوالي (QLs) في الصيغة المرقمة (2.76) ومقياس (HOL) في الصيغة (2.81) في الصيغة واخيراً مقياس (HOLr) في الصيغة (2.82).

٤-٢-٥ المرحلة الخامسة: مقارنة النتائج

تمت مقارنة النتائج لكل من المقاييس الثلاث (QLs, HOL, HOLr) لحساب التأخير في حالات الحمل الزائد فضلاً عن معرفة دقة وتجانس البيانات في الصيغة (2.87) والتي تم التطرق لها في الجانب النظري.

تمت محاكاة النموذج لمدة (٨٦,٤٠٠ دقيقة).

٤-٣ تجارب المحاكاة

في هذا المبحث عرضت نتائج المحاكاة للوصول الى أفضل مقياس لتقليل التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله الخدمة في حالات الحمل الزائد وكذلك سيتم استعراض ثلاث تجارب افتراضية لغرض العمل على تقليل الضغط على انشغال الخدمة (ρ) وباقي المقاييس للنموذج (Mt/M/S) ومقارنة الافضل منها .

وفيما يأتي النتائج الموضحة لكل تجربة من التجارب التي تم تنفيذها وتحليلها حسب التسلسل الآتي:

٤-٣-١ التجربة الأولى الأساسية

إن التجربة الأولى تعد بمثابة التجربة الأساسية وتتمثل القيام بأخذ القيم الافتراضية الأساسية لعدد قنوات الخدمة المشغولة ($\lambda = 3$) في بداية الدورة مع عدد قنوات الخدمة (الأسرة) المتوفرة ($S=25$) ردهة قسم الطوارئ والمأخوذة جميعاً من الظاهرة قيد الدراسة فضلاً عن القيم الافتراضية الخاصة بتوليد أوقات وصول المرضى وأوقات المغادرة إضافة إلى قيمة (ρ) التي تم الحصول عليها من تنفيذ التجربة والمثبتة في الجدول (4-3) مع حجم كل عينة

جدول (4-3) القيم الافتراضية لتوليد أوقات الوصول وأوقات المغادرة

Sample Size	Lamda-arrival	lamda - going	Mean(ρ)
250	0.50	0.15	٠.٦٩٤٧٦٥
300	0.50	0.15	0.649722
350	0.50	0.15	0.669128

المصدر: إعداد الباحث

٤-٣-١-١ تحليل نتائج التجربة الأولى

إن التجربة الأولى تعد التجربة الأساسية لأنها كانت مبنية على أساس القيم الافتراضية المأخوذة من الظاهرة قيد الدراسة وقد تبين لنا ومن خلال أحجام العينات المختارة [250,300,350] بأن هناك ضغطاً على معلمة شدة المرور (ρ) وباقي المقاييس التقديرية الأخرى.

ولغرض توضيح حالات الضغط على نظام الخدمة ككل نلاحظها من خلال معلمة شدة المرور باعتبارها المعلمة الأساسية في نماذج صفوف الانتظار والتي عن طريقها بالإمكان التعرف على مدى استقرار نظام الخدمة ككل في حالات الحمل الزائد لنظام صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة وكما موضح في الجدول أعلاه والذي يبين فيه مقدار المتوسط لكل حجم عينة ويهدف تقليل الضغط على شدة المرور (ρ) وهذا بدوره يؤدي إلى تقليل في باقي المقاييس

التقديرية (QLs, HOL, HOLr) قمنا بثلاث تجارب أخرى افتراضية (A,B,C) والتي تُعد بمثابة ثلاثة حلول لغرض العمل على تخفيف ذلك الضغط على شدة المرور وباقي المقاييس الأخرى وجعل النظام يعمل بشكل مستقر وإداء أفضل بهدف تقليل التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله الخدمة وتقليل فترة بقاءه في اشغال قناة الخدمة وكذلك مقارنة أفضل تجربة افتراضية في حالات الحمل الزائد.

٤-٣-٢ التجربة (A)

ان التجربة الثانية الافتراضية (A) تتمثل في القيام بعملية زيادة قناة واحدة لعدد قنوات الخدمة المشغولة للنظام ($\bar{\lambda} = 4$) في بداية الدورة مع بقاء عدد قنوات الخدمة الأسرة المتوفرة في الردهة (S=25) فضلاً عن القيم الافتراضية الخاصة بتوليد أوقات الوصول وأوقات المغادرة والمثبتة في الجدول (4-٤) مع حجم كل عينة والتي تم التوصل إليها من خلال تجارب المحاكاة.

جدول (4-٤) القيم الافتراضية لتوليد أوقات الوصول وأوقات المغادرة

Sample Size	Lamda-arrival	lamda - going	Mean(ρ)
250	0.50	0.15	٠.٥٢١٠٧٤
300	0.50	0.15	٠.٤٨٧٢٩٢
350	0.50	0.15	٠.٥٠١٨٤٦

المصدر: إعداد الباحث

٤-٣-٣ التجربة الافتراضية (B)

ان التجربة الثالثة الافتراضية (B) وهي القيام باستخدام القيم الافتراضية الأساسية لعدد قنوات الخدمة المشغولة ($\lambda = 3$) في بداية الدورة ، وأيضاً العدد الكلي لقنوات الخدمة المتوفرة - الأسرة (S=25)

ومن خلال الملاحظة الميدانية تم التوصل الى قيم افتراضية مختلفة لتوليد بيانات عشوائية لأوقات مغادرة المرضى تحديداً مع تثبيت القيم الافتراضية لتوليد اوقات وصول المرضى وكما موضح في الجدول (4-5) المبين ادناه مع حجم كل عينة.

