

0-1 تمهيد:-

اهتمت البحوث في مجال تقدير المعلمات المجهولة للتوزيعات الاحتمالية أو (النماذج الاحصائية) بمحاولة ايجاد أفضل مقدر لهذه المعلمات لذا تم وضع العديد من الطرائق لهذا الغرض والتي قد تتفق أو لا تتفق على نفس المقدرة لمعلمة ما وتطورت طرق التقدير في ما بينها الأمر الذي أدى الى ضرورة المقارنة بينها واختيار أفضل طريقة ، وسنقوم في بحثنا هذا بعمل مقارنة لبعض طرق تقدير معالم توزيع ويبل الاحتمالي ذي المعلمتين للوصول للطريقة المثلى من بين طريقتي الترجيح الأعظم و طريقة المربعات الصغرى وتطبيقها على بعض الات شركة كولدبير لحساب دالة الموثوقية ، وتحديد الفترات المثلى لإجراء عمليات الصيانة الوقائية على الآلات ، وقد تم أخذ بيانات تتمثل في (زمن التوقف أو الأعطال) في الات قسم البلاستيك في المصنع بحجم (6) الات

1-1 مشكلة البحث:-

تتمثل مشكلة البحث في عدم المام بعض الشركات والمصانع الإنتاجية في السودان بضرورة التنبؤ بزمن الأعطال للماكينات باعتبار انه مضيعه للوقت متجاهلين اهمية مقياس الموثوقية في زيادة الإنتاجية وذلك بتقليل زمن التوقف ، وتقليل الزمن المستغرق في الصيانة حتى يعود النظام الى العمل مرة اخرى .

2-1 أهمية البحث:-

تجد المؤسسات الصناعية في السودان نفسها امام تحدي كبير واستراتيجي يتمثل في ايجاد الحل الامثل لتحقيق الاستمرارية في الإنتاج ، فالتطور السريع في أساليب استغلال الموارد والتكنولوجيا

المستعملة تلزمهم اليقظة المستمرة باتجاه البحث عن أفضل سياسة تضمن تحسين الإنتاج وبالتالي زيادة الأرباح ويكون ذلك عن طريق زيادة الموثوقية للماكينات المنتجة وتقليل زمن اعطال هذه الماكينات.

1-3 أهداف البحث:-

1- يهدف البحث الى دراسة توزيع وبيبل الاحتمالي و طرق تقدير معالمه لإعطاء فكرة موسعة عن استخداماته في مجالات الموثوقية ، للتنبؤ بزمن الأعطال لبعض الماكينات ولاختبار فعالية التوزيع في التنبؤ .

2- تبصير أصحاب المؤسسات الصناعية الى ضرورة استخدام مقياس الموثوقية للحصول على حلول لبعض مشاكل التنبؤ ، التقدير، متوسط زمن الحياة ، وذلك لتحقيق أفضل إنتاجية والتقليل من زمن الأعطال .

1-4 حدود البحث:-

- الحدود المكانية : مصنع كولدير .
- الحدود الزمانية : من 2015\5\1 الى 2015\11\30

1-5 فرضيات البحث :-

1. زمن تعطل ماكينات البلاستيك يتبع توزيع وبيبل ذو المعلمتين .
2. ماكينات البلاستيك ذات موثوقية عالية .
3. طريقة الترجيح الأعظم أفضل من طريقة المربعات الصغرى في مجال تقدير معالم توزيع وبيبل.

1-6 منهجية البحث:-

اعتمدنا في هذا البحث المنهج الإحصائي الوصفي و التحليلي في وصف توزيع ويبيل و خصائصه و تقدير معالمه بطريقتي الترجيح الأعظم MLE و طريقة المربعات الصغرى OLS ومناقشة أفضل مقدر ، فضلا عن وصف عام لطبيعة الماكينات التي تعمل بالمصنع واستخدام هذه البيانات في عملية حساب دالة الموثوقية ودالة الخطر والتي تمت بواسطة الحزم الإحصائية EASYFIT ، SPSS ، NCSS .

1-7 الدراسات السابقة:-

1- في عام 2011 قام كل من الباحث مطانيوس مخول و عدنان غانم بعمل دراسة بعنوان " فعالية توزيع ويبيل الاحتمالي في التنبؤ" وقد كانت اهم النتائج التي توصل لها انه من الممكن استخدام الانحدار الخطي في تقدير معالم ويبيل المعمم (الذي قد تمت صياغته لتجنب المشاكل التي قد تواجه الباحث عند استخدام توزيع ويبيل) لما يعطيه من نتائج موضوعية ومنطقية ، امكانية استخدام الصيغ الرياضية α لتوزيع ويبيل للتنبؤ بالاحوال الجوية . وكان هذا بعد تطبيق التوزيع على بيانات فعلية لدرجات الحرارة العظمى والامطار لمدينة دمشق خلال المدة(1988-2007).

2- في عام 2011 قام الباحثون عبد الجبار خضر بخيت ، سعداحمد عبد الرحمن النعيمي ، و خيرية سلمان بعمل بحث بعنوان(مقارنة ثلاثة مقدرات مختلفة لمعلمة القياس لتوزيع ويبيل ذي المعلمتين وقياس كفاءة المقدرات باستخدام المحاكاة) ، ومن اهم النتائج التي تم التوصل لها ان الطرق الثلاثة المستخدمة لتقدير معلمة القياس ذات كفاءة عالية.

3- في عام 2009 قام الباحثون (صادق مولى جعفر ، بيداء اسماعيل ، وانتصار عبيد حسون) بعمل دراسة بعنوان (أفضل تقدير لموثوقية توزيع ويبيل ذو المعلمتين) وكانت اهم النتائج التي تم التوصل لها تتمثل في ان جميع مقدرات الامكان الاعظم اعطت اقل MSE ولجميع قيم t_i ، و حجوم العينات المختلفة ، تم اعتماد طريقة وايت لصعوبة مقدرات الامكان الاعظم لان المشتقات الناتج منها دوال غير خطية.

4- في عام 2004 قام الباحث علي عبد الحسين الوكيل بعمل دراسة بعنوان "ملاحظات على توزيع ويبيل" وقد كانت اهم النتائج التي توصل لها هي ان عائلة توزيع ويبيل تتدرج في مستوى تعقيدها بداية من السالب الاسي و ال-ويبل ثنائي المعالم و ال-ويبل ذو الثلاث معالم و نهاية بالباي ويبيل و ال-ويبل ذو الخمسة معالم) .

1-8 هيكلية البحث:-

يشتمل البحث على خمسة فصول ، يتناول الفصل الأول المقدمة (مشكلة البحث ، اهمية البحث ، اهداف البحث ، حدود البحث ، فروض البحث ، منهجية البحث ، الدراسات السابقة وهيكلية البحث) ، في حين يتناول الفصل الثاني جانب الموثوقية وتعريفه او تعريف دالة الخطر وأهم مقاييسها ، أما الفصل الثالث يتناول توزيع ويبيل الاحتمالي وبعض طرق تقدير معالمه و يتناول نبذة عن نشأة مصنع كولدير ونشاطاته المتمثلة في إنتاج أجهزة التبريد والتكييف ، أما الفصل الرابع فيحتوي على الجانب التطبيقي للبحث واختبار صحة فرضيات البحث وعرض الجداول والرسوم البيانية ، واحتوى الفصل الخامس على أهم النتائج و التوصيات إضافة الى الملاحق و المراجع التي تم الاستعانة بها.

0-2 تمهيد:-

في عصر تكنولوجيا اليوم فإن كل الصناعات تقريبا تعتمد على نظام ما يكون مكونا من عدد من الماكينات و الأجهزة المتطورة ، هذه الأنظمة أينما كانت و مهما كان النطاق المستخدمة فيه (أنظمة طبية ، صناعية ، تخزينية . . . الخ) فإننا نعتد عليها و نتوقع منها أن تقوم بأداء الوظيفة المعدة لأجلها على أكمل وجه ، و لكن بلا شك فإن كل نظام لابد له من أن يخفق مع مرور الزمن حيث تقل كفاءته وقدرته على الإنتاج ونقل ثقنا به للقيام بالأمر الموكل إليه ، لذا كان لابد من حساب موثوقية هذا النظام وقدرته على أداء مهامه.

Reliability Definition

1-2 تعريف الموثوقية

لقد قام العديد من الباحثين بتعريف الموثوقية لذلك كثرت التعريفات حولها ، و من ضمن هذه التعريفات:

الموثوقية (Reliability) هي إحدى المؤشرات الهندسية للتعبير عن أداء اي مفردة أو منظومة عاملة بدلالة الاحتمالات ، الموثوقية هي احتمال النجاح أو احتمال ان النظام سيقوم بأداء الوظيفة المعد لأجلها خلال فترة زمنية محددة ، وبصورة اكثر تحديدا فان الموثوقية هي احتمال ان المنتج أو جزء منه سيقوم بالعمل المطلوب منه خلال فترة زمنية محددة دون أن يفشل .

الموثوقية يمكن أن تكون مقياسا لنجاح النظام بالقيام بالوظيفة المطلوبة منه بكفاءة عالية .وتعتبر الموثوقية احدى خواص الجودة التي يطلبها المستهلكون من الجهة المنتجة (الجهة المصنعة للمنتجات) .

إن الصناعات الحديثة تمتاز بالتباين وسرعة تطوير المنتجات لذلك فإن التكاليف العالية المترتبة على توقف عمل الآلات بسبب حدوث الأعطال يجعل من دراسة و تحليل موثوقيتها أمراً بالغاً في الأهمية من وجهة نظر ادارة العمل و المستهلك على حد سواء .

2-2 أهمية الموثوقية:-

هنالك عدة اسباب لأهمية الموثوقية في العملية الانتاجية :

1. السمعة : ترتبط عدة أسباب لأهمية سمعة الشركة أو المصنع ارتباطاً وثيقاً بموثوقية منتجاتها وكلما كان المنتج جدير بالثقة كلما كانت للشركة سمعة جيدة .
2. ارضاء الزبون : للموثوقية العالية مطلب ملازم لإرضاء الزبون فالمنتج الجيد يؤدي إيجاباً الي إرضاء الزبون .
3. تكاليف الضمان : اذا فشل المنتج في أداء وظيفته خلال فترة الضمان فإن تكاليف تغييره أو تصليحه سوف تؤثر سلباً علي ارباح الشركة .
4. إعادة التشغيل : الجهد المركز نحو تحسين الموثوقية يوضح للزبائن أن المنتجين مهتمين بمنتجاتهم وأن هدفهم هو ارضاء الزبون وهذا النمط له أثر إيجابي لمستقبل التشغيل .
5. ميزة تنافسية : كثير من الزبائن في السوق اليوم يطلبون من المنتجين نشر تنبؤات أرقام الموثوقية لكي يكسبوا ميزة تنافسية أعلى من منافسيهم .

2-3 مجالات استخدام وتطبيق الموثوقية :

الموثوقية وموضوع تحسينها والاستمرار بتحسينها , هو أحد الأدوات المهمة للتنافس بين الشركات الصناعية العالمية . وبشكل أوسع واشمل فان كل الخطوات التكنولوجية من التصميم إلى الاستخدام الحقيقي متعلق بموثوقية المنتج ان دراسات الموثوقية غالبا مايرافقه انقييم اقتصادي لمستوى الموثوقية المطلوب ومن أهم القرارات الأساسية عند تصميم أي منظومة هو تحديد المستوى الأمثل لموثوقيتها , وإذا ماتناقصت مستويات الموثوقية فهناك عدة طرق أساسية لتحسينها سواء في فترة تصميمها أو تشغيلها , وغالبا ما يظهر تأثير تحسين الموثوقية لأي منظومة إثناء فترة التشغيل لها من خلال الصيانة , و بالمقابل فإن تناقص معدلات الموثوقية في بداية تشغيل المنظومة غالبا ما يعود إلى أخطاء تصميمية تُعالج من خلال التغيير في تصميم مكونات المنظومة أو في تغيير هيكلية المنظومة الكلية . لذلك فان من الضروري الحصول على بيانات دقيقة وموثوقة عن أداء المكونات وطبيعة البيئة التي تعمل بها والمؤثرات الخارجية لها.

2-4 علاقة الموثوقية بجودة الإنتاج:-

لقد ارتبط مفهوم الموثوقية (Reliability) بصورة مباشرة مع جودة الإنتاج وجودة المنتج ومواصفاته التي تتغير مع عمر المنتج ، بمعنى آخر فإن كفاءته على أداء الوظيفة المصمم من أجلها تقل مع الزمن فعرفت الموثوقية على انها مقياس لمقدرة المنتج على أداء الوظيفة المطلوبة منه بنجاح في ظل ظروف الاستعمال العادية ولفترة محددة ، ويعبر عن هذا المقياس بالاحتمال . وموثوقية المنتج هي استقرار جودته لفترة زمنية محددة .

2-5 نظرية الموثوقية:-

نظرية الموثوقية عبارة عن طرق منفصلة تستخدم للحصول على حلول لبعض مشاكل التنبؤ والتقدير وتوزيعات حياة الانظمة عند زمن معين أو عند زمن اختياري أو بجزء من الزمن الذي تعمل خلاله بعض الأنظمة بكفاءة ودقة ، و هي تصف قدرة النظام على إتمام المهمة المسئول عنها في وقت معين ، وهي من إحدى دعائم الهندسة التي تساعد على تحسين عمل الأنظمة وتقليل فرص فشلها ، ومن هذه الأنظمة الطائرات ، المسرعات الخطية ، وأي منتج آخر . وقد تم تطويرها باستخدام الاحتمالات و الإحصاء.

