

الاستكمال البيئي

هو احد النماذج الرياضية التي يمكن استخدامها في علم المساحة حيث انه إذا كان لدينا ميزانية بعض من النقاط معلومة الارتفاع ونريد تكثيف النقاط لبقية المنطقة فبدلاً من الذهاب إلى الحقل الذي يتطلب وقت وجهد وتكلفة يمكن تكثيف النقاط من خلال الاستكمال البيئي وهناك عدة طرق للاستكمال البيئي :

1-3 طريقة معكوس المسافة الموزونة (Inverse Distance Weighting) (IDW):

$$(1-3) \quad \leftarrow H_p = \frac{\sum h_i \cdot \left(\frac{1}{(d_i)^{\gamma}} \right)}{\left(\sum \left(\frac{1}{(d_i)^{\gamma}} \right) \right)}$$

من مميزات هذه الطريقة:

البعض يرى أنها طريقة بسيطة.

من عيوبها :

أن γ تجريبية تختلف من سطح لآخر لتحديد قيمتها .

$H_p \equiv$ ارتفاع النقطة المجهولة.

$h_i \equiv$ ارتفاع نقطة من نقاط

$d_i \equiv$ المسافة بين النقاط.

$\gamma \equiv$ قيمة تجريبية تختلف من سطح لآخر.

2-3 كثيرة الحدود:

فيها عدة معادلات يمكن بها ايجاد الاستكمال البيئي:

1-2-3 معادلة الخط المستقيم:

$$(2-3) \quad \leftarrow h_i = a_0 + a_1 * y_i$$

2-2-3 معادلة القطع المكافئ:

$$(3-3) \quad \leftarrow h_i = a_0 + a_1 * x_i$$

3-2-3 معادلة القطع الناقص:

$$(4-3) \quad \leftarrow h_i = a_0 + a_1 * x_i + a_2 * y_i$$

4-2-3 معادلة القطع المكافئ والناقص:

$$(5-3) \quad \leftarrow h_i = a_0 + a_1 * x_i + a_2 * y_i + a_3 * x_i * y_i$$

5-2-3 الخطوات العامة لحل معادلات كثيرات الحدود:

* كالآتي:

الثوابت (a_0, a_1, a_2, a_3) ، رقم النقطة $i \equiv$

والإحداثيات: $(x_i \equiv E_i, y_i \equiv N_i)$ ، ارتفاع النقطة $h_i \equiv$

3-2-5-1 لإيجاد الثوابت a_0, a_1, a_2, a_3 :

يتم اختيار نقاط تعرف بالنقاط المعلومة مثلا خمس نقاط ، يتم تكوين معادلات بواسطة النقاط المعلومة في شكل مصفوفة لكل معادلة من معادلات كثيرة الحدود أعلاه وحلها لإيجاد الثوابت.

3-2-5-2 لإيجاد الارتفاع المحسوب لكل نقطة من النقاط المعلومة يتم تعويض المعطيات (الثوابت ، احداثيات النقطة) في كل معادلة من معادلات كثيرة الحدود أعلاه .

3-2-5-3 يتم حساب الفرق بين الارتفاع المحسوب (الناتج من إحدى معادلات كثيرة الحدود أعلاه) لكل نقطة من النقاط المعلومة و الارتفاع المعلوم وذلك لكل معادلات كثيرة الحدود .

$$\Delta H = hc - hg \quad \leftarrow (6-3)$$

$hc \equiv$ الارتفاع المحسوب.

$hg \equiv$ الارتفاع المعلوم.

3-2-5-4 يتم حساب الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الأخطاء لكل معادلة من معادلات كثيرة الحدود بالقانون :

$$R.M.S.E = \left[\left(\sum (\Delta H * \Delta H) \right) / n \right]^{(1/2)} \quad \leftarrow (7-3)$$

$R.M.S.E \equiv$ الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الأخطاء (Root Mean Square Error).

$n \equiv$ عدد النقاط المستخدمة في المعادلة.

3-3 - أقل التربيقات - طريقة الترتيب - :

هذه الطريقة تعتمد على المسافات بين كل نقطة من النقاط المعلومة والنقطة المراد استكمالها وكذلك تعتمد على مصفوفة التباين والتغاير.

خطوات الحل:

تعتمد هذه الطريقة على هذه المصفوفة:

مثلا إذا كان لدينا خمس نقاط معلومة .

$$h_i = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,3} & c_{1,4} & c_{1,5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} & m_{1,3} & m_{1,4} & m_{1,5} \\ m_{2,1} & m_{2,2} & m_{2,3} & m_{2,4} & m_{2,5} \\ m_{3,1} & m_{3,2} & m_{3,3} & m_{3,4} & m_{3,5} \\ m_{4,1} & m_{4,2} & m_{4,3} & m_{4,4} & m_{4,5} \\ m_{5,1} & m_{5,2} & m_{5,3} & m_{5,4} & m_{5,5} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \end{bmatrix}$$

\Downarrow
 h_i

\Downarrow
 C

\Downarrow
 M

\Downarrow
 h

$$h_i = C * M * h \quad \leftarrow (8-3)$$

$h_i \equiv$ ارتفاع النقطة المراد استكمالها (المجهولة).

$C \equiv$ مصفوفة معادلة الخط المستقيم.

$M \equiv$ مصفوفة التباين والتغاير.

$h \equiv$ مصفوفة الأرصادات التي تمثل ارتفاعات النقاط المعلومة .

أولا :

- كيف يتم تكوين مصفوفة معادلة الخط المستقيم (C) ؟

من معادلة الخط المستقيم:

$$C_{ij} = a + b * d_{ij} \quad \leftarrow (9-3)$$

يتم حساب الثوابت: a ، b :

عن طريق تكوين مصفوفة تمثل معادلة الخط المستقيم.