جدول(4-5) القيم الافتراضية لتوليد أوقات الوصول وأوقات المغادرة

Sample Size	Lamda-arrival	lamda - going	Mean(ρ)
250	0.50	0.167	٠.٦٤٢٥٤١
300	0.50	0.200	٠.٦٦١١٢٩
350	0.50	0.233	٠.٥٦٧٤٧٦

المصدر: إعداد الباحث

٤-٣-٤ التجربة (C)

ان التجربة الافتراضية الرابعة (C) وتتلخص في القيام بزيادة عدد اثنين لعدد قنوات الخدمة المشغولة ($\bar{\lambda} = 5$) مع بقاء عدد الأسرة ($S=25$) ، في بداية الدورة في ردهة قسم الطوارئ وكذلك القيم الافتراضية المثبتة والخاصة بتوليد بيانات عشوائية لأوقات الوصول وأوقات المغادرة في الجدول (4-6) لكل حجم عينة

جدول(4-6) القيم الافتراضية لتوليد أوقات الوصول وأوقات المغادرة

Sample Size	Lamda-arrival	lamda - going	Mean(ρ)
250	0.50	0.15	٠.٣٤٠٤٨٥
300	0.50	0.15	٠.٣١٨٤١١
350	0.50	0.15	٠.٣٢٧٩٢٢

المصدر: إعداد الباحث

٤-٤ مقارنة التجارب (A,B,C) :

أولاً - من خلال نتائج تجارب المحاكاة الثلاث فقد كانت التجربة (C) افضل التجارب في الحصول على اقل قيم لجميع المقادير والموضحة من خلال المتوسط (Mean) لكل تكرار مع

حجم كل عينة وتحديدًا بالنسبة لشدة المرور (ρ) تلك المعلمة المهمة في نماذج نظرية صفوف الانتظار التي كلما قلت كان نظام الخدمة يتمتع باستقرارية وكفاءة في الاداء لمثل هذا النوع من الانظمة والتي تعتمد عليها المقاييس الثلاثة الاخرى وهي ($QLs, HOL, HOLr$) لحساب التأخيرالحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة .

في التجربة (C) تم زيادة عدد قناتين فقط ، إما فكرة التجربة (B) هي فرض قيم مختلفة لكل حجم عينة والتي عن طريقها يتم توليد بيانات عشوائية تُعتبر بمثابة أوقات لمغادرة المرضى كما موضح في الجدول (4-4) و (6-4).
موضح في (4-4) و (6-4).

وأخيراً التجربة الافتراضية (A) فإن عملية زيادة لعدد قنوات الخدمة المشغولة بقاة واحدة ($\lambda = 4$) في بداية كل دورة يكون نظام الخدمة بدايةً أداءه جيد، ويفقد النظام كفاءته في الاداء نتيجة التفاوت في معدلات وصول المرضى مما يؤدي الى ازدحام بالغ الذروة وبالتالي ضغط على معلمة شدة المرور وباقي المقادير والموضحة من خلال المتوسط لكل تكرار وحجم عينة.
أما الجدول (4-7) الموضح أدناه يبين تلك الأفضلية في التجارب الثلاث على أساس آخر قيمة من كل وحسب احجام العينات أستناداً الى معلمة شدة المرور (ρ) لكونها المعلمة الأساسية في الأنموذج (Mt/M/S) والتي عن طريقها يمكن التعرف على مدى أستقرارية نظام الخدمة ككل في حالات الحمل الزائد لنظام صف أنتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة.

جدول (4-7) جدول المُفاضلة بين التجارب الافتراضية الثلاث (A,B,C)

Sample Size	A	B	C	Best
	<i>Mean(ρ)</i>	<i>Mean(ρ)</i>	<i>Mean(ρ)</i>	
٢٥٠	٠.٥٢١٠٧	٠.٦٤٢٥٤	٠.٣٤٠٤٩	C
٣٠٠	٠.٤٨٧٢٩	٠.٦٦١١٣	٠.٣١٨٤١	C

٣٥٠	٠.٥٠١٨٥	٠.٥٦٧٤٨	٠.٣٢٧٩٢	C
-----	---------	---------	---------	---

المصدر: إعداد الباحث

نُلاحظ ان التجارب الافتراضية الثلاثة عند مقارنتها مع الجدول (4-3) الموضح فيه نتائج تحليل التجربة الاولى (الأساسية) والتي ظهر فيها حالات ازدحام بالغ الذروة وضغط على نظام الخدمة ككل فهي تعد بمثابة حلول للمشكلة في للتجربة الاولى الأساسية التي تمثل محاكاة للواقع الفعلي لقسم الطوارئ في مستشفى محمد الأمين للأطفال.

ثانياً : من خلال تنفيذ تجارب المحاكاة وبناء على ما تم تحليله ولجميع التجارب ولكافة حجوم العينات [250,300,350] كان مقياس (QLs) أفضل المقاييس في حساب اقل تاخير للمريض ويليه مقياس ($HOLr$) المعدل وبعده مقياس (HOL) ونظرا لحجم النتائج التفصيلية لكل حجوم العينات ولكل المقاييس ولعدم امكانية عرضها في متن البحث تم اختصارها في الجدول (4-٨) الذي يوضح الأفضلية بين المقاييس.

جدول (4-٨) جدول المفاضلة بين المقاييس لحساب التأخير

No	Scale Estimation	الأفضل
١	QLs	الأول
٢	$HOLr$	الثاني
٣	HOL	الثالث

المصدر: إعداد الباحث

ثالثاً : أظهرت نتائج المحاكاة ولجميع التجارب ولكافة حجوم العينات أن نسبة ($HOLr/QLs$) مع الصيغة ($2/\rho$) تقريباً متطابقة وهذا يؤكد صحة النتائج ودقتها.

