

الفصل الأول

المقدمة

إن سطح الأرض هو سطح غير منتظم لذلك يمكن تمثيله بعدة أسطح منها سطح الإلبسويد وهو سطح رياضي اكتسب أهمية خاصة في السنوات الأخيرة حيث أصبح حالياً جمع البيانات يتم بجهاز الموقع العالمي، ويمثل أيضاً بـ سطح الجيويد وهو سطح مهم بالدراسة حيث تتم عليه معظم القياسات المساحية وتنسب إليه، وحتى يتم التحويل بين الجيويد والألبسويد يلزمه معرفة الفاصل بينهما (N).

يتم إنشاء سطح الجيويد بطريقتين هما طريقة الجاذبية الأرضية والطرق الرياضية، ولأهميته لجأت العديد من الدول من إنشاء نموذج جيويد لها بحيث تنسب له معظم القياسات ونسبة لتعقيد طرق إنشائه وعلو تكلفته لم تتمكن جمهورية السودان من إنشاء جيويد لها حتى الآن ولكن توجد بعض الدراسات السابقة التي بادرت بإنشاء هذا السطح ولكن لم تتمكن من إنشائه.

الهدف من هذه الدراسة هو عمل مقارنة بين الطرق الرياضية لنمذجة الجيويد ولقد تم اختيار ولاية الخرطوم للنموذج.

ويشتمل هذا البحث على سبعة أبواب، يتناول الباب الأول المقدمة، كما يتناول الباب الثاني سطح الأرض والجاذبية، و سطح الجيويد هو موضوع الباب الثالث، أما في الباب الرابع فقد تناول طرق الاستكمال البيني ، وجمع ومعالجة البيانات فتطرق لها في الباب الخامس، وتم وضع النتائج والتحليل في الباب السادس، والباب السابع فيه الخلاصة والتوصيات

الباب الثاني

شكل الأرض والجاذبية

المقدمة:

فى بدايات المعرفة البشرية ظن الإنسان أن الأرض هي قرص صلب يطفو فوق سطح الماء، إلى أن تطور التفكير العلمي للبشر قليلا وجاء العالم اليوناني فيثاغورث فى القرن السادس قبل الميلاد وافترض أن الأرض كروية الشكل. وكانت أولى محاولات العلماء لتقدير حجم أو محيط هذه الكرة هي تجربة العالم الإغريقي ايراتوستين. وفى القرنين الخامس عشر والسادس عشر أيد كلا من الرحالة كولومبوس وماجلان فكرة كروية الأرض من خلال رحلاتهما الشهيرة بالدوران حول الأرض. وفى عام 1687 طور العالم الشهير نيوتن عدة مبادئ نظرية علمية وكان أهمها: الشكل المتوازن لكتلة مائعة متجانسة خاضعة لقوانين الجذب وتدور حول محورها ليس هو شكل الكرة الكاملة الاستدارة لكنه شكل متفلطح قليلا باتجاه القطبين. وفى عام 1735 قامت اكاديمية العلوم الفرنسية بتنظيم بعثتين لإجراء القياسات اللازمة للتأكد من هذه الفرضية وأثبتت النتائج فعلا أن الأرض مفلطحة وليست كروية الشكل تماما.

إننا نعيش على سطح الأرض وعندما نريد أن نحدد أي موقع على الأرض فنحن بحاجة إلى أن نقوم بتعريف هذا السطح -شكله وحجمه - لكي يمكننا من معرفة فى أي مكان نحن نقع بالضبط.

2-1. الأسطح الجيوديسية (geodetic surfaces):

تحديد شكل وحجم الأرض وما يتعلق بهما من معلومات من أهم الاعمال الجيوديسية. عندما نتحدث عن شكل الأرض عادة تعتبر كتلة ثابتة. تنقسم الأسطح المستخدمة في الجيوديسيا

إلى ثلاثة أقسام، تستخدم لتمثيل الشكل الهندسي للأرض وهي سطح الأرض، المجسم الأرضي (geoid)، المجسم الاهليلجي (ellipsoid).

1-1-2. سطح الأرض:

هو السطح الذى يبين الوصف التفصيلي للتضاريس والسمات السطحية للأرض والتي تعرف بطبوغرافية الأرض. إن لسطح الأرض أهمية قصوى فى الجيوديسيا وذلك لأن معظم القياسات وعمليات الرصد المساحية تتم على سطح الأرض، إضافة إلى أن معظم نقاط التحكم الأفقية والرأسية تقع على هذا السطح.

2-1-2. المجسم الأرضي: (geoid)

يعرف المجسم الأرضي بأنه سطح متساوي الجهد (Equipontential surface) لقوي الجاذبية الأرضية والدوران (Rotation) وينطبق تقريبا مع مستوي سطح البحر فى المحيطات. وبذلك يمكننا القول إن المجسم الأرضي يمثل حوالي 72% من الكرة الأرضية.

3-1-2. المجسم الاهليلجي (Ellipsoid):

المجسم الاهليلجي هو عبارة عن قاطع ناقص (ellipse) تمت إدارته حول محوره الأصغر. للسطح الاهليلجي أهمية كبيرة فى الجيوديسيا لأنه أقرب شكل هندسي رياضي يمثل المجسم الأرضي.

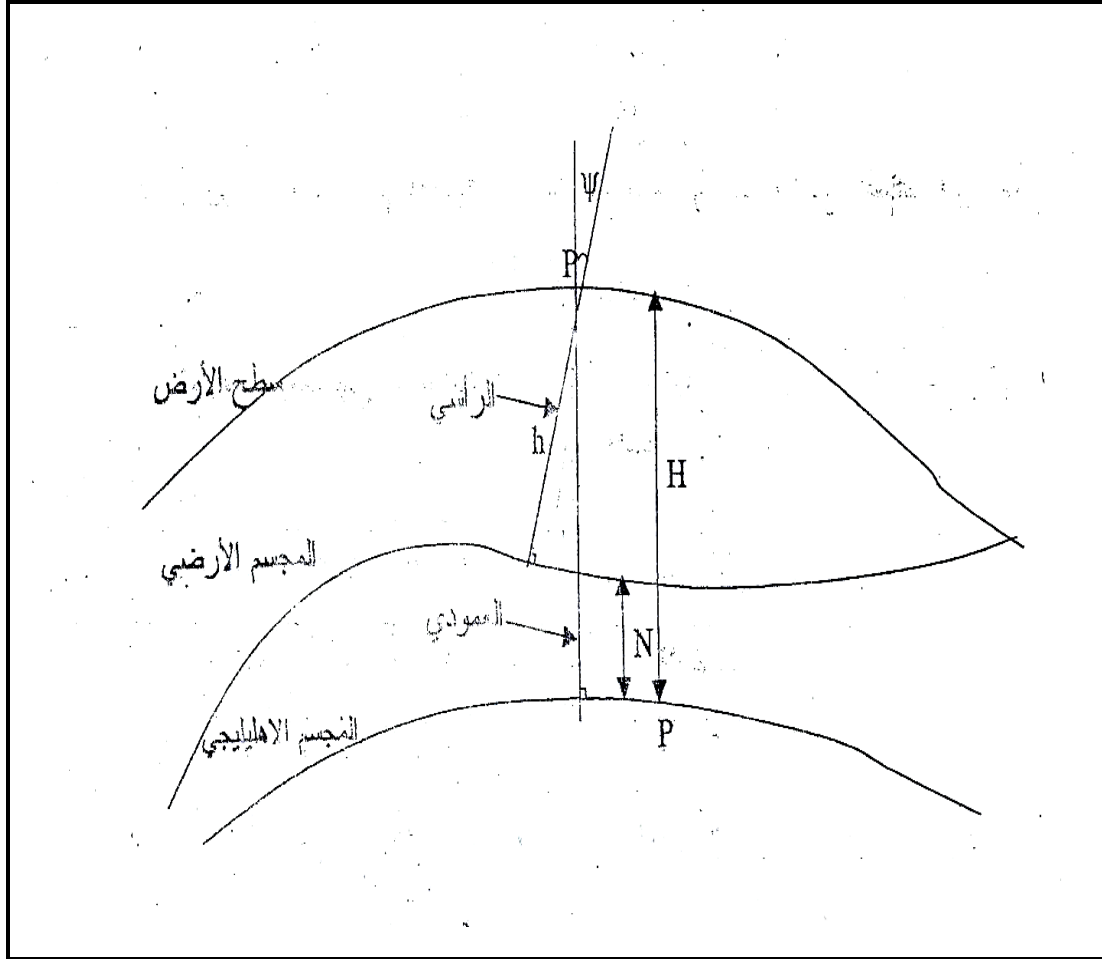
2-2. العلاقة بين المجسم الأرضي والمجسم الاهليلجي:

الشكل (1-2) يوضح العلاقة بين المجسمين الأرضي والاهليلجي حيث يمكن تعريف كل من الرأسي (vertical) والعمودي (normal) على النحو التالي:

(أ) الرأسي عند أي نقطة هو عبارة عن اتجاه الجاذبية عند تلك النقطة ويتعامد مع المجسم الأرضي.

(ب) العمودي عند أي نقطة هو اتجاه الخط العمودي على المجسم الاهليلجي في تلك النقطة.

الشكل (2 - 1): العلاقة بين المجسم الأرضي والمجسم الإهليلجي



الزاوية (Ψ) بين العمودي والرأسي تعرف بزاوية انحراف الرأسي (Deviation of the vertical). (H)، vertical هو ارتفاع المجسم الاهليلجي والذي يمثل طول العمودي من النقطة P على سطح المجسم الاهليلجي . (N) هو الفاصل بين المجسمين الاهليلجي والأرضي ويعرف بارتفاع المجسم الأرضي (Geoidal height) بينما (h) تعرف بالارتفاع الارثومتري (Orthometric height) والذي يقاس عادة بالميزانية الدقيقة ويمكن تمثيل العلاقة بين المجسمين في المعادلة الآتية:

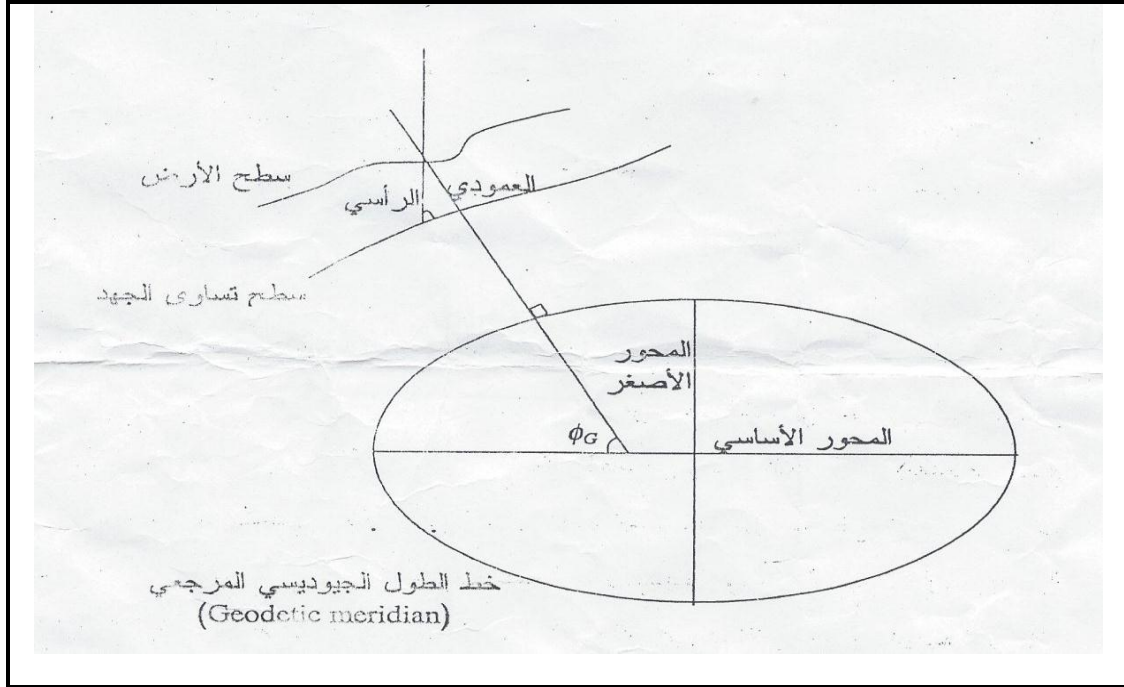
$$H = N + h \cos \Psi \quad (2-1)$$

2-3. النظام الاهليلجي المرجعي:

يعتبر المجسم الاهليلجي ثابت بالنسبة للأرض حيث أن أي نقطة تقع على سطح الأرض يتم إسقاطها على سطح المجسم الاهليلجي خلال العمودي. هذا الإسقاط يعرف بمسقط هيلميرت . يمكن تعريف إحداثيات النقطة (P) على سطح الأرض المسقطة على المجسم الاهليلجي كما في الشكل (2-2) بخط العرض الجيوديسي (ϕ_G) وخط الطول الجيوديسي (λ_G) وطول العمودي من النقطة (P) على سطح الأرض إلى النقطة (P) على سطح المجسم الاهليلجي (H).

في هذا النظام، أي نقطة على سطح الأرض، تحته أو فوقه يمكن تعريفها بالإحداثيات الثلاثية (3-D Coordinates) . وهو النظام الغالب المعمول به في عالم اليوم .

الشكل (2-2): تعريف خط العرض وخط الطول الإهليلجي المرجعي



(أ) خط العرض الجيوديسي (G) (Geodetic Latitude):

خط العرض الجيوديسي لأي نقطة على سطح المجسم الاهليلجي هو الزاوية

المحصورة بين العمودي في النقطة ومستوي خط الاستواء الاهليلجي (Ellipsoidal equator).

(ب) خط الطول الجيوديسي (G) (Geodetic Longitude):

يعرف خط الطول لأي نقطة (P) بأنه الزاوية المحصورة بين مستويين، ويشمل

المستويان المحور الأصغر. أحد المستويين يشمل العمودي في النقطة (P) والآخر اختياري لتعيين مستوي الإسناد المرجعي (Reference plane).

(ج) الاتجاه الجيوديسي (G) (Geodetic Azimuth):

الاتجاه الجيوديسي (G) (Geodetic Azimuth) من نقطة (P) إلى نقطة (P1)

(كلاهما على سطح الإسناد الاهليلجي هو الزاوية المحصورة بين مستويين)، أحدهما يشمل

العمودي على النقطة والقطب الشمالي الجيوديسي (Geodetic north pole) بينما

يشمل الآخر هذا العمودي والنقطة (P1)، فهو زاوية محصورة بين قطاعين متعامدين.

