

Dedication

To my,,,

Father,,

Mother,,

Husband,,

Kids,,

All my family

Acknowledgment

While writing the thesis I received helpful advice from many mathematicians. I am grateful to all of them for their time, advice and help.

First of all I would like to express my deep gratitude to my supervisor Dr. Shawgy Hussein Abdalla for many helpful suggestions.

My great thanks to Dr. Bakri Mergani, Dr. Mohammed Arafa, Ustaza Safa Hassan and Ustaza Amal Mohammed.

My great thanks to Sudan University of Science and Technology for this opportunity.

Special thanks for a good typing to Ustaz Awad Babiker in Khartoum University.

Abstract

An algebraic extended bilinear Hilbert semispace is proposed as being the natural representation space for the algebras of Von Neumann, Towers of Von Neumann bisemialgebras on the bilinear Hilbert subsemispace, of which structures are these subbisemimodules, are constructed algebraically which allows to envisage the classification of the Factors of Von Neumann from an algebraic point of view. We show newest results utilize new variants of the noncommutative theorem for L^p -spaces, to generalize many of the results concerning cuter functions of the simpler antisymmetric algebra, to the noncommutative Hardy spaces.

We show that every finitely generated affiliated operators module splits as the direct sum of torsion and torsion – free part. We show that the torsion theory coincides with the theory of bounded and unbounded modules. We give the necessary and sufficient conditions for affiliated operators to be semisimple. We present a fixed point property of a locally compact group acting on amenable Von Neumann algebra and extended to semifinite normal trace.

We study Effros – Maréchal topology on the space of all Von Neumann algebras acting on fixed separable Hilbert spaces. We prove that factors of some types form dense subset of Von Neumann algebras. We present the full group C^* -algebra with no nontrivial projection and it has a separating family of finite dimensional representations. We show that any Centre – Linear derivation of the subalgebra in the algebra of all measurable operators affiliated with Von Neumann algebra is spatial and generated by the subalgebra consisting of all operators.

We compute that Brown's spectral distribution measure for non – normal elements in a finite Von Neumann algebra with respect to a fixed normal faithful tracial state has a polar decomposition with a Haar unitary and $*$ – free.

We investigate that the flow of weights is a canonical factor from the category of separable factors to the category of ergodic flows. The non – commutative flow of weights is another canonical functor from the category of separable factors to the category of covariant systems of semi – finite Von Neumann algebras equipped with trace scaling one parameter automorphism groups with conjugation as morphisms. The construction of these two functors are very similar. The flow of weights functor is obtained by looking at all semi – finite normal weights on a factor with the Murray – Von Neumann equivalence relation the non – commutative flow of weights functor is obtained by relating an arbitrary pair of faithful semi – finite normal weights by the Connes Cocycle. We show the extending of extended modular automorphism of a dominant weight to an arbitrary weight. The construction of the functor ties together the theory of L^p – space to the structure theory of a factor of type III_λ . Hence the non – commutative flow of weights is obtained by the analytic continuation of L^p – space to a pure imaginary value of λ .

We show that the rigidity for inclusions of finite Von Neumann algebras is equivalent to a weaker property in which no continuity constants are required. We introduce a new topology on the space of selfadjoint operators affiliated to a semi finite Von Neumann algebra. The real – valued spectral flow for a continuous path of selfadjoint operators is considered in terms of a generalization of the winding number. We derive integral formula for the spectral flow for certain paths of unbounded operators and the homotopy invariance of the real – valued index.

الخلاصة

شبه فضاء هلبيرت ثنائي الخطية الممدد الجبري يفترض فضاء تمثيل طبيعي لأجل جبريات فون نيومان. تفوقات ثنائية شبه جبريات فون نيومان على فضاءات شبه جزئية هلبيرت ثنائية الخطية والتي منها شيدت شبه المقاسات ثنائية الجزئية، تم بناءها جبرياً والتي سمحت بتصوير تصنيف لعوامل فون نيومان من وجهة نظر جبرية. تم إيضاح نتائج أجد تفيد في متنوعات جديدة من مبرهنات غير تبديلية لأجل فضاءات^{v-} لتعميم كثير من النتائج خاصة الدوال الخارجية ذات الجبر غير المتمثل الأبسط إلى فضاءات هاردي غير التبديلية. تم إيضاح أن أي مقياس مؤثرات مدمجة مولدة منتهية تجزء كجمع مباشر من جزئين جزء به التواء وجزء حر من الالتواء. تم إيضاح أن نظرية الالتواء تنطبق مع نظرية المقاسات غير المحدودة والمحدودة. تم إعطاء شروط كافية وضرورية لأجل المؤثرات المدمجة لتكون شبه أبسط. تم تقديم خاصية النقطة الثابتة من زمرة التراص الموضوعية الفاعلة على جبر فون نيومان المسئول والممدد إلى أثر ناظم شبه منتهي.