٤-٥ الجانب التطبيقي للبيانات الأساسية:

يُعاني قسم الطوارئ في مستشفى محمد الأمين للأطفال (امدرمان) من حالات ازدحام بالغ الذروة بشكل مستمر طيلة ايام الاسبوع بسبب التفاوت في معدلات الوصول مما يؤدي الى حصول حالات ضغط على قنوات الخدمة (الاسرة) لفترات طويلة وكذلك الملاكات الطبية والعاملين فيها بشكل مستمر .

تمتلك المستشفى (25) سريراً وكل سرير يمثل قناة خدمة والخدمة مفتوحة حسب نوع الظاهرة قيد الدراسة اي ان استقبال المرضى يكون بشكل مستمر طوال اليوم اما نوع الأنموذج فهو صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة (Mt/M/S) ، والطاقة الاستيعابية للنظام محدودة (N) ونوع نظام الخدمة فهو من يأتي أولاً يخدم أولاً (FCFS).

يتضمن هذا المبحث عملية تحليل البيانات قيد الدراسة واختبارها مع فرضية العدم للعملية البواسونية غيرالمتجانسة فضلاً عن التأكد من مدى ملاءمة البيانات للدالة الدورية(الجيبية) والتي تمثل معدلات وصول المرضى بأوقات مختلفة لكل مريض ، وسيتم توضيحها في الرسوم البيانية لأشكال المنحنيات الجيبية في تلك الدالة طيلة مدة مراقبة الظاهرة.

وبعد ذلك تتم عملية حساب التأخيرالحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة ويكون التأخيرعلى نوعين اما يتضمن مدة بقاءه لحين تلقي العلاج في اشغال قناة الخدمة وهو ما يسمى التأخير المرتقب او تكون مدة أنتظاره عندما ياتي الى النظام ويكون هناك ازدحام بالغ الذروة في إمكانية توفير قناة خدمة له ويسمى بالتأخير الفعلي.

إن حساب التأخير يكون بثلاثة مقاييس ($QLs, HOL, HOLr$) ومدى كفاءة كل مقياس في حالات الحمل الزائد (Over load) وكذلك أختبار مدى دقة وتجانس تلك المقاييس بشكل تقريبي وفق الصيغة (2.87) ، فضلاً عن تطبيق افضل تجربة أفتراضية في تقليل الضغط على نظام الخدمة والتي تم التوصل اليها من خلال تجارب المحاكاة .

٤-٥-١ جمع البيانات (Collect the Data)

تمت عملية جمع البيانات في محافظة امدرمان وبالتحديد في مستشفى محمد الامين للأطفال (امدرمان)، وتضمنت البيانات عدد المرضى الواصلين الى ردهة قسم الطوارئ في المستشفى وتسجيل اوقات الدخول والخروج للوردية الأولى من الساعة (٨ صباحا الي ٣ مساء) وجرى مراقبة الظاهرة لمدة ستة اشهر للفترة من(6-1/2015) من خلال وصول المرضى بالدقائق بطول دورة (0,8) حيث تُقسم عمليات وصول المرضى على نوعين ، اما عن طريق الاسعاف الفوري او عن طريق الوصول بسيارة أخرى.

٤-٥-٢ اختبار تجانس العملية البواسونية للبيانات

Test of Homogenous Poisson Process for Data

إن اختبار معنوية العملية البواسونية من الامور الضرورية لاختبار هل ان المشاهدات اي وصول المرضى الى المستشفى يعود الى مجتمع العملية البواسونية غير المتجانسة أم لا؟ وذلك باختبار الفرضية التالية:

Ho: $\gamma = 0$ Constant HPP

H1: $\gamma \neq 0$ Not Constant NHPP

إن فرضية العدم التي سيتم إختبارها في هذا الاختبار تنص على أن جميع المشاهدات أي عمليات وصول المرضى الى قسم الطوارئ في المستشفى قيد الدراسة تعود الى العملية البواسونية المتجانسة. اما الفرضية البديلة فقبولها يعني ان عمليات وصول المرضى تعود الى عمليات بواسونية غيرمتجانسة ويتم إختبار هذه الفرضية باستخدام اختبار لابلاس (Laplace Test). وذلك بحساب قيمة (Z) حسب الصيغة (2.89) وتم الحصول على النتائج في الجدول (4-9)

الجدول (4-9) نتائج اختبار العملية البواسونية لأيام الأسبوع

القيمة الاحتمالية	قيمة (Z) المحسوبة	الأيام
٠.٠٠٠٠	2.542	اليوم الأول/ السبت
٠.٠٠٠٠	2.390	اليوم الثاني / الأحد
٠.٠٠٠٠	2.418	اليوم الثالث / الإثنين
٠.٠٠٠٠	2.781	اليوم الرابع / الثلاثاء
٠.٠٠٠٠	2.569	اليوم الخامس / الأربعاء
٠.٠٠٠٠	2.282	اليوم السادس / الخميس
٠.٠٠٠٠	2.106	اليوم السابع/ الجمعة

المصدر: إعداد الباحث

تم اختبار كل ايام الاسبوع لمدة (ستة شهور)

من النتائج الموضحة في الجدول (4-9) نلاحظ ان جميع القيم الإحتمالية تساوي

(٠.٠٠٠٠) وهي اقل من ٠.٠٥ لذلك نقبل الفرض البديل أي ان هناك دلالة واضحة بأن

جميع المشاهدات لوصول المرضى الى المستشفى هي عمليات بواسونية غير متجانسة.