(د) القطاع العمودي (Normal section):

القطاع العمودي المار خلال النقطة (P) هو الخط الناشئ على المجسم الاهليلجي،

عندما نجد أن أي مستوي يشمل العمودي على النقطة (P) يتقاطع مع سطح المجسم

الاهليلجي، يعرف بالارتفاع الاهليلجي (H) وبما أن زاوية انحراف الرأس عمليا أقل من

دقيقة واحدة يمكن إيجاد الارتفاع الاهليلجي (H) من المعادلة (1.2):

$$H = N+h \quad (2-2)$$

2-4. الجاذبية الأرضية:

تم اكتشافها بواسطة العالم الكبير إسحق نيوتن ووضع نظرية تسمى نظرية نيوتن وهي تنص على " قوة الجذب بين أي جسمين تتناسب طرديا مع كتلة كلاهما (تزيد قوة الجذب كلما زادت أي كتلة من الإثنين) ، وتتناسب عكسيا مع مربع المسافة بين مركزي الثقل للجسمين (تقل قوة الجذب كلما زادت المسافة) " .

قام نيوتن بوضع نظريته في معادلة رياضية كالتالي (2-3) :

$$F = GMm / R^2 \quad (2-3)$$

حيث: -

F هي قوة الجذب.

M هي كتلة الأرض.

m هي كتلة الجسم.

R هي المسافة بين الجسمين.

G هي معامل ثابت الجاذبية الأرضية ($6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}/\text{s}^2$)

حيث أن كتلة أي جسم على الأرض (m) ستكون صغيرة جدا بالمقارنة بكتلة الأرض ذاتها

(M) فيمكن كتابة المعادلة السابقة بصورة أخرى: -

$$g = GM/R^2 \quad (2-4)$$

حيث: -

g: هي معدل تسارع جذب الأرض " الجاذبية أو الثقالية الأرضية " .

إن كانت الأرض كرة تامة الاستدارة "حيث نصف قطرها $= 6370\text{km}$ وكان توزيع المواد والكثافات داخل باطن الأرض توزيعاً منتظماً فإن قوة الجاذبية ستكون متساوية في أي جزء من سطح الأرض (g في المعادلة السابقة) وقد قدرها نيوتن ب قيمة 9.8 m/s^2 .

قيمة الجاذبية الأرضية تكون أكبر عند القطبين منها عند خط الاستواء ويرجع السبب في ذلك إلى أن سطح الأرض عند القطبين يكون أقرب لمركز الأرض بينما يكون أبعد من مركز الأرض عند خط الاستواء. أي أن الجاذبية الأرضية تزيد مع زيادة دوائر العرض ومن هنا فيجب قياس قيم الجاذبية الأرضية عند منطقة العمل المطلوبة من سطح الأرض.

2-4-1 . تطبيقات الجاذبية الأرضية:

تستخدم قياسات الجاذبية الأرضية في العديد من التطبيقات منها: -

1. تحديد شكل الأرض.

2. البحث عن البترول.

3. الدراسات الجيولوجية.

ترجع أهمية قياسات الجاذبية الأرضية في تطبيقات المساحة إلى أن العمل المساحي

الحقلي الذي يتم على سطح الأرض يكون تحت تأثير هذه القوة.

2-4-2 . وحدات قياس الجاذبية الأرضية: .

تقاس الجاذبية الأرضية بوحدة رئيسية تسمى جال (Gal).

حيث:

$$1 \text{ جال} = 1/100 \text{ m/s}^2$$

وتتفرع منها وحدات فرعية مثل الملي جال.

3-4-2. أجهزة قياس الجاذبية الأرضية: .

1. أجهزة قياس الجاذبية المطلقة (Absolute Gravity Meters) .
2. أجهزة قياس الجاذبية النسبية (Relative Gravity Meters) .

4-4-2 . شبكات الجاذبية الأرضية:

تعد أحد أنواع الشبكات الجيوديسية المطلوبة للعمل المساحي مثلها مثل شبكات التي تتكون من جهاز الموقع العالمي وغيرها.

5-4-2 . شذوذ الجاذبية الأرضية:

هو الفرق بين قيمتين هما قيمة الجاذبية المقاسة أو المرصودة (g) وقيمة الجاذبية النظرية المحسوبة على سطح الإلبسويد (γ₀) وتحسب بالقانون الآتي:

$$\Delta g = g - \gamma_0 \quad (2-5)$$

6-4-2. طرق حساب شذوذ الجاذبية:

توجد عدة طرق لحساب الجاذبية منها:

1. شذوذ الجاذبية الهواء الحر (Free-Air Gravity Anomalies) .
2. شذوذ جاذبية بوجير (Bouguer Gravity Anomalies) .

7-4-2 . تأثير الجاذبية على القياسات الأرضية:

عند إجراء أي قياسات مساحية على سطح الأرض أولاً نقوم بعمل ضبط مؤقت لجهاز المساحة بذلك نكون قد جعلنا جميع القياسات أو الارصاد ستتم بالنسبة لمجال الجاذبية الأرضية . من المعلوم أن سطح الإلبسويد و سطح الجيويد غير منطبقين على بعضهما توجد

بينهما زاوية تسمى زاوية الانحراف الرأسى لذلك جميع القياسات الأرضية يجب تصحيحها أو إسقاطها من سطح الأرض إلى سطح الإلبسويد.

الباب الثالث

سطح الجيويد

3-1 . مفهوم كلمة جيويد:

أصل كلمة جيويد (geoid) هي كلمة لاتينية مكونة من مقطعين (ge) أي الأرض و(oid) أي شبيه، أي أن كلمة جيويد تعني شبيه الأرض.

يعرف على أنه الشكل الحقيقي للأرض الذي يكون عموديا على اتجاه الجاذبية الأرضية عند كل نقطة.

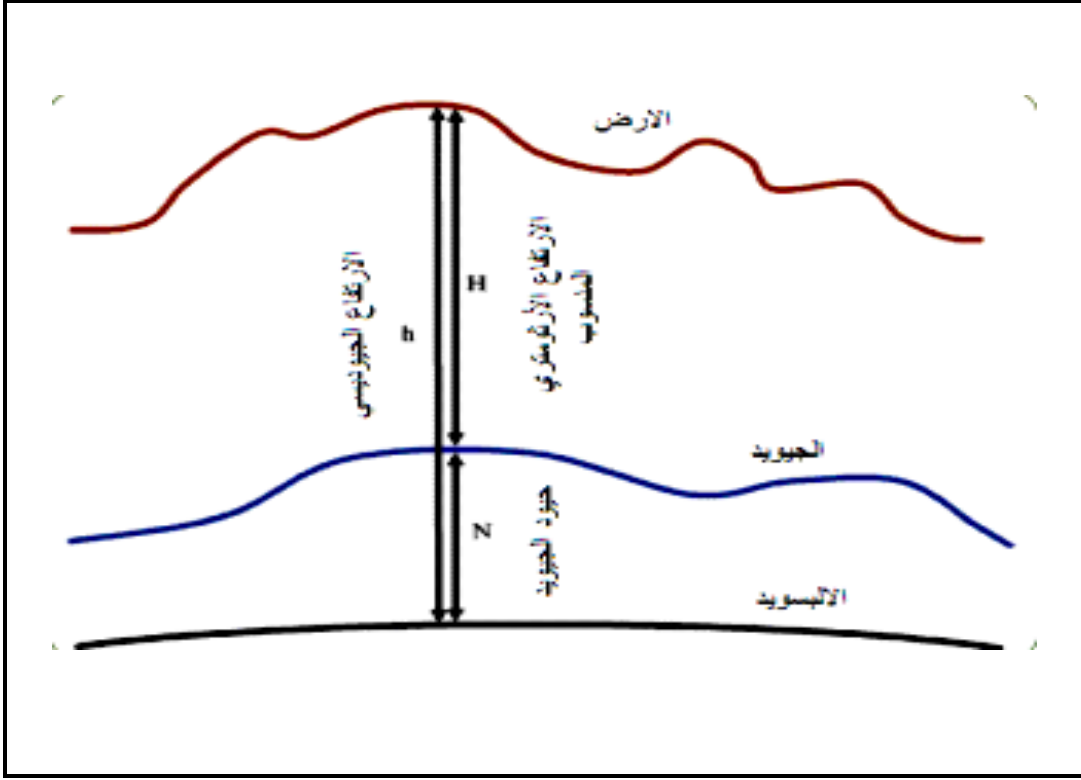
3-2 . جهاز الموقع العالمي والجيويد:

تعتمد ارساد جهاز الموقع العالمي وأيضا الإحداثيات الناتجة عن هذه التقنية على المجسم أو الإلبسويد العالمي (WGS84) أي أن الإرتفاع الناتج عن جهاز الموقع العالمي يكون مقاسا من سطح هذا الإلبسويد ولذلك يسمى الإرتفاع بالإرتفاع الجيوديسي (Ellipsoid Height) أو (Geodetic Height) ، بينما في التطبيقات المساحية والخرائطية فإن الإرتفاع المستخدم . أي المنسوب . يكون مقاسا من متوسط سطح البحر (MSL) أو الذي يمثل شكل الجيويد، ويسمى الإرتفاع الأورثومتري (Orthometric Height).

والفرق بين سطح الإلبسويد و سطح الجيويد يسمى حيود الجيويد (Geoid unduiation) أو ارتفاع الجيويد (Geoidal Height)، وهو فرق مؤثر لا يمكن إهماله حيث قد تصل قيمته إلى (100) متر في بعض المناطق على الأرض ولكي يتم تحويل الإرتفاع الجيوديسي لنقطة ما (نرمز له بالرمز (h) إلى منسوبها المقابل (لنسميه H) فيجب معرفة قيمة حيود الجيويد (N) عند هذه النقطة طبقا للمعادلة: .

$$h=H+N \quad (3-1)$$

شكل (1-3): يوضح العلاقة بين أنواع الارتفاعات



توجد طرق عديدة لحساب قيمة حيود الجيود أي نمذجة الجيود (Geoid Modeling) تعتمد على عدة أنواع من القياسات الجيوديسية مثل: أرصاد الجاذبية الأرضية، وأرصاد جهاز الموقع العالمي والميزانيات.

3-3. نمذجة الجيود:

1-3-3. نمذجة الجيود من أرصاد الجاذبية الأرضية:

يتم قياس قيمة الجاذبية الأرضية (Measured Gravity) على سطح الأرض باستخدام أجهزة قياس الجاذبية الأرضية (Gravimeters)، كما يمكن أيضاً باستخدام خصائص الإلبسويد حساب قيمة الجاذبية النظرية (Theoretical or Normal Gravity) عن سطح الإلبسويد.

الفرق بين قيمة الجاذبية المقاسة وقيمة الجاذبية النظرية المحسوبة . يسمى بشذوذ الجاذبية (Gravity Anomalies) يعبر بصورة معينة عن الفرق بين كلا من الإلبسويد والجيويد.

لإستنتاج سطح الجيويد من منطقة محلية يلزمنا: .

1. قياسات جاذبية أرضية بكثافة مناسبة لمساحة المنطقة.

2. نموذج جاذبية أرضية عالمي.

3. نموذج جيويد عالمي.

4. نموذج إرتفاعات رقمية للمنطقة المحلية.

5. برنامج متخصص لحساب الجيويد (Soft ware).

3-3-2 نمذجة الجيويد من أرصاد جهاز الموقع العالمي والميزانيات:

يسمى بالطريقة الهندسية يعد هذا الأسلوب هو الأمثل للمساحة بالجي بي أس وخاصة للمناطق الصغيرة (منطقة تغطي مساحة من (10 إلى 20) كيلومتر مربع) يتم قياسات جهاز الموقع العالمي عند مجموعة من النقاط المعلوم منسوبها (نقاط روبيرات أو BM) وبالتالي يمكن حساب قيمة حيود الجيويد عند هذه النقاط بإستخدام المعادلة (1-3).

في أبسط صورة يمكن إستخدام نقطة واحدة فقط بمعرفة الفرق بين سطحي الإلبسويد والجيويد، إلى أن رصد جهاز الموقع العالمي عند (3) روبيرات يعد وضعاً أفضل بالتأكد. ووجود (3) نقاط معلوم لهم كلا من (H و h) سيمكننا من حساب (3) معادلات للميل (tilt) (الميل في إتجاه الشمال، والميل في إتجاه الشرق، الفرق المتوسط) لوصف الفروق بين كلا السطحين، أي أن الجيويد يتم تمثيله من خلال سطح أو مستوى مائل (tilted plane) ، وبعد

ذلك يمكن إستخدام هذا النموذج أو هذا المستوى لكي نحصل على ارتفاع من جهاز الموقع العالمي لأي نقطة جديدة مرصودة إلى منسوبها.

وبالطبع يمكن إستخدام أكثر من (3) نقاط (معلوم عندها h و H) وذلك للحصول على مصداقية أكثر (**more reliability**) لنتائج المستوى المائل حيث أن إستخدام ثلاثة نقاط معلومة فقط يعطي (3) معادلات مطلوب حلها في (3) قيم مجهولة أي . رياضيا وإحصائيا . لا يوجد أي تحقيق (**check**) للنتائج ، بينما إستخدام أكثر من (3) نقاط سيعطي عدد معادلات أكبر من عدد المجاهيل مما سينتج عنه وجود تحقيق مؤشرات إحصائية لجودة النتائج المحسوبة. أيضا يمكن إستخدام نماذج رياضية أكثر دقة (من نموذج السطح المائل) مثل دالة ذات الحدود (**Polynomials**) بغرض وجود عدد أكبر من النقاط المعلومة (المعلوم لها h و H).

. بعض عيوب الطريقة الهندسية:

1. النموذج الرياضي المستتب يصلح فقط للمنطقة المحصورة بالنقاط المعلومة.
2. نموذج المستوى المائل . نموذج بسيط رياضيا . يصلح فقط للمناطق الصغيرة (شكل وتغير الجيويد أكثر تعقيدا من محاولة وصفه بسطح مائل).
3. عمليا قد يكون من الصعب إيجاد نقاط معلومة المنسوب (روبيرات أو **BM**) في المنطقة المطلوب العمل فيها.

إن دقة نماذج الجيويد لا تغني . حتى الآن . عن أسلوب الميزانية الأرضية الدقيقة الخاصة في الأعمال الهندسية والمنشاءات التي تتطلب دقة سنتيمترات في حساب قيمة المنسوب.

لكن على الجانب الآخر فهناك العديد من المشروعات التي لا تتطلب هذه الدقة العالية ومن ثم يمكن إستخدام نماذج الجيويد في المناسيب فبهذا ستخفض تكاليف الأعمال الحقلية المساحية مما يؤدي إلى خفض التكلفة الاقتصادية للمشروع ككل.