و قد كانت تستخدم في القرن التاسع عشر في مجال الملاحة البحرية و مجال تأمين على الحياة مقابل مبالغ مالية من عملائها . وحتى اليوم مازال لفظي معدل الفشل ومعدل الخطر . و بالمثل تستخدم هذه النظرية في حالات فشل الأجهزة الميكانيكية مثل السفن والقطارات والسيارات. النماذج الإحصائية المناسبة لأي من هذه المواضيع تسمى نماذج " وقت الوصول للحدث " ، وتسمى حالات الفشل أو الموت بالحدث ، و الهدف من تلك العملية هو التنبؤ بمعدل الحدث لإعطاء السكان أو الأفراد احتمال حدوث الأمر بنسبة دقيقة.

2-6 تحقيق الموثوقية في المنتجات الصناعية:-

تتحقق الموثوقية في المنتجات الصناعية عن طريق مراعاة البساطة في التصميم ، واستخدام مكونات ذات موثوقية عالية ، مفهوم المكون الاحتياطي ، تفادي عطل المنتج الصناعي ، اتباع الطرق التصنيعية التي تم التحقق منها ، بناء نظام تحذيري في المنتج الصناعي ، الإيقاف الذاتي للمنتج الصناعي عند تحميله فوق طاقته .

7-2 الموثوقية ورغبات المستهلك:-

تتحقق موثوقية المنتج مثل كل خواص الجودة في الإنتاج عن طريق تحقيق رغبات واحتياجات المستهلك في مرحلة تشغيل هذا المنتج وكمفهوم متعايش في حياتنا اليومية فإنه كلما قلت موثوقية المنتج كلما زادت تكاليف تشغيله بالنسبة للمستهلك بصورة مصاريف للاصلاح والصيانة بالإضافة الى تحمل تكاليف زمن عدم تشغيل المنتج (زمن التعطل أو التوقف عن العمل) .

2- 8 الصيغة الرياضية للموثوقية:-

الموثوقية هي عنوان يوضع للدلالة عن وظيفة منتج ما وهيكلمة للتقييم النوعي والذي يمثل مقدار الثقة. (qualitative) والاطمئنان (trust) لأداء منتج ما لوظيفته وعليه فإن الموثوقية تتعامل مع القياسات المتوقعة لفترة حياة المنتج ، ويعبر عن دالة الموثوقية بالمعادلة الرياضية التالية:

$$R(t) = 1 - \int_0^1 \mathcal{F}(t)dt = 1 - F(t) \dots\dots\dots (1-2)$$

t \equiv متغير عشوائي يمثل الوقت.

$R(t) \equiv$ دالة الاحتمالية التراكمية للنجاح أو دالة الموثوقية PDF

$\mathcal{F}(t) \equiv$ دالة التوزيع التراكمية CDF

لحساب الموثوقية كقيمة عددية فإن الموثوقية هي رقم موجب حقيقي بين الصفر (0) و

الواحد (1) ، فإذا كانت $R(t)=0$ فإن المعدة أو النظام لا يعمل ، أما اذا كانت $R(t)=1$ فإن

هذا مؤشر على التأكيد المطلق أن النظام أو المعدة ستستمر بالعمل الى الوقت t . وهذا فرض

نظري فقط.

هنالك العديد من المقاييس و الأدوات الضرورية لتقدير موثوقية نظام ما وهي :

hazard function**1-9-2 دالة المخاطرة أو دالة العطل**

عرف العطل من قبل هيئة القياسات البريطانية بأنه عدم المقدرة التي تحصل بالطريقة التالية "عندملا يستطيع الجزء أو النظام أو المعدة ان تعطي الأداء المناسب و بالأسلوب المطلوب لوظيفته المطلوبة منه

تعتبر دالة المخاطرة أو ما يعرف بمعدل العطل ($h(t)$ Failure Rate) واحدة من الدوال المفيدة لوصف موثوقية نظام ما ، التي يطلق عليها دالة الاخفاق $faller$ function أو دالة الشدة. وهي غالبا ما تستعمل للتعبير عن عطل النظام ، والذي يعبر عنه بالعلاقة التالية:

$$h(t) = \frac{\text{عدد العطلات}}{\text{مقدار الفترة الزمنية للاختبار}} \dots\dots\dots (2-2)$$

و بصورة اخرى:

لتكن T ترمز الى زمن حياة نظام ما ، ويفترض ان $f(t)$ هي دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي T و ان $R(t)$ هي دالة الموثوقية. دالة المخاطرة لهذه العلاقة ستكون بالشكل التالي:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \dots\dots\dots (3-2)$$

تمثل احتمال الاخفاق خلال فترة زمنية قصيرة من اللحظة t الى اللحظة $t + \Delta t$ ، بشرط ان النظام قد عمر حتى اللحظة t ، يعطى بالعلاقة الاتية:

$$p(t < T < t + \Delta t | T > t) = \frac{P(T < t + \Delta t, T > t)}{p(T > t)} * \int_t^{t+\Delta t} \frac{f(u) du}{R(t)} \cong h(t) \Delta t. (4-2)$$

$h(t)\Delta t \equiv$ تقريب لاحتمال اخفاق النظام في الفترة الزمنية $(t, t + \Delta t)$ بشرط ان النظام قد عمر حتى اللحظة t ، ويمكن ان تكون الوحدات الزمنية في بعض الأحيان مفاهيم لها علاقة بطبيعة عمل المنظومة (عدد دورات أو عدد كيلومترات). وان ايسر تعبير له هو (عطل لكل وحدة زمن). أما حسابات معدل العطل فيمكن حسابها من البيانات الإحصائية المبنية على مشاهدات سابقة .

وتتعدد أسباب العطل فمنها بسبب (المصممين، مهندسي الاختبار، التصنيع ، المجهزين ، القائمين بأعمال الصيانة و المستخدمين).

وهناك بعض العوامل التي يجب مراعاتها عند حساب معدل العطل:

- أسلوب العطل Failure Mode
 - وقت الإبدال والتصليح أثناء مهام الصيانة Time To Repair TTR .
 - الوقت الحقيقي للتشغيل أو الوقت بين العطلات Time Between Failure TBF .
- حالات دالة الخطر (معدل العطل):-

1. اذا كانت $h(t)$ تزايديه ، فهذا يعني أن النظام يبلى من الزمن.

2. اذا كانت $h(t)$ تناقصية ، فهذا يشير الى أن موثوقية النظام ستتحسن مع الزمن

تظهر بعض الانظمة معدل اخفاق متناقص مع الزمن في مراحل عمرها الأولى ، و تسمى

هذه الفترة بفترة الاضاءة burn-in .

2-9-2 المنحنى العام لدالة العطل

Bathtub Curve

معرفة معدل العطل مهم جدا بالنسبة للمنظومة فهو يستخدم لدلالة على التغير الذي يحصل لها خلال دورة حياتها (Life Time) تعتبر العلاقة بين معدل العطل و الزمن كما في الشكل (1-2) ويسمى مخطط منحنى البانيو .يظهر المخطط بثلاثة اطوار للمنحنى ، حيث يقسم الى ثلاث مراحل بدلالة الزمن ، كل مرحلة تعكس طبيعة الأعطال بتوزيع احتمالي و معدل عطل معينين ، والزمن هنا يمثل العمر التشغيلي للمكون. المراحل هي:

Burn-in

المرحلة الأولى: مرحلة التعريف بالمنتج

و فيها يتناقص معدل العطل مع الزمن ، ويحصل هذا بسبب اخطاء في تصميم المنظومة أو في تصنيعها خارج الحدود المسموحة . والتي تحدث تأثيرا على المكونات التي تقودها الى العطل المبكر ، وسرعان ما يعالج هذا بعد التشغيل.

معدل العطل المتناقص يحصل بسبب النوعية المتدنية (*Poor Quality*) للمكونات . وتعالج من خلال ابدالها بمكونات ذات معدل نوعية عالية ، اغلب المكونات و المعدات سواء كانت كهربائية أو ميكانيكية تعاني من العطل المبكر خلال بداية الحياة العملية لها ، و لمعظم المعدات والأنظمة هناك حالات اخرى يمكن ان تؤدي الى تخفيض في معدل العطل مثل تصحيح التصاميم الخاطئة ، و وضع نظام سيطرة ذو نوعية جيدة ، و نظام فحص جيد ، و تطوير المفهومية و الخبرة عن التعامل مع المعدات و المنظومات لفريق المشغلين و عمال الصيانة و حسن تدريبهم ، هذا التطوير غالبا ما يطلق عليه نمو الموثوقية *Reliability Growth* و

المنظومات التي تتصرف خلال هذا الطور هي تلك المنظومات أو المكونات التي يمكن ان نصف بياناتها بتوزيع ويبيل عندما تكون $\beta < 1$.

Normal Operation

المرحلة الثانية : فترة التشغيل الطبيعي

الاصطلاح العلمي لها هو *Chance Mortality* ، في هذه الفترة تحافظ دالة العطل على معدل ثابت *Constant Failure Rate* و يكون حدوث لأعطال عشوائيا أو بالصدفة ، ويلاحظ ان شكل الدالة ثابت على طول المدى الأفقي لذلك فإن التوزيع يمثل جزءا مهما و واسعا من دوه حياة المنظومة و هذا الطور غالبا ما يسمى بطور الحياة المفيد *Useful Life Phase* و اغلب المكونات ليس لها معدل عطلت ثابت فهو شكل تقريبي فقط ، إلا انه مفيد و خاصة عند حساب موثوقية النظام .ان المنظومة التي تتصرف خلال هذا الطور يمكن وصفها بتوزيع ويبيل عندما $\beta = 1$.

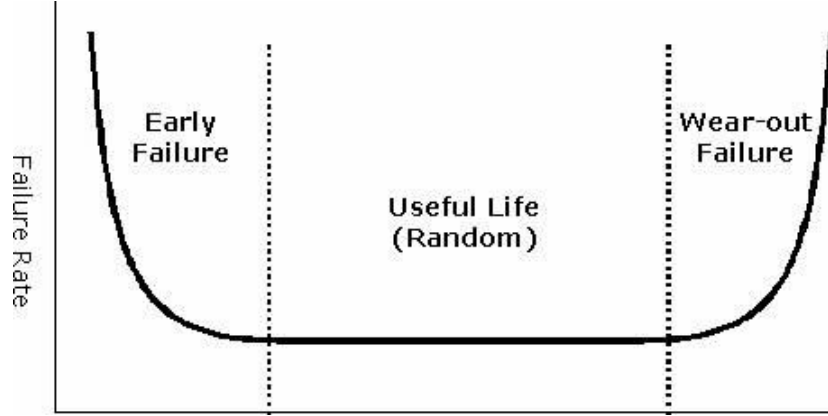
Wear-out

المرحلة الثالثة : مرحلة الاهتراء

وهي المرحلة النهائية من عمر الآلة و تعرف بمرحلة اهتراء الآلة *Wear-out* وفيها يزداد معدل العطل بشكل ملحوظ بسبب التقادم ، يمكن الغاء هذه المرحلة أو تقليل تأثيرها نظريا ، و عمليا يمكن معالجتها بواسطة الصيانة ، و على اي حال فإن معظم أساليب صيانة الأنظمة و المعدات و المكونات يمكن استبدالها بأخرى اكثر حداثة .

ان معظم المكونات الالكترونية لا تدخل ضمن الطور الثالث حتى لو استمرت بالعمل لسنوات طويلة.

تشارك كل المكونات (المعدات و الأجهزة) بالخصائص العامة لهذا المنحنى لكنها تختلف في الفترة الزمنية التي تستغرقها كل مرحلة.



الشكل (1-2) مخطط البانيو

3-9-2 متوسط زمن اخفاق النظام -- System Means Time to Fail

لتكن $R(t)$ هي دالة الموثوقية لنظام ما ، فإن الزمن المتوقع لفشل النظام خلال الفترة التي سيعمل فيها ، أو متوسط زمن الإخفاق $MTTF$ هو:

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad \dots\dots\dots (5-2)$$

بالرغم من كون $MTTF$ من المقاييس المستخدمة بصورة واسعة في مجال الموثوقية الا انه يجب الحذر عند استخدامها فهي تعتبر من المقاييس التي من الممكن تفسيرها بشكل خاطئ ، كأن تفسر على انها أقل زمن للبقاء المرجح (Guaranteed Minimum Life Time).

Availability

4-9-2 الإتاحة

يمكن أن نعبر عنها بأنها نسبة وقت التشغيل للمنظومة إلى الوقت الكلي للخدمة ، والوقت الكلي هنا و المحدد ضمن اي فترة زمنية يتضمن فترات الصيانة و التصليح بالإضافة الى فترة التشغيل و يمثل ذلك بالمعادلة التالية :

$$A(t) = \frac{Up\ Time}{Up\ Time + Down\ Time} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \dots\dots\dots (6-2)$$

Up Time=MTBF=Mean Time between Failure.

Down Time=MTTR=Mean Time to Repair

من الملاحظ أن الإتاحة تربط أوقات الصيانة بالموثوقية وهي علاقة مهمة تستخدم للتعبير عن احتماليه ان تكون المنظومة مهيأة لأداء وظيفتها متى مما طلب منها ذلك و تمكنا من احتساب نسبة الوقت المستغل فعلا .