٤-٥-٣ اختبار مُلائمة البيانات (*Test of Suitable Data*)

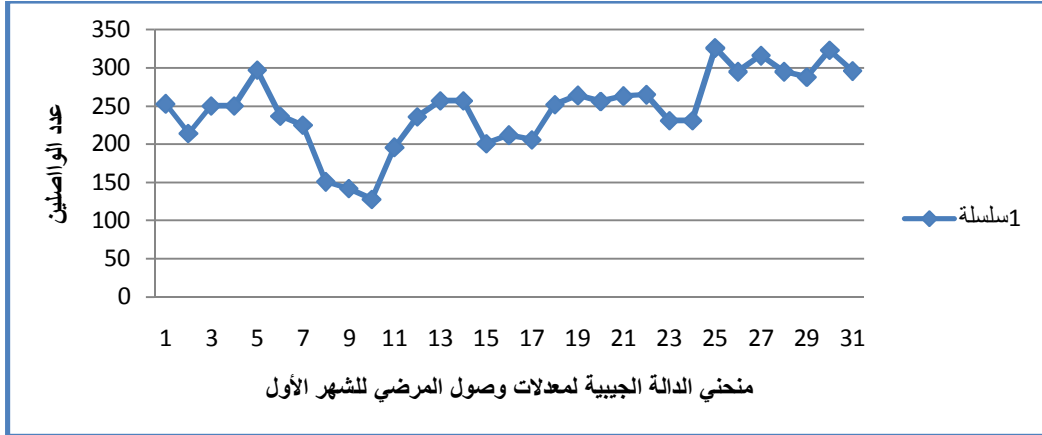
قبل بدء القيام بعملية حساب مقدار شدة المرور (ρ) وكذلك المقاييس لحساب التأخير

الحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة، لابد من التأكد من مدى ملاءمة البيانات مع أنموذج الدالة

الجيبية ذات السلوك الدوري والتي تمثل معدلات وصول المرضى بالصيغة المتبعة في المعادلة

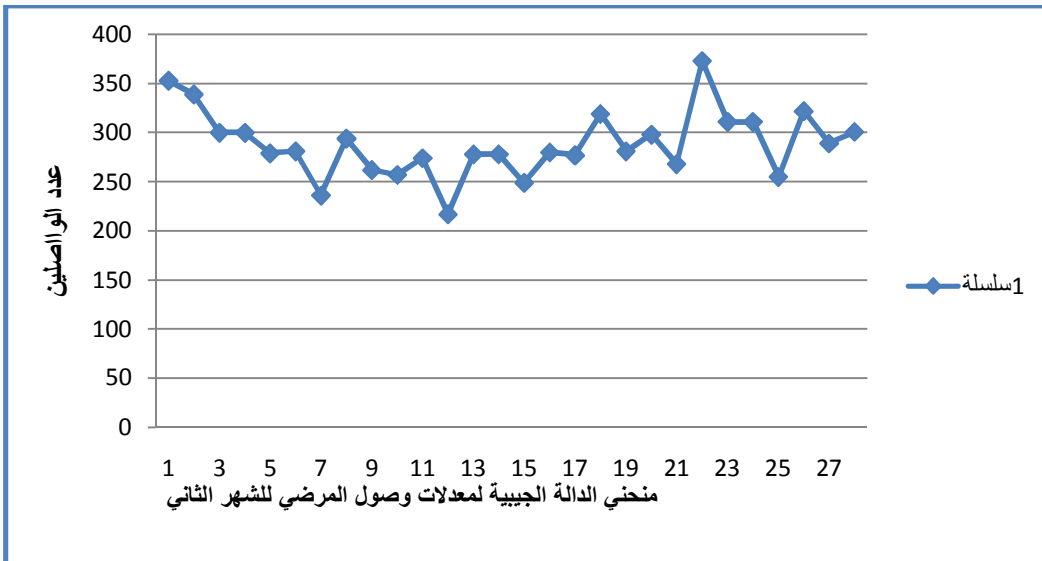
رقم (6) ، فضلا عن الرسوم البيانية التي تبين السلوك الدوري لشكل الدالة خلال عمليات

وصول المرضى في الايام السبعة وكالاتي.



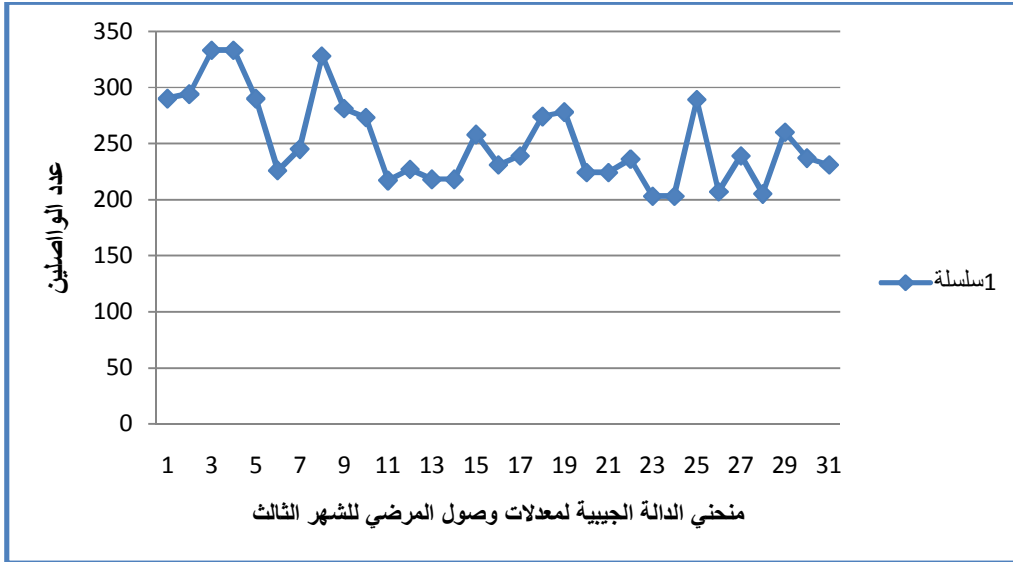
شكل (٤-١)