الباب الرابع

طرق الاستكمال البيني

المقدمة:

الاستكمال هو مشكلة التقريب في الرياضيات وأساليب التقدير الإحصائية. واحدة من التطبيقات المهمة للإستكمال في الجيوديسيا هو تحديد ارتفاع نقطة باستخدام الارتفاعات المعروفة من النقاط المجاورة.

هناك نوعان من الافتراضات الضمنية التي تعتمد عليها تقنيات الاستكمال: -

1. سطح الأرض هو مستمر ومنتظم.

2. هناك علاقة بين ارتفاع النقاط المتجاورة.

تقنيات الاستكمال يمكن تصنيفها وفقا لمعايير مختلفة مثل حجم منطقة الاستكمال ودقة السطح ونعومة السطح وأنها يمكن أن تستخدم لأغراض مختلفة.

في بناء سطح للإستكمال، السطح قد يمر أو لا يمر عبر جميع النقاط المرجعية، وذلك بسبب الأخطاء المتبقية في النموذج المستخدم، لكن في حالة وجود أي من هذه الأخطاء يتم الحصول على التركيب المحدد.

1-4 . تقنيات الاستكمال:

توجد تقنيات كثيرة للإستكمال منها معكوس المسافة وكثيرة الحدود واستخدام التنبؤ بأقل التريعات.

1-1-4 . كثيرة الحدود:

هذه الطريقة هي من أكثر طرق الاستكمال انتشاراً . نمذجة سطح باستخدام هذه الطريقة

يتبع افتراض أن ارتفاع النقطة (Z) هي دالة في الإحداثيات (X , Y) أو

$$Z = f (X , Y) \quad (4-1)$$

نحتاج إلى دالة رياضية لاستخدامها، التعبير الرياضي العام للسطح مع كثيرة الحدود (n) درجة الرتبة هو:

$$Z_i = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 X Y \quad (4-2)$$

حيث a_0, a_1, a_2, a_3 هي معاملات كثيرة الحدود.

يمكن أن تحتوي كثيرة الحدود على عدد كبير من الحدود ويمكن تقسيمها حسب الرتبة مثلاً: الأولى، الثانية أو تصنف حسب السطح مثلاً: مستوي، خطي.
-لاختيار أفضل يتم اختيار المعادلة المناسبة حسب تعقد السطح.

للحصول على نقاط مرجعية زائدة، يمكن تحديد معاملات كثيرة الحدود المجهولة (x) من خلال طريقة التنبؤ باستخدام أقل التريعات وفقاً لـ:

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (4-3)$$

حيث (A) مصفوفة المعاملات، (b) هي مصفوفة متجه المرصودات، تظهر قيم الإرتفاع تنتمي إلى النقاط المرجعية.

يمكن تبسيط حدود كثيرة الحدود الشبه خطية في الصورة الآتية:

$$Z_i = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 X Y \quad (4-4)$$

عندما يكون تأثير خطوط الكنتور في اتجاه المحور السيني يكون شكل دالة كثيرة الحدود كالتالي:

$$Z_i = a_0 + a_1 X \quad (4-5)$$

عندما يكون تأثير خطوط الكنتور في اتجاه المحور الصادي يكون شكل دالة كثيرة الحدود كالتالي:

$$Z_i = a_0 + a_2 Y \quad (4-6)$$

عندما يكون تأثير خطوط الكنتور في الاتجاه السيني والاتجاه الصادي يكون شكل دالة كثيرة الحدود كالتالي:

$$Z_i = a_0 + a_1 X + a_2 Y \quad (4-7)$$

4-1-2 . التنبؤ باستخدام أقل التريعات:

إذا بسطنا مشكلة الترتيب باستخدام أقل التريعات إلى الحالة التي تكون فيها الكميات المرصودة معالجة من الأخطاء المنتظمة والعشوائية . ومن ثم تغير الرموز وتأخذ حالة خاصة في الترتيب باستخدام أقل التريعات، يمكن كتابة المعادلة كالتالي:

$$\hat{U} = [c_{p1} \quad c_{p2} \quad c_{pn}] \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \dots & \dots & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

حيث (\hat{u}) هي القيمة المتوقعة عند أي نقطة (p) ، (c_{pi}) تمثل المتجه من نقطة التغيرات و نقطة البيانات (i) ، ولتكون مصفوفة التغيرات التي تحدد سلوك الكمية عند نقاط البيانات ، $(u_1) \dots (u_n)$ هي القيم من الكمية عند نقاط البيانات.

4-1-3 . تحديد دوال التغيرات:

تحديد دالة التغيرات هو شرط أساسي لتطبيق التنبؤ باستخدام أقل التريعات في منطقة معينة ، وينبغي أن تحدد دالة التغيرات التجريبية والمستمدة في الحسابات. أما أن تحدد تجريبياً أو تشتق اختيارياً مما يسمى بـ (variogram).

4-1-4 . دالة التباين التجريبية:

باستخدام قيمة معينة عند (n) نقطة بيانات . دالة التباين التجريبية يمكن تحديدها

على النحو التالي:

1. تحديد التباين من الكمية المذكورة (z) ، أي $c(0)$ التي تمثل التباين بين النقاط صفر -

المسافة وباستخدام:

$$c(0) = 1 / n \sum_{i=1}^n z_i^2 \quad (4-9)$$

2. لحساب التباين $c(d)$:

أ- تحدد مسافة معينة (d) .

ب- تحديد جميع أزواج النقاط (nd) التي تبعد مسافة عن بعضها البعض.

ج- حساب $c(d)$ على النحو التالي:

$$C(d) = 1 / n d \sum_{nd} Z_i Z_j \quad (4-10)$$

حيث (i) و (j) هما المؤشرات من النقاط المرجعية التي تبعد مسافة عن بعضها البعض.

د- كرر الخطوات (ب) ، (ج) أعلاه لمسافات أخرى.

3. نظرا لبعض الصعوبات في معالجة الرسومات البيانية من دوال التباين، يجب علينا

وضع نموذج نظري يناسب مهام دالة التباين التجريبية، وتطبيق ضبط أقل التريعات،

يمكن تحديد الثوابت التي تصف النموذج . هناك اثنين من النماذج النظرية هي الحالية

في الاستخدام وهي:

1- نموذج خط مستقيم، شكله كالآتي:

$$C(d_{ij}) = c_0 + b d_{ij} \quad (4-11)$$

حيث (b) ، (c_0) هما الثوابت التي تصف نموذج التغاير، (d_{ij}) هي مسافة محددة.

2- النموذج الأسّي (Gaussian).

الباب الخامس

جمع ومعالجة البيانات

1-5. منطقة الدراسة:

1-1-5. الموقع الفلكي (الرياضي):

تقع ولاية الخرطوم بين خطي طول (31.5 - 34.45) شرقاً ودائرتي العرض (15.8 - 16.45) شمالاً .

2-1-5. الموقع الإقليمي (الجغرافي):

تقع ولاية الخرطوم في الجزء الشمالي الشرقي من أواسط السودان، متوسطةً لسبع ولايات، حيث تحدها من جهة الشمال ولايتي نهر النيل والشمالية، ومن جهة الجنوب ولايتي الجزيرة والنيل الأبيض، كما تحدها من جهة الشرق ولايتي القضارف وكسلا، أما من جهة الغرب فتحدها ولاية شمال كردفان. بينما نجد مدينة أمدرمان تقع بالجهة الغربية للنيل الأبيض ونهر النيل، ويحدها شمالاً ولاية نهر النيل والولاية الشمالية، وجنوباً ولاية النيل الأبيض، وغرباً تجاور ولاية شمال كردفان، وتمتد في شكل طولي من الجنوب نحو الشمال مع امتداد النيل الأبيض ونهر النيل. وتتكون من عدة محليات هي: محلية أم درمان ومحلية أمبده ومحلية كرري كما تبين أنظر الخريطة رقم (1-5).