و يتم حساب متوسط زمن الصيانة بالصيغة :

$$MTTR = \frac{total\ down\ time}{number\ of\ break\ downs} \dots\dots\dots (7-2)$$

و مما سبق فإنه لتعظيم الإتاحة يتم تقليل زمن الصيانة TTR و زيادة الزمن بين الأعطال TBF

Maintainability

5-9-2 قابلية الصيانة

تعرف بأنها الاحتمالية في ارجاع المكون المعطل الى الخدمة بالحالة المطلوبة و خلال فترة زمنية معينة باستخدام الموارد والإمكانيات المتوفرة ، و الفترة الزمنية هنا تمثل زمن التصليح

MTTR ، أما الموارد و الإمكانيات المستخدمة للتصليح ، ويقصد بها العمالة الماهرة والأدوات الاحتياطية و مواد التصليح المطلوبة و معدات الفحص والاختبار إضافة الى الكلفة و كل ما من شأنه أن يعظم الإتاحة ، ويعكس معدل قابلية الصيانة ، و خصائص المكونات من ناحية تصميمها و تركيبها ، ويمكن تعريفها كما يلي:

لتكن T ترمز الى متغير عشوائي لزمن التصليح (Total Down Time) ، واذا كان زمن التصليح يتوزع وفقا لدالة كثافة احتمالية $g(t)$ ، فان قابلية الصيانة $V(t)$ تعرف على انها احتمال عودة المنظومة الى العمل عند الزمن t ، معطاة بالعلاقة :

$$V(t) = P(T \leq t) = \int_0^t g(s) ds \quad \dots\dots\dots (8-2)$$

ويرمز لها في بعض المراجع بالرمز $M(t)$.

تحسب من الصيغة التالية :

$$1 - e^{-\frac{t}{MTTR}} \quad \dots\dots\dots (9-2)$$

ان العلاقة بين الموثوقية و قابلية الصيانة و الإتاحة مبنية أصلا منذ المرحلة الأولى لدورة حياة المنظومة اذا كانت المنظومة قد صممت لتكون بشكل يجعلها سهلة الصيانة عندها يمكن اعادتها للعمل بسرعة.

3-0 تمهيد:

يعتبر توزيع ويبل أحد التوزيعات الاحتمالية المستمرة و أحد نماذج الفشل الشائعة الاستخدام ، و في السنوات الاربعين الماضية كان لتوزيع ويبل مكانة و أهمية في حقل الموثوقية واختبار الحياة.

يرجع اشتقاق توزيع ويبل إلى العالم تيبب فيشر (Tippet Fisher) عام 1928 كتوزيع ثالث تقريبي للقيم المتطرفة ، وفي عام 1939 كان العالم الفيزيائي السويدي والذي ويبل (WalldiWiebull) أول من اكتشفه هو استخدمه في تحليلات الموثوقية بنجاح في عام 1951 من خلال بحث نشره عن تحليل العطلات سبعة نماذج كانت تتميز بصعوبة وصف سلوك بيانات التوزيعات المتداولة في ذلك الوقت . و من المناسب القول أن توزيع ويبل يصف بشكل شامل كافة مراحل دورة حياة المنظومة ، فهو يصف ظاهرتي التناقص و التزايد لمعدل العطل ، بالإضافة إلى ظاهرة الثبات .

3-1 استخدامات توزيع ويبل:-

يعد توزيع ويبل من التوزيعات المهمة المستخدمة في :

1. مجال الموثوقية Reliability الصناعية وحالات الفشل.
2. تحليل البقاء survivor analysis .
3. نظرية القيمة القصوى.
4. التنبؤ بالأحوال الجوية و وصف سرعة الرياح.
5. هندسة نظم المعلومات.

6. مجال التأمين العام.

بعد تطور البحوث العلمية اصبح توزيع ويبيل مرافقا لتلك التطورات ، فقد ساهم العديد من الباحثين في دراسة خصائص هذا التوزيع وطرق تقدير معالمه ، ومن هذه الطرق (طريقة الترحيح الاعظم MLE ، طريقة العزوم MOMENT ، و طريقة بيز BAYES ، وطريقة المربعات الصغرى OLS) .

2-3 ماهية توزيع ويبيل:

سنتطرق هنا الى الإطار النظري لتوزيع ويبيل وحالاتها المختلفة.

يتفرع توزيع ويبيل الى عدة انواع بناء على عدد المعلمات ، و من انواعه:

أ.توزيع ويبيل ذو المعلمتين:

ان متغير ويبيل β, α, ω و الذي فيه المجال $0 \leq X < \infty$ معلمة القياس $\alpha > 0$ و له معلمة الشكل $\beta > 0$ ولذلك فان دالة الكثافة الاحتمالية P.D.F تكون كما يلي:

$$f(t) = \frac{\beta t^{\beta}}{\alpha} \exp - \left[\frac{t^{\beta}}{\alpha} \right] \dots \dots \dots (1-3)$$

وعن طريق هذه الدالة من الممكن ان نحصل على الدالة التجميعية CDF

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t^{\beta}}{\alpha}} \dots \dots \dots (2-3)$$

اما دالة الخطر Hazard function :

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \dots \dots \dots (3-3)$$

و المتوسط لها هو:

$$\alpha \Gamma \left[\left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \right] \dots \dots \dots (4-3)$$

التباين هو:

$$\alpha^2 \left[\Gamma \left\{ \frac{\beta+2}{\beta} \right\} \right] - \left[\Gamma \left\{ \frac{\beta+1}{\beta} \right\} \right]^2 \dots\dots\dots (5-3)$$

و العزم RTH حول المتوسط :

$$\alpha^r \Gamma \left[\beta + \frac{r}{\beta} \right] \dots\dots\dots (6-3)$$

ب.توزيع ويبيل ذو الثلاث معالم:

من الممكن الحصول على توزيع ويبيل ذو الثلاث معالم بالاعتماد على توزيع ويبيل ذو المعلمتين مع اضافة معلمة ثالثة و هي معلمة الموقع و التي يشار اليها بالرمز (γ جاما) و ان دالة الكثافة الاحتمالية PDF لها تكون صفر عندما $X > \gamma$ و لذلك يكون لدينا توزيع ويبيل مع نقطة الاصل (γ) في تطبيقات الموثوقية (الموثوقية) ان هذه المعلمة تشير الى اقل فترة بقاء ($MINIMUM LIFE$) و لكن هذا لايعني بالضرورة عدم امكانية حدوث حالات فشل تحت هذه القيمة في المستقبل ، و ان المتغير ويبيل β ، α ، γ : سوف يوضح لنا ان $\gamma > 0$ تشير الى معلمة الموقع و ان $\alpha > 0$ تشير الى معلمة القياس و ان $\beta > 0$ تشير الى معلمة الشكل و ان المجال $\gamma \leq X \leq +\infty$ و ان دالة $P.D.F$ تكون:

$$f(x) = [\beta(X - \gamma)^{\beta-1} / \alpha^\beta] e^{-[(x-\gamma)/\alpha]^\beta} \dots\dots\dots (7-3)$$

$$X \geq \gamma$$

وان دالة $C.D.F$ تكون

$$F(x) = 1 - e^{-\left[\frac{x-\gamma}{\alpha}\right]^\beta} \dots\dots\dots (8-3)$$

$$X \geq \gamma$$

ودالة الخطر HAZARD FUNCTION :

$$h(x) = \beta(X - \gamma)^{\beta-1}/\alpha^\beta \dots\dots\dots (9-3)$$

$$X \geq \gamma$$

و ان المتوسط هو :

$$\gamma + u\Gamma[(\beta + 1)/\beta] \dots\dots\dots (10-3)$$

و التباين هو :

$$\alpha^2 \left[\Gamma \left[\frac{\beta+2}{\beta} \right] - [\Gamma(\beta + 1)/\beta]^2 \right] \dots\dots\dots (11-3)$$

Bi-Weibull Distribution

ج. توزيع باي ويبل

من الممكن الحصول على توزيع باي ويبل من اشتراك توزيعين ل- (ويبل) وهذا سيوفر لنا نموذج توزيع له شكل مرن .ومن الممكن الحصول على مرونة اكثر بإضافة اكثر من توزيعين ل- (ويبل) وهذا سيزيد عدد المعالم المقدره. ولن نسهب كثيرا في هذا النوع من توزيع ويبل وسنكتفي بهذه المعلومات عنه.

هذه هي اهم انواع توزيع ويبل الاحتمالي وهناك غيرها مثل (توزيع باي ويبل ذو الخمسة معالم ، توزيع ويبل المعمم ، ...الخ) ، وسنركز في هذا البحث على توزيع ويبل بالمعلمتين α ، β

3-3 علاقة توزيع ويبل بالتوزيع الاسي:-

كما ذكرنا سابقا فان توزيع ويبل هو احد التوزيعات المستمرة التي تنتمي الى العائلة الاسية (التوزيع الاسي ، توزع جاما ، التوزيع الطبيعي).ويمكن اختصار توزيع ويبل الى

التوزيع الاسي عندما تكون معلمة الشكل تساوي واحد $\alpha = 1$ ، عندها تصبح دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبيل بالشكل التالي:

$$f(t) = \frac{\beta t^{\beta}}{\alpha} \exp - \left[\frac{t^{\beta}}{\alpha} \right]$$

وبما اننا فرضنا ان معلمة الشكل $\alpha = 1$

$$f(t) = \frac{1}{\beta} t^0 e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)} \dots\dots\dots (13-3)$$

و هي الصيغة الرياضية لتوزيع الاسي.

3-4 استخدامات توزيع ويبيل في الموثوقية:-

يعتبر توزيع ويبيل من التوزيعات المهمة المستخدمة في الموثوقية Reliability ، حيث أنه يمكن أن يعتمد على عدة عوامل لذلك فان توزيع ويبيل يأخذ الاهمية القصوى في الدراسات العلمية التي تعتمد على تحديد فترة البقاء في تطبيقات الموثوقية.

الموثوقية(دالة الاخفاق) لمتغير عشوائي يتبع توزيع ويبيل ذو المعلمتين:

$$f(t) = \frac{\beta t^{\beta}}{\alpha} \exp - \left[\frac{t^{\beta}}{\alpha} \right] ; \alpha\beta > 0$$

بحيث تكون تزايديه مع الزمن عندما ($\alpha > 1$) أو تناقصية عندما ($\alpha < 1$) ، أو ثابتة مع الزمن عندما ($\alpha = 1$) و ذلك لان معدل العطل لدالة تتبع توزيع ويبيل الاحتمالي تكون بالشكل التالي:

$$h(t) = \frac{(\alpha/\beta)(t/\beta)^{\alpha-1} e^{-(t/\beta)^{\alpha}}}{e^{-(t/\beta)^{\alpha}}} = \left[\frac{\alpha}{\beta} \right] [t/\beta]^{\alpha-1} \dots\dots\dots (15-3)$$

تعتبر مرونة توزيع ويبل في احتوائه على معدل متزايد أو متناقص أو ثابت مع الزمن واحدة من الملامح الهامة التي تجعل منه توزيع ملائم لتمثيل ازمنا حياة بعض الانظمة.

الموثوقية لتوزيع ويبل:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad \dots\dots\dots (16-3)$$

معدل الخطر:

$$z(t) = \frac{\beta}{\alpha} t^{\beta-1} \quad \dots\dots\dots (17-3)$$

3-5 قيمة المعلمة β و تحليل ويبل:-

ان تحديد شكل و نوع التوزيع الذي تسلكه بيانات عطل معدة ما لتوزيع معين وبتابع الخطوات المذكورة سابقا يضفي بعض الصعوبة على في استخلاص النتائج ، و عليه يمكن تطبيق طريقة اكثر سهولة و مرونة للوصول الى الغاية المنشودة ، وباستخدام طريقة مشتقة من تحليلات توزيع ويبل واطلق عليها تحليلات ويبل ، فتوزيع ويبل إضافة لوصفه نماذج عطل غير معروفة سابقا ، فيمكن استخدامه للحكم السريع و السهل عن حسن المطابقة لسلوك البيانات لتوزيع معين ، من خلال تحليل قيمة معلمة الشكل β لتوزيع ويبل و كما يلي:

$0 < \beta < 1$ معدل العطل متناقص DFR يعبر عنه بالمرحلة الأولى.

$\beta = 1$ التوزيع يقترب من التوزيع الأسي و معدل العطل ثابت ، يعبر عنه بالمرحلة الثانية .

$1 < \beta < 2$ حالة خاصة ، معدل العطل متزايد IFR ، ويكون على شكل منحنى مقعر

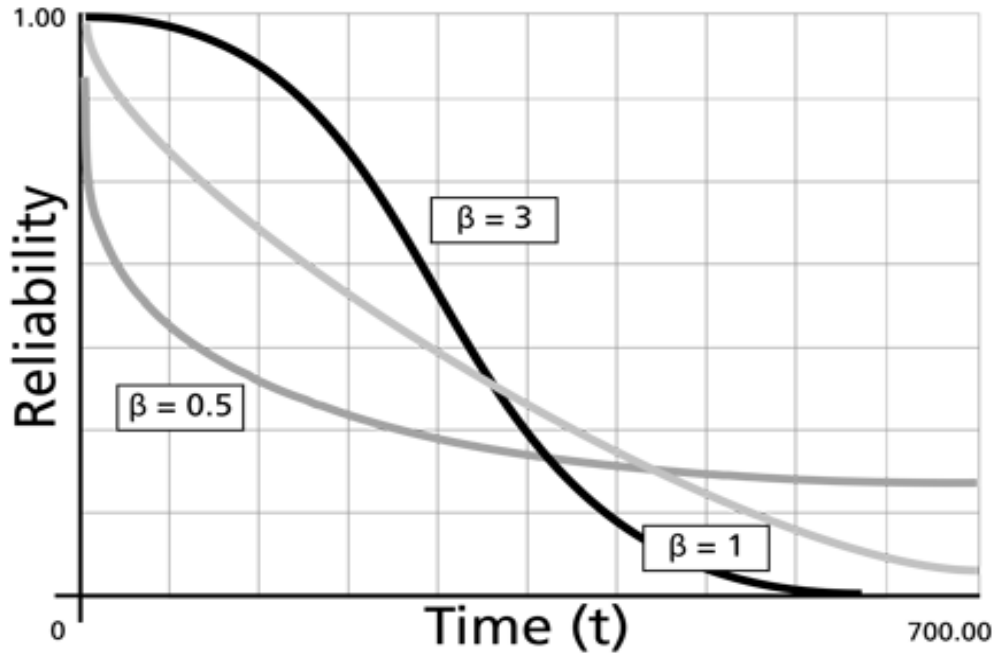
. *Concave*

$\beta = 2$ حالة خاصة وتمثل توزيع رايلي Rayleigh للأجهزة الإلكترونية .

