الباب الثالث

طرق الإستكمال البيني

INTERPOLATION METHODS

1.3 المقدمة

الاستكمال البيني هو عملية تكثيف النقاط في منطقة تكون نقاطها غير معلومة البيانات المطلوبة ويكون ذلك باستخدام نقاط اخرى معلومة البيانات المطلوبة وذلك باستخدام طرق ومعادلات رياضية، للوصول الى عمل سطح للمنطقة المعنية، والاستفادة منه في العمليات المساحية.

الاستكمال البيني يستخدم في مختلف المجالات مثل دراسة احصائية السكان وتساقط الثلوج والامطار وكذلك في ايجاد طبوغرافية المناطق التي يصعب الوصول اليها بالاجهزة المساحية وهذا الاخير هو هدف المشروع.

الاسطح الناتجة من الاستكمال البيني تسمى عند الكارتوغرافيين بالاسطح الاحصائية. الاسطح الاحصائية مشابهة للاسطح الارضية وباستثناء ذلك فان طريقة ادخال النقاط عادة محدودة في النموذج الاحصائي.

ويستخدم الاستكمال البيني في عمليات التحليل والنمذجة.

هنالك عده عناصر مرتبطة بالاستكمال البيني اهمها نقاط الضبط :-

نقاط الضبط في المساحة هي عبارة عن نقاط معلومة المواقع والإرتفاعات، وهي التي توفر البيانات التي تستخدم في تطوير المُكمل البيني الذي عادة مايكون معادلة رياضية.

توزيع النقاط يمكن ان تؤثر على دقة الإستكمال البيني وكذلك المساحة بين نقاط الضبط والنقاط المستكملة. الإفتراض الأساسي في أي إستكمال بيني يتمثل في أن القيمة المستكملة بينياً لنقطة ما تتأثر بالنقاط القريبة منها بصورة أكبر من تأثرها بالنقاط التي تكون بعيدة عنها. حتى تكون مؤثرة يجب أن تكون نقاط الضبط موزعة توزيعاً معقولاً من ناحية الكثافة والبعد عن النقطة المستكملة ويغطي كل منطقة الدراسة .

2.3 أنواع الإستكمال البيني

طرق الإستكمال البيني يمكن تصنيفها بطرق عديدة ، اولآ:

تصنف الي قسمين هما الشامل والمحلي.

فالإستكمال البيني الشامل يستخدم كل النقاط المعلومة لتقدير القيمة المجهولة. من الناحية الأخرى يستخدم الإستكمال البيني المحلي عينة من النقاط المعلومة لتقدير القيمة المجهولة ، وعادةً ما تختار طريقة الإستكمال البيني المحلي لسببين :

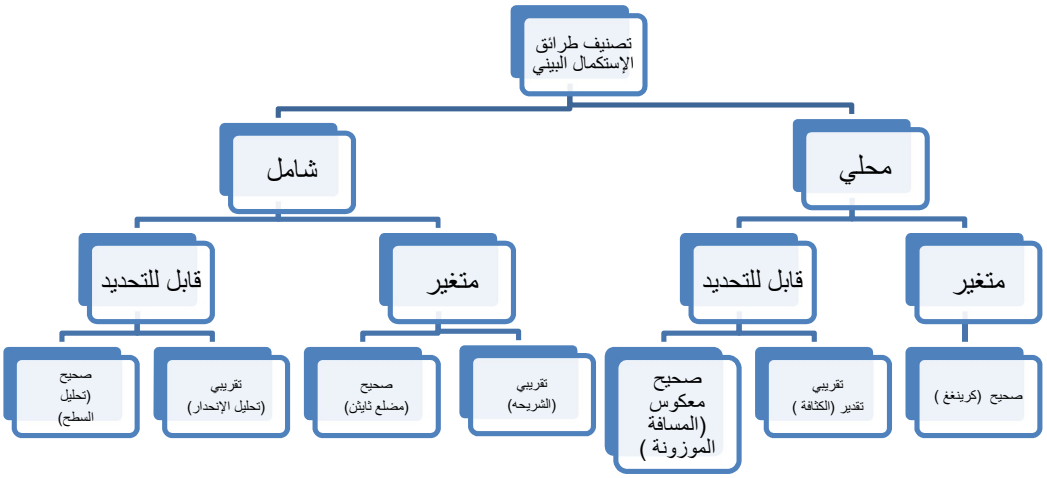
1- تاثير النقاط البعيدة عن النقطة التي يراد تقدير قيمتها يكون ضعيفا وبالتالي يؤدي ذلك إلي الإستكمال البيني باستخدام النقاط القربيه neighborhood.

2- الطريقة المحلية تتطلب حسابات أقل من تلك المطلوبة في الطريقة الشاملة.

ثانياً : يمكن تصنيف طرق الإستكمال البيني إلي صحيح (مضبوط) Exact وغير صحيح (تقريبي) Nonexact.