المصدر: إعداد الباحث



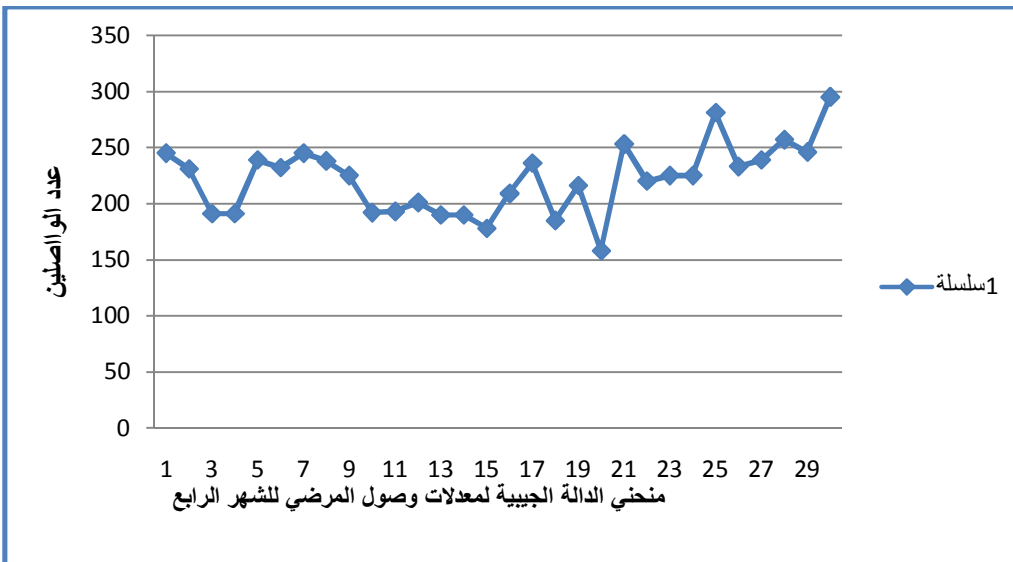
شكل (٤-٢)

المصدر: إعداد الباحث



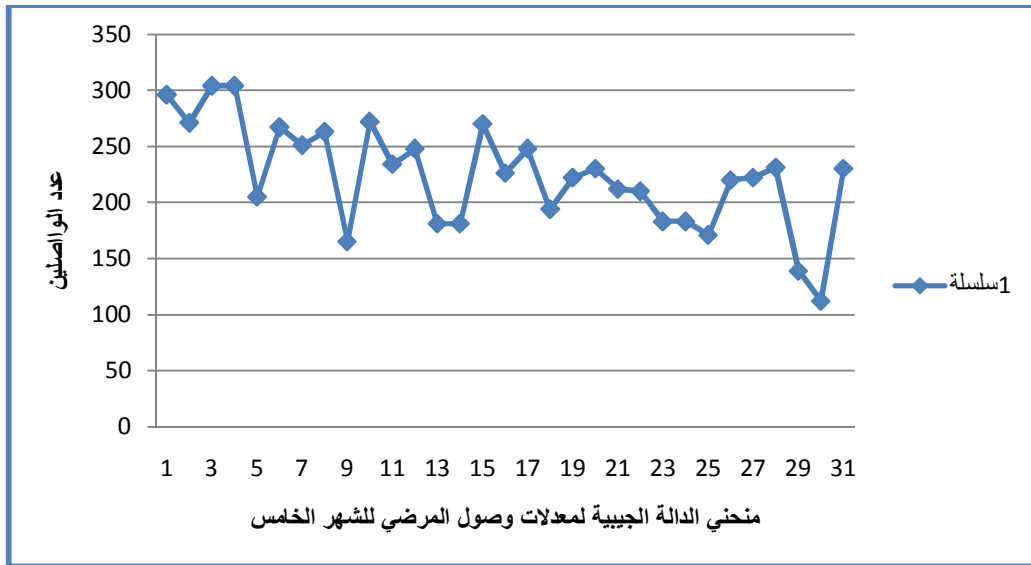
شكل (٦-٣)

المصدر: إعداد الباحث



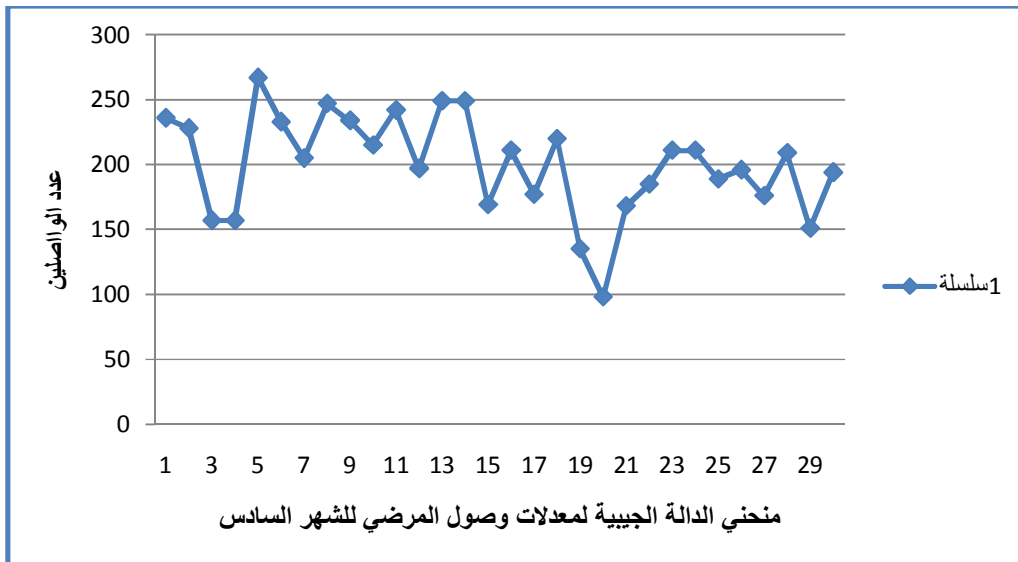
شكل (٦-٤)