$\beta > 2$ معدل العطل متزايد و يكون على شكل منحنى محدب *Convex* ويعبر عنه بالمرحلة الثالثة.

$4 > \beta > 3$ التوزيع يقترب من التوزيع الطبيعي ، و معدل العطل متزايد ويعبر عنه بالمرحلة الثالثة.

Weibull Reliability Plot with $0 < \beta < 1$, $\beta = 1$, and $\beta > 1$



الشكل (3-1) حالات معلمة الشكل لتوزيع ويبيل الاحتمالي

امتد استخدام هذا التوزيع ليشمل أعمال الصيانة من خلال تخفيض كلفتها الى الحد الأدنى للحصول على أفضل وقت لصيانة النظام (الماكينة) باعتماد تحليلات ويبيل.

3-6 تقدير معلمتي توزيع ويبل:

أطريقة الامكان الاعظم: *Maximum likelihood method (MLD)*

هي احد اهم طرق التقدير التي تهدف الى جعل دالة الامكان للمتغيرات العشوائية في نهايتها العظمى . ولايجاد القيم التقديرية لكل من معلمتي الشكل و القياس يتم أخذ المشتقات الجزئية لدالة الامكان الاعظم ، وكما يأتي:

$$l(t_1, t_2, \dots, t_n, \alpha, \beta) = \left[\frac{\alpha}{\beta}\right]^n \left(\prod_{i=1}^n t_i^{\alpha-1}\right) \exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^\alpha}{\beta}\right] \dots$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \frac{n}{\hat{\alpha}} - \frac{\sum_{i=1}^n t_i^\alpha \ln t_i}{\beta} + \sum_{i=1}^n \ln t_i = 0 \dots \dots *$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = -\frac{n}{\hat{\beta}} + \frac{\sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\alpha}}}{\hat{\beta}^2} = 0$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\alpha}}}{n} \dots \dots \dots (18-3)$$

و لا يمكن حل المعادلة* بالطرق الاعتيادية وذلك بسبب ارتفاع درجة الاخطية فيها ، لذلك يمكن حلها باستخدام احدى الطرائق العددية لحل المعادلات غير الخطية مثل طريقة نيوتن-

رافسون (Newton-Raphson) وعلى النحو الاتي:

$$\hat{\alpha}_j = \hat{\alpha}_{j-1} - \frac{g(\hat{\alpha}_{j-1})}{g'(\hat{\alpha}_{j-1})} \dots \dots \dots (19-3)$$

$$\phi(\hat{\alpha}) = \frac{\sum_{i=1}^n \ln t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\alpha}}} - \frac{1}{\hat{\alpha}} - \frac{\sum_{i=1}^n \ln t_i}{n}$$

$$g(\alpha) = \frac{\partial \phi(\hat{\alpha})}{\partial (\hat{\alpha})} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\alpha}} \sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\alpha}} (\ln t_i)^2 - (\sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\alpha}} (\ln t_i))^2}{\sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\alpha}}} + \frac{1}{\hat{\alpha}^2} \dots (20-3)$$

$$\widehat{m}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k \quad \dots\dots\dots (22-3)$$

حيث \widehat{m} هي تقدير العزم k^{th} لتوزيع ويبل:

$$\hat{\mu}_k = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{-\frac{k}{\beta}} \Gamma\left(1 + \frac{k}{\beta}\right)$$

$$\widehat{m}_1 = \hat{\mu}_1 = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\widehat{m}_1 = \hat{\mu}_1 + \hat{\sigma}^2 = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{2}{\beta}} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)^2 \right]$$

$$\frac{\hat{\mu}^2}{\hat{\sigma}^2 + \hat{\mu}^2} = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)}$$

$$\hat{\mu} = E(X_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \hat{\sigma}^2 = E(X_i^2) - (E(X_i))^2$$

$$z = \frac{1}{\beta}$$

$$\hat{\alpha} = \hat{\mu} / \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad \dots\dots\dots (23-3)$$

ج.تقدير بيز لمعلمتي توزيع ويبل:

Bayesian Estimation for Parameters of Weibull Distribution:-

سوف نتطرق الى تقدير معلمة القياس و الشكل لتوزيع ويبل ذي المعلمتين باستخدام اسلوب بيز

، و إن التوزيع السابق ذو المعلومات (Joint Information Prior Distribution) لمعلمتي

توزيع ويبل يتبع توزيع جاما (Gamma Distribution) .

أي ان:

$$P(\alpha, \beta) = P(\alpha)P(\beta)$$

$$P(\beta) \approx \Gamma(\alpha_0', \beta_0') ; P(\alpha) \approx \Gamma(\alpha_0, \beta_0)$$

$$= \frac{\beta_0^{\alpha_0}}{\Gamma \alpha_0} \alpha^{\alpha_0-1} e^{-\alpha \beta_0} \frac{\beta_0'^{\alpha_0'}}{\Gamma \alpha_0'} \beta^{\alpha_0'-1} e^{-\beta \beta_0'} \dots\dots\dots (24-3)$$

وللسهولة نكتبها كما يلي:

$$P(\alpha, \beta) \propto \alpha^{\alpha_0} e^{-\alpha \beta_0} \beta^{\alpha_0'-1} e^{\alpha \sum_{i=1}^n t_i} \dots\dots\dots (25-3)$$

و أن دالة الإمكان تكون كالآتي :

$$L(t_i; \alpha, \beta) = L(\alpha, \beta) \\ = \alpha^n \beta^n (\prod_{i=1}^n t_i)^{\beta-1} e^{-\alpha \sum_{i=1}^n t_i} \dots\dots\dots (26-3)$$

و باستخدام المعادلتين (25-3) و (26-3) وحسب نظرية بيز فإن التوزيع اللاحق المشترك

(Posterior Distribution) للمعلمتين α و β يكون كالآتي :-

$$\ln P(\alpha, \beta | t_1, t_2, \dots, t_n) \\ = \ln k + (\alpha_0 - 1) \ln \alpha - \alpha \beta_0 + (\alpha_0' - 1) \ln \beta - \beta \beta_0' + n \ln \alpha \\ + n \ln \beta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln t_i - \alpha \sum_{i=1}^n t_i$$

وللحصول على القيم التقديرية للمعلمتين (α, β) ، نأخذ المشتقة الجزئية لكل معلمة

ونساويها بالصفر. أي أن:

بالنسبة ل α نحصل على:

$$\frac{\partial \ln P(\alpha, \beta | t_1, t_2, \dots, t_n)}{\partial \alpha} = \frac{(\alpha_0 - 1)}{\alpha} - \beta_0 + \frac{n}{\alpha} - \sum_{i=1}^n t_i = 0$$

و منها نحصل على:

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\alpha}_0 + n - 1}{\hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^n t_i} \dots \dots \dots (27-3)$$

اذ أن $(\hat{\beta})$ مقدر ل (β) . و كذلك بالنسبة ل (β) نحصل على :

$$\frac{\partial \ln P(\alpha, \beta | t_1, t_2, \dots, t_n)}{\partial \beta} = \frac{(\alpha - 1)}{\beta} - \hat{\beta}_0 + \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n \ln t_i - \alpha \sum_{i=1}^n \ln t_i = 0$$

و بتعويض $(\hat{\alpha})$ فيها تكون كما يأتي :

$$\frac{(\hat{\alpha} - 1)}{\hat{\beta}} - \hat{\beta}_0 + \frac{n}{\hat{\beta}} + \sum_{i=1}^n \ln t_i - \left[\frac{\alpha_0 + n - 1}{\hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^n t_i \hat{\beta}} \right] \sum_{i=1}^n t_i \hat{\beta} \ln t_i = 0 \dots (28-$$

3)

لعدم إمكانية إيجاد المقدرات $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ بشكل تحليلي (مضبوط) نظرا لكون الدالة غير خطية

نلجأ الى الطرائق العددية التكرارية التقريبية (Iterative Method) ، و منها طريقة

نيوتن رافسون (Newton-Raphson Method) وباستخدام طريقة المربعات الصغرى :

ولتكن $(\hat{\beta} = \hat{\beta}_r)$ وبعد ذلك سوف نحصل على قيمة تقريبية ل $(\hat{\beta})$ باستخدام المعادلة التكرارية

الآتية و المعروفة بطريقة نيوتن رافسون:

$$S(\hat{\beta}) = \left[\frac{\hat{\alpha}_0 + n - 1}{\hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^n t_i \hat{\beta}} \right] * \sum_{i=1}^n t_i \hat{\beta} (\ln t_i)^2 - \left[\frac{\hat{\alpha}_0 + n - 1}{\hat{\beta}} \right] + \hat{\beta}_0 - \sum_{i=1}^n \ln t_i \quad (29-3)$$

$$S'(\hat{\beta}) =$$

$$\left[\frac{\hat{\alpha}_0 + n - 1}{\hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\beta}}} \right] * \sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\beta}} (\ln t_i)^2 + \sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\beta}} \ln t_i * \left[\frac{-(\hat{\alpha}_0 + n - 1) * \sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\beta}} \ln t_i}{\left[\hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\beta}} \right]^2} \right]$$

(30-3)

و تستمر العملية التكرارية حتى نحصل على قيمة $(\hat{\beta}_{j+1})$ وتتوقف عملية التكرار عندما يكون الفرق المطلق للخطأ $ERROR = |\hat{\beta}_{j+1} - \hat{\beta}_j|$ يساوي قيمة صغيرة مختارة ، وبهذه الطريقة نحصل على مقدر بيز ل β وبعد ذلك يمكن تعويضها في المعادلة (31-3) للحصول على مقدر بيز .

Least Square Method (OLS)

د.التقدير بطريقة المربعات الصغرى :-

تهدف طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية الى إيجاد معادلة خطية تقديرية

$$y_i = \alpha + \beta x_i$$

و تعد من اكثر الطرق شيوعا في مجال تقدير المعلمات .

لإيجاد مقدرات توزيع وييل بطريقة المربعات الصغرى نقوم اولا بتحويل دالة توزيع وييل اللاخطية الى دالة خطية و كالاتي :

$$\square_x = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}$$

$$\frac{1}{1 - \square_x} = e^{\left[\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right]}$$

$$\ln \left\{ \frac{1}{1 - \square_x} \right\} = \left[\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \right]$$

الدالة التراكمية لتوزيع وييل يمكن ان تتحول الى دالة خطية :

$$\ln \ln \left\{ \frac{1}{1 - \square_x} \right\} = \beta \ln t - \beta \ln \alpha \quad \dots\dots\dots(31 - 3)$$

ويمكن كتابة المعادلة بالصورة

$$y = bx + a \quad \dots\dots\dots(32 - 3)$$

حيث:-

$$y = \ln \ln \left\{ \frac{1}{1-x} \right\} \dots\dots\dots(33-3)$$

$$x = \ln t$$

$$\alpha = -\beta \ln \alpha$$

$$b = \beta$$

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \dots\dots\dots (34-3)$$

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \dots\dots\dots (35-3)$$

7-3 شركة كولدير الهندسية المحدودة:

بدأت الشركة عام 1935 بـدكان صغير لإصلاح الثلاجات (حاليا مقر مكتبة بوكشوب) ، و في عام 1941 تدرجت الى ورشة بالمحطة الوسطى تحت اسم دار التبريد ، ثم انتقلت الى المنطقة الصناعية بالخرطوم واقامت أول مصنع بالسودان لإنتاج مكيفات الهواء (شباك و اسبلت) ، ومبردات الماء وثلاجات الفاكهة.

في عام 1959 افتتحت الشركة صالة للعرض و مكتبا اداريا بشارع الزبير باشا بالخرطوم لممارسة اعمالها و تسويق ثلاجات (ليونارد) التي منحتها توكيلا بالسودان اضافة الى منجاتها.

في العام 1960 انتقل المصنع من المنطقة الصناعية بالخرطوم الى الموقع الحالي بمنطقة الصناعات الثقيلة بالخرطوم بحري حيث قامت بإنتاج الثلاجات المنزلية اضافة الى مبردات الهواء (المكيفات) ، ومبردات المياه وثلاجات الموز والفواكه.

مايميز شركة كولدير عن غيرها من الشركات هو تقديم منتجات تلائم مناخ السودان لتتمكن من تحمل الظروف.

تمثل شركة كولدير نموذجا رائعا للطموح والتفاني في العمل عبر السنين حيث كانت ولا زالت محافظة على جودة صناعتها و مكانتها في السوق ، الشركة مقسمة الى عدة اقسام كل قسم يعمل فيه عدد من الموظفين المثابرين والجادين الذين يسعون لتقديم الأفضل في سبيل ارضاء العميل ، كما يوجد في الشركة قسم كامل يهتم بضبط جودة الإنتاج وذلك بهدف رفع كفاء المنتجات وتقديم اجهزة تبريد بضمان 5 سنوات .

شركة كولدير تطورت على مدى اكثر من 70 عاما ، ولا زالت تتطور حتى يومنا هذا ، و كان هذا احد الاسباب التي دفعتنا لاختيارها كمصدر لبياناتنا الاحصائية. يحتوي المصنع على عدد من الأقسام كل قسم مسؤول عن إنتاج جزء معين من اجزاء الثلاجة ، و قد ارتكز البحث على قسم البلاستيك الذي يحتوي على 6 ماكينات وهي: Injection mold و هي ماكينتين هما:-

- GIESS I و GIESS II : ماكينات لتشكيل القوالب الكبيرة لأبواب الثلجات وهي تتعطل حوالي 7 مرات في الشهر.

Thermoforming: و هي 4 ماكينات تتعطل حوالي 10 مرات كل شهر.

- BM BIRACHI100

- BM BIRACHI720

- BM BIRACHI125

- BM BIRACHI720 NEW

وهي مسؤولة عن تشكيل القوالب الصغيرة للثلجات.