الإستكمال البيني الصحيح يتنبأ بقيمة موقع النقطة التي تساوى قيمتها المعلومة، بمعنى أخر يولد الإستكمال البيني الصحيح سطحاً يمر بنقاط الضبط. بالمقابل يتنبأ الإستكمال البيني التقريبي بقيمة موقع النقطة والذي لايساوي قيمتها المعلومة.

ثالثاً : طرق الإستكمال البيني يمكن ان تكون قابلة للتحديد Deterministic أو متغيرة variable، الطريقة التي تكون قابلة للتحديد لاتوفر فيه الية لتقليل قيم الأخطاء المرتبطة بالقيم المستكملة بينياً، أما الطريقة المتغيرة من الناحية الأخرى ،فهي توفر آلية لتحسين القيم المستكملة عن طريق حساب وإيجاد التباينات المقدرة بناءاً على فرضية العمليات العشوائية. الشكل (1.3) يوضح بيانيا هذه التقسيمات.



شكل(1.3) : تصنيف طرق الإستكمال البيني

3.3طرق الإستكمال البيني

هنالك طرقا عديده تستخدم في الاستكمال البيني وسنتطرق هنا الي الاكثر استخداما منها.

1.3.3 طريقة معكوس المسافة الموزونة Inverse Distance Weighting

معكوس المسافة الموزونة تعتمد مفهوم الإرتباط المكاني حيث تفترض أن القيمة المستكملة بينياً لنقطة ما تتأثربالنقاط القريبة منها بصورة أكبر من تلك التي تكون بعيدة عنها.

طريقة معكوس المسافة الموزونة تستخدم الوسط الحسابي المرجح (الموزون)، كما تعمل بشكل أفضل مع العينات الكثيفة المتباعدة بإنتظام حيث أنها لا تأخذ بالاعتبار أية إتجاهات، بل تأخذ بالإعتبار قيم النقاط المعلومة والمسافات التي تفصلها عن النقاط المجهولة.

وهذا الأسلوب له ارتباط وثيق بالمسافة حيث أن القيم تتناقص مع المسافة بمعنى أن القيم المتنبأة لن تتجاوز قيم العينات المعلومة فالتنبؤ سوف يكون محصورا بين القيم المعلومة.

النموذج الرياضي لطريقة معكوس المسافات الموزونة كما هو ادناه .

$$N = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i N_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i} \text{..... (3.1)}$$

$N \equiv$ هي القيمة المستكملة

$N_i \equiv$ القيمة عند النقطة المعلومة

$$W_i = \frac{1}{D_i^k} \quad \text{... ... ... (3.2)}$$

$D_i \equiv$ المسافة بين القيمة المعلومة والقيمة المستكملة

$n \equiv$ عدد نقاط الضبط المستخدمة في عملية الإستكمال

$k \equiv (1,2,\ldots)$ ثابت معلوم يأخذ القيم

2.3.3 طريق الإنحناء الأصغر او الشريحة Spline Method

بدلاً من التوسيط بين القيم مثل طريقة معكوس المسافة الموزونة فإن طريقة الإنحناء الأصغر

تناسب السطوح الناعمة كما لو أن هناك صفيحة مطاطية تمتدّ عبر كلّ النقاط المعلومة ، حيث يتم تقدير قيم النقاط المجهولة في هذه الطريقة بتمرير منحنيات

فراغية مستمرة من النقاط المعلومة تسمى منحنيات الإنحناء الأصغر ويتألف كل منحني من مجموعة منحنيات متصلة فيما بينها ومستمرة عند نقاط الوصل . تأثير إمتدادات هذه المنحنيات مفيدة لتقدير القيم التي تقع إلى أعلى أوأسفل القيم المعلومة الموجودة في البيانات وهذا يجعل هذه الطريقة جيدة لحساب إنخفاضات وإرتفاعات غير موجودة في العينات.

عندما تكون العينات متقاربة المسافة وذات قيم مختلفة بشكل كبير فإن هذه الطريقة لا تعمل بشكل جيد.

فهذا الأسلوب يحافظ على قيم العينات بحيث يرسم سطح تنبؤي مرن يمر على كل قيم العينات فهو قادر على أن يتنبأ لك بقيم أقل وأكثر من قيم العينات ولكن لا يتجاهلها بل يمربها.

النموذج الرياضي لطريقة الشريحة

$$Q(x,y) = \sum A_i {d_i}^2 \log d_i + a + bx_i + cy_i \quad \dots\dots\dots\dots\dots (3.3)$$

$$d_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3.4)$$

(x, y) ≡ الإحداثيات الافقيه للنقطة المراد إستكمالها

(y_i, x_i) ≡ الإحداثيات الافقيه للنقطة i المعلومة (نقطة الضبط)

A_i ، a، b، c هي معاملات واجبة التحديد وعدد المعادلات يعتمد على عدد نقاط الضبط .من ناحية عامة فان عدد المعادلات يساوي $n+3$ حيث ان n يساوي عدد نقاط الضبط .

