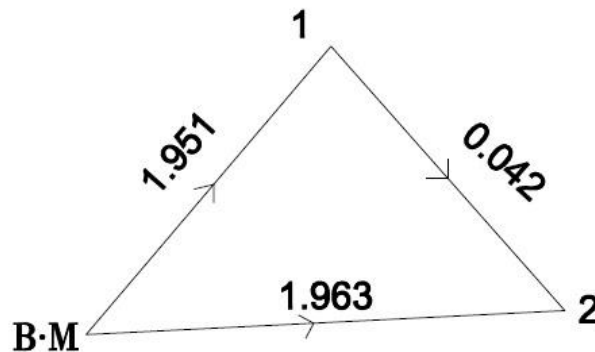


الملحقاتتوضيح خطوات الحل بطرق أقل التريعات:

أخذت الأرصاد التالية من دفتر ميزانية وكانت كما يلي :

من	الى	فرق الارتفاع (متر)	ملاحظات	المسافات بالامتار
B.M	1	1.951	ارتفاع	2000
1	2	0.042	ارتفاع	2500
2	B.M	1.963	انخفاض	1800

أوجد إرتفاعات النقطتين 1 و 2 باستخدام المعادلات الشرطية ومعادلات الرصد والطريقة العامة علماً بأن قيمة البنشمارك تساوي 100 متر :

الحل بطريقة المعادلات الشرطية :

$$1 - \text{عدد الأرصادات} = (N) = 3$$

$$\text{عدد المجاهيل} = (m) = 2$$

$$\text{عدد الأرصادات الزائدة} = (d) = 1$$

2- مصفوفة الوزن W :

$$w_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3- تكوين المعادلات :

$$(1.951+v_1) + (0.042+v_2) - (1.963+v_3) = \text{zero}$$

$$v_1+v_2-v_3 = -0.03$$

4- كتابة المعادلات في شكل مصفوفات :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = [-0.03]$$

5- حساب الأخطاء المتبقية :

$$v = w^{-1}c^T(cw^{-1}c^T)^{-1}.b$$

$$v = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right)^{-1} [-0.03] = \begin{bmatrix} -0.01 \\ -0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

6- التأكد من الحل :

$$cv = b$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.01 \\ -0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix} = [-0.03]$$

7- إيجاد الإرتفاعات :

$$\begin{aligned}x_1 &= B.M + 1.951 + v_1 \\&= 100 + 1.951 - 0.01 = \underline{\underline{101.941}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= x_1 + 0.042 + v_2 \\&= 101.941 + 0.042 - 0.01 = \underline{\underline{101.973}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= B.M + 1.963 + v_3 \\&= 100 + 1.963 + 0.01 = \underline{\underline{101.973}}\end{aligned}$$

■ الحل بطريقة معادلات الرصد :

1- عدد الأرصادات $3 = (N)$

عدد المجاهيل $2 = (m)$

عدد الأرصادات الزائدة $1 = (d)$

2- مصفوفة الوزن W :

$$w_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3- تكوين المعادلات :

$$x_1 = 100 + 1.951 + v_1$$

$$x_2 - x_1 = 0.042 + v_2$$

$$x_2 = 100 + 1.963 + v_3$$

4- كتابة المعادلات في شكل مصفوفات :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 101.951 \\ 000.042 \\ 101.963 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

5- إيجاد القيم الأكثر احتمالاً للمجاهيل :

$$\begin{aligned} x &= (A^T W A)^{-1} A^T W . b \\ &= (A^T A)^{-1} A^T . b \\ &= \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101.951 \\ 000.042 \\ 101.963 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 101.941 \\ 101.973 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

6- حساب الأخطاء المتبقية :

$$v = Ax - b$$

$$\begin{aligned} v &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101.941 \\ 101.973 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 101.951 \\ 000.042 \\ 101.963 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0.01 \\ -0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

7- التأكد من الحل :

$$A^T W v = 0$$

$$A^T v = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.01 \\ -0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

■ الحل بالطريقة العامة :

القيم التقريبية $x_1^\circ = 101.951, x_2^\circ = 101.963$

1- عدد الأرصادات $3 = (N)$

عدد المجاهيل $2 = (m)$

عدد الأرصادات الزائدة $1 = (d)$

2- مصفوفة الوزن W :

$$w_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3- تكوين المعادلات :

$$f_1 = Bm + 1.951 - x_1$$

$$f_2 = 0.042 + x_1 - x_2$$

$$f_3 = Bm + 1.963 - x_2$$

4- تكوين مصفوفات :

A مصفوفة تفاضلات المجاهيل

$$A_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

C مصفوفة تفاضلات الأرصاد

$$C_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b مصفوفة خطأ القفل

$$b_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} -f_1(x, l) \\ -f_2(x, l) \\ -f_3(x, l) \end{bmatrix}$$

$$b_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.00 \\ -0.03 \\ 0.00 \end{bmatrix}$$

5- إيجاد القيم الأكثر احتمالاً للمجاهيل :

$$x = (A^T(cw^{-1}c^T)^{-1}A)^{-1}A^T(cw^{-1}c^T)^{-1}.b$$

بما أن مصفوفة الوزن ومصفوفة تفاضلات المجاهيل مصفوفات وحده إذن :

$$\begin{aligned} x &= (A^T A)^{-1} A^T . b \\ &= \left(\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00 \\ -0.03 \\ 0.00 \end{bmatrix} \\ x &= \begin{bmatrix} -0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

نعتبر هذه القيمة قيمه محسنة وتضاف للقيم التقريبية الأولى .

$$x_1 = 101.951 - 0.01 = 101.941$$

$$x_2 = 101.963 + 0.01 = 101.973$$

نعوض القيم الجديده في الخطوه 4 ونكون مصفوفه خطأ قفل جديده أما باقى المصفوفات لا تتغير لأن القيم التقريبية لا تؤثر فيها .

$$b_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} -0.01 \\ -0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

إرجع إلى الخطوه الخامسة واحسب القيم الأكثر احتمالا :

$$x = \left(\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.01 \\ -0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = 101.941 + 0 = 101.941$$

$$x_2 = 101.973 + 0 = 101.973$$

نتوقف عند هذا الحل لأن القيمه لم تتغير عن سابقتها .

البرنامج المستخدم لضبط الأرصاد بطرق أقل التريعات الثلاث :

```

1 - program Least Square Methods
2 - A=input('inter type of the methode condition"1",observation"2",general"3"')
3 - if A==1
4 -     c=input('please inter matrix c');
5 -     w=input('please inter matrix w');
6 -     b=input('please inter matrix b');
7 -     a=input('please inter matrix a');
8 -     v=inv(w)*c'*inv(c*inv(w)*c')*b;
9 -     x2=a+v;
10 - end;
11 - if A==2
12 -     a=input('please inter matrix a');
13 -     w=input('please inter matrix w');
14 -     b=input('please inter matrix b');
15 -     x2=inv(a'*w*a)*a'*w*b;
16 -     v=a*x2-b;
17 -     q=a'*w*v;
18 -     o1=x2*0;
19 -     if q==o1
20 -         input('true solution');
21 -     end;
22 - end;
23 - if A==3
24 -     a=input('please inter matrix a');
25 -     w=input('please inter matrix w');
26 -     x2=input('please inter matrix x');
27 -     c=input('please inter matrix c');
28 -     b=input('please inter matrix b');
29 -     x1=inv(a'*inv(c*inv(w)*c')*a)*a'*inv(c*inv(w)*c')*b;
30 -     x2=x1+x2;
31 -     v=c'*(b-a*x2);
32 - end;

```