تختلف كل ماكينة في زمن التعطل فبعضها يأخذ وقتا اطول في صيانة الأعطال ، و

بعضها يأخذ وقتا اطول عند تغيير الأجزاء الداخلية وهكذا.

يمكن تلخيص أسباب الأعطال كما يلي-

1. الأعطال الميكانيكية Mechanic .

2. أعطال بسبب التهوية Air Drop .

3. أعطال بسبب قطوعات الكهرباء NCE POWER OFF .

4. تغيير الأجزاء الداخلية Tools Chang .

5. أعطال متعلقة بدرجة الحرارة Heating Up

0-4 تمهيد:-

بناء علي ما سبق من وصف التوزيع الذي نريد تطبيق البيانات عليه واعتمادا علي ما ذكر في الاطار النظري فقد تم تطبيق البيانات للتأكد من صحة الفرضيات المذكورة في خطة لبحث تم تحليل البيانات باستخدام البرامج الاحصائية (NCSS , EASYFIT , SPSS) فقد توصلنا للنتائج الموضحة ادناه.

مناقشة وعرض نتائج التحليل :-

4- 1 المقاييس الوصفية:-

جدول (1-4) وصف البيانات بالنسبة للآلات (Descriptive Statistic for machines)

اسم الآلة	MTTF	الانحراف المعياري	أقل زمن للتعطل	أطول زمن للتعطل	N	Total t
GIESS I	16.11	15.027	1	53	44	709
GIESS II	17.07	15.882	1	66	44	751
BM BIRAGIII 100	12.84	15.367	0	72	25	321
BM BIRAGIII 720	13.53	17.073	1	88	32	433
BM BIRAGIII 125	13.61	19.125	1	80	18	245
BM BIRAGIII NEW	24.67	23.802	3	93	21	518
TOTAL	16.18	17.33	0	93	184	2977

من الجدول:

- نجد ان BM BIRAGHI720 NEW لها اعلى متوسط تعطل من بين بقية الماكينات 24.67 ، و كانت أطول مدة لتعطلها 93 ساعة خلال شهر سبتمبر و هي أطول مدة للتعطل.
- كما نلاحظ أن BM BIRAGIII 100 لها أقل متوسط تعطل من بين بقية الماكينات 12.84 على مدى السبعة أشهر في زمن كلي قدره 321 ساعة وكانت اطول مدة لتعطلها 72 ساعة خلال شهر سبتمبر .
- المتوسط العام لتعطل الماكينات الست هو 16.18 والزمن الكلي للتعطل هو 2977 ساعة و نجد ان انحراف البيانات عن وسطها الحسابي هو 17.33 و أكبر زمن للتعطل هو 93 ساعة و أقل زمن للتعطل هو 0 ساعة.

جدول (2-4) وصف البيانات بالنسبة للشهور (Descriptive statistics For Months)

الشهور	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	اقل قيمة	اكبر قيمة	N	الزمن الكلي للتعطل
مايو	16.75	14.259	1	46	28	469
يونيو	14.74	16.749	1	53	19	280
يوليو	13.29	11.950	1	39	21	279
اغسطس	15.11	13.957	2	50	27	408
سبتمبر	17.28	27.585	0	93	29	501
اكتوبر	15.97	16.316	1	66	32	511
نوفمبر	18.44	15.938	1	50	25	461

من الجدول :-

- نجد أن شهر نوفمبر له أعلى متوسط أعطال بلغ 18.44 حيث تعطلت فيه الماكينات بزمان قدره 461 ساعة خلال الشهر.
- شهر يوليو له أقل متوسط اعطال بلغ 13.29 حيث تعطلت فيه الماكينات لمدة قدرها 279 ساعة خلال الشهر.
- أعلى اجمالي لتعطل الماكينات كان في شهر اكتوبر الذي تعطلت فيه الماكينات 511 ساعة.

2-4 اختبار مدى ملائمة البيانات:-

الفروض الإحصائية التي تم اختبارها:

فرضية العدم: Ho:

بيانات الزمن التي تم التحصل عليها تتبع توزيع ويبل الاحتمالي

الفرض البديل: H1:

بيانات الزمن التي تم التحصل عليها تتبع توزيع ويبل الاحتمالي

بعد أن تمت مقارنة P-VALUE بمستوى دلالة احصائية (معنوية) 0.05 تم التوصل

الى النتائج التالية:

جدول (3-4) اختبار KOLMOGROV-SMIRNOV

القرار قبول Ho	P-VALUE	قيمة الاختبار KOLMOGROV- SMIRNOV	قيمة المعلمة α	قيمة المعلمة β	إسم الماكينة
نعم	0.86206	0.08727	15.654	0.89727	GIESS I
نعم	0.75418	0.0981	16.711	1.1122	GIESS II
نعم	0.59434	0.14779	10.858	0.79968	BM BIRAGIII 100
نعم	0.78669	0.1108	10.858	1.0465	BM BIRAGIII 720
نعم	0.7432	0.15226	10.119	1.0366	BM BIRAGIII 125
نعم	0.73742	0.14224	22.98	1.146	BM 720 NEW
نعم	0.26786	0.07297	15.418	1.0087	Total

من الجدول:-

- بما أن جميع P-VALUE المتحصل عليها لكل ماكينة على حدى اكبر من 0.05 في جميع الآلات فعليه قبلنا فرض العدم بمعنى أن البيانات تتبع توزيع ويبيل الاحتمالي لجميع الماكينات وفقا لاختبار KOLMOGROV-SMIRNOV.
- كما نجد انه عند إجراء الاختبار لكلي البيانات فإن نتيجة P-VALUE كانت 0.26786 وهي اكبر من مستوى المعنوية 0.05 مما يعني اننا قبلنا فرض العدم ، كي البيانات يتبع توزيع ويبيل.

3-4 حساب الموثوقية:-

وفقا لنتائج التحليل لطبيعة البيانات المتحصل عليها باستخدام برنامج EASY-FIT الإحصائي لكل ماكينة فإن البيانات تتبع توزيع ويبل الاحتمالي عند مستوى معنوية 0.05 بناء على اختبار KOLMOGROV-SMIRNOV. وبناء على ذلك قمنا بحساب الموثوقية عند (t=5) ومعدل الخطر لكل ماكينة.

GIESS I :

تم حساب مقاييس الموثوقية للآلة و تم التوصل إلى الآتي:

t =5 hour

$$\beta = 0.89727$$

$$\alpha = 15.654$$

$$R(t) = e^{-\frac{t^\beta}{\alpha}}$$

$$R(5) = e^{-\frac{5^{0.89727}}{15.654}} = 0.70$$

$$h(t) = \frac{\alpha}{\beta} t^{\beta-1}$$

$$h(t) = \frac{0.89727}{15.65} 5^{0.89727-1} = 0.045$$

مقاييس الموثوقية ل GIESS1 :

MTTF = 16 hours

MTBF = 14 hours

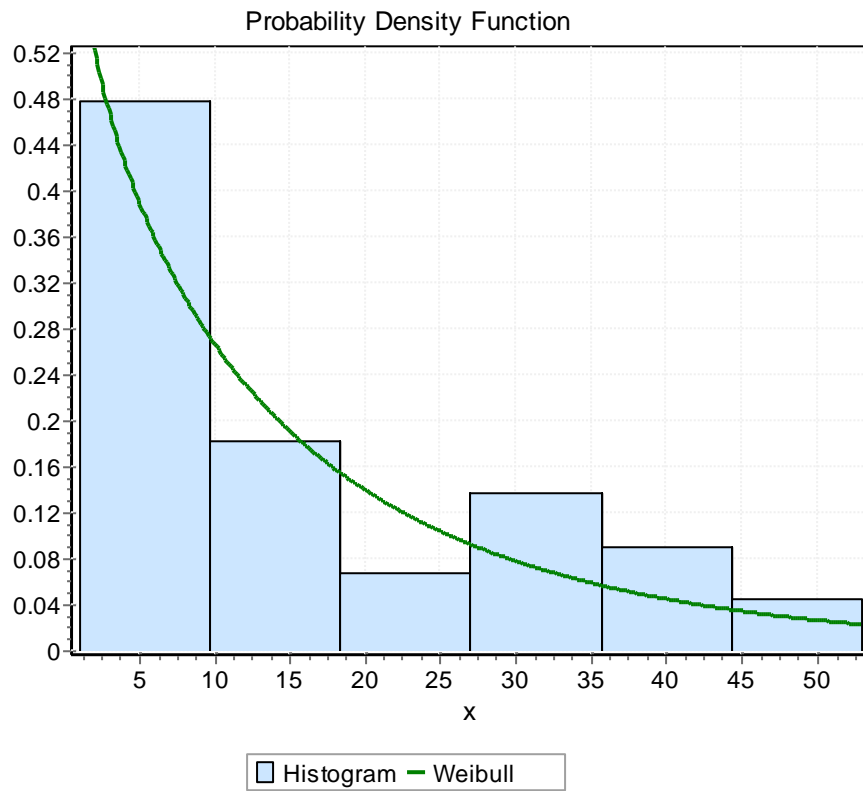
MTTR =14.47

$$A(t) = 0.50$$

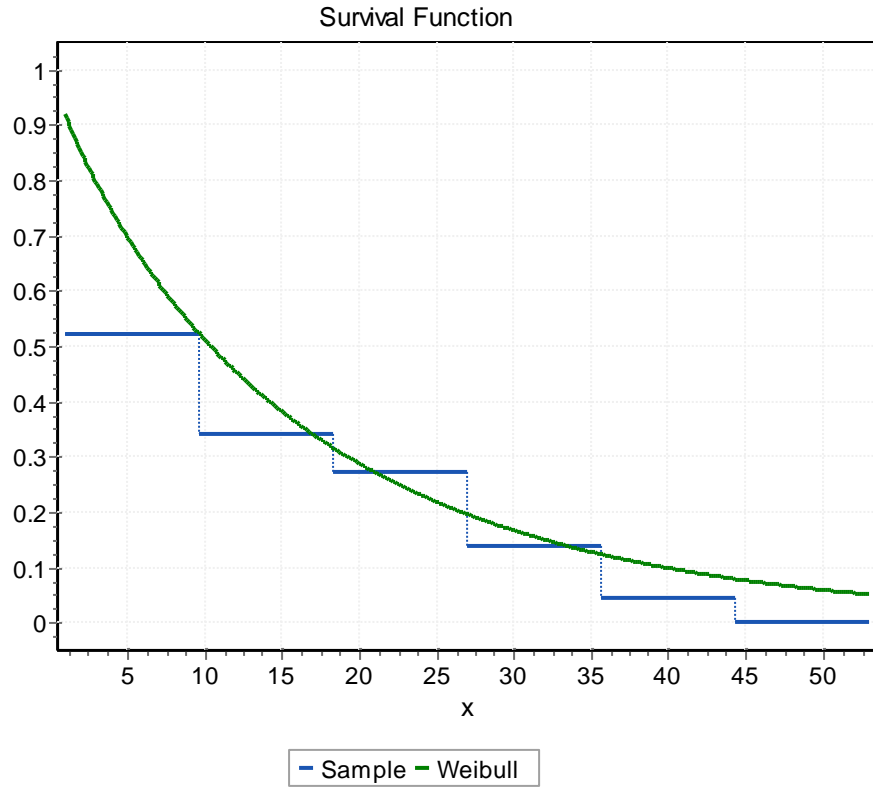
$$M(t) = 0.82$$

$$t = 25 \text{ hours}$$

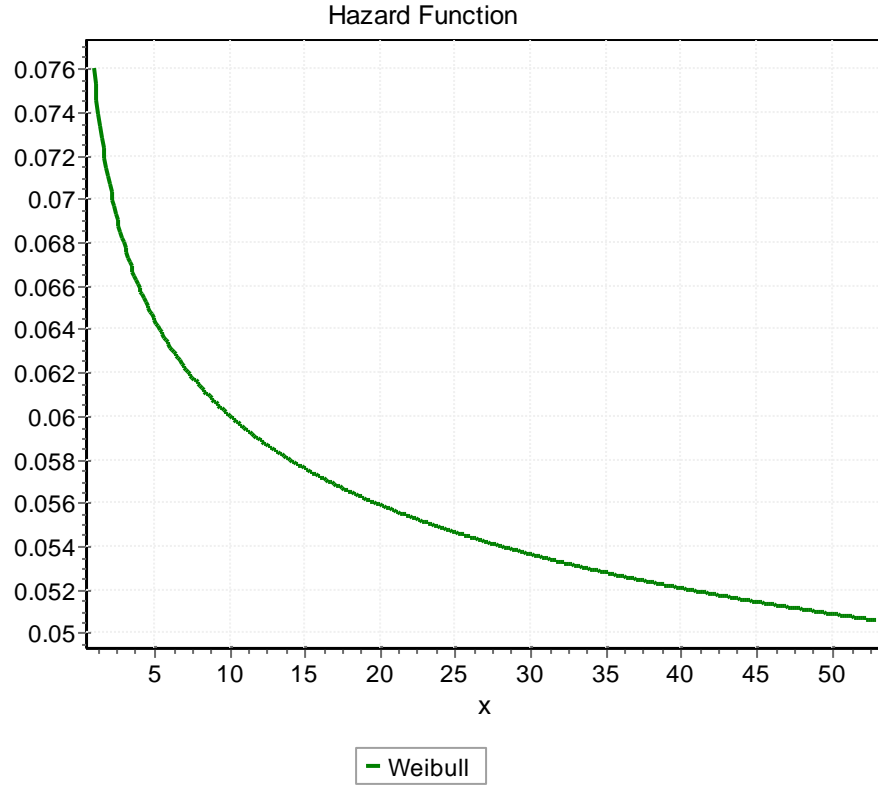
من النتائج أعلاه نجد أن الآلة تمتع بموثوقية 70% أي أننا واثقون بنسبة 70% بأن ماكينة GEISS I ستبقى تعمل بدون ان تتعطل لمدة 5 ساعات بمعدل خطر 0.049 .