المصدر: إعداد الباحث



شكل (٥-٦)

المصدر: إعداد الباحث



شكل (٦-٦)

المصدر: إعداد الباحث

نُلاحظ في الرسوم البيانية السابقة ولستة شهور معدلات وصول المرضى المُتباينة بالأيام في المحور الصادي بطول دورة (٠,٣٠) والمسجلة على المحور السيني والمتمثلة بأشكال المنحنيات الجيبية للدالة الدورية كما نلاحظها في كل دورة لليوم الواحد، فضلاً عن حالات الحمل الزائد الموجودة في القيم العليا للمنحنيات المرسومة وهذا طبعاً يبين مدى تذبذب تلك الدالة للشكل المتوموج (Wave) بسبب التباين في معدلات الوصول.

٦-٤ حساب التأخير لأنموذج (Mt/M/S)

إن عملية حساب التأخير تتم وفق مقاييس تقيس مقدار التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله الخدمة أو مقدار التأخير عندما تكون قنوات الخدمة مشغولة جميعاً وقياس مدى انتظاره لحين حصوله على قناة خدمة (سرير) ، وبعد الحصول على شدة المرور (ρ) في الصيغة (4.10) يتم حساب التأخير وبالمقاييس التقريبية الثلاثة (QLS) في الصيغة المرقمة (2.76) ومقياس (HOL) في الصيغة المرقمة (2.81) وأخيراً مقياس (HOLr) التقريبي في الصيغة المرقمة (2.82) والتي تم ذكرها في الجانب النظري، ويتم ذلك وفق البيانات التي تم جمعها من المستشفى واتضح بعد مراقبة الظاهرة طيلة الأيام بان المستشفى يعاني من ازدحام بالغ الذروة وضغط على ذلك القسم من خلال نسبة عمليات وصول المرضى الى نسبة تقديم الخدمة.

إن المقاييس (QLS, HOL, HOLr) توضح مقدار التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة الأخرى ، حيث أن الطاقة الاستيعابية لنظام الخدمة محدودة وهذا يخلق ضغط على نظام الخدمة ككل مما يسبب ارباك للملاكات الطبية وقلة الكفاءة في سعة الانجاز لتقديم الخدمة للمريض فضلاً عن انشغال قنوات الخدمة لفترات طويلة.

جدول رقم (٤-١٠) يوضح مقدار التأخير لمتوسط حجم عينة (٢٣٨) للبيانات الفعلية

متوسط حجم العينة	ρ	QLs	HOL	HOLr	HOL/QLs	HOL/HOLr	2/ ρ
238	0.496386	0.220627	٠.٨٨٩٣٥	0.441255	4.02912	2.01456	4.02912

المصدر: إعداد الباحث

وبناء على ما سبق لا بد من إيجاد الحل المناسب للمشكلة اعلاه، لذلك تم تنفيذ التجربة الافتراضية (c) والتي اعطت أفضل حل من بين الحلول المقترحة من قبل الباحث.

٤-٧ استخدام التجربة الافتراضية (c) في الجانب التطبيقي

تم استخدام التجربة الافتراضية (c) في الجانب التطبيقي والتي توصلنا اليها من خلال تجارب المحاكاة، إذ ان تلك التجربة أعطت أفضل النتائج في تقليل الضغط على جميع القيم والمقادير وفقاً لأحجام العينات (250-300) وبالتالي فان نظام الخدمة يعمل بشكل مستقر وأفضل أما السبب في اخذ حجم عينة (٢٥٠) وعينة حجم (٣٠٠) يعود الى ان وصول المرضى للظاهرة قيد الدراسة يتراوح ما بين (٢٥٠-٣٠٠) مريضاً في اليوم . وتتخلص تلك الطريقة بزيادة عدد قنوات الخدمة الي (٥) بدلاً من (٣) قنوات

جدول رقم (٤-١١) يبين مقدار التأخير للقيم والمقادير

متوسط حجم العينة	ρ	QLs	HOL	HOLr	HOL/QLs	HOL/HOLr	2/ ρ
238	٠.٣٨٦٥٣٦	٠.٠٠٤٣٠١٢	٠.٠٢٢٢٥٥٢	٠.٠١٧٢٠٤٨	٥.١٧٤١٨	١.٢٩٣٥٤	٥.١٧٤١٧

المصدر: إعداد الباحث

من النتائج اعلاه نجد أن شدة المرور ($\rho=0.396536$) للبيانات الفعلية بعد المعالجة اقل من شدة المرور الفعلية وبالباغة ($\rho=0.496386$) كما مبينة في الجدول رقم (٤-٣) وكذلك باقي

المقاييس (QLS, HOL, HOLr) التي اصبحت قيمها اقل بعد المعالجة ذا دليل علي نجاح الحل .

نلاحظ أن تقليل التأخير الحاصل للمريض قبل دخولة للخدمة او طول مدة بقائه في اشغال قناة الخدمة (الطبيب) حيث أن هذه المعالجة تجعل النظام يعمل بشكل افضل ويبقي محافظاً علي اسقراريته علي مدار طول الدورة (٨ ساعات) فضلاً عن زيادة عدد قنوات الخدمة الي (٥) قنوات حسب ما تم التوصل اليه في الجانب التجريبي لاسيما فإن هذه المعالجة قللت من مدي التذبذب في المنحنيات الجيبية للدالة الدورية مع معدلات الوصول $\lambda(t)$ المتغيرة بالوقت مما يجعل النظام يعمل بشكل مستقر واداء افضل لكون الطاقة الاستيعابية لنظام الخدمة محدود.