3-1-5. المساحة:

تبلغ مساحة ولاية الخرطوم حوالي (8.5) ميلاً مربعاً تعادل حوالي (22.000) كم²
وقد تم اختيار منطقة الدراسة (ولاية الخرطوم) واختيرت شبكة تتكون من (24) نقطة.
الشكل رقم (1-5): موقع منطقة الدراسة



2-5. جمع البيانات:

تم رصد إحداثيات النقاط بواسطة جهاز الموقع العالمي (GPS) حيث تم الحصول على إحداثيات جيوديسية (خط العرض ϕ ، خط الطول λ ، الإرتفاع الجيوديسي H). كما تم

رصد الإرتفاع الاورثومتري (h) بواسطة جهاز الميزان (sokkia). ومن ثم تم حساب الفرق بين الإرتفاع الجيوديسي (H) والارتفاع الاورثومتري (h) للحصول على الفاصل بين سطح الإلبسويد و سطح الجيويد (N) والجدول رقم (5-1) يوضح الإحداثيات الجيوديسية (التي تتبع لمرجع العالمي DATUM (WGS84) والتي تقع في النطاق $(36^{\circ} \text{N} - 30^{\circ} \text{E TO } 36^{\circ} \text{E})$ وإرتفاع الجيويد المرصود (N) .

الجدول رقم (5-1): الإحداثيات الجيوديسية وارتفاع الجيويد المرصود (N)

Point	ϕ	λ	Geoid Separation (N)
1	16.172	32.153	3.573
2	15.822	32.313	2.998
3	15.900	32.684	3.619
4	16.076	32.722	3.119
5	15.811	33.087	2.175
6	15.809	32.900	2.285
7	15.613	32.808	2.020
8	16.352	31.965	4.174
9	15.848	32.517	3.078
10	16.118	32.531	2.263
11	15.992	32.340	3.210
12	15.810	32.154	3.210
13	16.113	31.965	3.197
14	15.993	32.901	3.254
15	15.988	32.144	3.447
16	15.470	33.080	2.297
17	15.651	32.388	2.810
18	15.721	32.514	2.655
19	16.139	32.638	2.420
20	15.607	32.518	2.673
21	15.599	32.108	2.538
22	15.524	32.577	2.599
23	15.259	32.555	2.231
24	15.340	32.394	2.6918

5-3. معالجة البيانات:

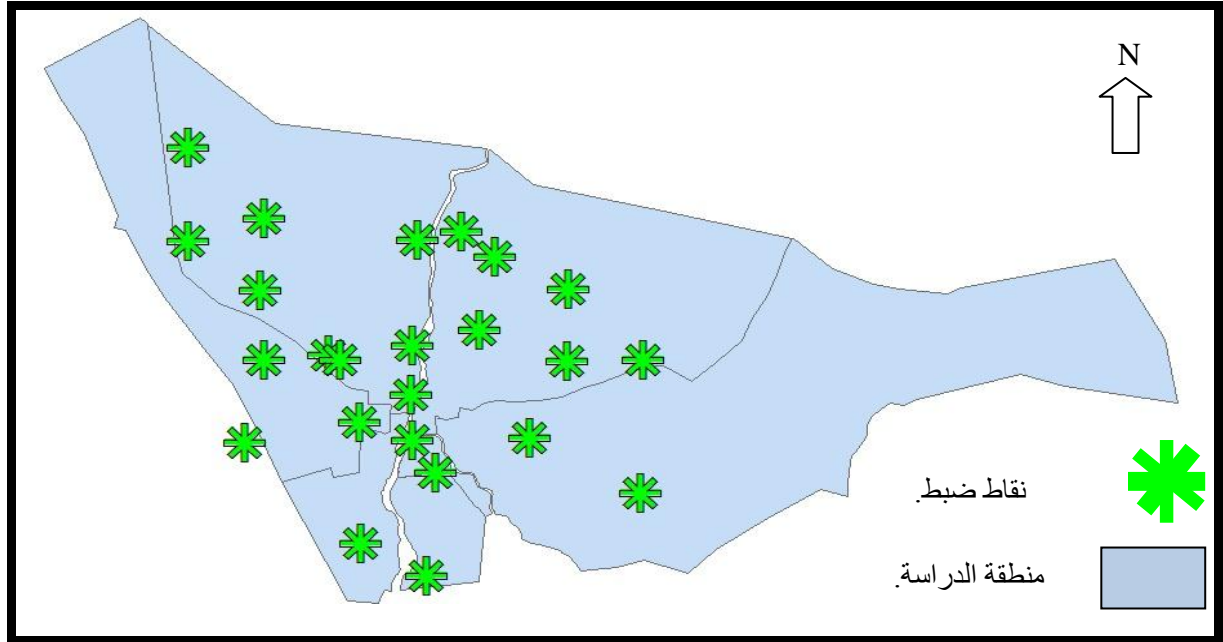
الإحداثيات المتحصل عليها (الإحداثيات الجيوديسية) تم تحويلها إلى إحداثيات مسقطة
متريّة بواسطة برنامج الحاسبة الجغرافية (Geographic Calculator) والجدول رقم (2-5)
يوضح الإحداثيات المسقطة المتريّة تتبع لمسقط ماركيتور المستعرض العالمي (UTM) و سطح
إسنادها (Adindan Sudan – 14) وإرتفاع الجيويد المرصود (N).

الجدول رقم (5-2): الإحداثيات المسقطة المتريية (UTM) وارتفاع الجيويد المرصود (N)

Point	Easting	Northing	Geoid Separation (N)
1	409354.140	1787930.780	3.573
2	426327.610	1749167.720	2.998
3	466087.580	1756557.960	3.619
4	470150.420	1777213.760	3.119
5	509235.160	1747822.860	2.175
6	489168.860	1747610.270	2.285
7	479346.390	1725984.540	2.020
8	389354.090	1807933.320	4.174
9	448249.570	1751928.880	3.078
10	449803.010	1781896.120	2.263
11	429352.420	1767942.010	3.210
12	409361.400	1747926.060	3.210
13	389293.430	1781559.160	3.197
14	489360.790	1767914.990	3.254
15	408338.370	1767584.100	3.447
16	508471.620	1710099.900	2.297
17	434350.840	1730260.350	2.810
18	447869.330	1737944.300	2.655
19	461176.030	1784141.300	2.420
20	448286.000	1725316.510	2.673
21	404270.600	1724601.250	2.538
22	454549.000	1716123.450	2.599
23	452102.780	1686773.150	2.231
24	434883.820	1695829.910	2.692

تم رسم شبكة نقاط توضح شكل توزيع النقاط في منطقة الدراسة (ولاية الخرطوم) كما موضح في الشكل رقم (2-5).