الشكل (4-1) دالة الكثافة الاحتمالية لماكينة GEISS 1



الشكل (4-2) دالة الموثوقية لماكينة 1 GIESS



الشكل (3-4) دالة الخطر لماكينة GIESS1

من الأشكال نلاحظ أن دالة الموثوقية للماكينة في تناقص بمرور الزمن.

GIESS II :

تم حساب مقاييس الموثوقية للآلة و تم التوصل إلى الآتي:

$$\beta = 1.1122$$

$$\alpha = 16.711$$

$$R(t) = e^{-\frac{5^{1.1122}}{16.711}} = 0.77$$

$$h(t) = \frac{1.1122}{16.711} 5^{1.1122-1} = 0.0797$$

مقاييس الموثوقية ل GIESS II :

MTTF = 16 hours

MTBF = 19 hours

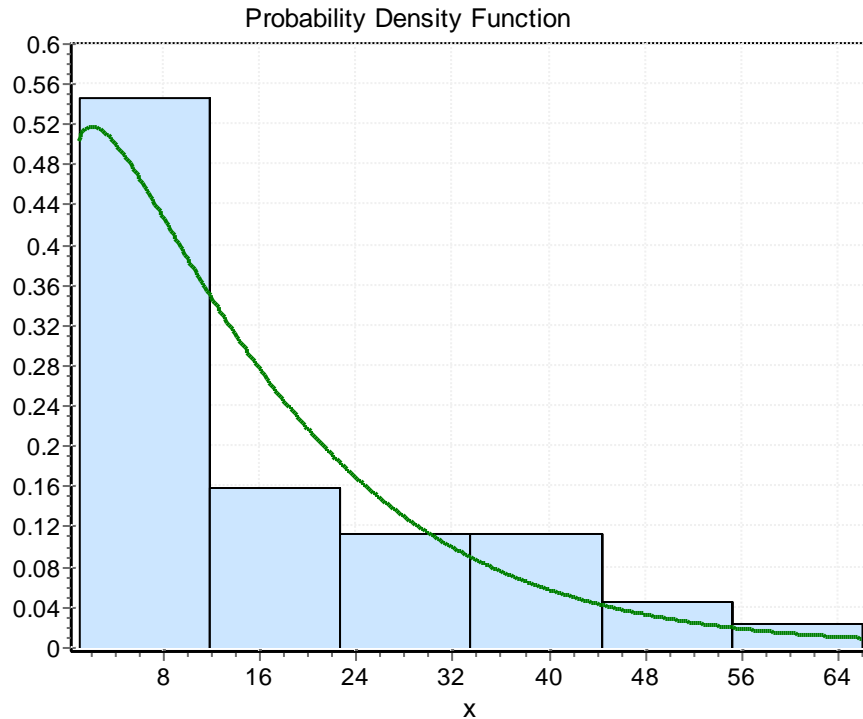
MTTR =15.33

$A(t) = 0.55$

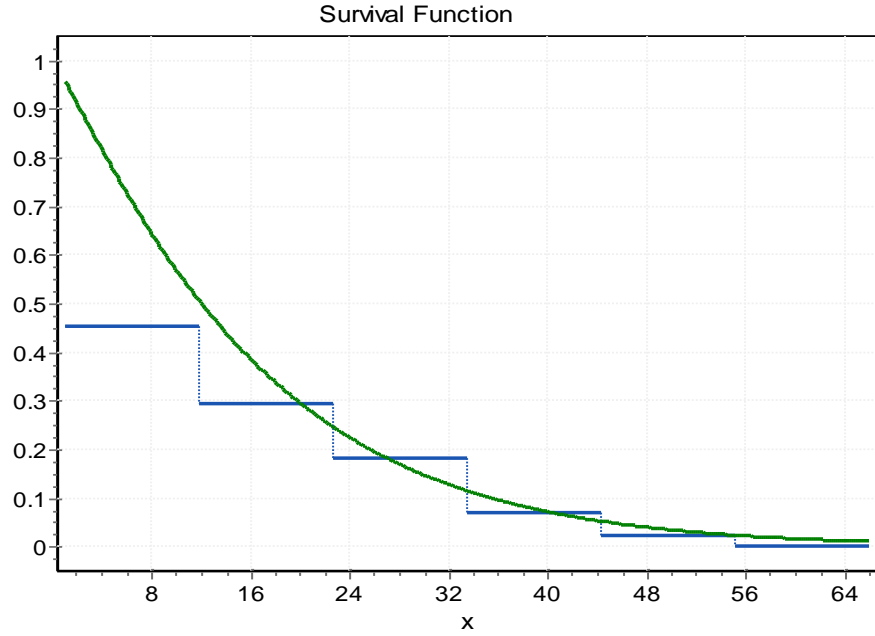
$M(t) = 0.80$

$t = 25$ hours

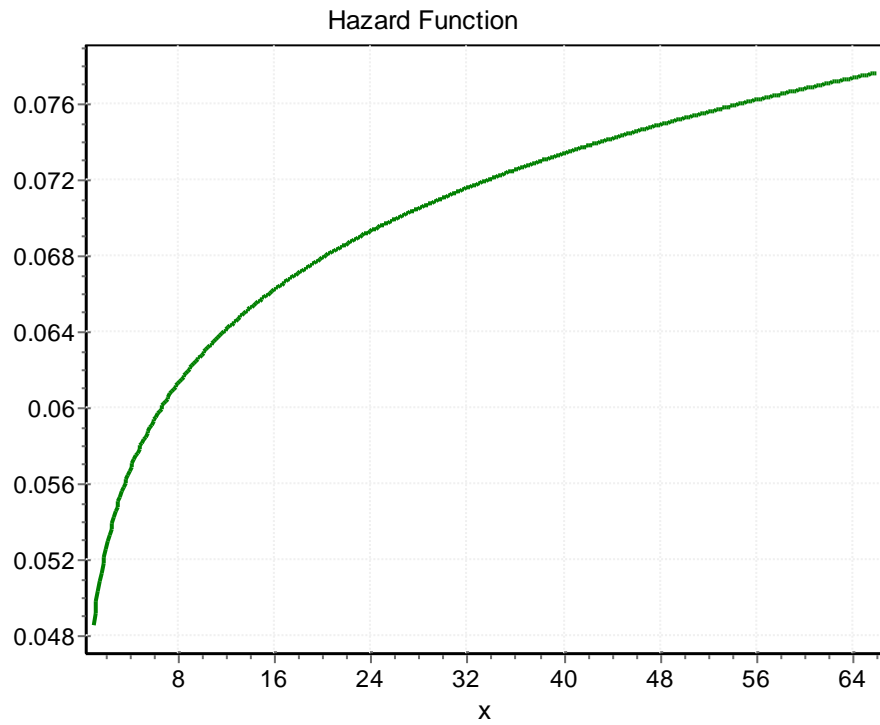
من النتائج الاعلاه نجد أن الآلة تمتع بموثوقية 77% بمعنى ان هناك ثقة بمقدار 77% بأن
ماكينة GIESS II لن تتعطل لمدة 5 ساعات و بمعدل خطر 0.0797 .



الشكل (4-4) دالة كثافة الاحتمال لماكينة GIESS II



الشكل (4-5) دالة الموثوقية لماكينة II GIIESS



الشكل (4-6) دالة الخطر لماكينة II GIIESS

من الأشكال نلاحظ أن دالة الموثوقية للماكينة في تناقص بمرور الزمن بعكس دالة المخاطرة التي تزيد بمرور الزمن.

BM BIRACHI100:

تم حساب مقاييس الموثوقية للآلة و تم التوصل إلى الآتي:

$$\beta = 0.79968$$

$$\alpha = 10.858$$

$$R(t) = e^{-\frac{5^{0.79968}}{10.858}} = 0.58$$

$$h(t) = \frac{0.79968}{10.858} 5^{0.79968-1} = 0.053$$

$$MTTF = 12 \text{ hours}$$

$$MTBF = 9 \text{ hours}$$

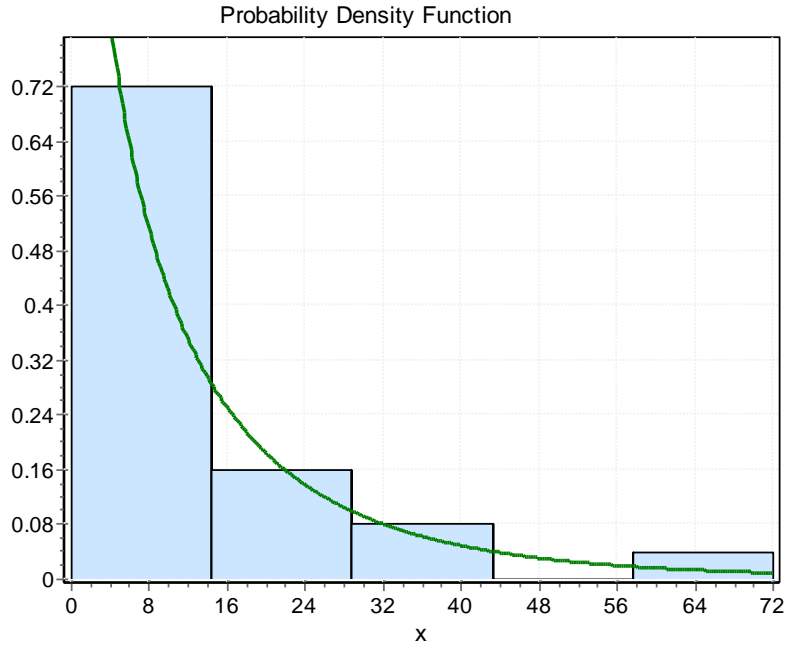
$$MTTR = 4.58$$

$$A(t) = 0.65$$

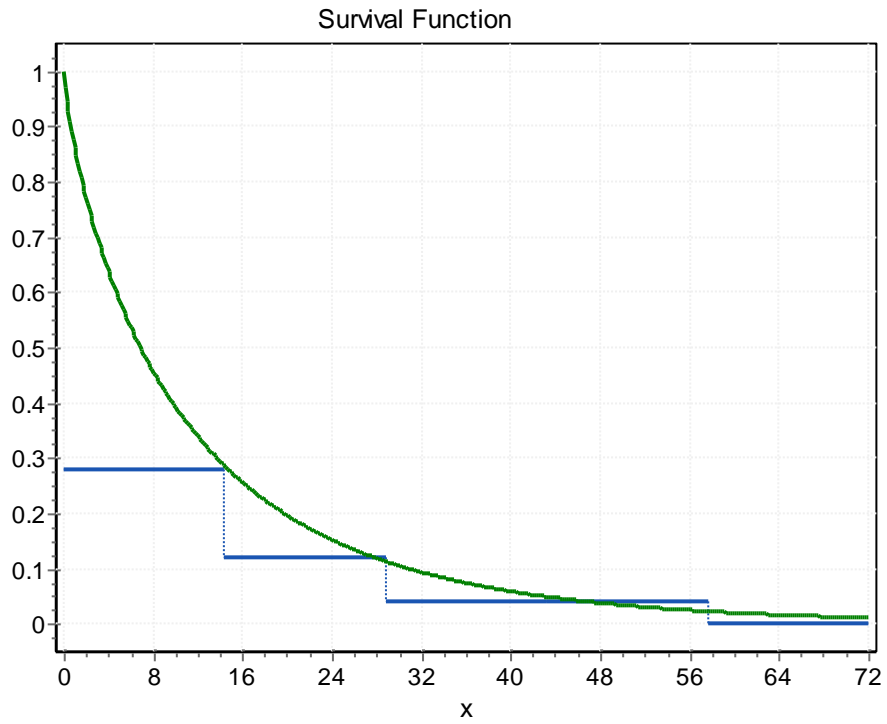
$$M(t) = 0.99$$

$$t = 25 \text{ hours}$$

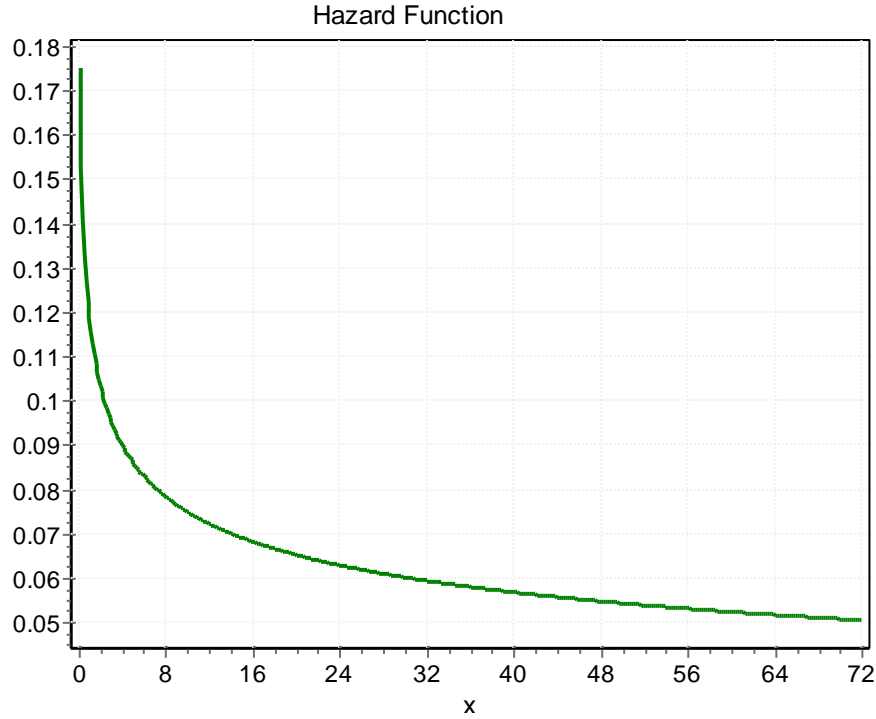
من النتائج الاعلاه نجد أن الآلة تمتع بموثوقية 58% بمعنى ان هناك ثقة بمقدار 58% بأن ماكينة BM-BIRACHI 100 لن تتعطل لمدة 5 ساعات و بمعدل خطر 0.053 .