الفصل الخامس

النتائج والتوصيات

١-٥ الاستنتاجات Conclusions

من خلال الجانب النظري والتطبيق العملي تم التوصل إلى استنتاجات الآتية:-

- ١- عملية وصول المرضى تتبع عملية بواسون غير المتجانسة.
- ٢- من خلال تجارب المحاكاة كان مقياس (QLS) أفضل المقاييس في حساب أقل تأخير للزبون وكذلك للوصول إلى أفضل تجربة افتراضية (C) لتقليل التأخير الحاصل للزبون قبل دخوله للخدمة في حالات الحمل الزائد .
- ٣- نموذج صف الإنتظار الملائم لهذا النظام هو (Mt/M/c) .
- ٤ - إن مشكلة عدم التجانس في العملية البواسونية وعلاقتها مع نماذج نظرية صفوف الانتظار يمكن معالجتها من خلال الدوال الدورية، وتلك الدوال لها معلمات مرتبطة بكل مدة زمنية وتمثل المعدل الزمني لحدوث الحوادث وكانت الدالة الجيبية من أسهل الدوال التي تم توظيفها في العمليات البواسونية غير المتجانسة مع نظرية صفوف الانتظار ولا ننصح باستخدام دالة القطع الخطية مع سلسلة عمليات وصول الحوادث المستمرة.
- ٥- من خلال نتائج تجارب المحاكاة التي أجريت كانت التجربة الافتراضية (c) هي أفضل التجارب في الحصول على أقل تأخير للمريض قبل دخوله للخدمة أو طول مدة بقاءه في الخدمة (إشغال سرير) وظهرت نتائج جيدة في الوصول إلى الحل الأمثل من حيث تقليل الضغط على شدة المرور وباقي المقاييس عن طريق زيادة عدد قنوات الخدمة إلى (٥) قنوات ، والتي تم

استخدامها في الجانب التطبيقي مع البيانات الفعلية وكانت النتائج مطابقة تقريباً لنتائج الجانب التجريبي مما يجعل كفاءة نظام الخدمة أفضل في الاداء .

٦- أظهرت نتائج المحاكاة وجميع التجارب ولكافة حجوم العينات أن نسبة (HOL/QLs) مع الصيغة ($2/\rho$) تقريباً متطابقة وهذا يؤكد صحة النتائج ودقتها.

٥-٢ التوصيات :

١- يعتبر نظام التسجيل للمرضى ناقصاً من حيث عدم تضمينه الكثير من المتغيرات المطلوبة لدراسة مثل النماذج المتبعة في هذه الدراسة .

٢- توصي الدراسة بقيام بأبحاث ودراسات اضافية تتناول فية توزيع ايرلانك ذو المعلمات الثلاثة كبديل للتوزيع الأسي ذو المعلمة الواحدة أو توزيع جاما ذو المعلمتين ، اذ أن من المعلوم أن توزيع ايرلانك هو أحد التوزيعات المستخدمة كثيراً في صفوف الإنتظار علماً بأنه ينتمي الي عائلة التوزيعات الأسية .

٣-٥ المراجع

- (١) رشيد، ظافر حسين (١٩٧٦) "طرق استخدام الطابور في حل مشاكل حركة السيارات عند تقاطع الطرق" رسالة ماجستير غير منشورة مقدمة الي كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد العراق.
- (٢) المنزوي ، علي عبد السلام (١٩٧٦) "بحوث العمليات في مجالات الاستثمار-انتاج-النقل-التخزين" ، دار الشروق القاهرة /مصر .
- (٣) اسماعيل ، خولة خالد (١٩٨٦) "تطبيق نظرية الطوابير في المستشفى العام بالموصل" مجلة تنمية الرافدين ، جامعة الموصل العدد٤٥ صص ١٣٥-١٥٢.
- (٤) صالح ، مهند محمد (١٩٨٨) ، "تطبيق نظرية صفوف الانتظار علي العيادة الخارجية لمستشفى الاطفال في مدينة صدام" مجلة العلوم الادارية والاقتصادية ، جامعة بغداد . العراق ، العدد(٢٥، ص ص٧٥-٩٢).
- (٥) برنونسون ، ريتشارد (١٩٨٨) "سلسلة شوم ، نظريات ومسائل في بحوث العمليات" ، دار ماكجروهيل للنشر ،الدار الدولية للنشر والتوزيع .
- (٦) النجدي ، اريج عبد القادر (١٩٩٠) "صفوف الانتظار ذات القدوم المنتظم مع الاسبقيات" ، تطبيقات علي دخول المرضى الي المستشفيات رسالة ماجستير غير منشورة مقدمة الي كلية الادارة والاقتصاد جامعة الموصل العراق .

(٧) كعبور ، محمد محمد (١٩٩٢) "اساسيات بحوث العمليات - نماذج وتطبيقات" ، نشرات كلية المحاسبة- غريان /جامعة الجبل الغربي - ليبيا.

(٨) حاسم ، عماد فاضل (١٩٩٣) "صفوف الانتظار لنظام الادامة" ، رسالة ماجستير غير منشورة ، مقدمة الى كلية الادارة والاقتصاد جامعة الموصل/العراق .

(٩) طه ، حمدي (١٩٩٤) "مقدمة في بحوث العمليات دار المريخ للنشر" ، تعريب د.احمد حسين علي حسين .

(١٠) ابراهيم ، بسام يونس (١٩٩٥) تصميم نموذج لحركة مرضى القلب في المستشفى العام بالموصل ، مجلة تنمية الرافدين الصادرة عن كلية الادارة والاقتصاد جامعة الموصل ، العراق العدد ٤١ ص ص ٤٥٩-٤٤٥ .

(١١) حبيب الله ، رجاء خضر (٢٠٠٠) "تطبيق نظرية صفوف الانتظار في مطار الخرطوم الدولي" ، رسالة ماجستير غير منشورة مقدمة لكلية الدراسات السكانية والاحصائية وتقنية المعلومات - جامعة النيلين السودان .