باعتبار أن :

$i \equiv$ رقم نقطة من النقاط المعلومة.

$j \equiv$ رقم نقطة أخرى من النقاط المعلومة.

$c_{ij} \equiv$ حاصل مضروب ارتفاع كل نقطة من النقاط المعلومة في الأخرى.

$d_{ij} \equiv$ المسافات بين كل النقاط المعلومة النقاط المعلومة .

- بعد إيجاد الثوابت يتم تعويض الثوابت في معادلة الخط المستقيم (9-3) ولكن في هذه الحالة:

- $i \equiv$ رقم النقطة المراد استكمالها.

- $j \equiv$ رقم نقطة من النقاط المعلومة.

- $c_{ij} \equiv$ الناتج من المعادلة (3-9) بين النقطة المراد استكمالها رقم (i) والنقطة المعلومة رقم (j).

- $d_{ij} \equiv$ المسافة بين النقطة المراد استكمالها رقم (i) والنقطة المعلومة رقم (j) .

- **خصائص مصفوفة معادلة الخط المستقيم (c) :**

يتم تكوين هذه المصفوفة من النقاط المعلومة مثلا إذا كان لدينا خمس نقاط:

- أبعاد مصفوفة معادلة الخط المستقيم (C) :

تكون أبعاد هذه المصفوفة $1*5$

- تعتمد هذه المصفوفة على المسافة بين النقاط المعلومة وبين كل نقطة من النقاط المعلومة والنقطة المجهولة وكذلك تعتمد على حاصل ضرب ارتفاع كل نقطة من النقاط المعلومة في الأخرى.

ثانيا :

- **كيف يتم تكوين مصفوفة التباين والتغاير (M)؟**

هناك طريقتان :

الأولى :

يتم حساب التباين والتغاير من المنحنى :

حيث يتم من خلال النقاط المعلومة رسم التباينات ولحساب التغيرات يتم قياس المسافة من التباينات إلى المحور الأفقي.

عيوب هذه الطريقة:

- صعوبة.
- لها أخطاء في الرسم وأخطاء في القياس.
- تعتمد على راسم المنحنى في الدقة.

الثانية :

من معادلة الخط المستقيم (3-9).

- لحساب التباين (القطر):
- يعتمد القطر على النقاط المعلومة .

هناك طريقتان:

الأولى :

- لتكوين التباين يتم استخدام طريقتين:

مثلا إذا كان لدينا خمس نقاط معلومة رقم النقطة المعلومة (i)

الأولى:

- القطر (التباين) متغير : تم تكوينه من حاصل ضرب ارتفاع كل عنصر من عناصر القطر في نفسه $(h_i * h_i)$.

$$\begin{bmatrix} h1 * h1 & & & & \\ & h2 * h2 & & & \\ & & h3 * h3 & & \\ & & & h4 * h4 & \\ & & & & h5 * h5 \end{bmatrix}^{-1}$$

الثانية :

-القطر (التباين) ثابت : وهو عبارة عن جمع حاصل ضرب كل عنصر من عناصر القطر في نفسه وإيجاد المتوسط لها.

أي أن التباين =

$$hm = [(h1 * h1 + h2 * h2 + h3 * h3 + h4 * h4 + h5 * h5)] / 5$$

$$\begin{bmatrix} hm & & & & \\ & hm & & & \\ & & hm & & \\ & & & hm & \\ & & & & hm \end{bmatrix}^{-1}$$

- لحساب التغيرات :

التغيرات يعتمد على النقاط المعلومة والنقاط المجهولة .

- لتكوين التباين (العناصر خارج القطر) يتم استخدام طريقتين:

الأولى :

$i \equiv$ رقم نقطة معلومة في الصف.

$j \equiv$ رقم نقطة معلومة أخرى في العمود.

-التباين: عبارة عن حاصل ضرب ارتفاع النقاط المعلومة $(h_i * h_j)$

$$\begin{bmatrix} h1 * h2 & h1 * h3 & h1 * h4 & h1 * h5 \\ h2 * h1 & & h2 * h3 & h2 * h4 & h2 * h5 \\ h3 * h1 & h3 * h2 & & h3 * h4 & h3 * h5 \\ h4 * h1 & h4 * h2 & h4 * h3 & & h4 * h5 \\ h5 * h1 & h5 * h2 & h5 * h3 & h5 * h4 & \end{bmatrix}^{-1}$$

الثانية :

-التباين : يتم تكوينه من معادلة الخط المستقيم $\leftarrow (9-3)$

$$\begin{bmatrix} c1,2 & c1,3 & c1,4 & c1,5 \\ c2,1 & & c2,3 & c2,4 & c2,5 \\ c3,1 & c3,2 & & c3,4 & c3,5 \\ c4,1 & c4,2 & c4,3 & & c4,5 \\ c5,1 & c5,2 & c5,3 & c5,4 & \end{bmatrix}^{-1}$$

- خصائص مصفوفة التباين والتباين:

- تعتمد على المسافة بين النقاط المعلومة والنقطة المجهولة وعلى ارتفاع النقاط المعلومة .

- أبعاد المصفوفة:

$$5*5$$

ثالثا :

- كيف يتم تكوين مصفوفة الارصادات (h) ؟

مصفوفة الارصادات يتم تكوينها من ارتفاعات النقاط المعلومة.

- خصائص هذه المصفوفة:

- تعتمد على ارتفاعات النقاط المعلومة

- أبعاد المصفوفة:

يعتمد البعد على عدد النقاط المعلومة مثلا اذا كان عدد النقاط المعلومة خمس فإن بعدها يكون:

$$5*1$$