الشكل (4-7) دالة كثافة الاحتمال لماكينة 100 BM-BIRACHI



الشكل (4-8) دالة الموثوقية لماكينة 100 BM-BIRACHI



الشكل(4-9) دالة الخطر لماكينة 100 BM-BIRACHI

من الأشكال نلاحظ أن دالة الموثوقية للماكينة في تناقص بمرور الزمن.

BM BIRACHI720:

تم حساب مقاييس الموثوقية للآلة و تم التوصل إلى الآتي:

$$\beta = 1.0465$$

$$\alpha = 11.499$$

$$R(t) = e^{-\frac{5^{1.0465}}{11.499}} = 0.66$$

$$h(t) = \frac{1.0465}{11.499} 5^{1.0465-1} = 0.11$$

$$MTTF = 11 \text{ hours}$$

$$MTBF = 12 \text{ hours}$$

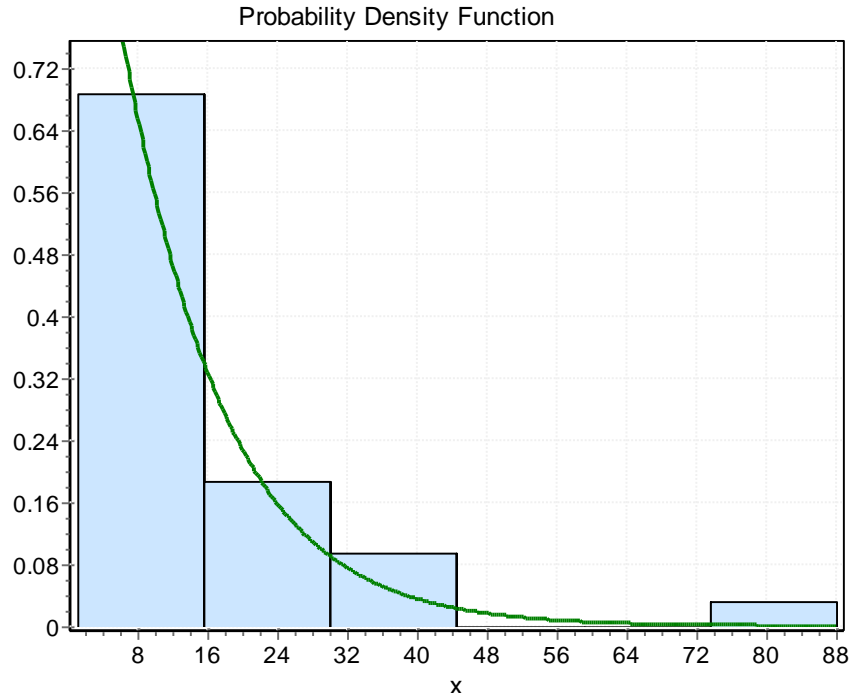
$$MTTR = 6.18$$

$$A(t) = 0.66$$

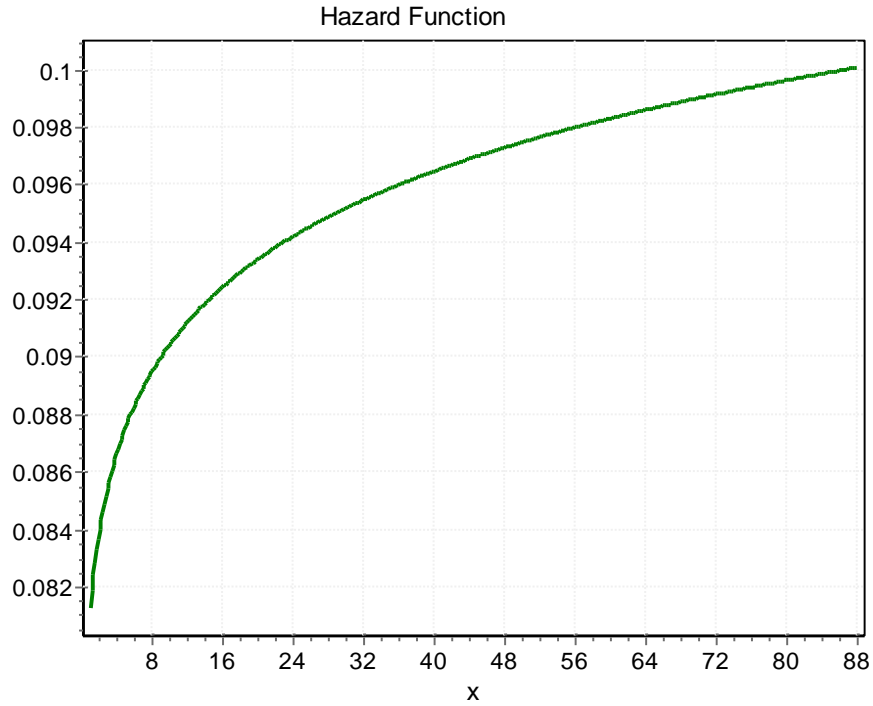
$$M(t) = 0.98$$

$$T = 25 \text{ hours}$$

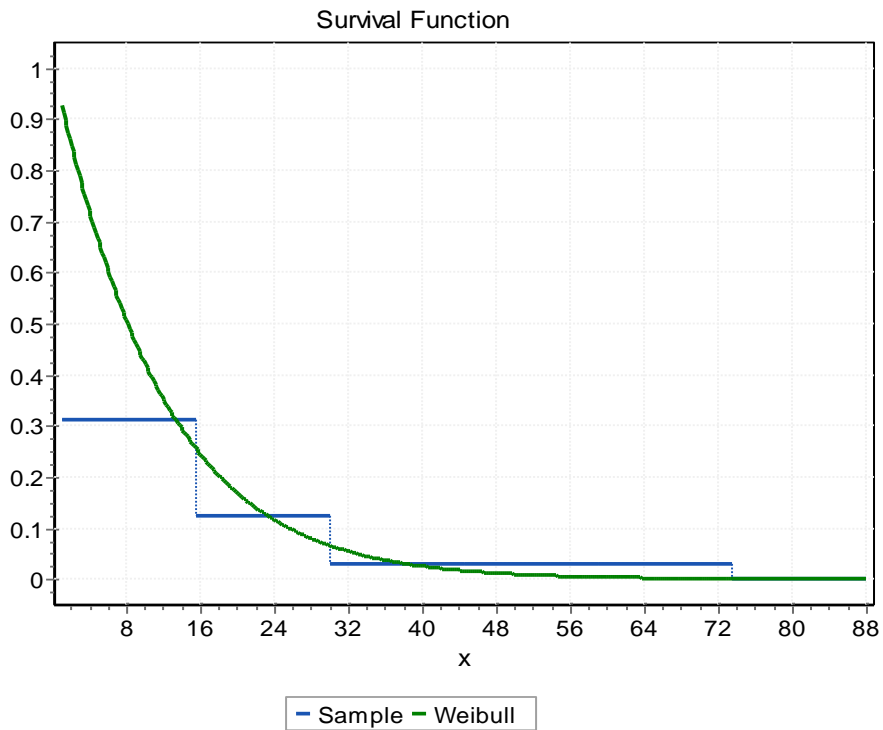
من النتائج الاعلاه نجد أن الآلة تمتع بموثوقية 66% بمعنى ان هناك ثقة بمقدار 66% بأن
ماكينة BM-BIRACHI 720 لن تتعطل لمدة 5 ساعات و بمعدل خطر 0.11 .



الشكل (4-10) دالة كثافة الاحتمال لماكينة BM-BIRACHI 720



الشكل (4-11) دالة الخطر لماكينة BM-BIRACHI 720



الشكل (4-12) دالة الموثوقية لماكينة BM-BIRACHI 720

من الأشكال نلاحظ أن دالة الموثوقية للماكينة في تناقص بمرور الزمن بعكس دالة المخاطرة التي تزيد بمرور الزمن.

BM BIRACHI125:

تم حساب مقاييس الموثوقية للآلة و تم التوصل إلى الآتي:

$$\beta = 1.0366 \quad \alpha = 10.119$$

$$R(t) = e^{-\frac{5^{1.0366}}{10.119}} = 0.62$$

$$h(t) = \frac{1.0366}{10.119} 5^{1.0366-1} = 0.11$$

$$MTTF = 10 \text{ hours}$$

$$MTBF = 10 \text{ hours}$$

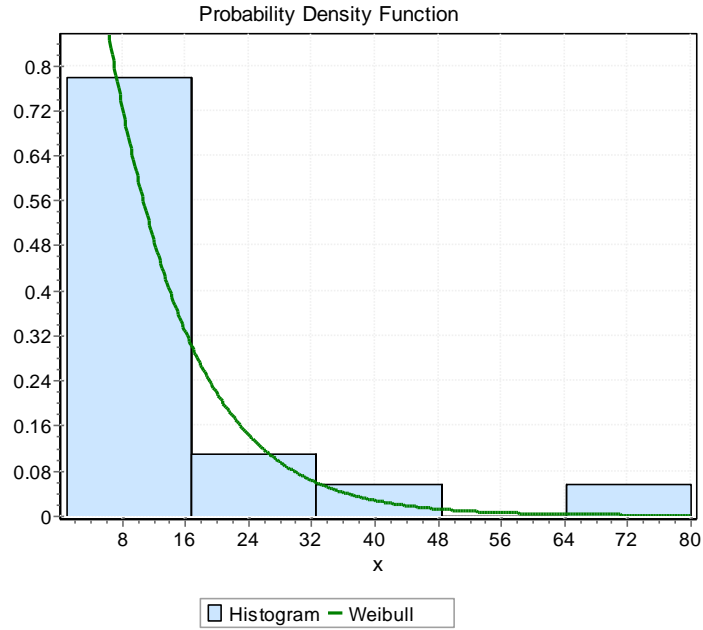
$$MTTR = 3.5$$

$$A(t) = 0.74$$

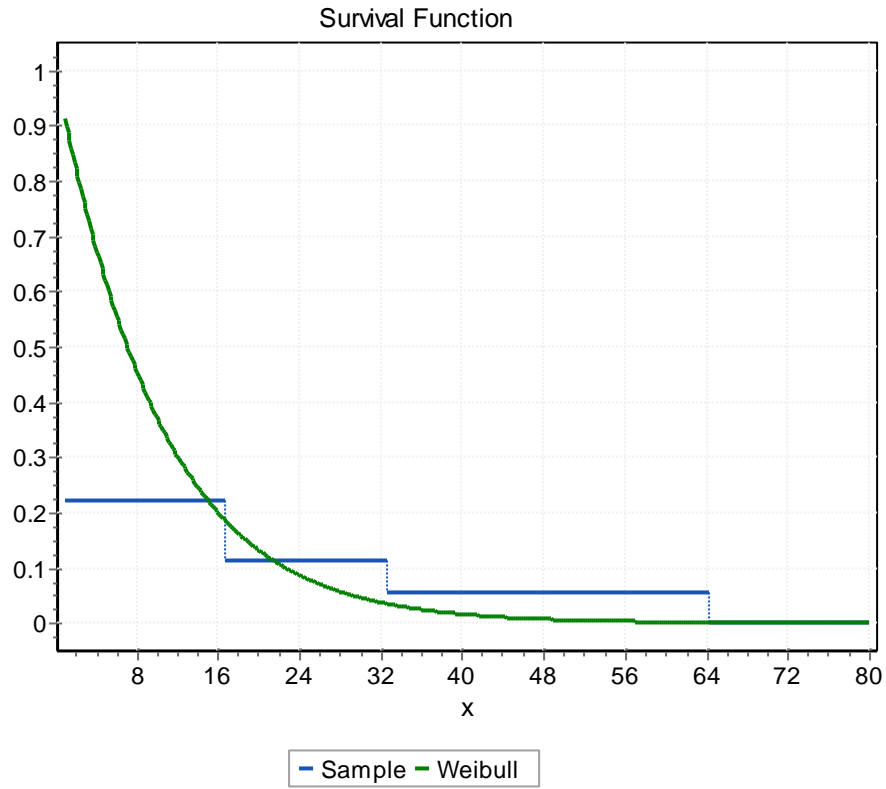
$$M(t) = 0.99 \quad t = 25 \text{ hours}$$

من النتائج الاعلاه نجد أن الآلة تمتع بموثوقية 62% بمعنى ان هناك ثقة بمقدار 62% بأن

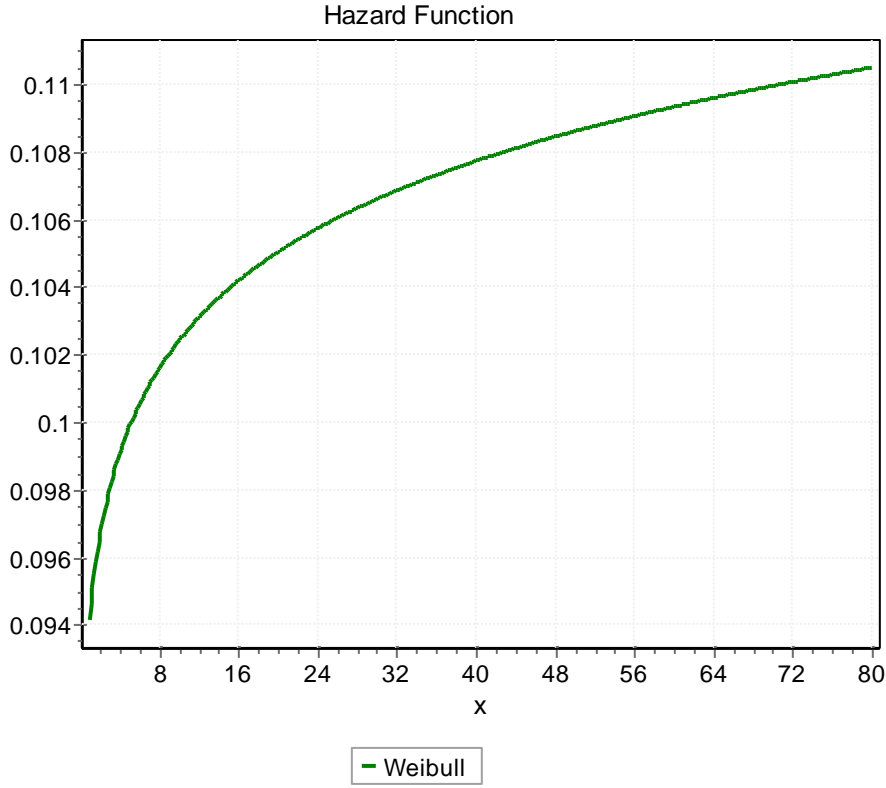
ماكينة BM-BIRACHI 125 لن تتعطل لمدة 5 ساعات و بمعدل خطر 0.11 .