3.3.3 طريقة الجار الطبيعي Natural Neighbor Method

تحسب قيمة الخلايا المجهولة كما في طريقة معكوس المسافة الموزونة ولكن هذه الطريقة يمكن أن تعالج بشكل فعال عدداً كبيراُ من النقاط المعلومة .

4.3.3 طريقة كركنج Kriging Method

هذه الطريقة من أكثر الطرق تعقيداً وأقواها ويطبق طرق إحصائية متطورة ويحتاج دراية ومعرفة بالإحصاء المكاني geostatistics لأن البيانات لابد أن تخضع لفحص إحصائي قبل تطبيقها، فهو يعتمد على المسافة والعلاقة بين القيم المعلومة في تنبؤ القيم المجهولة، ومن الممكن في تنبؤ القيم أن تتجاوز القيم المعلومة أو تقل عنها لكن لا تمر عليها من الظواهر كما هو في طريقة الشريحة.

وتنقسم هذه الطريقة إلى قسمين هما :

1- الطريقة المحلية (Local).

2- الطريقة العالمية (Global).

النموذج الرياضي لطريقة كركنج

$$Z_0 = \sum_{i=1}^{s} Z_i W_i \quad \text{.....(3.5)}$$

$Z_0 \equiv$ القيمة المستكملة

$Z_i \equiv$ قيمة النقاط المعلومة (نقاط الضبط)

5.3.3 تحليل السطح Trend Analysis

هذة الطريقة هي من أكثر طرق الإستكمال البيني إنتشاراً . نمذجة سطح بإستخدام هذه الطريقة يتبع إفتراض أن إرتفاع النقطة (Z) هي دالة في الإحداثيات $(x\ ,y)$

$$Z = f(x, y)$$

النموذج الرياضي العام لمسطح مع كثيرات الحدود من الدرجة الثانية

$$Z_i = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 x^2 + a_5 \text{.....(3.6)}$$

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \equiv$ معاملات التحويل لكثيرة الحدود

يمكن أن تحتوي كثيرة الحدود على عدد كبير من الحدود ويمكن تقسيمها حسب الرتبة مثلاً : الأولى، الثانية أو تصنف حسب السطح مثل : مستوي، خطي. ولإختيار أفضل يتم إختيار المعادلة المناسبة حسب تعقد السطح.

للحصول على نقاط مرجعية زائدة يمكن تحديد معاملات كثيرة الحدود المجهولة من خلال طريقة التقدير بإستخدام أقل التربيعات وفقاً لـ :

$$x^{\wedge} = (A^T W A)^{-1} A^T W b \quad \text{..... (3.7)}$$

$A \equiv$ مصفوفة المعاملات

$b \equiv$ مصفوفة خطأ القفل

$W \equiv$ مصفوفة الوزن

$x^{\wedge} \equiv$ القيم الاكثر احتمالاً للمجاهيل

يمكن تبسيط حدود كثيرة الحدود شبه الخطية لتصبح في الصور الأتية :

- عندما يكون تأثير خطوط الكنتور في إتجاه المحور السيني يكون شكل دالة كثيرة الحدود كالتالي :

$$Z_i = a_0 + a_1 x \text{ ..... (3.8)}$$

- عندما يكون تأثير خطوط الكنتور في إتجاه المحور الصادي يكون شكل دالة كثيرة الحدود كالتالي :

$$Z_i = a_0 + a_2 y \text{ .....(3.9)}$$

- عندما يكون تأثير خطوط الكنتور في الإتجاه السيني و الصادي يكون شكل دالة كثيرة الحدود كالتالي :

$$Z_i = a_0 + a_1 x + a_2 y \quad \text{..... (3.10)}$$

6.3.3 طريقة الانحدار Regresion Method

هذا النظام يحتوي على قيم خاضعة لعدد من المتغيرات المستقلة في المعادلات الخطية التي تمكننا من استخدامها لاستنتاج او استخلاص القيم المجهولة للنقاط .

معظم النماذج في هذه الطريقة تستخدم الاستكمال الفراغي وهو غير معتبر في الاستكمال البيني ولكن بالنمذجة يمكننا عمل نماذج تستخدم الاستكمال البيني.

مضلع ثايسن Thiessen Poligons

مضلع ثايثن يفترض ان أي نقطة تقع داخل او ضمن المضلع وقريبة من نقطة معلومة تكون اكثر صحة مقارنةً ببعض النقاط الاخرى معلومة القيمة .

مضلع ثايثن هو المقترح لايجاد او تخمين المتوسط المساحي لهطول الامطار او الثلوج ، وذلك بواسطة صناعة مضلع يكون فيه نقطة معلومة وقريبة من موقع محطات رصد هطول الامطار.

لا يستخدم مضلع ثايثن في الاستكمال ولكن يتطلب عمل تثليث مبدئي للوصل بين النقاط معلومة القيم ، ولاختلاف طرق الربط بين النقاط يمكن عمل تشكيلات مختلفة من المثلثات.