تم دراسة طوبولوجيا مارشال - إيفروس على فضاء من كل جبريات فون نيومان الفاعلة على فضاءات هلبيرت الفصوصية الثابتة. تم إثبات أن عوامل من بعض أنواع تكون فئة جزئية كثيفة من فضاء من جبريات فون نيومان. تم تقديم زمرة جبر^{c-} الكاملة مع لا إسقاط غير بديهي والذي له عائلة فصوص من تمثيلات بعد منتهي. تم إيضاح أن أي مشتقة خطية - مركز من الجبر الجزئي في الجبر من كل المؤثرات المقيسة المدمجة مع جبر فون نيومان حيزية ومتولدة بالجبر الجزئي المحتوي على كل المؤثرات. تم حساب أن قياس توزيع براون الطيفي لأجل عناصر غير ناظمة في جبر فون نيومان المنتهي بالنسبة إلى حالة الأثر الخالصة الناظمة الثابتة له تركيب قطبي مع واحدة هار وحر - *.

تم التقصي أن انسياب المرجحات هو عامل قانوني من طبقة من عوامل فصوص إلى طبقة من إنسيابات إير قوك. الإنسياب غير التبديلي من المرجحات هو دال قانوني آخر من طبقة عوامل فصوص إلى طبقة من أنظمة متغيرة مصاحبة من جبريات فون نيومان شبه المنتهية المزودة مع ترقيم أثر زمرة الأوتومورفيزم واحدة المميز مع مرافقة كمورفيزمات. وبناء هذين الدالين متساويين جداً. الإنسياب من دال المرجحات يعطى بالنظر إلى كل المرجحات الناظمة شبه المنتهية على العامل مع علاقة تكافؤ فون نيومان - ميوري. الإنسياب غير التبديلي من دال المرجحات يعطى بعلاقة زوج اختياري من المرجحات الناظمة شبه المنتهية الخالصة بواسطة الدائرة المصاحبة لكونس. تم إيضاح تمديد الأوتومورفيزم المقياسي الممدد من المرجح المهيمن إلى المرجح الاختياري. بناء الدال ربط معاً نظرية فضاءات^{v-} إلى نظرية تشييد العامل من النوع^v. ومن ثم الانسياب غير التبديلي من المرجحات يعطى بواسطة الاستمرارية التحليلية من فضاءات^{v-} إلى قيمة تحليلية بحتة من^v.

تم إيضاح أن التماسك لأجل التضمينات من جبريات فون نيومان المنتهية مكافئ إلى خاصية ضعيفة التي فيها الثوابت غير المستمرة تعتبر. تم إدخال طوبولوجيا على فضاء من مؤثرات مرافق ذاتي مدمجة إلى جبر فون نيومان شبه منتهي. إنسياب طيف القيم - الدقة لآجل المسار المستمر

من مؤثرات مرافق ذاتي اعتبار بدلالات من تعميم عدد الالتواء. تم اشتقاق صيغة تكامل لأجل الانسياب الطيفي لأجل المسارات الممدة من المؤثرات غير المحدودة ولا متغير الهوموتوبيا من دليل القيم - الحقيقة.

Contents

Subject	Page Number
Dedication	i
Acknowledgment	ii
Abstract	iii
الخلاصة	v
The Contents	vii
Chapter One	
Section (1.1): Bilinear semigroups with Hilbert semispace and representations space of algebras of operators	8
Section (1.2): Von Neumann semialgebras and bisemialgebras	35
Section (1.3): Von Neumann algebras on \mathbb{R}	55
Chapter Two	
Section (2.1): Torsion theories for the algebras of affiliated operators and semisimplicity	80
Section (2.2): The characterizations of Banach $G - A$ modules and $G -$ amenability	100
Section (2.3): Fixed – Point property for preduals of Hopf – Von Neumann algebras and Følner conditions	120
Chapter Three	
Section (3.1): Density of types $III - II - I$ factors	137
Section (3.2): Embedding in the Ultraproduct factor and density	165

Section (3.3): Derivations on the algebra of \mathcal{K} compact operators affiliated with a type \mathcal{I} Von Neumann algebra	181
Chapter Four	
Section (4.1): R – diagonal elements in finite Von Neumann algebras	200
Section (4.2): Brown measures of R – diagonal elements	216
Section (4.3): Examples	235
Chapter Five	
Section (5.1): Representation of the bundle algebra	249
Section (5.2): Non – commutative flow and trace	266
Section (5.3): Local characteristic square – extended unitary group and modular automorphism group	279
Chapter Six	
Section (6.1): On the notion of relative property \mathcal{SH} for inclusions of Von Neumann algebras	289
Section (6.2): Spectral flow and winding number in Von Neumann algebras	308
List of simple	352
References	354