الشكل 13-(4) دالة كثافة الاحتمال لماكينة 5BM-BIRACHI 125



الشكل 14-(4) داة الموثوقية لماكينة BM-BIRACHI 125



الشكل (4-15) دالة الخطر لماكينة 125 BM-BIRACHI

من الأشكال نلاحظ أن دالة الموثوقية للماكينة في تناقص بمرور الزمن بعكس دالة المخاطرة التي تزيد بمرور الزمن.

BM BIRACHI720 NEW:

تم حساب مقاييس الموثوقية للآلة و تم التوصل إلى الآتي:

$$\beta = 1.146 \quad \alpha = 22.98$$

$$R(t) = e^{-\frac{5^{1.146}}{22.98}} = 0.84$$

$$z(t) = \frac{1.146}{22.98} 5^{1.146-1} = 0.063$$

$$MTTF = 22 \text{ hours}$$

MTBF = 29 hours

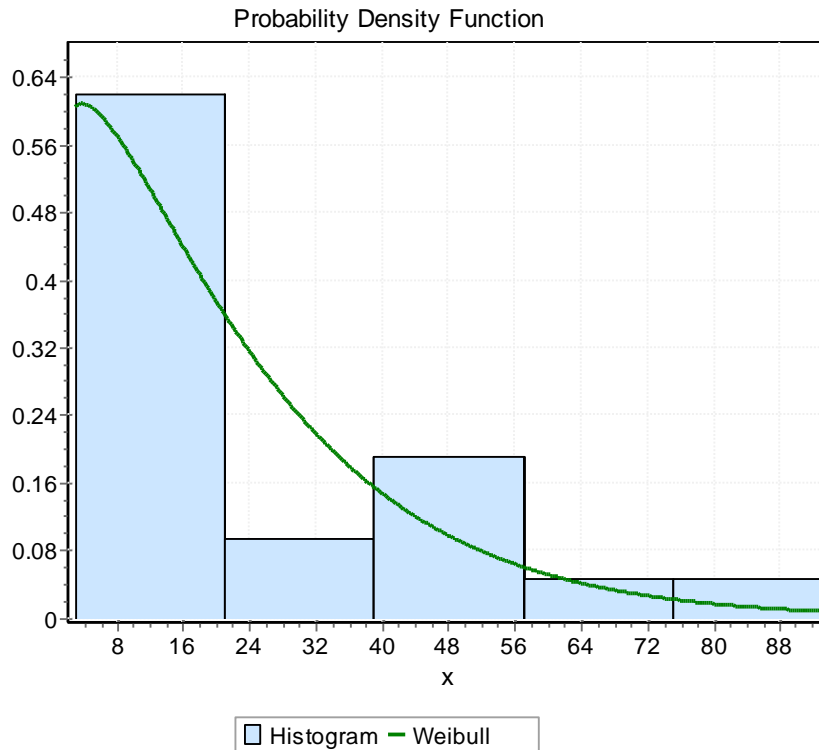
MTTR =7.4

A (t) =0.80

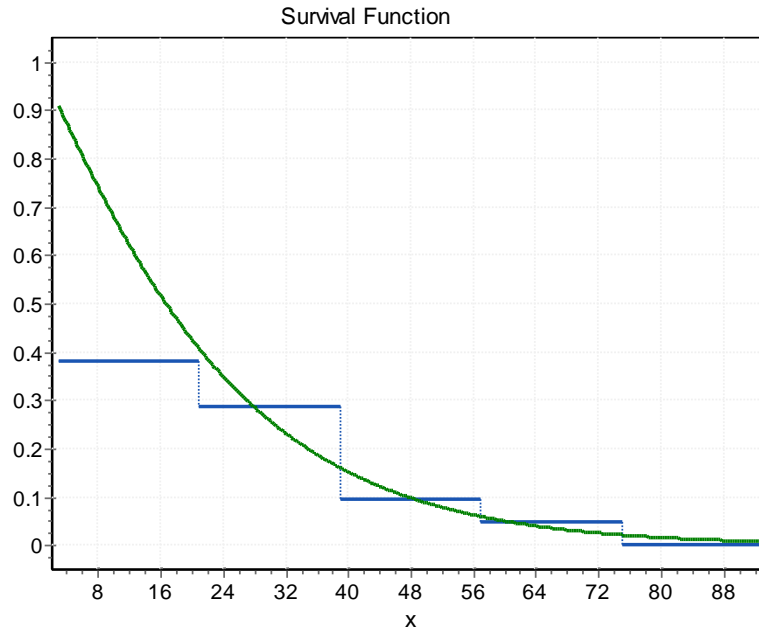
M (t) =0.96

t=25 hours

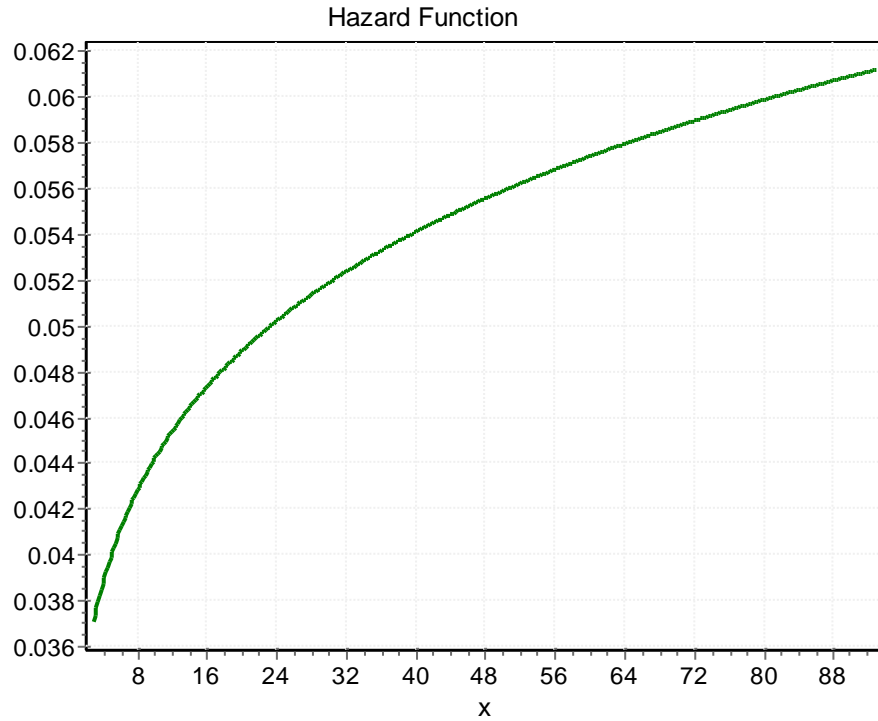
من النتائج الاعلاه نجد أن الآلة تتمتع بموثوقية 84% بمعنى ان هناك ثقة بمقدار 84% بأن
ماكينة BM BIRACHI720 NEW لن تتعطل لمدة 5 ساعات و بمعدل خطر 0.063 .



الشكل (4-16) دالة كثافة الاحتمال لماكينة BM-BIRACHI 720 new



الشكل (4-17) دالة الموثوقية لماكينة BM-BIRACHI 720 new



الشكل (4-18) دالة المخاطرة لماكينة BM-BIRACHI 720 new

من الأشكال نلاحظ أن دالة الموثوقية للماكينة في تناقص بمرور الزمن بعكس دالة المخاطرة التي تزيد بمرور الزمن.

4-4 المقارنة بين طرق تقدير المعلمات :-

لإجراء المقارنة بأخذ الزمن الكلي للتعطل تم إستخدام برنامج NCSS10

جدول (4-4) نتائج التحليل بإستخدام برنامج NCSS10

Parameter s	Probability OLS Estimate	Probability MLE Estimate	MLE Standard Error	MLE 95%Lower Conf. Limit	MLE 95%Upper Conf. Limit
Shape	1.143	0.984	0.05	0.88	1.099
Scale	15.284	16.148	1.284	3.818	18.870
Log Likelihood	-	693.381	-	-	-
Mean	14.571	16.259	-	-	-
Median	4.093	11.127	-	-	-
Mod	2.486	0	-	-	-
Sigma	12.774	16.521	-	-	-

مقدرات الترجيح الأعظم:

$$\beta_{MLE} = 1.14$$

$$\alpha_{MLE} = 15.98$$

مقدرات المربعات الصغرى:

$$\beta_{OLS} = 0.98$$

$$\alpha_{OLS} = 15.09$$

جدول (5-4) المقدرات بطريقة المربعات الصغرى

Weibull [#52]		OLS METHOD
Kolmogorov-Smirnov		
Sample Size		184
Statistic		0.09027
P-Value		0.09367
Chi-Squared		
Deg. of freedom		7
Statistic		20.894
P-Value		0.00393

جدول (6-4) المقدرات بطريقة الترجيح الأعظم

Weibull [#52]		MLE METHOD
Kolmogorov-Smirnov		
Sample Size		184
Statistic		0.08472
P-Value		0.1345
Chi-Squared		
Deg. of freedom		7
Statistic		8.799
P-Value		0.26741

من الجدول نجد أن قيمة P-Value لمقدرات الترجيح الأعظم أكبر من قيمة P-Value لمقدرات المربعات الصغرى مما يدل على أن طريقة الترجيح الأعظم أكثر ملائمة من طريقة المربعات الصغرى.

0-5 تمهيد:

من خلال ما تم عرضه في الفصل الرابع و من فرضيات البحث المشار اليها في الفصل الاول تم التوصل إلى النتائج و التوصيات التالية:

1-5 النتائج :-

- أظهرت النتائج أن جميع البيانات المأخوذة من ماكينات البلاستيك تتبع توزيع ويبل الاحتمالي .
 - إن موثوقية ماكينات البلاستيك للزمن $t=5$ ساعات جيدة حيث تراوحت بين 59% الى 84% و معدل خطر يتراوح بين 11% الى 5% .
 - كانت نتيجة تقدير معلمتي الشكل و القياس لتوزيع ويبل بطريقة الترجيح الأعظم ($\beta=0.984$ ، $\alpha=16.148$) وهي أكثر ملائمة للبيانات من طريقة المربعات الصغرى ($\beta=1.143$ ، $\alpha=15.2$). وفقا لإختباري KS و CHI-SQUARE .
 - وجد أن الوقت الأمثل للصيانة الوقائية هو كل يوم تقريبا .
- بعد ما تم التوصل الى نتائج البحث فيما يلي بعض التوصيات.

2-5 التوصيات:-

- نوصي مصنع كولدير بإجراء صيانة دورية على الماكينات كل (25) ساعة لضمان زيادة جودة الإنتاج و زيادة موثوقية الماكينات.
- نوصي بتطبيق الموثوقية بإستخدام توزيعات احتمالية أخرى كتوزيع رايلي الاحتمالي الذي هو حالة خاصة من توزيع ويبل .
- نوصي بتعميم النتائج على توزيع ويبل ذو الثلاث معلمات لكي تكون أكثر شمولية .
- نوصي بإجراء المقارنة بين طرق تقدير المعلمات بطرق أخرى كطريقتي بيز و طريقة العزوم .

المراجع:-

- إسماعيل عبدالوهاب ، ب ، و آخرون ، (مارس 2008) ، إستخدام المقدر المقلص لتقدير معلمة الشكل لتوزيع ويبيل ، مجلة جامعة النهريين ، مجلد 11 ، العراق .
- خضر بخيت ، ع ، و آخرون ، (2011) ، مقارنة ثلاثة مقدرات مختلفة لمعلمة القياس لتوزيع ويبيل ذو المعلمتين وقياس كفاءة المقدرات بإستخدام المحاكاة ، المجلة العراقية لعلوم الإحصائية ، مجلد 20 ، العراق .
- مولوي جعفر ، ص ، و آخرون ، (أبريل ، 2009) ، أفضل تقدير لموثوقية توزيع ويبيل ذي المعلمتين ، مجلة بغداد للعلوم ، مجلد 6 ، العراق .

References:-

- AL-FAWZAN ،M ،(2000): Methods for Estimating the Parameters Of WEIBULL Distribution. KING ABDUALZIZ CITY for Science and technology ،Saudi-Arabia.
- Harter ،H.L.and more ،A.H. (1956): Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of GAMMA and WEIBULL population from complete and censored samples. Technometrics ،7،(4).
- Mann ،N.R ،Schafer ،R. E. ،andSingpurwalla ،N .D. ، Methods for Statistical Analysis for reliability and life data ، John Wiley and sons ، Network ، 1974.