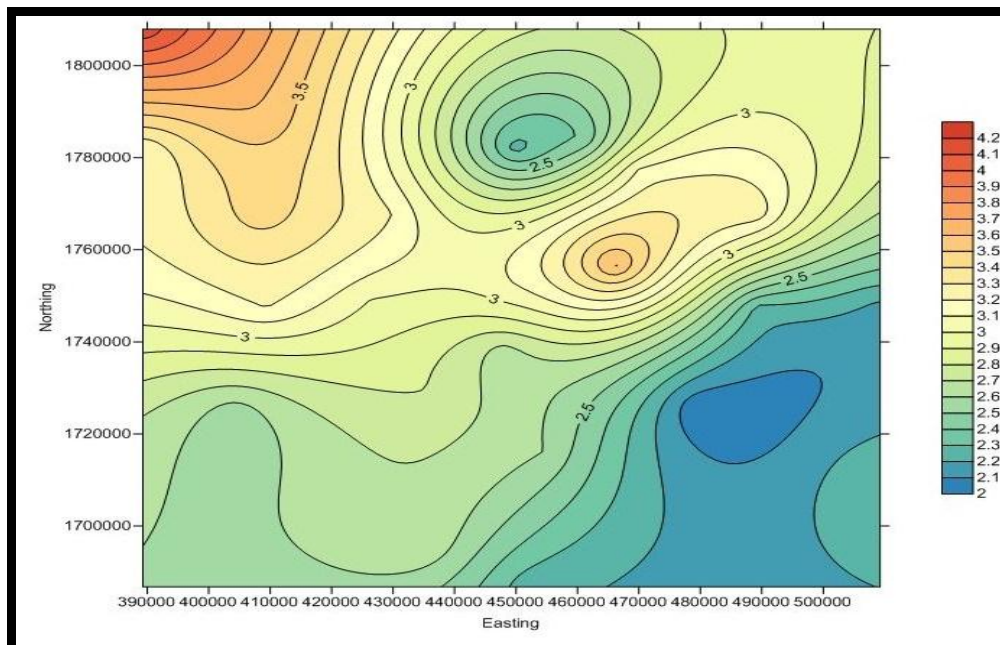
الشكل (2-5): توزيع النقاط في منطقة الدراسة



من الجدول رقم (2-5) تم رسم خريطة كنتورية بواسطة برنامج السيرفر (Surfer) لقيم

(N) المتحصلة. كما موضح في الشكل رقم (3-5).

الشكل (3-5): الخريطة الكنتورية لمنطقة الدراسة



تم تطبيق بعض الطرق الرياضية (طرق الاستكمال البيني) مثل كثيرة الحدود والتنبؤ باستخدام أقل التريعات . تم استخدام معادلات رياضية للحصول على الفرق (N) ولحل هذه المعادلات نحتاج إلى أربعة نقاط ضبط معلومة. تم إختيار نقاط الضبط الأربعة بحيث تكون موزعة على أطراف الولاية أي في الاتجاهات الأربعة الرئيسية ، كما موضح فى الجدول رقم (3-5). وبقية النقاط الأخرى نقاط اختبار.

الجدول رقم (3-5): نقاط الضبط الأربعة

Point	ϕ	λ	Geoid Separation (N)
5	15.811	33.087	2.175
8	16.352	31.965	4.174
13	16.113	31.965	3.197
23	15.259	32.555	2.231

تم استخدام المعادلة (4-7) وذلك بمعلومية نقاط الضبط الأربعة الموضحة في الجدول رقم (3-5) تم حل الثابت وتعويض بقية النقاط كما موضح فى الجدول رقم (4-5).

الجدول رقم (4-5): الفرق المحسوب باستخدام المعادلة (4-7).

Point	N(obs)	N(comp)	Dif(v)	Dif ² (v ²)
1	3.573	3.474	0.099	0.009801
2	2.998	2.948	0.05	0.0025
3	3.619	2.685	0.934	0.872356
4	3.119	2.854	0.265	0.070225
5	2.175	2.233	-0.058	0.003364
6	2.285	2.401	-0.116	0.013456
7	2.020	2.272	-0.252	0.063504
8	4.174	3.841	0.333	0.110889
9	3.078	2.790	0.288	0.082944
10	2.263	3.072	-0.809	0.654481
11	3.210	3.108	0.102	0.010404
12	3.210	3.080	0.130	0.0169
13	3.197	3.581	-0.384	0.147456
14	3.254	2.599	0.655	0.429025
15	3.447	3.282	0.165	0.027225
16	2.297	1.869	0.428	0.183184
17	2.810	2.694	0.116	0.013456
18	2.655	2.656	-0.001	0.000001
19	2.420	2.998	-0.578	0.334084
20	2.673	2.528	0.145	0.021025
21	2.538	2.893	-0.355	0.126025
22	2.599	2.384	0.215	0.046225
23	2.231	2.116	0.115	0.013225
24	2.692	2.351	0.341	0.116281

تم استخدام المعادلة (4-5) وذلك بمعلومية نقاط الضبط الأربعة الموضحة في

الجدول (3-5) تم حل الثوابت وتعويض النقاط كما موضح في الجدول رقم (5-5).

الجدول رقم (5-5): الفرق المحسوب باستخدام المعادلة (4-5)

Point	N(obs)	N(comp)	Dif(v)	Dif ² (v ²)
5	2.175	2.820	-0.645	0.416025
8	4.174	3.740	0.434	0.188356
13	3.197	3.334	-0.137	0.018769
23	2.231	1.881	0.350	0.1225

تم استخدام المعادلة (4-6) وذلك بمعلومية نقاط الضبط الأربعة الموضحة في الجدول

رقم (3-5) تم حل الثوابت وتعويض النقاط كما موضح في الجدول رقم (6-5).

الجدول رقم (6-5): الفرق المحسوب باستخدام المعادلة (4-6).

Point	N(obs)	N(comp)	Dif(v)	Dif ² (v ²)
5	2.175	1.924	0.251	0.063001
8	4.174	3.572	0.602	0.362404
13	3.197	3.571	-0.374	0.139876
23	2.231	2.706	-0.475	0.225625

تم حساب الفروقات لنقاط الضبط الأربعة والجدول رقم (7-5) يوضح ذلك.

الجدول رقم (5-7): بيان الفروقات

Point	Dif in eqn(4-7)	Dif in eqn(4-5)	Dif in eqn(4-6)
5	-0.058	-0.645	0.251
8	0.333	0.434	0.602
13	-0.384	-0.137	-0.374
23	0.115	0.350	-0.475

تم حساب أعلي فرق وأدني فرق لنقاط الضبط الأربعة والجدول رقم (5-8) يوضح ذلك.

الجدول رقم (5-8) : أعلي فرق وأدني فرق لنقاط الضبط الأربعة

المعادلة	أعلي فرق	أدني فرق
المعادلة (4-7)	-0.384	-0.058
المعادلة (4-5)	-0.645	-0.137
المعادلة (4-6)	0.602	0.251

تم حساب **Root Mean Squire Error (R.M.S.E)** لنقاط الضبط الأربعة والجدول رقم

(5-9) يوضح ذلك.

الجدول رقم (5-9): **Root Mean Squire Error (R.M.S.E)** لنقاط الضبط الأربعة

المعادلة	(R.M.S.E)
المعادلة (4-7)	±0.151
المعادلة (4-5)	±0.249
المعادلة (4-6)	±0.257

من الجدول رقم (4-5) تم حساب (R.M.S.E) ووجد أن قيمته تساوي ± 0.078 .

تم استخدام المعادلة (4-8) وذلك بمعلومية نقاط الضبط الأربعة الموضحة في الجدول

رقم (3-5) ، وتعويض بقية النقاط كما موضح في الجدول رقم (5-10).