(١٢) بدوي ،اسماء عبد الله (٢٠٠٣) "تموزج صف انتظار ذو قنوات الخدمة المتعددة" ، رسالة ماجستير غير منشورة ، مقدمة الي كلية الدراسات العليا - جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا -السودان .

(١٣) حسن علي الشيخ ، رجاء (٢٠٠٤) "تموزج صف الانتظار لنظام الادامة بالتطبيق علي شركة شريان الشمال" ، رسالة ماجستير غير منشورة مقدمة لكلية العلوم جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا /السودان .

(١٤) الشيخ ، رجاء حسن علي (٢٠٠٧) "صفوف الانتظار لنماذج سلاسل ماركوف ذات الزمن المستمر وتطبيقها على مراكز الاتصالات رسالة دكتوراة غير منشورة مقدمة الى كلية الدراسات العليا - جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا /السودان .

(15) Morse , P.M. (1958); "Queues, Inventories and Maintenance", USA.

- (16) Cox , D.R. & Smith , W. L . (1961) , "Queues" , chapman &Hall London.

(17) Kleinrock , L. (1975) ; "Queuing systems", vol.1, wiley&sons, London .

(18) Thana , H.A. (1976); "operations Research An introduction" , Macmillan Pub .co, Inc, USA.

(19) Grass Mann , W.K. (1977a), "Transient Solutions in Markovian Queuing Systems" , Computers and Operations Research 4:47-53.

(20) Grass Mann , W.K.(1977b) , "Transient Solution in Markovian Queues" , - European Journal of Operation Research 1:396-402.

(21) Hillir, f.s. & Lieberman, G.J. (1980); "Introduction to operation Research, California, sarifrancisco", USA.

(22) O, keefe , R.M.(1985), "Investigation out patient Departments , Implementable policies and Qualitative Approaches" Journal of Operations Research Society , Vol .36,No.8,PP.705-712.

(23) Wolff , R.W.(1989) , "stochastic Modeling and the theory of Queues" Englewood cliffs , NJ : Prentice - Hall.

(24) Ross, S.M. (1993), "Introduction to probability Models", 5thed. San Diego, CA: Academic press.

(25) Taylor , H.M& Karline,s.(1998) "An Introduction to stochastic Modeling" Thirded . , San Diego : Academic press.

(26) Tanir , O.&Booth , R.J.(1999), "Call Center simulation in Bell Canada" , In proceedings of the simulation conference.

(27) Green , L .V.et.al. (2001) , “improving the SIPP approach for staffing service systems that have cyclic demands” , operations Res 49(4):549-564.

(28) Koole, G., & Mandelbaum , A. (2002), “Queuing Models of call centers: An Introduction” , Annals of operations Research , 113:41-59.

(29) Brown , l. & Zhao, L . (2002) "Anew Test for the Poisson distribution", Sankhya : The Indion Journal of Statistics, Series A, 64,611-625

(30) Gans , N.,Koole,G. ,& Mandelbaum ,A.(2002), “Telephone Calls Centers : atutorial and literature Review” , Technical Report.

(31)Can S , N . Koole ,G., Mandlebaum,A.(2003), “Telephone Call Centers : Tutorial ,Review and Research Prospects” Manufacturing and service operations Management ,5,79-141.

(32) Deslauriers , A.J et .a L.(2003) , “Markove Chain Models of a telephone call center in Blend Mode” Techni cal report , G E RAD and DI RO, University of Montreal.

Download able from:

<http://iew3.Technion.ac.il/srveng/References/refsrencees.html>.

(33) Mandelbaum , A. (2003), “Call centers (centers): Research bibliogra-phy with abstracts” , Dawnloadable from:

[Hie .technion .ac.il / serveng / References / Ccbib. Pdfi.](http://www.technion.ac.il/serveng/References/Ccbib.Pdf)

(34) Pichitlam ken, J. , et.al. (2003), “Modeling and simulation of a Telephone call center” , in proceeding of the 2003 winter simulation Conference,

1805-1812: IEEE press.

(35) Soyer , R.K Tarimcilar , M. (2004), “Modeling and Analysis of call center Arrival Data: aBayesian Approach” , Submitted to Management Science.

٤-٥ الملاحق

١-٤-٥ بيانات الدراسة

جدول رقم (٧-١): عدد المرضى الواصلين الي المستشفى في الفترة من يناير الي يونيو ٢٠١٥م

اليوم	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو
١	253	353	290	245	296	236
٢	214	339	294	231	271	228
٣	250	300	333	191	304	157
٤	218	281	263	238	272	265
٥	297	279	290	239	205	267
٦	237	281	226	232	267	233
٧	225	236	245	245	251	205
٨	151	294	328	238	263	247
٩	142	262	281	225	165	234
١٠	128	257	273	192	272	215
١١	196	274	217	193	234	242
١٢	236	217	227	201	248	197
١٣	257	278	218	190	181	249
١٤	233	229	228	241	234	238
١٥	201	249	258	178	270	169
١٦	212	280	231	209	226	211
١٧	206	277	239	236	248	177
١٨	252	319	274	185	194	220
١٩	264	281	278	216	222	135
٢٠	256	298	224	158	230	98

168	212	253	224	268	263	٢١
185	210	220	236	373	265	٢٢
211	183	225	203	311	231	٢٣
175	221	229	194	261	283	٢٤
189	171	281	289	255	326	٢٥
196	220	233	207	322	295	٢٦
176	222	239	239	289	316	٢٧
209	231	257	205	301	295	٢٨
151	139	246	260		288	٢٩
194	112	295	237		323	٣٠
	230		231		296	٣١

المصدر: مستشفى محمد الأمين للأطفال (امدرمان)