الجدول رقم (5-10): يوضح الفرق المحسوب باستخدام المعادلة (4-8) وباعتبار أن التغيرات

تم حسابه من القيم المرصودة لـ (N)

Point	N(obs)	N(comp)	Dif(v)	Dif ² (v ²)
1	3.573	2.540	1.033	1.067089
2	2.998	2.277	0.721	0.519841
3	3.619	1.656	1.963	3.853369
4	3.119	1.723	1.396	1.948816
6	2.285	2.896	-0.611	0.373321
7	2.02	2.877	-0.857	0.734449
9	3.078	1.936	1.142	1.304164
10	2.263	2.139	0.124	0.015376
11	3.21	2.451	0.759	0.576081
12	3.21	2.500	0.710	0.5041
14	3.254	2.962	0.292	0.085264
15	3.447	2.642	0.805	0.648025
16	2.297	2.848	-0.551	0.303601
17	2.81	1.873	0.937	0.877969
18	2.655	1.774	0.881	0.776161
19	2.420	1.926	0.494	0.244036
20	2.673	1.800	0.873	0.762129
21	2.538	1.927	0.611	0.373321
22	2.599	1.601	0.998	0.996004

24	2.692	1.559	1.133	1.283689
----	-------	-------	-------	----------

من الجدول رقم (5-10) تم حساب (R.M.S.E) للنقاط ووجد أن قيمته تساوي

$$\pm 0.213 .$$

تم استخدام المعادلة (8-4) وذلك بمعلومية نقاط الضبط الأربعة الموضحة في الجدول

رقم (5-3) ، وتعويض بقية النقاط كما موضح في الجدول رقم (5-11) .

الجدول رقم (5-11): الفرق المحسوب باستخدام المعادلة (8-4) وباعتبار أن التغيرات تم حسابه

من الثوابت

Point	N(obs)	N(comp)	Dif(v)	Dif ² (v ²)
1	3.573	3.742	-0.169	0.028561
2	2.998	1.548	1.450	2.1025
3	3.619	3.102	0.517	0.267289
4	3.119	2.661	0.458	0.209764
6	2.285	2.137	0.148	0.021904
7	2.02	2.292	-0.272	0.073984
9	3.078	2.491	0.587	0.344569
10	2.263	1.745	0.518	0.268324
11	3.21	1.141	2.069	4.280761
12	3.21	0.770	2.440	5.9536
14	3.254	1.589	1.665	2.772225
15	3.447	1.876	1.571	2.468041
16	2.297	2.074	0.223	0.049729
17	2.810	2.519	0.291	0.084681
18	2.655	2.880	-0.225	0.050625
19	2.420	2.139	0.281	0.078961
20	2.673	4.713	-2.040	4.1616
21	2.538	3.253	-2.715	0.511225
22	2.599	5.350	-2.751	7.568001
24	2.692	5.183	-2.491	6.205081

من الجدول رقم (5-11) تم حساب (R.M.S.E) ووجد أن قيمته تساوي ± 0.314 .

تم حساب أعلي فرق وأدني فرق كما موضح في الجدول رقم (5-12).

الجدول رقم (5-12): أعلي وأدني فرق باستخدام المعادلة (8-4) وباعتبار التغيرات

أدني فرق	أعلي فرق	التغيرات
0.124	1.963	من القيم المرصودة ل (N)
0.148	-2.751	من قيم الثوابت

الباب السادس

النتائج والتحليل

❖ أعلى قيمة مرصودة للفواصل بين سطح الإلبسويد والجيوريد فى ولاية الخرطوم هي (4.174) متر وأدنى قيمة هي (2.02) متر.

❖ من مقارنة قيم كثيرة الحدود للصيغ الثلاث بإستخدام (R.M.S.E) كانت القيم كالآتي:

الجدول رقم (6-1): (R.M.S.E) لصيغ كثيرة الحدود.

الصيغ	(R.M.S.E)
الصيغة الأولى	± 0.151
الصيغة الثانية	± 0.249
الصيغة الثالثة	± 0.257

ومن الجدول رقم (6-1) وجد أن الصيغة الأفضل هي الصيغة الأولى ولذلك تم

حساب (R.M.S.E) لجميع النقاط باستخدامها وكانت قيمته ± 0.078 .

❖ من مقارنة قيم التنبؤ بإستخدام أقل التربيقات للصيغتين بإستخدام (R.M.S.E) وكانت القيم كالآتي: .

الجدول رقم (6-2): (R.M.S.E) لصيغ التنبؤ بإستخدام أقل التربيقات .

الصيغ	(R.M.S.E)
الصيغة الأولى	± 0.213
الصيغة الثانية	± 0.314

من الجدول (2-6) نجد أن الصيغة الأفضل هي الصيغة الأولى .

❖ من المقارنة بين كثيرة الحدود والتنبؤ بإستخدام أقل التربيعات وجد أن الطريقة الأفضل

هي كثيرة الحدود وذلك لأن (R.M.S.E) لها (± 0.078) أقل من (R.M.S.E)

(± 0.213) للتنبؤ بإستخدام أقل التربيعات.

❖ من الشكل رقم (5 – 3) الذي يوضح الخريطة الكنتورية نجد أن خطوط الكنتور تتقارب

فى الاتجاه من الجنوب للشمال.

الباب السابع

الخلاصة والتوصيات

7-1. الخلاصة:

- ❖ كانت القيمة الأعلى للفرق بين قيم (N) المحسوبة للفواصل بين الإلبسويد والجيوريد لولاية الخرطوم و (N) المرصودة هو m (0.934) ، وأدنى فرق بينهما هو m (-0.001) بناءً على علام تم إستنتاجه من الصيغة الأولى لكثيرة الحدود .
- ❖ إتجاه خطوط الكنتور تتقارب من إتجاه الجنوب إلى الشمال.
- ❖ الصيغة الأولى في معادلة كثيرة الحدود هي الأفضل (R.M.S.E) لها (± 0.078).
- ❖ الصيغة الأولى في معادلة التنبؤ بإستخدام أقل التربيعات هي الأفضل و (R.M.S.E) لها (± 0.213).
- ❖ كثيرة الحدود الصيغة الأولى هي الأفضل لحساب الفرق (الفاصل بين الجيوريد والإلبسويد) من إستخدام التنبؤ بإستخدام أقل التربيعات (الصيغتين الأولى والثانية).

7-2. التوصيات:

- من خلال هذه الدراسة نوصي بالآتي: .
- ❖ عمل جيوريد لجمهورية السودان .
- ❖ اختبار أثر توزيع نقاط الضبط على النتائج .
- ❖ اختبار تأثير عدد نقاط الضبط على النتائج .
- ❖ استخدام طريقة الجاذبية الأرضية لإنشاء سطح الجيوريد .
- ❖ استخدام معادلة معكوس المسافة لإيجاد الفرق (الفاصل بين الإلبسويد والجيوريد) .

قائمة المصادر والمراجع

أولاً: المراجع العربية:

1 -جمعة محمد داؤود، (2012)، أسس المساحة الجيوديسية والجي بي أس (GPS)،

مكة المكرمة، المملكة العربية السعودية.

2-كمال عبد اللطيف عبد الله، (2000)، الجيوديسية الهندسية ، دار جامعة الخرطوم

للنشر.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

1-P.A cross, (1994), Advance Least Squares for Position Fixing

Lecture Notes ,N orth Eest Landon Polytechnic.

2- T.j Kennie and Petrie, (1994), Engineering surveying Technology.